F. KOHLRAUSCH

# PRAKTISCHE PHYSIK

## BAND 1

B.G.TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT · LEIPZIG

F. KOHLRAUSCH

# PRAKTISCHE PHYSIK

ZUM GEBRAUCH FÜR UNTERRICHT, FORSCHUNG UND TECHNIK

BAND 1

*Bearbeitet von H. Ebert · S. Erk † · W. Fritz · J. Gielessen · M. Grützmacher · F. Henning*
*F. Hoffmann · E. Justi · H. Korte · B. Lenk · O. Meisser · H. Moser · J. Otto · R. Ritschl*
*A. Scheibe · O. Schönrock † · K. Steiner · A. Wetthauer*

Im wesentlichen unveränd. Nachdruck der 19., von F. Henning herausgegebenen Auflage

Mit 298 Abbildungen

1 9 5 0

B. G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT · LEIPZIG

Lizenz-Nr. 302 1951/48 – 96/48

Copyright 1943 by B. G. Teubner Verlagsgesellschaft in Leipzig

Printed in Germany

Satz und Druck: (M 109) B. G. Teubner, Leipzig C 1, Poststr. 3 – T 1202

# AUS DEN VORWORTEN FRÜHERER AUFLAGEN

Das Ziel des Buches, sowohl dem reinen Forscher als auch dem in der Industrie tätigen Physiker und dem zu wissenschaftlicher Arbeit heranreifenden Studenten ein zuverlässiger Berater zu sein, ist auch bei der 18. Auflage angestrebt worden. Wie bisher ist jeder Abschnitt des Buches von einem Bearbeiter betreut worden, dem das betreffende Gebiet durch eigene Forschungen bestens bekannt ist. Ferner hat eine Reihe von Fachleuten besonders aus der Industrie für die Neubearbeitung ihre Wünsche und Ratschläge geäußert.

Diese Mitwirkung hat zugleich mit der Notwendigkeit, dem Fortschritt der Forschung gebührend Rechnung zu tragen, eine Vergrößerung des Buchumfanges gegenüber der 17. Auflage herbeigeführt, obwohl auf die Behandlung gewisser neuzeitlicher Sondergebiete mit umfangreichem Spezialschrifttum von vornherein verzichtet wurde und obwohl vielfache Einsparungen und Kürzungen auf dem Gebiet der klassischen Experimentalphysik und des Physikunterrichts für Anfänger vorgenommen wurden. — Die Abschnitte über Akustik, Röntgenstrahlen und Radioaktivität sind gegenüber der 17. Auflage wesentlich erweitert worden. In geringerem Maße gilt das gleiche von den Abschnitten über die Druckmessung, die Spektroskopie, die Wechselstrommessung nebst Elektronenröhren und von dem Abschnitt über den lichtelektrischen Effekt. Ein Abschnitt über tiefe Temperaturen und ein Abschnitt über Höhenstrahlung sind in der 18. Auflage neu aufgenommen worden.

Die vorliegende Auflage stellt einen im wesentlichen unveränderten Nachdruck der 19. dar; es wurden lediglich einige Berichtigungen vorgenommen, so daß der Inhalt des Buches im Durchschnitt dem Stand der Forschung vom Jahr 1940 entspricht. Der Verlag mußte sich zu dieser Maßnahme entschließen, um den aus allen Physikerkreisen immer stärker an ihn herangetragenen Wunsch nach einem Neudruck des unentbehrlichen Werkes gerecht zu werden. Der Verlag hofft, daß das Buch auch in dieser wenig veränderten Form dem experimentell tätigen Physiker von Nutzen sein wird.

Leipzig, im Frühjahr 1949

B. G. TEUBNER Verlagsgesellschaft

# INHALTSVERZEICHNIS


Seite

## ALLGEMEINES ÜBER MESSUNGEN

**I. Die Maßsysteme (Henning)** ... 1

1. Das CGS-System ... 1
2. Die physikalischen Grundeinheiten ... 2
3. Die wichtigsten Einheiten der Mechanik und Wärmelehre ... 4
4. Die elektromagnetischen Maßsysteme ... 8
5. Die wichtigsten Einheiten der Elektrizität und des Magnetismus im absoluten und praktischen elektromagnetischen System ... 10

**II. Auswertung der Beobachtungen (Henning)** ... 14

1. Einfache Berechnung der Beobachtungen und Darstellung der Ergebnisse ... 14
2. Ausgleichung unmittelbarer Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ... 17
3. Einfluß der Beobachtungsfehler auf ein aus mehreren Einzelmessungen gefolgertes Ergebnis ... 20
4. Ausgleichsrechnung, falls mehrere der gesuchten Größen miteinander verknüpft sind ... 21

## MECHANIK UND AKUSTIK

**I. Wägung (Lenk)** ... 26

1. Die Waagen ... 26
2. Wägeverfahren ... 28

**II. Längen-, Flächen- und Volummessung** ... 34

1. Geräte zur Längenmessung (Lenk) ... 34
2. Verfahren zur Längenmessung (Lenk) ... 39
3. Flächenmessung (Lenk) ... 44
4. Winkelmessung (bis D Lenk, ab E Henning) ... 45
5. Volummessung (bis B Henning, ab C Erk †) ... 49

**III. Zeitmessung** ... 59

1. Messung von Zeitintervallen (Scheibe) ... 59
2. Schwerebeschleunigung, Gravitationskonstante (Meisser) ... 63
3. Umlaufsgeschwindigkeit (Henning) ... 69

**IV. Mechanik starrer Körper (Henning)** ... 71

1. Schwingung um eine Ruhelage ... 71
2. Direktionskraft ... 74
3. Trägheitsmoment ... 75

Seite

V. Dehnung und Drillung (Justi) ... 76
1. Dehnungsmodul ... 77
2. Drillingsmodul ... 84
3. Poissonsche Konstante ... 86

VI. Festigkeit und Härte (Justi) ... 87
1. Bruchfestigkeit ... 87
2. Härte und Eindringungsfestigkeit ... 89

VII. Zusammendrückbarkeit fester und flüssiger Stoffe (Ebert) ... 90
1. Allgemeines ... 90
2. Feste Körper ... 91
3. Flüssigkeiten ... 93

VIII. Zähigkeit (Erk † u. Fritz) ... 95
1. Grundlagen ... 95
2. Meßverfahren und -geräte ... 99

IX. Oberflächenspannung (Kapillarkonstante) (Moser) ... 103
1. Allgemeines ... 103
2. Meßverfahren ... 104

X. Akustik (Grützmacher) ... 110
1. Allgemeines ... 110
2. Schallsender ... 113
3. Schallempfänger (Mikrophon) ... 121
4. Messung der Schallfeldgrößen ... 125
5. Schallausbreitung ... 135
6. Schallaufzeichnung ... 140
7. Klanganalyse ... 141
8. Der Mensch als Schallsender und Schallempfänger ... 144
9. Frequenzband für Sprach- und Musikübertragung ... 146

ZUSTANDSGRÖSSEN UND WÄRME

I. Temperatur (Henning) ... 147
1. Die Temperaturskala ... 147
2. Erzeugung konstanter Temperaturen ... 149
3. Das Gasthermometer als Grundlage der Temperaturmessung 155
4. Praktische Temperaturmeßgeräte ... 158

II. Druck ... 176
1. Vakuum (Ebert und Gielessen) ... 176
2. Atmosphärendruck und kleine Druckunterschiede (Ebert) ... 190
3. Hochdruck (Ebert) ... 195

III. Dichte (Otto) ... 205
1. Definitionen ... 205
2. Dichte von Flüssigkeiten ... 206
3. Dichte fester Körper ... 209
4. Berichtigungen bei Dichtebestimmungen fester und flüssiger Stoffe ... 212
5. Dichte von Gasen und Dämpfen ... 214

Seite

IV. **Ausdehnung durch Wärme (Otto)** ..... 223

1. Allgemeines, Definitionen ..... 223
2. Ausdehnung fester Körper ..... 223
3. Ausdehnung von Flüssigkeiten ..... 226
4. Ausdehnung von Gasen ..... 227

V. **Gleichgewicht verschiedener Phasen** ..... 228

1. Schmelzpunkt, Erstarrungspunkt reiner Stoffe (Otto) ..... 228
2. Siedepunkt und Sättigungsdruck reiner Stoffe (Otto) ..... 230
3. Kritischer Punkt (Otto) ..... 234
4. Gefrierpunkt, Siedepunkt und Sättigungsdruck von Lösungen (Otto) ..... 235
5. Sorption (Justi) ..... 239

VI. **Mischung von Gasen und Flüssigkeiten** ..... 241

1. Feuchtigkeit der Luft (Ebert) ..... 241
2. Diffusion (Erk †) ..... 247
3. Osmose (Erk †) ..... 251

VII. **Wärmemenge** ..... 252

1. Allgemeines (Moser) ..... 252
2. Spezifische Wärme (Moser) ..... 260
3. Wärmetönungen (A bis C sowie E und F Moser, D Justi) ... 268
4. Wärmeäquivalent (Moser) ..... 274

VIII. **Wärmeübertragung durch Leitung und Konvektion (Fritz)** .... 275

1. Allgemeines zur Wärmeleitung ..... 275
2. Wärmeleitung fester Stoffe ..... 278
3. Wärmeleitung von Flüssigkeiten ..... 285
4. Wärmeleitung von Gasen ..... 285
5. Wärmekonvektion ..... 286

IX. **Wärmestrahlung (Hoffmann)** ..... 289

1. Allgemeine Gesetze der Temperaturstrahlung ..... 289
2. Strahlungsquellen und Strahlungsempfänger ..... 292
3. Strahlungsmessungen ..... 298

X. **Tiefe Temperaturen (Steiner)** ..... 307

1. Erzeugung tiefer Temperaturen ..... 307
2. Besondere Maßnahmen bei Arbeiten in tiefer Temperatur ... 310
3. Anwendung tiefer Temperaturen ..... 314

**OPTIK**

I. **Geometrische Optik (Wetthauer)** ..... 318

1. Allgemeines ..... 318
2. Konstanten optischer Systeme ..... 326
3. Optische Instrumente ..... 338

Seite

II. Spektrum und Interferenz (Schönrock †) ..... 351

1. Erzeugung des Lichtes ..... 351
2. Messung der Wellenlänge ..... 359
3. Messung der Brechungszahl ..... 386
4. Prüfung auf optische Homogenität und Planparallelismus ... 418

III. Spektroskopie der Atome und Moleküle (Ritschl) ..... 427

1. Allgemeines ..... 427
2. Meßverfahren im ultraroten Gebiet ..... 428
3. Meßverfahren im photographischen Gebiet ..... 433
4. Atomspektren ..... 438
5. Molekülspektren ..... 457

IV. Polarisation und optisches Drehvermögen (Schönrock †) ..... 464

1. Lineare Polarisation und Doppelbrechung ..... 464
2. Optisches Drehvermögen ..... 475
3. Elliptisch polarisiertes Licht ..... 489

V. Photometrie (Korte) ..... 508

1. Allgemeines ..... 508
2. Visuelle Photometrie gleichfarbiger Lichtquellen ..... 513
3. Visuelle Messung verschiedenfarbiger Lichtquellen ..... 521
4. Objektive Photometrie gleich- und verschiedenfarbiger Lichtquellen ..... 523
5. Spektralphotometrie ..... 525
6. Messung lichttechnischer Größen ..... 529

Sachverzeichnis ..... 535

Tabellen s. Bd. 2

## Einheitszeichen

**Nach DIN 1301**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| km | Kilometer | $mm^3$ | Kubikmillimeter | C | Coulomb |
| m | Meter | kg | Kilogramm | J | Joule |
| dm | Dezimeter | g | Gramm | W | Watt |
| cm | Zentimeter | dg | Dezigramm | F | Farad |
| mm | Millimeter | cg | Zentigramm | H | Henry |
| $\mu$ | Mikron | mg | Milligramm | mA | Milliampere |
| $m^2$ | Quadratmeter | h | Stunde | kW | Kilowatt |
| $dm^2$ | Quadratdezimeter | min | Minute | MW | Megawatt |
| $cm^2$ | Quadratzentimeter | s | Sekunde | $\mu$F | Mikrofarad |
| $mm^2$ | Quadratmillimeter | ° | Celsiusgrad | MΩ | Megohm |
| l | Liter | cal | Kalorie (je Gramm | kVA | Kilovoltampere |
| ml | Milliliter | kcal | Kilokalorie | Ah | Amperestunde |
| $m^3$ | Kubikmeter | A | Ampere | kWh | Kilowattstunde |
| $dm^3$ | Kubikdezimeter | V | Volt | | |
| $cm^3$ | Kubikzentimeter | Ω | Ohm | | |

**Nach DIN 1348**

kp Kilopond

# ALLGEMEINES ÜBER MESSUNGEN

## I. Die Maßsysteme

### 1. Das CGS-System

Eine Größe messen heißt, sie durch eine Zahl darstellen, die angibt, wie oft die zugehörige Maßeinheit in der zu messenden Größe enthalten ist. Die zu messende Größe und die zugehörige Einheit müssen von derselben Art sein. Es darf niemals eine physikalische Zahl angegeben werden, ohne die zugehörige Einheit zu nennen.

Das Produkt aus „Zahlenwert" und „Einheit" wird als physikalische „Größe" bezeichnet. Bei Wechsel der „Einheit" bleibt die „Größe" ungeändert. Der „Zahlenwert" ist dem Maßwert der „Einheit" immer umgekehrt proportional.

Die Hauptaufgabe dieses Buches ist es, die erprobten Methoden anzugeben, die in den verschiedenen Gebieten der praktischen Physik angewendet worden sind, um eine Größe zu messen. Trotz einer noch so sorgfältigen Messung kann ein Beobachtungsergebnis wertlos sein, wenn die zugrunde gelegte Einheit nicht genügend sichergestellt ist. Deshalb muß zunächst auf die Einheiten selbst, insbesondere auf ihre Definition und auf die Methoden zu ihrer Verwirklichung, eingegangen werden.

Von den zahlreichen physikalischen Einheiten nehmen drei, nämlich die Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit, eine besondere Stellung ein. Es sind dies die mechanischen Grundeinheiten. Alle anderen physikalischen Einheiten (mit alleiniger Ausnahme des Grades der Temperaturskala) können entweder vollständig auf jene zurückgeführt werden oder schließen sich doch unmittelbar an sie an. Bei den elektrischen und magnetischen Einheiten wird zusätzlich noch eine vierte Grundeinheit gefordert.

Es ist z. B. die Einheit der Beschleunigung auf die Einheiten der Geschwindigkeit und der Zeit, die Einheit der Kraft auf die Einheiten der Beschleunigung und der Masse zurückzuführen. Die Einheit der elektrischen Stromstärke schließt sich an die Einheit der Kraft an.

Andere Einheiten wie diejenige der photometrischen Helligkeit oder der Röntgendosis gehen außer auf die Grundeinheiten noch auf gewisse spezielle Stoffeigenschaften zurück, wie auf die Schmelztemperatur des Platins oder die Ionisation der Luft unter bestimmten Bedingungen. Auf Einheiten dieser Art soll in diesem Abschnitt nicht näher eingegangen werden. Sie sind ausführlich in den ihnen entsprechenden Abschnitten des Buches behandelt. Das gleiche gilt von solchen Maßgrößen, die zwar vollständig auf die Grundeinheiten (einschließlich des Grades) zurückführbar sind, die aber lediglich dazu dienen, spezielle Stoffeigenschaften zu bestimmen, wie Dichte, Wärmeleitungsvermögen usw.

Bezeichnet man allgemein die Längeneinheit mit $l$, die Masseneinheit mit $m$ und die Zeiteinheit mit $t$, so ist die Geschwindigkeit darstellbar als $l \cdot t^{-1}$, die Beschleunigung als $l \cdot t^{-2}$, die Kraft als $l \cdot m \cdot t^{-2}$ usw. Der Exponent von $l$, $m$ oder $t$ stellt die Dimension der Größenart bezüglich Länge, Masse oder Zeit dar. Gewöhnlich wird aber das in eckige Klammern gesetzte Produkt der zu den betreffenden Potenzen erhobenen Faktoren $l$, $m$ und $t$ als die Dimension der Größe bezeichnet.

Mit Hilfe der Dimension kann man leicht den Übergang von einer Gruppe von Grundeinheiten zu einer anderen vornehmen, etwa von Zentimeter (cm), Gramm (g) und Sekunde (s) zu Meter (m), Kilogramm (kg) und Stunde (h). Wenn die abgeleitete Einheit eine Grundeinheit zur $p$-ten Potenz enthält, so ändert sich, sobald die Grundeinheit im Verhältnis $n:1$ geändert wird, die abgeleitete Einheit im Verhältnis $n^p:1$. Der Zahlenwert einer in dieser Einheit ausgedrückten Größe wird hierdurch also gegen früher im Verhältnis $n^{-p}:1$ geändert.

Jede richtige Formel muß die Bedingung der Homogenität erfüllen, d. h. alle in ihr additiv vorkommenden Glieder, also auch ihre rechte und linke Seite, müssen von derselben Größenart sein. Sie müssen bei Anwendung eines einheitlichen Maßsystems gleiche Dimensionen zeigen. Man sollte nie versäumen, auf das Resultat einer Formelrechnung dieses einfache Prüfungsmittel anzuwenden.

Nicht selten kann man aus einer Dimensionsbetrachtung sogar auf ein Naturgesetz schließen.

Runge, Phys. Z. 14, 102, 1916; Hopf, Verh. D. Phys. Ges. 1, 15, 1920 u. Naturwiss. 8, 107, 1920; Schiller, Z. Phys. 5, 159, 1921; Bridgman u. Holl, Theorie d. physikalischen Dimensionen. Leipzig 1932.

Das System der abgeleiteten Einheiten ist an den elektrischen und magnetischen Größen entwickelt worden. Gauß und Weber führten zuerst diese Größen auf Länge, Masse und Zeit zurück und nannten das so entstehende Maßsystem absolut im Gegensatz zu den bis dahin wenig rationellen Maßen. Während die Technik ihre Maßeinheiten auf dem Meter (m), dem Kilogramm-Kraft, das Kilopond (kp) genannt wird, und der Stunde (h) aufbaut, bevorzugt die reine Physik das Zentimeter (cm), das Gramm-Masse (g) und die Sekunde (s) als Grundeinheiten; die hierauf gegründeten Einheiten heißen [cm-g-s] oder CGS-Einheiten. Indessen werden im elektrischen Meßwesen alle Maßeinheiten des sogenannten praktischen Systems heute vielfach auf Ampere, Volt, Zentimeter und Sekunde bezogen.

Über Grundeinheiten und Maßsysteme vgl. Wallot, Phys. in regelm. Ber. 1, 1933 u. 5, 1937; 10, 1942; ETZ. 64, 13, 1943. Über Dimensionen vgl. Fischer, Phys. Z. 37, 120, 1936; Mie, Lehrbuch d. Elektr. u. d. Magnetismus. Stuttgart 1941; Oberndorfer, A.T.M V30–2, 1942; Bodea, Das Kalantaroff-Giorgische Maßsystem. München-Berlin 1943.

## 2. Die physikalischen Grundeinheiten

Die Einheiten der Länge und der Masse sind erneut in dem Maß- und Gewichtsgesetz vom 13. Dez. 1935 durch deutsches Reichsgesetz festgelegt. Hiernach sind die Grundlagen das Meter und das Kilogramm.

Das Meter (m) ist auf Grund der internationalen Meterkonvention vom 20. Mai 1875 der Abstand der Endstriche desjenigen auf der Temperatur des schmelzenden Eises befindlichen Maßstabes, der von der internationalen Generalkonferenz für Gewichte und Maße als internationales Prototyp des Meters unter 31 miteinander verglichenen gleichwertigen Maßstäben ausgewählt ist und in dem internationalen Büro für Gewichte und Maße in Sèvres bei Paris niedergelegt wurde.

Gemäß einer Festsetzung durch die französische Akademie der Wissenschaften war ursprünglich beabsichtigt, die Längeneinheit gleich dem $10^7$. Teil des durch Paris gehenden Erdmeridianquadranten zu machen. Sie erhielt den Namen 1 Meter.

Später hat sich indessen herausgestellt, daß der Meridianquadrant 10002300 m lang ist. Die Meterprototype bestehen aus einer Legierung von 90 % Pt mit 10 % Ir und haben x-förmigen Querschnitt. Das deutsche Prototyp trägt die Nr. 18, es hat bei der Temperatur $t°$ die Länge $0{,}99999850 + (8{,}621\,t + 0{,}00180\,t^2 \pm 0{,}2)$ mal $10^{-6}$ m. Um die angegebene Fehlergrenze innehalten zu können, muß die Temperatur des Stabes auf etwa 0,02° sicher gegeben sein.

Auf Grund neuerer Forschungen ist damit zu rechnen, daß die Metallegierungen infolge von spontaner Umkristallisation mit der Zeit sehr geringe Volumänderungen erfahren. Deshalb hat man zuverlässiger das Längennormal durch die Wellenlänge der roten Kadmiumlinie oder der grünen Kryptonlinie dargestellt. Die 7. internationale Generalkonferenz für Gewichte und Maße hat 1927 vorläufig festgesetzt, daß die Strecke, die 1553164,13 Wellenlängen der roten Kadmiumlinie in trockener Luft mit normalem Gehalt an Kohlensäure (0,03 Vol %) bei 15° und dem Druck einer Atmosphäre einnehmen, gleich 1 Meter zu setzen ist. Nach § 5 des deutschen Maß- und Gewichtsgesetzes vom 13. 12. 1935 wird der tausendste Teil eines Millimeters (mm) als Mikron ($\mu$) und der tausendste Teil eines Mikron als Millimikron (m$\mu$) bezeichnet.

In der Spektralanalyse ist, ohne daß hierfür eine amtliche Festsetzung vorliegt, auch die Angströmeinheit (Å oder ÅE) = $10^{-8}$ cm in Gebrauch.

Es wird unterteilt ein Quadratkilometer ($km^2$) in 100 Hektar (ha); ein Hektar in 100 Ar (a), ein Ar in 100 Quadratmeter (qm). Dem Kubikdezimeter gleich gilt im Verkehr der Raum, den ein Kilogramm reines Wasser bei seiner größten Dichte unter dem Druck einer Atmosphäre einnimmt. Die Raumgröße heißt das Liter. Der hundertste bzw. tausendste bzw. millionte Teil von einem Liter (l) heißt Zentiliter (cl) bzw. Milliliter (ml) bzw. Mikroliter ($\mu$l). Das Hundertfache von einem Liter heißt Hektoliter (hl).

Es ist üblich, Vielfache und Bruchteile der Maßeinheiten durch Vorsilben zu bezeichnen. So bedeutet allgemein: Tera (T) = $10^{12}$, Giga (G) = $10^9$, Mega (M) = $10^6$, Kilo (k) = $10^3$, Hekto (h) = $10^2$, Deka (D) = 10, Dezi (d) = $10^{-1}$, Zenti (c) = $10^{-2}$, Milli (m) = $10^{-3}$, Mikro ($\mu$) = $10^{-6}$, Nano (n) = $10^{-9}$, Pico (p) = $10^{-12}$.

Das Kilogramm (kg) wird in derselben Weise wie das Meter durch ein im internationalen Büro für Gewichte und Maße aufbewahrtes Prototyp aus Platin-Iridium dargestellt. Es war ursprünglich beabsichtigt, die Masseneinheit derjenigen Wassermasse gleich zu machen, die bei 4° C und dem Druck einer Atmosphäre das Volum von $\frac{1}{1000}$ Kubikmeter ($m^3$) oder 1 Kubikdezimeter ($dm^3$) füllt. Später hat sich ergeben, daß diese Wassermasse gleich 0,999972 kg ist. Das deutsche Urmaß für die Masse ist durch einen mit Nr. 22 bezeichneten Zylinder aus Platin-Iridium von 39 mm Höhe und 39 mm Durchmseser gegeben.

Nach der Vergleichung vom Jahre 1936 besitzt das deutsche Ur-Kilogramm die Masse 0,99999998 kg.

In dem deutschen Maß- und Gewichtsgesetz wird als Massengröße außer dem Gramm (g), dem Milligramm (mg), dem Hektogramm (hg), dem Doppelzentner (dz) und der Tonne (t) noch das „metrische Karat" eingeführt, es ist gleich $\frac{1}{5}$ Gramm.

Vgl. Plato, Die Maß- und Gewichtsordnung. Berlin 1912; Plato u. Block, Messen u. Wägen. Leipzig 1928; Stark, Forschung u. Prüfung. Leipzig 1937.

Ein wichtiges Maß für die Masse ist das „Mol". Für einen chemisch reinen Stoff vom Molekulargewicht $M$ ist 1 Mol die Masse von $M$ g.

Die Einheit der Zeit wird ohne Rücksicht auf die dezimalen Einheiten durch den mittleren Sonnentag gemessen, der in 86400 s eingeteilt ist.

Um die Klärung aller Fragen, welche die Maßeinheiten betreffen, hat sich der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen große Verdienste erworben. Die Ergebnisse dieser Bemühungen sind in mehreren „Normblättern" niedergelegt, z. B. DIN 1325 und 1339.

## 3. Die wichtigsten Einheiten der Mechanik und Wärmelehre

In der folgenden Zusammenstellung ist neben der üblichen Buchstabenbezeichnung (Symbol) die Dimension der Größe in einer eckigen Klammer angegeben. Die der Größe zugehörige Maßeinheit im CGS-System wird, falls kein von 1 verschiedener Faktor hinzutritt, dadurch dargestellt, daß in dem Ausdruck für die Dimension die Größen $l$, $m$, $t$ durch cm, g, s ersetzt sind.

**Fläche.** $F = [l^2]$. Einheit ist das Quadrat über der Längeneinheit.

**Raum.** $V = [l^3]$. Einheit ist der Würfel über der Längeneinheit. Die physikalische Grundeinheit ist das Kubikzentimeter ($cm^3$). Da aber nur an sehr einfach gestalteten Körpers das Volum durch Längenmessungen bestimmt werden kann, so hat man eine zweite, weit häufiger angewendete Volumeinheit eingeführt, die an die Grundeinheit der Masse anknüpft. Es ist dies dasjenige Volum, das 1 kg bzw. 1 g reinen Wassers bei der Temperatur seiner größten Dichte (4° C) und bei dem Druck einer Atmosphäre einnimmt. Dieses Volum heißt 1 Liter (l) bzw. 1 Milliliter (ml). Diese Einheiten sind um einen Zahlenfaktor von den Grundeinheiten verschieden. Sie werden außer durch die Grundeinheit der Masse noch durch die Eigenschaften eines bestimmten Stoffes, der sich unter bestimmten Bedingungen befindet, definiert. Es ist 1 ml = 1,000028 $cm^3$.

**Winkel.** $\alpha = [l^0]$. Ein Winkel ist bestimmt durch das Verhältnis der Länge eines Kreisbogens zu dem zugehörigen Halbmesser. Für die Einheit des Winkels (im Bogenmaß) ist dies Verhältnis 1. Der Winkel 1, der auch Radiant genannt wird, mißt (im Gradmaß ausgedrückt) $180/\pi = 57{,}29578°$.

**Geschwindigkeit.** $v = [lt^{-1}]$. Sie wird bestimmt durch das Verhältnis zwischen einer zurückgelegten Weglänge und der hierfür benötigten Zeit.

Die Geschwindigkeit des Lichtes beträgt $c = 2{,}9977 \cdot 10^{10}$ cm · $s^{-1}$. 1 Knoten = 1 Seemeile/h = 1,85325 km/h = 51,48 cm $s^{-1}$.

**Winkelgeschwindigkeit.** $\omega = \frac{d\alpha}{dt} = [t^{-1}]$. Ein Umlauf je Sekunde oder eine ganze Periode je Sekunde heißt ein Hertz (Hz). Frequenz $\nu$ ist die Anzahl der Perioden je Sekunde. $\omega = 2\pi\nu$ heißt auch Kreisfrequenz.

**Bewegungsgröße oder Impuls.** $mv = [lmt^{-1}]$. Sie wird bestimmt durch das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit.

**Beschleunigung.** $b = [lt^{-2}]$. Sie wird bestimmt durch das Verhältnis zwischen einer Geschwindigkeitsänderung und der hierfür benötigten Zeit. Der Quotient cm · $s^{-2}$ wird gelegentlich als 1 Galilei oder 1 Gal bezeichnet.

Als normale Schwerebeschleunigung gilt allgemein $g_n = 980{,}665$ cm · s$^{-2}$. Es war beabsichtigt, durch diese Zahl die Schwerebeschleunigung an der Erdoberfläche (Meereshöhe Null) bei 45° geogr. Breite darzustellen. Doch erwies sich später, daß hier die Beschleunigung $g_{45°} = 980{,}63$ cm · s$^{-2}$ beträgt (Tab. 17).

**Winkelbeschleunigung.** $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = [t^{-2}]$.

**Kraft.** $P = [lmt^{-2}]$. Sie ist bestimmt durch das Produkt einer Masse $m$ mit der durch die Einwirkung der Kraft ihr erteilten Beschleunigung $b$; $P = mb$; [cm · g · s$^{-2}$] = 1 dyn. $10^5$ dyn = 1 Großdyn (DYN) ist die Kraft im m-kp-s-System.

Im normalen Schwerefeld (s. Beschleunigung) wird auf die Masse 1 g die Kraft 980,665 dyn ausgeübt. 1 dyn ist die Kraft, mit der die normale Schwere auf einen Körper der Masse 0,00101972 g wirkt.

**Gewicht.** $G = [lmt^{-2}]$. Die im Schwerefeld auf einen Körper der Masse $m$ wirkende Kraft $P_s$ wird als das Gewicht dieses Körpers bezeichnet. Da die Größe der Kraft von der am Beobachtungsort herrschenden Schwerebeschleunigung $g$ abhängt, so ist genauer noch die Reduktion auf die normale Schwerebeschleunigung $g_n$ (s. Beschleunigung) vorzunehmen: $G = P_s \cdot \frac{g_n}{g} = mg_n$. In dem eingebürgerten Sprachgebrauch wird fast stets die Einheit des Gewichts ebenso wie die Einheit der Masse Kilogramm oder Gramm genannt, und es wird das Gewicht eines Körpers numerisch gleich seiner Masse gesetzt. Wo Verwechselungen möglich sind, ist zwischen kg-Gewicht und kg-Masse bzw. zwischen g-Gewicht und g-Masse zu unterscheiden.

Im technischen Maßsystem dient die Kraft als Grundmaß, und seine Einheit ist das kg-Gewicht bei Normbeschleunigung durch die Schwerkraft (Normgewicht). Hierfür ist das Wort „Kilopond" vorgeschlagen worden. Die Physikalisch-Technische Reichsanstalt ist diesem Vorschlag beigetreten und hat bis zur gesetzlichen Regelung in ihrem Geschäftsbereich einstweilen für die im normalen Schwerefeld auf die Massen von 1 kg, 1 g oder 1 mg ausgeübte Kraft die Bezeichnungen Kilopond (kp), Pond (p) oder Millipond (mp) eingeführt.

**Druck.** $p = [l^{-1}mt^{-2}]$. Er ist bestimmt durch das Verhältnis zwischen einer Kraft $P$ und der Größe derjenigen Fläche $F$, auf die diese Kraft entgegen der Flächennormalen wirkt. $p = \frac{P}{F}$. Wirkt die Kraft in Richtung der Flächennormalen, so heißt sie Zug.

[cm$^{-1}$ · g · s$^{-2}$] = [dyn · cm$^{-2}$] = 1 Mikrobar = $10^{-6}$ Bar. (Früher hat man [dyn · cm$^{-2}$] als 1 Bar bezeichnet.) Eine Atmosphäre (Atm) ist der Druck, den eine 76 cm hohe Quecksilbersäule im normalen Schwerefeld auf die Grundfläche ausübt, falls das Quecksilber je cm$^3$ eine Masse von 13,5951 g besitzt (das ist seine Dichte bei 0° und 1 Atm. Druck). Diese Definition vermeidet den logischen Zirkelschluß, daß die Dichte des Hg erst durch die Angabe eines Druckes vollständig bestimmt ist. Die Definition ist am 4. 10. 1927 auf der internationalen Generalkonferenz für das Gewichts- und Meßwesen in Paris anläßlich der Vereinbarungen über die Temperaturskala beschlossen worden (vgl. Henning und Otto, Z. Phys. **49**, 743, 1928). Dieselbe Definition liegt auch den Beschlüssen der internationalen Dampftafel-Konferenz zugrunde (vgl. Henning, Z. VDI. **79**, 1362, 1935).

1 Atm. $= 76 \cdot 13{,}5951 \cdot 980{,}665$ dyn $\cdot$ cm$^{-2}$ $= 1{,}01325$ Bar $= 1013{,}25$ Millibar $= 1{,}03323$ kp $\cdot$ cm$^{-2}$. Der Druck von 1 mm Quecksilber (Hg) wird 1 Torr genannt; 1 mm Hg $= 1333{,}2$ dyn $\cdot$ cm$^{-2}$ oder Mikrobar. Von der physikalischen Atmosphäre (Atm) unterscheidet sich um etwa 3,3 % die technische Atmosphäre (at). Sie wird durch den Druck dargestellt, den 1 kp auf eine Fläche von 1 cm$^2$ ausübt. 1 at $= 1$ kp $\cdot$ cm$^{-2}$ $= 0{,}980665$ Bar, entsprechend einer Quecksilbersäule von 735,56 mm Höhe. Im Wetterdienst wird der Luftdruck in Millibar angegeben.

**Energie.** $W = [l^2 m t^{-2}]$. Mit Energie bezeichnet man jede Form der Arbeit oder des Arbeitsvermögens. Mechanische Arbeit $A$ ist das Produkt aus einer Kraft $P$ und der Länge $l$ des Weges, längs dessen die Kraft mit ihrem vollen Betrage wirkt. $A = P \cdot l$; [cm$^2$ $\cdot$ g $\cdot$ s$^{-2}$] $=$ [dyn $\cdot$ cm] $=$ erg.
Das thermische Energiemaß ist die Kalorie (cal) (vgl. Wärmemenge). 1 erg $= 2{,}3893 \cdot 10^{-8}$ cal.
Wird im Schwerefeld 1 kg um 1 m gehoben, so wird die Arbeit 1 Meter-Kilopond (mkp) geleistet. Diese Arbeit wird noch meist als 1 Meterkilogramm bezeichnet. 1 mkp $= 0{,}980665 \cdot 10^8$ erg $= 2{,}3431$ cal.
Definitionsgemäß sind $10^7$ erg $= 1$ Wattsekunde (Ws) $= 1$ Joule (J). 1 Kilowatt-Stunde (kWh) $= 3{,}6 \cdot 10^{13}$ erg. Wird das Watt durch die internationalen elektrischen Einheiten ausgedrückt, so tritt zu dieser Beziehung noch ein Zahlenfaktor hinzu, der von 1 sehr wenig verschieden ist (vgl. elektrische Maßsysteme, S. 8 u. Tab. 74).
Kinetische Energie ist das Produkt aus einer Masse $m$ und dem halben Quadrat ihrer Geschwindigkeit $v$; $m \cdot v^2 = [l^2 m t^{-2}]$. Volumarbeit ist die Veränderung $\Delta V$ eines Volums $V$ bei gleichzeitiger Überwindung des Druckes $p$, der auf der Oberfläche des Volums lastet. Sie wird gemessen durch das Produkt $p \cdot \Delta V = [l^2 m t^{-2}]$; 1 cm$^3$-Atm. $= 1{,}01325 \cdot 10^6$ erg $= 2{,}4210 \cdot 10^{-2}$ cal (vgl. Wärmemenge u. Tab. 74).

**Leistung.** $N = [l^2 m t^{-3}]$. Sie ist bestimmt durch das Verhältnis einer geleisteten Arbeit $A$ zu der dafür benötigten Zeit $t$; $N = \frac{A}{t}$.
[cm$^2$ $\cdot$ g $\cdot$ s$^{-3}$] $=$ [erg $\cdot$ s$^{-1}$] $= 10^{-7}$ W. Im technischen Maß wird die Leistung noch oft durch die Pferdestärke (PS) gemessen. 1 PS $= 75$ mkp $\cdot$ s$^{-1}$.

**Wirkung.** $[l^2 m t^{-1}]$. Sie ist bestimmt durch das Produkt aus der geleisteten Arbeit und der dafür benötigten Zeit.
Das Plancksche elementare Wirkungsquantum hat den Wert $h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ erg $\cdot$ s. Das Produkt von $h$ mit einer Frequenz liefert das elementare Energiequantum.

**Drehmoment.** $M = [l^2 m t^{-2}]$. Das Drehmoment einer Kraft ist ein Vektor, der senkrecht auf dem durch die Kraft und ihren Hebelarm bestimmten Parallelogramm steht. Sein Zahlenwert ist gleich dem Flächeninhalt des Parallelogramms.

$$[\text{cm}^2 \cdot \text{g} \cdot \text{s}^{-2}] = [\text{dyn} \cdot \text{cm}] = 0{,}001020 \text{ cm} \cdot \text{p}.$$

**Direktionskraft oder Richtkraft.** $D = [l^2 m t^{-2}]$. Die Direktions- oder Richtkraft mißt die Stabilität der Gleichgewichtslage eines um eine Achse drehbaren Körpers. Die Ablenkung aus der Gleichgewichtslage um den kleinen Winkel $\alpha$ erzeugt ein mit $\alpha$ proportionales Drehmoment $M$ (vgl. Drehmoment). Das Verhältnis $\frac{M}{\alpha} = D$ heißt Direktionskraft.

**Trägheitsmoment.** $J = [l^2 m]$. Das Trägheitsmoment eines Körperelementes in bezug auf eine Drehachse wird dargestellt als Produkt der Masse $dm$ des Körperelementes mit dem Quadrat seines Abstandes $l$ von der Drehachse.

**Temperatur.** $T$ oder $t$. Sie steht außerhalb des durch Länge, Masse und Zeit bestimmbaren Maßsystems und wird mit Hilfe der Thermodynamik definiert. Diese liefert aber nur eine Beziehung, durch die das Verhältnis zweier (absoluter) Temperaturen ($T$) gleich dem Verhältnis zweier Energiemengen und im speziellen zweier Wärmemengen gesetzt wird. Hieraus ist also weder die Dimension noch die Maßeinheit für die Temperatur ableitbar. Um die Maßeinheit zu gewinnen, würde es genügen, eine bestimmte Temperatur beliebig festzusetzen, Statt dessen hat man aber zwei bestimmte Temperaturen festgesetzt, nämlich den normalen Eisschmelzpunkt zu 0° und den normalen Wassersiedepunkt zu 100°. Dies erfordert die Einführung einer zweiten Temperaturskala (Celsius-Skala) derart, daß zwischen der thermodynamischen Temperatur $T$ und der Celsiustemperatur $t$ eine konstante Differenz besteht. Dies wurde zu $T - t = 273{,}16°$ ermittelt. Die Celsiustemperatur wird durch ° oder °C, die absolute Temperatur durch °abs. oder ° K bezeichnet. Es ist also 0° C = 273,16° abs. und 0° abs. = — 273,16° C. Durch Reichsgesetz ist die hier mit $t$ bezeichnete Temperatur in Deutschland am 7. August 1924 amtlich eingeführt worden (S. 147).

**Wärmemenge.** $Q$. Die Definition der Wärmemenge oder Wärmeenergie ist bisher ähnlich wie die des Liters (vgl. Raum, S. 4) an eine spezielle Eigenschaft des Wassers gebunden. Diejenige Wärmemenge, durch die 1 g bzw. 1 kg Wasser bei Atmosphärendruck von 14,5 auf 15,5° C erwärmt wird, heißt 1 Kalorie (cal) bzw. eine Kilokalorie (kcal) (Reichsgesetz vom 7. August 1924).
1 cal = $4{,}1853 \cdot 10^7$ erg = 4,1840 int. J. oder int. Ws; 1 int. kWh = 860,41 kcal; 1 kcal = 426,78 mkp.

Der Zusatz „int." bedeutet, daß die internationalen elektrischen Einheiten zugrunde gelegt sind (S. 8). Nach dem deutschen Reichsgesetz über die Temperaturskala und die Wärmeeinheit vom 7. August 1924 ist die Kilowattstunde 860 Kilokalorien gleich zu erachten. Es handelt sich hier um einen Umrechnungsfaktor für technische Messungen. Zu beachten ist, daß das auf den elektrischen Einheiten beruhende internationale Watt (S.11, Stromleistung) nicht genau mit dem hier (s. Leistung) definierten absoluten Watt übereinstimmt.

Da alle genauen thermischen Energiemessungen auf elektrischem Wege ausgeführt werden und auf den internationalen elektrischen Einheiten beruhen, so ist man bestrebt, die Wärmeeinheit nicht mehr auf eine spezielle Eigenschaft des Wassers zu gründen, sondern durch die internationalen elektrischen Größen zu definieren. Die internationale Dampftafelkonferenz London 1929 hat $1\,\text{kcal}_{\text{IT}} = \frac{1}{860}$ int. kWh oder $1\,\text{cal}_{\text{IT}} = 4{,}1860$ int. Ws gesetzt (s. W. H. Keesom, Procès-verbaux Comité consultatif de Thermométrie Paris 1939, S. 110ff., zusammenfassendes Referat über die Wärmeeinheit).

**Entropie.** $S = [l^2 m t^{-2}\,\text{Grad}^{-1}]$. Der unmittelbaren Messung ist nur eine Entropieänderung $\Delta S$ zugänglich, die durch das Verhältnis des einem Körper bei umkehrbarer Zustandsänderung zugeführten Wärmemenge $Q$ zu der absoluten Temperatur $T$ bestimmt wird, die der betreffende Körper gleichzeitig besitzt: $\Delta S = \frac{Q}{T}$. Es ist in Aussicht genommen, die Einheit der Entropieänderung [cal · Grad$^{-1}$] mit 1 Clausius zu bezeichnen.

## 4. Die elektromagnetischen Maßsysteme

In dem deutschen Reichsgesetz über die elektrischen Maßeinheiten vom 1. Juni 1898 ist nur das Ohm (Ω) und das Ampere (A) durch folgende Festsetzungen definiert.

„Das Ohm ist die Einheit des elektrischen Widerstandes. Es wird dargestellt durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem, einem Quadratmillimeter gleich zu achtenden Querschnitt 106,3 cm und deren Masse 14,4521 g beträgt."

„Das Ampere ist die Einheit der elektrischen Stromstärke. Es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, welcher bei dem Durchgange durch eine wässerige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001118 g Silber niederschlägt."

Diese Festsetzungen sind im Jahre 1908 international angenommen worden. Da das Ampere keine greifbare Einheit darstellt, so werden in der Praxis die Messungen auf geeichte Normalwiderstände und Normalelemente zurückgeführt. Als Normalelement dient nach internationaler Übereinkunft das Westonsche Kadmiumelement, dessen elektromotorische Kraft nach dem Ohmschen Gesetz durch das internationale Ohm und das internationale Ampere bestimmbar ist und nach eingehenden Messungen seit dem 1. Januar 1911 international zu 1,01830 int. Volt bei 20° angenommen wird.

Man hatte die Absicht, die internationalen elektrischen Einheiten so nahe wie möglich mit den sogenannten praktischen elektromagnetischen Einheiten (die durch einfache Zahlenfaktoren auf die „absoluten" elektromagnetischen Einheiten und somit auf die mechanischen Einheiten zurückführbar sind und sich mittels der Maxwellschen Gleichungen ermitteln lassen) in Übereinstimmung zu bringen. Heute ist bekannt, daß das Verhältnis $p = 1$ int. Ohm : 1 prakt. Ohm $\doteq$ 1,0005, und daß das Verhältnis $q = 1$ int. Ampere : 1 prakt. Ampere $= 0{,}9999$ ist. Es ist vorgeschlagen, daß die bisherigen internationalen Einheiten auf Grund eines neuen internationalen Beschlusses und neuer nationaler Gesetze völlig durch die praktischen Einheiten des elektromagnetischen Systems ersetzt werden sollen, wobei $p = 1{,}00049$ und $q = 0{,}99985$ anzunehmen sei.

J. Wallot, Phys. in reg. Ber. **10**, 2, 1942; F. Hund, Phys. Z. **39**, 376, 1938; W. Jaeger, Die Entstehung der internationalen Maße der Elektrotechnik. Berlin 1932; J. Wallot, Phys. Z. **44**, 17, 1943.

Wenn von den vier Grundeinheiten, die für die Darstellung der elektromagnetischen Größen nötig sind, bei Gauß und Weber nur drei Grundeinheiten (Länge, Masse, Zeit) in die Erscheinung treten, so liegt die Erklärung darin, daß eine vierte Einheit (Dielektrizitätskonstante des Vakuums oder Verschiebungsgröße $\varepsilon_0$ bzw. Permeabilität des Vakuums oder Induktionskonstante $\mu_0$) stillschweigend angenommen wurde. Wird neben den zuerst genannten drei Einheiten als vierte die Verschiebungskonstante $\varepsilon_0$ eingeführt, so erhält man das elektrostatische System, wählt man statt dessen die Induktionskonstante $\mu_0$, so gewinnt man das elektromagnetische System. In dem speziell nach Gauß benannten System wird bei den spezifisch elektrischen Größen (Elektrizitätsmenge $e$, Stromstärke $I$, elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$, Verschiebungsgröße $\mathfrak{D}$, elektrische Spannung $U$, Induktionskoeffizient $L$ usw.) die Verschiebungsgröße $\varepsilon_0$, bei den spezifisch magnetischen Größen (magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$, magnetische Induktion $\mathfrak{B}$, magnetischer Fluß $\Phi = \int(\mathfrak{B}\, d\mathfrak{F})$ usw.) die Induktionskonstante $\mu_0$ als vierte Einheit angenommen.

Eine Übersicht über die Dimensionen der elektromagnetischen Größen gewinnt man durch Betrachtung der sie verbindenden wichtigsten Gleichungen. Bezeichnet man mit $a$ und $b$ zwei zunächst noch verfügbar bleibende Konstanten, so lauten in der üblichen Schreibweise die Maxwellschen Gleichungen

$$\text{(1)} \qquad \text{rot}\,\mathfrak{E} = -a\frac{d\mathfrak{B}}{dt}; \qquad \text{rot}\,\mathfrak{H} = b\frac{dI}{d\mathfrak{F}} + a\frac{d\mathfrak{D}}{dt}; \qquad \text{(2)}$$

$$\text{(3)} \qquad \text{div}\,\mathfrak{D} = \frac{b}{a}\frac{de}{dV}; \qquad \text{div}\,\mathfrak{B} = 0. \qquad \text{(4)}$$

Hieraus folgt, indem man $\mathfrak{D} = \varepsilon \cdot \mathfrak{E}$ und $\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}$ setzt, für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen

$$c = \frac{1}{a\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}, \qquad (5)$$

für die Coulombschen Gleichungen

$$\text{(6)} \qquad P_e = \frac{b}{4\pi a} \cdot \frac{e \cdot e_1}{\varepsilon \cdot r^2}, \qquad P_M = \frac{b}{4\pi a} \cdot \frac{M \cdot M_1}{\mu r^2} \qquad \text{(7)}$$

($e$ und $e_1$ elektrische Ladungen, $M$ und $M_1$ magnetische Polstärken),
für das Biot-Savartsche Gesetz

$$\text{(8)} \qquad d\mathfrak{H} = \frac{b}{4\pi}\frac{I}{r^2}[\mathfrak{r}_1, d\mathfrak{l}] \qquad \text{und} \qquad H = b \cdot z \cdot I \qquad \text{(9)}$$

($z$ Zahl der Windungen je Längeneinheit),

für das Induktionsgesetz $U = -a\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(IL)}{dt}$, (10)

wobei der magnetische Fluß mit $\Phi = \int(\mathfrak{B}\, d\mathfrak{F})$ (11)

und der Induktionskoeffizient mit

$$L = \frac{ab}{4\pi} \cdot \mu \cdot \int\int \frac{(d\mathfrak{l}_1 d\mathfrak{l}_2)}{r_{1,2}} \qquad (12)$$

bezeichnet ist.
Im Anschluß hieran erhält man für die Kraft $\mathfrak{P}$, mit der zwei von demselben Strom $I$ durchflossene Spulen aufeinander wirken,

$$\mathfrak{P} = I^2 \cdot \text{grad}\, L. \qquad (13)$$

Für die Konstanten $a$, $b$, $\varepsilon_0$, $\mu_0$, von denen wegen Gl. (5) nur drei voneinander unabhängig sind, gelten in den verschiedenen Maßsystemen die in der folgenden Tabelle genannten Werte. Die letzte Spalte der Tabelle enthält die verwendete Energieeinheit.

| System | $a$ | $b$ | $\varepsilon_0$ | $\mu_0$ | Energieeinheit |
|---|---|---|---|---|---|
| Gauß ..... | $\frac{1}{c}$ | $\frac{4\pi}{c}$ | 1 | 1 | Erg |
| elektrostatisches ..... | 1 | $4\pi$ | 1 | $\frac{1}{c^2}$ | Erg |
| elektromagnetisch-absolutes . | 1 | $4\pi$ | $\frac{1}{c^2}$ | 1 | Erg |
| elektromagnetisch-praktisches | 1 | 1 | $\frac{10^9}{4\pi c^2}$ | $4\pi\ 10^{-9}$ | $10^7$ Erg = 1 Ws |

In dem elektrostatischen und in den elektromagnetischen Systemen gilt nach Gl. (5) die Dimensionsbeziehung $[\varepsilon] = [l^{-2} t^2 \mu^{-1}]$ und nach Gl. (6)

$$[e] = \left[\text{Kraft} \cdot l \cdot \varepsilon^{\frac{1}{2}}\right] = \left[\text{Kraft} \cdot t \cdot \mu^{-\frac{1}{2}}\right].$$

Die Dimensionsgleichungen für die andern elektrischen und magnetischen Größen sind hieraus, wie im folgenden näher ausgeführt, unter Berücksichtigung der üblichen Definitionen mit Hilfe der Beziehungen (6) bis (13) abzuleiten.

Es sind mehrere elektromagnetisch-praktische Maßsysteme vorgeschlagen. In dem System von Mie-Oberndorf gelten als Grundeinheiten für die Länge $l$ das Zentimeter (cm), für die Zeit $t$ die Sekunde (s), ferner für die Stromstärke $I$ das Ampere (A) und für die Spannung $U$ das Volt (V). Die Induktionskonstante ist dann $\mu_0 = 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{cm}}$ und die Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_0 = \frac{10^9}{4\pi c^2} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{cm}}$ zu setzen, wobei die Lichtgeschwindigkeit $c$ in $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ auszudrücken ist. Die Maßeinheiten in diesem für alle elektromagnetischen Größen besonders anschaulichem System sind in Abschnitt 5 aufgenommen. Zu bemerken ist, daß das System von Mie-Oberndorf für mechanische Maße ungeeignet ist, da die Masse mit der Dimension $[e^{-2} \cdot t^3 \cdot I \cdot U]$ erscheint.

Von diesem Nachteil frei ist das Georgische System, dessen Grundeinheiten Länge (in cm), Masse (in g), Zeit (in s) und elektrischer Widerstand $R$ (in $\Omega$) sind. Die Größen für $\mu$ und $\varepsilon$ gewinnt man aus den entsprechenden Angaben für das System Mie-Oberndorf, indem man $\frac{\text{V}}{\text{A}} = R$ setzt.

Das System von Kalantaroff ist neben den Einheiten für die Länge $l$ und die Zeit $t$ auf die Einheit der Elektrizitätsmenge $e$ und des magnetischen Flusses $\Phi$ gestellt. Es hat vor allen andern Systemen den Vorzug, daß in den Dimensionen der verschiedenen Einheiten keine gebrochenen Exponenten auftreten. Aber auch in diesem System erhält die Masse ebenso wie in dem System von Mie-Oberndorf eine unübersichtliche Dimension $[e^{-2} \cdot t \cdot e \cdot \Phi]$.

## 5. Die wichtigsten Einheiten der Elektrizität und des Magnetismus im absoluten und praktischen elektromagnetischen System

Im folgenden wird nur auf die wichtigsten Größen des absoluten und des praktischen elektromagnetischen Systems eingegangen. Die auf das absolute elektromagnetische System bezogenen Größen sind mit einem $A$ als Index versehen. Die Größen des praktischen Systems sind stets ohne besondere Kennzeichnung geschrieben. Die Buchstabenbezeichnungen der einzelnen Größen (z. B. $I$ für die Stromstärke) beziehen sich auf die Zahlenwerte, die diese Größen in dem betreffenden System besitzen. In den Tabellen 72 und 73 sind die wichtigsten Größen des elektromagnetischen und des elektrostatischen Systems mit demjenigen des internationalen Systems zusammengestellt. In den verschiedenen Systemen verhalten sich die Einheiten umgekehrt wie die Zahlenwerte.

**Stromstärke.** $I = \left[l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{-\frac{1}{2}}\right]$. Sie ist theoretisch bestimmt durch eine mechanisch meßbare Kraft $\mathfrak{P}$, die in einem nicht magnetisierbaren Medium (Vakuum) zwischen zwei von dem Strom $I$ durchflossenen Spulen wirkt, gemäß der Beziehung $\mathfrak{P}_A = I_A^2 \cdot \text{grad}\, L'$ und $\mathfrak{P} = I^2 \cdot 10^{-9} \cdot \text{grad}\, L'$. Hierbei bedeutet $L'$ die

dem gegenseitigen Induktionskoeffizienten der beiden Spulen proportionale Größe $L' = \int\int \frac{(dl_1 dl_2)}{r_{1,2}}$ (Größe und Richtung zweier Längenelemente der beiden Spulen sind mit $dl_1$ und $dl_2$ bezeichnet und der Abstand der beiden Längenelemente mit $r_{1,2}$), grad $L'$ ist eine dimensionslose Größe. Da $P = 10^{-7}\, P_A$ ist, so folgt $I = 10\, I_A$. Praktische Einheit (P.E.) 1 Ampere (A); Absolute Einheit (A.E.) = 10 A.

**Stromdichte.** $i = \left[l^{-\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{-\frac{1}{2}}\right]$. Sie ist bestimmt durch das Verhältnis zwischen der Stromstärke $I$ und dem vom Strom senkrecht durchflossenen Querschnitt des Stromleiters.

**Elektrizitätsmenge.** $e = \left[l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} \mu_0^{-\frac{1}{2}}\right]$. Sie ist bestimmt durch das Produkt einer Stromstärke $I$ mit der Zeit $t$, während der der Strom fließt. $e = \int I \cdot dt$. P.E.: 1 Amperesekunde (As) oder 1 Coulomb (C); A.E. = 10 C.

**Widerstand.** $R = [lt^{-1}\mu_0]$. Der elektrische Widerstand $R = \frac{U}{I}$ eines Stromleiters wird theoretisch bestimmt durch den Induktionsstrom $I'$, der durch zeitliche Veränderung des Primärstromes $I$ in dem Leiter erzeugt wird gemäß der Beziehung $R_A = -\frac{1}{[I_A']_m} \cdot \frac{d(I_A L')}{dt}$; $R = -10^{-9} \frac{1}{I'} \cdot \frac{d(I L')}{dt}$. Alle in dem Ausdruck für $L'$ (der hier dem Selbstinduktionskoeffizienten entspricht) enthaltenen Längen sind in cm zu messen. Die Stromstärke selbst geht in die Messung nicht ein, sondern nur das Verhältnis zweier Stromstärken; $R = 10^{-9} R_A$. P.E. 1 Ohm ($\Omega$); A.E. = $10^{-9}\,\Omega$. Es ist vorgeschlagen, die praktische Einheit des Leitwertes (1/Ohm) mit 1 Siemens (S) zu bezeichnen.

**Potentialunterschied, elektrische Spannung, elektromotorische Kraft.** $U = \left[l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2} \mu_0^{\frac{1}{2}}\right]$. Sie ist nach dem Ohmschen Gesetz das Produkt aus Stromstärke und Widerstand. $U = I \cdot R$. P.E. 1 Volt (V); A.E. = $10^{-8}$ V.

**Stromarbeit.** $Q = [l^2 m t^{-2}]$. Nach dem Satz von Joule wird die in einem Stromleiter vom Widerstand $R$ während der Zeit $t$ durch einen Strom der Stärke $I$ geleistete Arbeit durch $Q = I^2 \cdot R \cdot t$ gemessen. Bezeichnet $U$ den Potentialunterschied an den Enden des Leiters, so ist $Q = I \cdot U \cdot t$. Die praktische Einheit ist die Wattsekunde (Ws) oder das Joule (J). In Übereinstimmung mit der mechanischen Definition des Watt ist die A.E. = 1 erg = $10^{-7}$ Ws.
Der Faktor zwischen den Arbeitseinheiten in dem absoluten und dem praktischen elektromagnetischen System ist der gleiche, wie er bereits bei der Definition der Stromstärke für die Krafteinheit angenommen wurde. 1 Ws = 0,23893 cal. Bei Einführung der internationalen Einheiten, 1 int. Ws = $pq^2 \cdot$ Ws, erhält man 1 int. Ws = 0,23900 cal; 1 int. kWh = $3{,}6011 \cdot 10^{13}$ erg = 860,41 kcal = $367{,}21 \cdot 10^3$ mkp.

**Stromleistung.** $N = [l^2 m t^{-3}]$. Sie ist das Produkt aus der Stromstärke $I$ und der Potentialdifferenz $U$. Unter Anwendung des Ohmschen Gesetzes ist $N = I \cdot U = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$. Das praktische Maß ist das Watt (W).

1 A.E. = $10^{-7}$ W; 1 int. kW = 0,23900 kcal/s = 1,36003 PS.

**Induktionskoeffizient.** $L = [l\mu_0]$. Der auf Längenmessungen zurückführbare theoretische Wert $L_A = \mu_A L'$ bzw. $L = 10^{-9} L_A$ (vgl. Stromstärke) wird praktisch

bestimmt durch die Beziehung $U = -\frac{d}{dt}(I \cdot L)$. Hierbei bezeichnet $U$ die in einem Stromkreis induzierte elektromotorische Kraft und $I$ den Primärstrom. Praktisches Maß ist das Henry (H). 1 H = 1 V·s/A; A.E. = $10^{-9}$ H.

**Kapazität.** $C = [l^{-1}t^2\mu_0^{-1}]$. Sie ist das Verhältnis zwischen der Elektrizitätsmenge $e$, die einem Leiter zugeführt wird, und der Spannung $U$, zu der der Leiter durch diese Elektrizitätsmenge gegenüber der Umgebung aufgeladen wird. $C = \frac{e}{U}$. P.E. ist das Farad (F). 1 F = $10^6$ Mikrofarad ($\mu$F) = 1 As/V; A.E. = $10^9$ F.

**Elektrische Feldstärke.** $\mathfrak{E} = \left[l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2} \mu_0^{\frac{1}{2}}\right]$. Sie ist der negative Gradient des Potentials $U$; $\mathfrak{E} = -\text{grad}\, U$. Sie kann auch definiert werden durch die Kraft $\mathfrak{P}$, die im elektrischen Felde auf eine Elektrizitätsmenge $e$ wirkt. $\mathfrak{E} = \frac{\mathfrak{P}}{e}$; A.E. = $10^{-8}$ V/cm.

**Elektrische Verschiebung.** $\mathfrak{D} = \left[l^{-\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} \mu_0^{-\frac{1}{2}}\right]$. Sie wird bestimmt durch diejenige Elektrizitätsmenge $e$, die in einem Felde durch Influenz auf der positiv geladenen Seite der Fläche $F$ einer dünnen Scheibe entsteht, gemäß den Beziehungen

$$\mathfrak{D}_A = \frac{4\pi}{F} e_A; \quad \mathfrak{D} = \frac{1}{F} \cdot e; \quad \text{also} \quad \mathfrak{D}_A = 0{,}4 \cdot \pi \cdot \mathfrak{D}.$$

**Energiedichte des elektrischen Feldes.** $w_e = [l^{-1} m t^{-2}]$. Sie ist bis auf einen Zahlenfaktor durch das Produkt aus der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ und der elektrischen Verschiebung $\mathfrak{D}$ bestimmt. $w_{eA} = \frac{1}{8\pi}(\mathfrak{E}_A \cdot \mathfrak{D}_A)$; $w_e = \frac{1}{2}\mathfrak{E}\mathfrak{D}$. A.E.: erg/cm³; P.E.: Ws/cm³.

**Verschiebungskonstante.** $\varepsilon_0 = [l^{-2}t^2\mu_0^{-1}]$. Auch Influenzkonstante genannt (nach R.W. Pohl und Normblatt DIN 1324 vom Juli 1946). Sie ist gegeben durch das Verhältnis zwischen der im Vakuum erzeugten elektrischen Verschiebung $\mathfrak{D}_v$ und der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$; $\varepsilon_0 = \frac{\mathfrak{D}_v}{\mathfrak{E}}$.

$$\varepsilon_{0A} = \frac{1}{c^2}\,\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^2; \quad \varepsilon_0 = \frac{10^9}{4\pi c^2} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{cm}} \quad \text{oder} \quad 0{,}8860 \cdot 10^{-13}\,\text{F/cm}.$$

**Elektrischer Verschiebungsfluß.** $\psi = \left[l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} \mu_0^{-\frac{1}{2}}\right]$. Er ist die über eine Fläche zu erstreckende elektrische Verschiebung. $\psi = \int (\mathfrak{D}, d\mathfrak{F})$.

**Magnetische Feldstärke.** $\mathfrak{H} = \left[l^{-\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{-\frac{1}{2}}\right]$. Sie kann bestimmt werden durch Vergleich mit derjenigen magnetischen Feldstärke, die im Inneren einer von dem Strom $I$ durchflossenen Spule erzeugt wird. Besitzt die gegen ihren Durchmesser lange Spule $z$ Windungen je cm, so ist $\mathfrak{H}_A = 4\pi \cdot z \cdot I_A$; $\mathfrak{H} = z \cdot I$; $\mathfrak{H}_A$ wird gemessen in Örsted (Ø), $\mathfrak{H}$ in Amperewindungen pro cm (A/cm). In Rücksicht auf den verschiedenen Zahlenwert von $I_A$ und $I$ (vgl. Stromstärke) ist $\mathfrak{H} = \frac{10}{4\pi}\mathfrak{H}_A$; A.E. = 1 Ø = $\frac{10}{4\pi}$ A · cm$^{-1}$. Im Normblatt DIN 1339 ist der Vorschlag gemacht, Örsted durch „Ö" abzukürzen.

**Magnetische Induktion.** $\mathfrak{B} = \left[l^{-\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{\frac{1}{2}}\right]$. Sie kann ermittelt werden aus dem Zeitintegral $\int_{t_1}^{t_2} U \cdot dt$ der elektromotorischen Kraft, die in einer Drahtschleife

von der Fläche $\int dF$ induziert wird, wenn die Drahtschleife während der Zeit $t_2 - t_1$ in einem magnetischen Felde von dem Ort, an dem die Induktion $\mathfrak{B}$ bestimmt werden soll, bis in praktisch unendliche Entfernung ($\mathfrak{B} = 0$) geführt wird. Unter der Voraussetzung, daß die Drahtschleife homogen von den magnetischen Induktionslinien ausgefüllt wird, gewinnt man die Induktion selbst, wenn man das genannte Zeitintegral durch die Windungsfläche dividiert. Die entsprechende Differentialgleichung lautet: $U = -\frac{d}{dt}\int(\mathfrak{B}, d\mathfrak{F})$. Die A.E. heißt 1 Gauß (G); P.E.: V·s/cm²; 1 G = $10^{-8}$ V·s/cm².

**Energiedichte des magnetischen Feldes.** $w_m = [l^{-1} m t^{-2}]$. Sie ist bis auf einen Zahlenfaktor durch das Produkt aus der magnetischen Feldstärke und der magnetischen Induktion bestimmt. $w_{mA} = \frac{1}{8\pi}\mathfrak{H}_A\mathfrak{B}_A$; $w_m = \frac{1}{2}\mathfrak{H}\mathfrak{B}$. P.E: Ws/cm³.

**Induktionskonstante.** $\mu_0$. Sie ist gegeben durch das Verhältnis zwischen der im Vakuum erzeugten magnetischen Induktion $\mathfrak{B}_0$ und der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$; $\mu_0 = \frac{\mathfrak{B}_0}{\mathfrak{H}}$.

$$\mu_0 = 10^{-9} \cdot 4\pi \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{cm}} \quad \text{oder} \quad 1{,}2560 \cdot 10^{-8}\ \text{H/cm}.$$

**Magnetischer Induktionsfluß.** $\Phi = \left[l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{\frac{1}{2}}\right]$. Er ist das Flächenintegral über das skalare Produkt der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ mit dem Flächenelement $d\mathfrak{F}$, an dem der Wert $\mathfrak{B}$ gilt. $\Phi = \int(\mathfrak{B}, d\mathfrak{F})$. A.E.: 1 Maxwell (M). P.E.: V·s; 1 M = $10^{-8}$ V·s. Es ist vorgeschlagen, 1 Vs = $10^8$ M mit 1 Weber (Wb) zu bezeichnen.

**Magnetische Spannung.** $V_m = \left[l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{-\frac{1}{2}}\right]$. Sie ist das Linienintegral der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$; $V_m = \int(\mathfrak{H}, dl)$. A.E.: Örsted · cm (Ø · cm) bisweilen auch „Gilbert" genannt und nach Normblatt DIN 1339 durch „Gb" abgekürzt. P.E.: Amperewindungen.

$$1\ \text{Ø}\cdot\text{cm} = \frac{10}{4\pi}\text{A}.$$

**Magnetische Flächendichte.** $\sigma = \left[l^{-\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{\frac{1}{2}}\right]$. Sie ist diejenige auf der Flächeneinheit vorhandene Magnetismusmenge, mit der eine magnetische Schale der Dicke $\Delta l$ belegt sein muß, damit sie im Vakuum auf einen beliebigen Punkt das gleiche magnetische Potential ausübt wie ein vom Strom $I = \frac{\sigma \cdot \Delta l}{\mu}$ durchflossener Drahtkreis in der Randlinie der Schale. $\sigma = 4\pi \cdot 10^{-8}\sigma_A$; A.E. = $4\pi \cdot 10^{-8}$ V · s · cm$^{-2}$.

**Magnetische Polstärke.** $M = \left[l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{\frac{1}{2}}\right]$. Sie ist das Produkt aus der am Pol eines (idealisierten) Magneten vorhandenen magnetischen Flächendichte $\sigma$ und der Größe $F$ seiner Fläche; $M = \sigma \cdot F$; A.E. = $4\pi \cdot 10^{-8}$ V · s.

**Magnetisches Moment.** $\mathfrak{m} = \left[l^{\frac{5}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{\frac{1}{2}}\right]$. Es ist das Produkt aus dem Abstand $l$ der Pole eines (idealisierten) Magneten und der Polstärke am positiven Pol. $\mathfrak{m} = M \cdot l$; A.E. = $4\pi \cdot 10^{-8}$ A · cm².

**Magnetisierungsstärke.** $\mathfrak{J} = \left[l^{-\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1} \mu_0^{\frac{1}{2}}\right]$. Auch kurz „Magnetisierung" genannt. Sie ist das Verhältnis zwischen dem magnetischen Moment $\mathfrak{m}$ und dem Volum $V$ eines Magneten.

# II. Auswertung der Beobachtungen

## 1. Einfache Berechnung der Beobachtungen und Darstellung der Ergebnisse

### A. Genauigkeit

Wenn die Skala eines Meßgerätes durch Vergleich mit einem „Normal" ausgewertet wird, so wird dieser Prozeß oft als „eichen" bezeichnet. Es ist aber darauf hinzuweisen, daß dies Wort nur für die entsprechende amtliche Tätigkeit vorbehalten bleiben muß. In § 24 und 25 des Maß- und Gewichtsgesetzes heißt es: „Die Eichung besteht aus einer eichtechnischen Prüfung und Stempelung des Gegenstandes durch die zuständige Eichbehörde." „Als geeicht dürfen nur Gegenstände bezeichnet werden, die von der Eichbehörde geprüft und gestempelt sind." Der gewöhnliche Sprachgebrauch muß sich also eines anderen Wortes bedienen, wie justieren, einmessen, mit einem Normal vergleichen.

Nicht selten wird eine unnötig hohe Genauigkeit angestrebt und dadurch Mühe verschwendet. Dies ist z. B. bei solchen Objekten zu beachten, die nicht scharf gekennzeichnet werden können. Dazu gehören amorphe oder kristallinische feste Körper, deren Dichte und Zusammensetzung innerhalb desselben Stückes von Punkt zu Punkt verschieden sein kann. Zu den gewöhnlichen Formen der Unterschätzung einer Genauigkeit des Ergebnisses gehört die ungenügende Berücksichtigung von Nebenumständen wie Einfluß der Temperatur, die ebenso wie die Zeit grundsätzlich bei jeder Messung notiert werden sollte.

Bei Meßgeräten unterscheidet man Meßgenauigkeit und Ablesegenauigkeit. Letztere sollte stets die größere sein, damit nicht durch die Ablesung bereits unnötige Fehler entstehen.

Über die Grenzen der Genauigkeit von Meßgeräten infolge der Brownschen Molekularbewegung vgl. M. Czerny, Ann. Phys. (5) 12, 993, 1932. Über die Grenzen der Meßbarkeit vgl. Gerlach, Z. VDI 81, 2, 1937.

Bei der Auswertung der Beobachtungen teile man das Ergebnis in so vielen Ziffern mit, daß für die letzte wegen der Beobachtungsfehler kein Anspruch auf Genauigkeit mehr erhoben werden kann, daß die vorletzte aber noch als zuverlässig gelten kann. Die Begrenzung der Ziffernzahl darf erst im Endergebnis vorgenommen werden, damit nicht bei der Berechnung infolge zu frühzeitiger Kürzung Ungenauigkeiten entstehen. Ein übertrieben genaues Multiplizieren gehört zu den gewöhnlichsten Fehlern. Umgekehrt findet man oft bei der Division zu wenig Stellen angegeben.

Soll im Endergebnis die letzte Ziffer abgestoßen werden, und ist diese eine 5, so wird die Erhöhung der vorletzten Ziffer zweckmäßig nur dann vorgenommen, wenn dadurch eine durch 2 teilbare Ziffernfolge entsteht.

Es empfiehlt sich, die Unsicherheit, die einem Meßergebnis anhaftet, durch eine Zahl mit vorangesetztem $\pm$ zum Ausdruck zu bringen: z. B. 273,16 $\pm$ 0,02°.

Oft bietet die Anwendung von Rechentafeln (vgl. Tab. 79) wesentliche Erleichterung.

### B. Korrektionen

Die gesuchten Resultate gehen selten in einfacher Weise aus den Beobachtungen hervor, weil oft die Unvollkommenheiten der Meßgeräte, wie z.B. fehlerhafte Skala, und störende äußere Einflüsse, z.B. Schwankungen des Barometerstandes, berücksichtigt werden müssen. In vielen Fällen empfiehlt es sich, Umstände dieser Art bei der Ausrechnung der Versuchsergebnisse zunächst unberücksichtigt zu lassen und dann das Endergebnis durch entsprechende Korrektionen zu verbessern.

Auch bei Instrumenten mit Skalen für unmittelbare Ablesung spricht man von Korrektionen. Es empfiehlt sich, „Berichtigung" diejenige Größe zu nennen, die zu der unmittelbaren Ablesung hinzugefügt werden muß, und „Fehler" diejenige Größe, die von der unmittelbaren Ablesung abgezogen werden muß, um den richtigen Wert zu erhalten.

Bei den Korrektionen muß es sich stets um prozentisch kleine Beträge handeln. Dann aber läßt sich die Rechnung immer sehr vereinfachen. Sind die mit $\delta, \varepsilon, \zeta \ldots$ bezeichneten Größen gegen 1 so klein, daß ihre höheren Potenzen $\delta^2, \varepsilon^2 \ldots$ sowie ihre Produkte $\delta \cdot \varepsilon$, $\delta \cdot \zeta$, ... gegen 1 vernachlässigt werden dürfen, so gilt

$$\frac{(1 \pm \delta)(1 \pm \zeta) \ldots}{(1 \pm \varepsilon)(1 \pm \eta) \ldots} = 1 \pm \delta \pm \zeta \ldots \mp \varepsilon \mp \eta \ldots$$

Beispiel. Bei der Gasthermometrie kommt es darauf an, die Veränderung der in dem sogenannten schädlichen Volum enthaltenen Gasmasse $m$ zu kennen. Ihr Betrag hängt von der Temperatur $t$ und von dem Druck $p$ ab, die bei einer Reihe gleichartiger Beobachtungen wenig von gewissen Normalwerten $t_a$ und $p_a$ verschieden sind. Es gilt die Beziehung

$$\frac{m}{m_a} = \frac{p}{p_a} \cdot \frac{T_a}{T},$$

wobei $T = t + T_0$ bzw. $T_a = t_a + T_0$ ist und $T_0 = 273{,}16°$ die absolute Temperatur des Eispunktes bezeichnet. Führt man die Unterschiede $\pi = p - p_a$ und $\tau = T - T_a = t - t_a$ als Korrektionen ein, so erhält man

$$\frac{m}{m_a} = \frac{p_a + \pi}{p_a} \cdot \frac{T_a}{T_a + \tau} \approx \left(1 + \frac{\pi}{p_a}\right)\left(1 - \frac{\tau}{T_a}\right) \approx \left(1 + \frac{\pi}{p_a} - \frac{\tau}{T_a}\right).$$

Ist $p_a = 760$ mm und $T_a = 291{,}16°$, so folgt weiter

$$\frac{m}{m_a} \approx 1 + 0{,}001\,32\,(p - 760) - 0{,}003\,44\,(t - 18).$$

Die Ausrechnung läßt sich nun mit dem Rechenschieber vornehmen.

Weiter kann man statt des geometrischen Mittels zweier wenig verschiedener Größen $p_1$ und $p_2$ das arithmetische setzen.

$$\sqrt{p_1 p_2} \approx \tfrac{1}{2}(p_1 + p_2).$$

Auch ist in erster Näherung bei kleinem $\delta$

$$\begin{aligned} \sin(x + \delta) &\approx \sin x + \delta \cos x, & \sin \delta &\approx \delta \\ \cos(x + \delta) &\approx \cos x - \delta \sin x, & \cos \delta &\approx 1 \\ \operatorname{tg}(x + \delta) &\approx \operatorname{tg} x + \frac{\delta}{\cos^2 x}, & \operatorname{tg} \delta &\approx \delta. \end{aligned}$$

Als Einheit für $\delta$ gilt hier der Winkel 57,3° (S. 4), für den der Bogen dem Radius gleich ist In zweiter Annäherung ist (vgl. auch Tab. 78)

$$\sin \delta \approx \delta\left(1 - \frac{1}{6}\delta^2\right); \quad \cos \delta \approx 1 - \frac{1}{2}\delta^2; \quad \operatorname{tg} \delta \approx \delta\left(1 + \frac{1}{3}\delta^2\right)$$

$$\ln(x + \delta) \approx \ln x + \frac{\delta}{x} - \frac{1}{2}\frac{\delta^2}{x^2}; \quad \ln(1 + \delta) \approx \delta - \frac{1}{2}\delta^2; \quad \ln\frac{x + \delta}{x - \delta} \approx 2\frac{\delta}{x} + \frac{2}{3}\frac{\delta^3}{x^3}.$$

## C. Interpolation

**a) Rechnerische Interpolation.** Soll eine Größe $y = f(x)$ für einen Wert $x = x_0$ berechnet werden, während nach den Beobachtungen nur $y_1 = f(x_1)$ für $x_1 < x_0$ und $y_2 = f(x_2)$ für $x_2 > x_0$ bekannt ist, so erhält man bei linearer Interpolation

$$y_0 = f(x_0) = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x_0 - x_1) .$$

Sind in einer Tabelle die zu $x_1$, $x_2 = x_1 + 1$ und $x_3 = x_1 + 2$ gehörigen Werte $y_1 = f(x_1)$, $y_2 = f(x_2)$ und $y_3 = f(x_3)$ bekannt und setzt man $y_2 - y_1 = \Delta y_1$ und $y_3 - y_2 = \Delta y_2$, so gehört bei quadratischer Interpolation zu $x_0 = x_1 + \Delta x$ der Wert $y_0 = y_1 + \Delta x \cdot \left[ \Delta y_1 - \frac{1 - \Delta x}{2} \cdot (\Delta y_2 - \Delta y_1) \right]$.

**b) Graphische Interpolation. Fluchtlinientafeln.** Vielfach genügt eine graphische Interpolation. Die graphische Darstellung einer Größe $y$ als Funktion einer Größe $x$ ist auch nützlich für die rasche Übersicht über den gegenseitigen Zusammenhang der Größen sowie zur Kontrolle der Beobachtungen.

Koordinatenpapier ist mit Einteilungen nach den verschiedensten Funktionen (Logarithmen, Polarkoordinaten) käuflich, z. B. von Schleicher & Schüll, Düren, Rheinland. Grosse, Graphische Papiere u. ihre Anwendung. Düren 1919. Über die Nomographie mit Hilfe solcher Funktionspapiere s. Schwerdt, Lehrbuch der Nomographie. Berlin 1924. Über graphisches Rechnen s. Artikel von Mader im Handb. d. Phys. 3, 548, 1928; Jahnke u. Emde, Tafeln höherer Funktionen. Leipzig 1948; Emde, Taf. elem. Funktionen. Leipzig 1948.

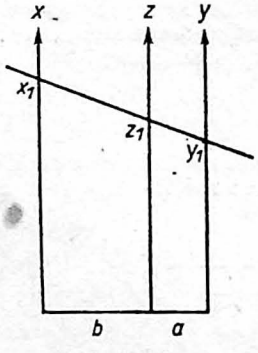


Abb. 1. Fluchtlinien, einfache Addition

Um auf graphischem Wege eine Größe $z$, die von zwei anderen, $x$ und $y$, abhängt, entnehmen zu können, bedient man sich zweckmäßig der Fluchtlinientafeln. Trägt man auf drei parallelen Geraden, die sich (Abb. 1) im Abstand $b$ und $a$ voneinander befinden, gleiche Maßstäbe ab, die man der Reihe nach den Größen $x$, $z$, $y$ zuordnet, und läßt man die drei Parallelen durch eine beliebige Gerade $x_1$, $z_1$, $y_1$ schneiden, so gilt

$$\frac{x_1 - z_1}{b} = \frac{z_1 - y}{a} .$$

Man kommt durch eine solche Darstellung also immer zum Ziel, wenn der Zusammenhang der drei Größen auf die Form

$$z = \frac{a}{a+b} x + \frac{b}{a+b} y$$

gebracht werden kann.

Handelt es sich um die Beziehung $\lambda = A\sqrt{LC}$ oder $\log \frac{\lambda}{A} = \frac{1}{2} \log L + \frac{1}{2} \log C$, so hat man $a = b = \frac{1}{2}$ zu setzen, ferner $x = \log L$; $y = \log C$ und $z = \log \frac{\lambda}{A}$. Zweckmäßig gibt man in diesem Falle den Parallelen eine logarithmische Teilung, die man mit den Werten für $L$, $\lambda$ und $C$ beziffert.

Handelt es sich um Addition reziproker Werte nach der Beziehung $\frac{c}{z} = \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$, so trägt man die Werte von $x$, $y$ und $z$ auf drei Geraden ab, die von einem Punkt

ausgehen, derart, daß für die Winkel $\alpha$ bzw. $\beta$ bzw. $\gamma = \alpha + \beta$ zwischen den Geraden für $y$ und $z$ bzw. $z$ und $x$ bzw. $x$ und $y$ die Werte $\sin\alpha = p \cdot a$ bzw. $\sin\beta = p \cdot b$ bzw. $\sin\gamma = p \cdot c$ gelten (Abb. 2). Dann folgt aus dem Flächeninhalt der Dreiecke die die Gerade $x_1 z_1 y_1$ abschneidet, $x_1 y_1 c = x_1 z_1 b + z_1 y_1 a$, d.h. ein Ausdruck, der mit der oben genannten Beziehung im Einklang steht. Ist $a = b = c$, so ist $\alpha = \beta = 60°$ und $\gamma = 120°$ zu setzen.

In derselben Weise lassen sich Fluchtlinientafeln für zahlreiche andere Beziehungen auffinden. Praktische Anleitung hierfür mit zahlreichen Beispielen bei Luckey, Nomographie. Leipzig 1949. Über Anlage von Fluchtlinientafeln s. Pöschl, Z. angew. Math. u. Mech. **20**, 59, 1940. Über mathematische Geräte zum Integrieren usw. s. A. Walther, Z. VDI **80**, 1397, 1936.

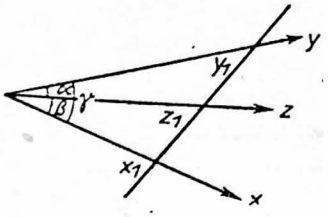



Abb. 2. Fluchtlinien, Addition von Reziproken

## 2. Ausgleichung unmittelbarer Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate

H. Kaiser, Grundriß der Fehlertheorie. Z. techn. Phys. **17**, 219, 1936.

Die durch die Beobachtung gewonnene Zahl ist nie völlig fehlerlos. Auch wenn alle systematischen Fehler ausgeschaltet sind, die etwa durch nicht einwandfreie Angaben der Meßinstrumente oder durch ungenügende Berücksichtigung von Nebenumständen (wie Wärmeverluste bei der Kalorimetrie) entstehen können, so bleiben noch gewisse zufällige Fehler, die das Ergebnis ebensogut zu klein wie zu groß ausfallen lassen können und die in der unvermeidlichen Unvollkommenheit der Instrumente und der menschlichen Sinne ihren Ursprung haben. Wenn eine größere Anzahl von Beobachtungen derselben Art vorliegt, so kann man durch Anwendung der Ausgleichsrechnung auf die mit zufälligen Fehlern behafteten Beobachtungen zu einem eindeutigen Ergebnis und zu einer Schätzung der Ungenauigkeit kommen.

Eingehenderes über Fehlerrechnung s. z.B. Gauß, Abhandlung über Wahrscheinlichkeitsrechnung, Ges. Werke Bd. IV und deutsch von Börsch u. Simon, Berlin 1887; Weinstein Physikalische Maßbestimmungen. Berlin 1866; Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung. Leipzig 1914; Runge u. König, Vorlesungen über numerisches Rechnen. Berlin 1924; besonders Helmert, Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Leipzig 1907; Artikel Mader, Handb. d. Phys. **3**, 493, 1928.

### A. Beobachtungen von gleichem Gewicht

Bezeichnet $X$ den wahren Wert der gesuchten Größe, und haben $n$ Messungen statt dessen die Werte $l_1, l_2, \ldots, l_n$ ergeben, so sind die Fehler der einzelnen Messungen $l_1 - X = \varepsilon_1$, $l_2 - X = \varepsilon_2$, $\ldots$, $l_n - X = \varepsilon_n$, wo die Größen $\varepsilon$ teils positiv, teils negativ sind. Bildet man, um vom Vorzeichen freizuwerden, die Summen der Quadrate und der absoluten Beträge von $\varepsilon$, nämlich $\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \cdots + \varepsilon_n^2 = [\varepsilon\varepsilon]$ und $|\varepsilon_1| + |\varepsilon_2| + \cdots |\varepsilon_n| = [|\varepsilon|]$, so heißt

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}\left(1 \pm \frac{0{,}70711}{\sqrt{n}}\right)$$ der mittlere Fehler und (weniger gebräuchlich)

$$\vartheta = \pm\frac{[|\varepsilon|]}{n}\left(1 \pm \frac{0{,}75551}{\sqrt{n}}\right)$$ der durchschnittliche Fehler

der einzelnen Beobachtung. Meist ist der wahre Wert $X$ der zu messenden Größe unbekannt. Durch Ausgleich gewinnt man aus den Beobachtungen $l$ den wahrscheinlichsten Wert $L$ der zu messenden Größe und die scheinbaren Fehler $v$ gemäß den Beziehungen

$$l_1 - L = v_1; \quad l_2 - L = v_2; \quad \ldots; \quad l_n - L = v_n.$$

Nach der Annahme von Gauß genügt $L$ der gestellten Bedingung, wenn die Summe der Quadrate der scheinbaren Fehler ein Minimum wird, wonach diese Art der Ausgleichung die Methode der kleinsten Quadrate genannt wird; man setzt also

$$[vv] = \text{Minimum, so daß } \frac{d[vv]}{dL} = 0,$$

oder $$2\{(l_1 - L) + (l_2 - L) + \cdots + (l_n - L)\} = -2[v] = 0$$

und $$-[v] = [l] - nL = 0;$$

folglich $$L = \frac{[l]}{n};$$

d. h. der wahrscheinlichste Wert ist das arithmetische Mittel der beobachteten Werte $l$. Treten an die Stelle der wahren Fehler $\varepsilon$ die scheinbaren $v$, so erhält man für den mittleren Fehler einer Beobachtung

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}\left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{2(n-1)}}\right)$$

und für den durchschnittlichen Fehler einer Beobachtung

$$\vartheta = \pm\frac{[|v|]}{\sqrt{n(n-1)}}\left(1 \pm \sqrt{\frac{\pi - 2}{2(n-1)}}\right).$$

Der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels $L$ ist $M = \frac{m}{\sqrt{n}}$.

Die mutmaßliche Genauigkeit des Mittelwerts wächst also mit der Wurzel aus der Anzahl der Beobachtungen.

Der wahrscheinliche Fehler beträgt 0,674, also nahe $\frac{2}{3}$, des mittleren Fehlers.

Nach der Gaußschen Fehlerrechnung besteht gleiche Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Fehler größer oder kleiner ist als der wahrscheinliche Fehler. Die Verteilung der Fehler liefert die Gaußsche Fehlerfunktion (vgl. S. 248 u. Tab. 77). Sind die Größen $l$ große Zahlen, so ist es für die numerische Ausrechnung bequemer, einen runden Näherungswert $N$ einzuführen; man setzt

$$l_\nu = N + \lambda_\nu \quad \text{und} \quad L = N + \Lambda.$$

Dann ist $$v_\nu = l_\nu - L = \lambda_\nu - \Lambda \quad \text{und} \quad \Lambda = \frac{[\lambda]}{n};$$

ferner $$v_\nu^2 = \Lambda^2 - 2\Lambda\lambda_\nu + \lambda_\nu^2 \quad \text{und} \quad [vv] = n\Lambda^2 - 2\Lambda[\lambda] + [\lambda\lambda]$$

oder $$[vv] = -\Lambda[\lambda] + [\lambda\lambda] = -\frac{[\lambda][\lambda]}{n} + [\lambda\lambda].$$

Beispiel: Die Dichte eines Körpers wurde zehnmal bestimmt:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $l =$ | 9,662 | ,673 | ,664 | ,659 | ,677 | ,662 | ,663 | ,680 | ,645 | ,654 |
| $\lambda \cdot 10^3 =$ | + 2 | + 13 | + 4 | − 1 | + 17 | + 2 | + 3 | + 20 | − 15 | − 6 |
| $\lambda^2 \cdot 10^6 =$ | 4 | 169 | 16 | 1 | 289 | 4 | 9 | 400 | 225 | 36. |

Als Näherungswert wurde $N = 9{,}660$ angenommen. Man erhält dann $[\lambda] = 39 \cdot 10^{-3}$ und $[\lambda\lambda] = 1153 \cdot 10^{-6}$. Weiter ergibt die Rechnung

$$\Lambda \cdot 10^3 = \frac{39}{10} = 3{,}9; \quad [vv] \cdot 10^6 = 1153 - 152 = 1001,$$

also $$L = 9{,}6639; \quad m = \pm\, 0{,}011; \quad M = \pm\, 0{,}0033.$$

Die mittleren Fehlergrenzen von $m$ und $M$ sind $\pm$ 0,003 und 0,0008. Für den durchschnittlichen Fehler der Beobachtung erhält man

$$\vartheta = \pm \frac{76{,}8}{\sqrt{90}} \cdot 10^{-3}(1 \pm 0{,}25) = \pm\, 0{,}008 \pm 0{,}002.$$

Vgl. auch S. 33.

## B. Beobachtungen von verschiedenem Gewicht

Die Werte $l$, aus denen das Ergebnis berechnet wird, sind häufig nicht gleich zuverlässig und genau, was dadurch berücksichtigt wird, daß man ihnen ein verschiedenes Gewicht $p$ beilegt. Sind z. B. die Größen $l_\nu$ wieder Mittelwerte aus $p_n$ Einzelbeobachtungen von gleicher Genauigkeit, also

$$l_1 = \frac{[l']}{p_1}, \quad l_2 = \frac{[l'']}{p_2}, \quad \ldots, \quad l_n = \frac{[l^{(n)}]}{p_n},$$

so folgt für den Mittelwert

$$L = \frac{p_1 l_1 + p_2 l_2 + \cdots + p_n l_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n} = \frac{[pl]}{[p]}.$$

Die Zahlen $p_\nu$ sind hier die Gewichte der $l_\nu$. Das Gewicht $P$ des Mittelwerts $L$ ist gleich der Summe der Gewichte $p$; also $P = [p]$. Bezeichnet $\mu$ den mittleren Fehler einer einzelnen Beobachtung, der das Gewicht 1 zukommt, so erhält man für die mittleren Fehler der Größen $l_\nu$ und des Mittelwerts $L$

$$m_\nu = \frac{\mu}{\sqrt{p_\nu}}, \quad M = \frac{\mu}{\sqrt{P}}.$$

Nicht immer liegen die Verhältnisse so einfach, daß die Gewichte nach der Zahl der einzelnen Beobachtungen angesetzt werden können. Sind jedoch die mittleren Fehler der Größen $l_\nu$ bekannt, so kann man die Gewichte so verteilen, daß $p_\nu = \frac{\mu^2}{m_\nu^2}$ ist, wobei $\mu$, der mittlere Fehler der Gewichtseinheit, beliebig gewählt werden darf. Die Minimumbedingung lautet jetzt

$$\frac{d[pvv]}{dL} = \frac{d[p(l-L)^2]}{dL} = 0 \quad \text{oder} \quad [pv] = [pl] - [p]L = 0,$$

also wie oben $$L = \frac{[pl]}{[p]}.$$

Führt man wie früher einen Näherungswert $N$ ein, so daß

$$l_\nu = N + \lambda_\nu \quad \text{und} \quad L = N + \Lambda,$$

dann ergibt sich $[p]\Lambda = [p\lambda]$ und $[pvv] = -[p\lambda]\Lambda + [p\lambda\lambda]$

oder $$[pvv] = -\frac{[p\lambda][p\lambda]}{[p]} + [p\lambda\lambda].$$

Beispiel. Die Schwerebeschleunigung $g$ sei von mehreren Beobachtern mit verschiedenen Pendeln bestimmt worden; die gefundenen Werte $l$ seien mit den mittleren Fehlern $m$ behaftet. Der Näherungswert $N$ werde $= 981{,}280$ gesetzt. Dann ergibt sich folgendes Rechenschema, wenn als mittlerer Fehler der Gewichtseinheit $\mu = 0{,}010$ angenommen wird:

| $l$ | $m$ | $p$ | $\lambda \cdot 10^3$ | $p\lambda \cdot 10^3$ | $p\lambda\lambda \cdot 10^6$ | $\overline{m}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 981,278 | 0,010 | 1,0 | − 2 | − 2,0 | 4 | 0,005 |
| 981,291 | 0,015 | 0,4 | + 11 | + 4,4 | 48 | 0,008 |
| 981,285 | 0,005 | 4,0 | + 5 | + 20,0 | 100 | 0,003 |
| 981,274 | 0,022 | 0,2 | − 6 | − 1,2 | 7 | 0,012 |
| 981,281 | 0,002 | 25,0 | + 1 | + 25,0 | 25 | 0,001 |
| | [ ] | 30,6 | − | + 46,2 | 184 | |

Es folgt $\Lambda \cdot 10^3 = +1{,}5$; $[pvv] \cdot 10^6 = 114$; $L = 981{,}2815$.

Für den mittleren Fehler der Gewichtseinheit nach der Ausgleichung erhält man

$$\bar{\mu} = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}} = \pm\sqrt{\frac{114}{4}} \cdot 10^{-3} = 5{,}3 \cdot 10^{-3}$$

und für den mittleren Fehler des Mittels vor und nach der Ausgleichung

$$m = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \frac{0{,}010}{\sqrt{30{,}6}} = 0{,}0018; \quad \overline{m} = \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{[p]}} = \frac{0{,}0053}{\sqrt{30{,}6}} = 0{,}0010.$$

Die mittleren Fehler der einzelnen Messungen sind nach der Gleichung $\overline{m}_\nu = \frac{\bar{\mu}}{\sqrt{p_\nu}}$ berechnet und in der letzten Spalte des Schemas angegeben. Die Unterschiede der mittleren Fehler vor und nach der Abgleichung deuten auf regelmäßige Fehler der einzelnen Beobachtungen.

## 3. Einfluß der Beobachtungsfehler auf ein aus mehreren Einzelmessungen gefolgertes Ergebnis

Nicht immer wird die zu findende Größe $L$ unmittelbar durch die Beobachtungen gegeben, sondern sie hängt von einem oder mehreren Messungsergebnissen $L_1, L_2, \ldots, L_n$ in einer Beziehung ab, die dargestellt werde durch die Gleichung

$$L = f(L_1, L_2, \ldots, L_n).$$

Sind nun $m_1, m_2, \ldots, m_n$ die mittleren Fehler der einzelnen Messungen, so gilt für den mittleren Fehler $m$ der Größe $L$

$$m_L = \pm\sqrt{\left(m_1\frac{\partial f}{\partial L_1}\right)^2 + \left(m_2\frac{\partial f}{\partial L_2}\right)^2 + \cdots + \left(m_n\frac{\partial f}{\partial L_n}\right)^2}.$$

Mit Hilfe dieser Beziehung, die als Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz bezeichnet wird, kann man den Einfluß beurteilen, den der Fehler einer Beobachtung auf das Schlußergebnis ausübt. Vereinfachen lassen sich diese Betrachtungen, wenn man voraussetzen kann, daß die Fehler kleine Größen sind, da alsdann für $L_1, L_2, \ldots, L_n$ Näherungswerte eingesetzt werden können.
Wir betrachten zunächst den einfachen Fall, wo $L$ Funktion von nur einer Beobachtung $L_1$ ist, und gehen dann (S. 21) zu der Abhängigkeit von mehreren über.

Beispiel. Eine Gasdichte $L$ werde aus der Ausströmungszeit $x$ (S. 217) gemessen nach der Gleichung $L = Cx^2$, wo $C$ eine Gerätekonstante bezeichnet.

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2Cx, \quad \text{also} \quad m_L = 2Cxm_x \quad \text{oder} \quad \frac{m_L}{L} = 2\frac{m_x}{x}.$$

Eine solche Verdoppelung tritt immer auf, wenn das Ergebnis quadratisch von der beobachteten Größe abhängt, also z. B. bei dem aus der Schallgeschwindigkeit abgeleiteten Elastizitätsmodul oder einer mit dem Abstandsphotometer bestimmten Lichtstärke. Umgekehrt wirkt der relative Fehler auf das Ergebnis nur zur Hälfte ein, wenn dieses die Quadratwurzel der Beobachtung enthält, so daß ein solches Verfahren viermal günstiger ist als das erstere.
Wird eine Länge mit einem Gebrauchsnormal (Fehler $m_1$) gemessen, das zuvor an das Hauptnormal (Fehler $m_2$) angeschlossen ist, so ist die gemessene Länge von vornherein mit dem Fehler $\sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ behaftet.

## 4. Ausgleichsrechnung, falls mehrere der gesuchten Größen miteinander verknüpft sind

Häufig sind mehrere gesuchte Größen mit einer oder mehreren der beobachteten Größen durch eine Gleichung verbunden. Die Unbekannten sind dann Konstanten, z. B. die Faktoren linearer, quadratischer usw. Glieder einer algebraischen Gleichung, die so zu bestimmen sind, daß allen Beobachtungen am besten genügt wird. Es liegt hier natürlich nur dann eine Aufgabe für die Ausgleichsrechnung vor, wenn mehr Beobachtungssätze als Unbekannte vorhanden sind.

### A. Lineare Beziehung zwischen zwei gesuchten Größen

**a) Beliebige Verteilung der Beobachtungen.** Wir betrachten zunächst den Fall, wo es sich um zwei Unbekannte handelt, die mit den beobachteten Werten durch eine lineare Gleichung verbunden sind. Beobachtet seien $n$ Wertepaare $x_n$, $y_n$, zwischen denen die Beziehung

$$A + Bx - y = 0 \tag{1}$$

besteht; die Größen $A$ und $B$ sind zu bestimmen. Im allgemeinen ergeben sich nach Lösung der Aufgabe Abweichungen $v$, so daß

$$A + Bx_\nu - y_\nu = v_\nu$$

ist. Wie früher, muß dann $[vv]$ ein Minimum werden.
Auch hier empfiehlt es sich, für $A$ und $B$ zunächst zwei Näherungswerte $A_0$ und $B_0$ einzuführen, die man entweder aus zwei passend gewählten Beobachtungen rechnerisch ableitet oder durch Auftragen aller Messungen in ein Koordinatennetz und Ziehen einer Geraden gewinnt, die allen Punkten möglichst nahe kommt. Zu jedem Wert $x_\nu$ ergibt sich alsdann ein Wert $K_\nu$, so daß

$$A_0 + B_0 x_\nu - K_\nu = 0, \tag{2}$$

wo $K_\nu$ von $y_\nu$ wenig abweicht. Setzt man

$$A - A_0 = \xi, \qquad B - B_0 = \eta \quad \text{und} \quad y_\nu - K_\nu = l_\nu,$$

so folgt

$$\xi + \eta x_\nu - l_\nu = v_\nu \tag{3}$$

und

$$\sum(\xi + \eta x_\nu - l_\nu)^2 = [vv] = \Omega.$$

Die Bedingungen für das Minimum lauten daher

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \Omega}{\partial \xi} = [v] = n\xi + \eta[x] - [l] = 0 \tag{4}$$

und

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \Omega}{\partial \eta} = [xv] = \xi[x] + \eta[xx] - [xl] = 0. \tag{5}$$

Hieraus folgt $$\xi = \frac{[l][xx] - [x][xl]}{n[xx] - [x]^2}, \quad \eta = \frac{n[xl] - [x][l]}{n[xx] - [x]^2}. \tag{6}$$

Ferner folgt aus (3) unter Berücksichtigung von (4) und (5),

$$[vv] = -\xi[l] - \eta[xl] + [ll]. \tag{7}$$

Vielfach kann man den Fehler, der bei der Beobachtung der einen Größenart begangen wird, gegen denjenigen vernachlässigen, der der anderen Art anhaftet. Sieht man unter dieser Voraussetzung die Größe $x_\nu$ als genau an und die $y_\nu$ als fehlerhaft, so ist der mittlere Fehler $m$ der letzten Größenart

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-2}}.$$

Die Zahl 2 bedeutet hier die Anzahl der Unbekannten.

Beispiel. Ein Meterstab, der auch für höhere Temperaturen benutzt werden soll, ist mit einem Normalmeter verglichen worden. Nach den Beobachtungen bei vier Temperaturen $t$ soll die Länge $L$ durch die Gleichung $L = A' + B't$ dargestellt werden.

In dem folgenden Schema enthalten die beiden ersten Spalten die Beobachtungen, deren Form wir zunächst, um mit kleinen Zahlen auszukommen, vereinfachen, indem die Längen nach Abzug von 1000 mm in Hundertsteln Millimeter ($y$), die Temperaturgrade nach Abzug von 40° in Zehnern ($x$) angegeben werden. Dementsprechend sei $y = A + Bx$.

Wir führen nun für $A$ und $B$ Näherungswerte ein: $A_0 = 64$; $B_0 = 21$, und berechnen die $K_\nu = 64 + 21x_\nu$, die $l_\nu = y_\nu - K_\nu$, usf.

| $t$ | $L$ | $y$ | $K$ | $x$ | $l$ | $xl$ | $xx$ | $ll$ | $L$ (ber.) | $v$ | $vv$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20° | 1000,22 mm | 22 | 22 | −2 | 0 | 0 | 4 | 0 | 1000,228 | − 0,8 | 0,64 |
| 40° | 1000,65 „ | 65 | 64 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1000,652 | − 0,2 | 0,04 |
| 50° | 1000,90 „ | 90 | 85 | 1 | 5 | 5 | 1 | 25 | 1000,864 | 3,6 | 12,96 |
| 60° | 1001,05 „ | 105 | 106 | 2 | −1 | −2 | 4 | 1 | 1001,076 | − 2,6 | 6,76 |
| | | | [ ] | 1 | 5 | 3 | 9 | 27 | | | 20,40 |

Mit Hilfe der Gl. (6) und (7) folgt hiernach

$$\xi = 1{,}2, \quad \eta = 0{,}20, \quad [vv] = 20{,}4,$$

mithin $A = 64 + 1{,}2$ und $B = 21 + 0{,}2$, so daß sich für $t = 0$ oder $x = -4$ ergibt: $y = -19{,}6$, also $L = 999{,}804 + 0{,}0212t$ und $m = \sqrt{\frac{20{,}4}{2}} = \pm 3{,}2 \cdot 10^{-2}$ mm.

**b) Beobachtungen in gleichen Abständen.** Liegen die beobachteten Größen in gleichen Abständen voneinander, so wird die Rechnung einfacher. Dergleichen Verhältnisse kommen nicht selten vor: Wiederholte Beobachtung einer Schwingungsdauer oder Umlaufszeit; Bestimmung des Abstandes zweier benachbarter Punkte, wenn nicht nur zwei, sondern eine größere Anzahl solcher Punkte nebeneinander liegen, deren Örter beobachtet wurden [Abstand der Knotenpunkte eines Wellenzuges, Ganghöhe einer Schraube oder einlagigen Drahtspule].

Allgemein ändere sich eine Größe $l$ proportional einer zweiten $x$; von dieser sei eine Anzahl gleich weit voneinander abstehender bekannter Punkte genommen (z.B. $x = 1, 2, \ldots, n$), zu denen man die zugehörigen Werte der anderen Größe beobachtet hat. Die beobachtete Größe $l$ möge der Reihe nach mit den Werten $l_1, l_2, \ldots, l_{n-1}, l_n$ gefunden sein. Ohne Fehler sollten die Intervalle $l_2 - l_1$, $l_3 - l_2, \ldots, l_n - l_{n-1}$ alle gleich groß sein. In Wirklichkeit sind sie ungleich, und man sucht ihren wahrscheinlichsten Wert. Das arithmetische Mittel aus allen Intervallen würde auf dasselbe hinauslaufen, wie wenn man nur den ersten und den

letzten Wert berücksichtigte. Die gleichförmige Benutzung aller Beobachtungen mit kleinsten Quadraten verlangt, daß man das Intervall berechnet als

$$6\,\frac{(n-1)(l_n-l_1)+(n-3)(l_{n-1}-l_2)+\cdots}{n(n^2-1)}.$$

Das Gewicht dieses Resultates ist $P=\frac{n(n^2-1)}{12}$. Der mittlere Fehler des Resultates beträgt dann, wenn $\mu$ der mittlere Fehler der einzelnen Bestimmung ist, $m=\frac{\mu}{\sqrt{P}}$.

Ableitung. Wenn $x$ die Nummer der Beobachtung bedeutet und $l_\nu=\xi+\eta x_\nu$ gesetzt wird, so ist $\eta$ das gesuchte Intervall. Also $x_1=1$, $x_2=2,\ldots,x_n=n$. Setzt man

$$\begin{aligned}[x]&=1+2+\cdots+n=\tfrac{1}{2}n(n+1),\\ [xx]&=1^2+2^2+\cdots+n^2=\tfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1),\\ [l]&=l_1+l_2+\cdots+l_n,\quad [xl]=l_1+2l_2+\cdots+nl_n\end{aligned}$$

in $\eta$ (Gl. (6)) ein, so erhält man den obigen Ausdruck.

Die in der Mitte liegenden Beobachtungen erhalten bei dieser Rechnung nur einen kleinen Einfluß auf das Resultat. Man wird häufig ohne kleinste Quadrate rechnen, z. B. eine gerade Anzahl $n$ von Beobachtungspunkten bestimmen und, indem man $\frac{1}{2}n=q$ setzt, das Mittel aus $\frac{(l_{q+1}-l_1)}{q}$, $\frac{(l_{q+2}-l_2)}{q}$ usw. nehmen.

Über Ausgleichsformeln für Beobachtungen in gleichen Intervallen vgl. auch W. Meißner, Phys. Z. 11, 587, 1910; Röser, Sci. Pap. Bur. Stand. 16, 363, 1920; Schwerdt, Phys. Z. 22, 312, 1921.

### B. Nichtlineare Beziehung zwischen den gesuchten und beobachteten Größen

**a) Allgemeines Verfahren.** Wir gehen nun zu dem allgemeinen Fall über, wo die Beziehung zwischen den gesuchten und beobachteten Größen nicht mehr linear ist. Es sei eine beobachtete Größe $L$, die von drei gesuchten Größen $A$, $B$, $C$ abhängen möge, mit diesen durch die gegebene Gleichung

$$L=f(A,B,C)$$

verbunden, so daß, wenn $n$ Beobachtungen vorliegen, folgende $n$ Gleichungen erfüllt sein sollten:

$$\begin{aligned}f_1(A,B,C)-L_1&=0\\ f_2(A,B,C)-L_2&=0\\ &\vdots\\ f_n(A,B,C)-L_n&=0.\end{aligned}$$

Der Zeiger von $f$ deutet auf Parameter hin, die sich von Beobachtung zu Beobachtung ändern und entweder a priori bekannt oder praktisch fehlerfrei beobachtet sind. Unter der Voraussetzung, daß $n>3$ ist, sind die Unbekannten durch die Ausgleichsrechnung zu bestimmen.

Zunächst wird ein System von Werten $A_0$, $B_0$, $C_0$ abgeleitet, das die Gleichungen näherungsweise erfüllt, was rechnerisch aus drei Gleichungen geschehen kann. Setzt man diese Näherungswerte ein, so sei

$$L_\nu-f_\nu(A_0,B_0,C_0)=l_\nu. \tag{1}$$

Die Einführung der Verbesserungen $\xi, \eta, \zeta$ gebe die Fehlergleichungen

$$f_\nu(A_0 + \xi, B_0 + \eta, C_0 + \zeta) - L_\nu = v_\nu. \tag{2}$$

Die Funktionen $f$ sind nun an der Stelle $A_0 B_0 C_0$ nach Taylor zu entwickeln, wobei unter der Voraussetzung, daß $\xi, \eta, \zeta$ klein sind, mit dem linearen Glied abgebrochen wird:

$$f_\nu(A, B, C) = f_\nu(A_0 B_0 C_0) + \left(\frac{\partial f_\nu}{\partial A}\right)_0 \xi + \left(\frac{\partial f_\nu}{\partial B}\right)_0 \eta + \left(\frac{\partial f_\nu}{\partial C}\right)_0 \zeta.$$

Die Differentialquotienten sind hier für die Stelle $A_0 B_0 C_0$ zu berechnen, stellen also bekannte Zahlenwerte dar, die mit $a_\nu b_\nu c_\nu$ bezeichnet werden mögen. Wir erhalten alsdann mit Rücksicht auf Gl. (1) und (2) als Fehlergleichungen

$$a_\nu \xi + b_\nu \eta + c_\nu \zeta - l_\nu = v_\nu. \tag{3}$$

Es ist also ein System linearer Gleichungen so zu lösen, daß $[vv]$ ein Minimum wird. Ergeben sich dabei für die Größen $\xi, \eta, \zeta$ große Werte, so ist das Verfahren mit besseren Näherungswerten zu wiederholen.

Setzt man $\qquad \Omega = [vv] = \sum (a_\nu \xi + b_\nu \eta + c_\nu \zeta - l_\nu)^2,$

so lauten die Bedingungen für das Minimum

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \Omega}{\partial \xi} = [av] = 0, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Omega}{d\eta}\right) = [bv] = 0, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Omega}{\partial \zeta}\right) = [cv] = 0. \tag{4}$$

Zur Berechnung von $[vv]$ multipliziert man Gl. (3) beiderseits mit $v_\nu$ und summiert über $\nu$, dann folgt mit Rücksicht auf die Gl. (4)

$$[vv] = -[lv] = -[la]\xi - [lb]\eta - [lc]\zeta + [ll]. \tag{5}$$

Die Gl. (4) sind die Normalgleichungen, aus denen $\xi, \eta, \zeta$ zu berechnen sind. Dazu kommt Gl. (5) zur Bestimmung von $[vv] = \Omega$. Sie lauten ausführlich

$$\begin{aligned} [aa]\xi + [ab]\eta + [ac]\zeta &= [al] \\ [ba]\xi + [bb]\eta + [bc]\zeta &= [bl] \\ [ca]\xi + [cb]\eta + [cc]\zeta &= [cl] \\ [la]\xi + [lb]\eta + [lc]\zeta + [vv] &= [ll]. \end{aligned} \tag{6}$$

**b) Das Gaußsche Rechenverfahren bei der Auflösung der Normalgleichungen.** Die Gl. (6) können nach irgendeinem der gebräuchlichen Verfahren aufgelöst werden. Bequem und durch die neben der Rechnung hergehende Kontrolle vorteilhaft ist die von Gauß angegebene Reduktion.

| Rechnung | Kontrolle |
|---|---|
| Man bilde<br>$[aa]\,[ab]\,[ac]\,[al]$<br>$[bb]\,[bc]\,[bl]$<br>$[cc]\,[cl]$<br>$[ll]$<br>$[ll]$ ist nur für die Berechnung von $[vv]$ notwendig. | Es sei $\quad a + b + c + l = S.$<br>Ferner sei wieder bezeichnet<br>$a_1 S_1 + a_2 S_2 + \cdots + a_n S_n = [aS]$<br>usw. Dann muß sein<br>$[aa] + [ab] + [ac] + [al] = [aS]$<br>$[ba] + [bb] + [bc] + [bl] = [bS]$<br>$[ca] + [cb] + [cc] + [cl] = [cS]$<br>$[la] + [lb] + [lc] + [ll] = [lS].$ |

Die Auflösung der Normalgleichungen zur Bestimmung von $\xi, \eta, \zeta$ geschieht folgendermaßen:

Man bilde und bezeichne

$$[bb] - \frac{[ab]}{[aa]}[ab] = [bb]_{\text{I}}$$
$$[bc] - \frac{[ab]}{[aa]}[ac] = [bc]_{\text{I}}$$
$$[bl] - \frac{[ab]}{[aa]}[al] = [bl]_{\text{I}}$$
$$[cc] - \frac{[ac]}{[aa]}[ac] = [cc]_{\text{I}}$$
$$[cl] - \frac{[ac]}{[aa]}[al] = [cl]_{\text{I}}$$
$$[ll] - \frac{[al]}{[aa]}[al] = [ll]_{\text{I}},$$

ferner

$$[cc]_{\text{I}} - \frac{[bc]_{\text{I}}}{[bb]_{\text{I}}}[bc]_{\text{I}} = [cc]_{\text{II}}$$
$$[cl]_{\text{I}} - \frac{[bc]_{\text{I}}}{[bb]_{\text{I}}}[bl]_{\text{I}} = [cl]_{\text{II}}$$
$$[ll]_{\text{I}} - \frac{[bl]_{\text{I}}}{[bb]_{\text{I}}}[bl]_{\text{I}} = [ll]_{\text{II}},$$

endlich

$$[ll]_{\text{II}} - \frac{[cl]_{\text{II}}}{[cc]_{\text{II}}}[cl]_{\text{II}} = [ll]_{\text{III}}.$$

Man berechne

$$[bS] - \frac{[ab]}{[aa]}[aS] = [bS]_{\text{I}}$$
$$[cS] - \frac{[ac]}{[aa]}[aS] = [cS]_{\text{I}}$$
$$[lS] - \frac{[al]}{[aa]}[aS] = [lS]_{\text{I}}$$
$$[SS] - \frac{[aS]}{[aa]}[aS] = [SS]_{\text{I}};$$

dann muß sein

$$[bb]_{\text{I}} + [bc]_{\text{I}} + [bl]_{\text{I}} = [bS]_{\text{I}}$$
$$[bc]_{\text{I}} + [cc]_{\text{I}} + [cl]_{\text{I}} = [cS]_{\text{I}}$$
$$[bl]_{\text{I}} + [cl]_{\text{I}} + [ll]_{\text{I}} = [lS]_{\text{I}}$$
$$[bS]_{\text{I}} + [cS]_{\text{I}} + [lS]_{\text{I}} = [SS]_{\text{I}}.$$

Man berechne

$$[cS]_{\text{I}} - \frac{[bc]_{\text{I}}}{[bb]_{\text{I}}}[bS]_{\text{I}} = [cS]_{\text{II}}$$
$$[lS]_{\text{I}} - \frac{[bl]_{\text{I}}}{[bb]_{\text{I}}}[bS]_{\text{I}} = [lS]_{\text{II}}$$
$$[SS]_{\text{I}} - \frac{[bS]_{\text{I}}}{[bb]_{\text{I}}}[bS]_{\text{I}} = [SS]_{\text{II}};$$

dann muß sein

$$[cc]_{\text{II}} + [cl]_{\text{II}} = [cS]_{\text{II}}$$
$$[cl]_{\text{II}} + [ll]_{\text{II}} = [lS]_{\text{II}}$$
$$[cS]_{\text{II}} + [lS]_{\text{II}} = [SS]_{\text{II}}.$$

Man berechne

$$[lS]_{\text{II}} - \frac{[cl]_{\text{II}}}{[cc]_{\text{II}}}[cS]_{\text{II}} = [lS]_{\text{III}}$$
$$[SS]_{\text{II}} - \frac{[cS]_{\text{II}}}{[cc]_{\text{II}}}[cS]_{\text{II}} = [SS]_{\text{III}};$$

dann muß sein

$$[ll]_{\text{III}} = [lS]_{\text{III}} = [SS]_{\text{III}}.$$

Dann erhält man die Unbekannten $\xi, \eta, \zeta$.

$$\zeta = \frac{[cl]_{\text{II}}}{[cc]_{\text{II}}}; \quad \eta = \frac{[bl]_{\text{I}}}{[bb]_{\text{I}}} - \zeta\frac{[bc]_{\text{I}}}{[bb]_{\text{I}}}; \quad \xi = \frac{[al]}{[aa]} - \eta\frac{[ab]}{[aa]} - \zeta\frac{[ac]}{[aa]}.$$

Ferner läßt sich zeigen, daß

$$[vv] = [ll] - \frac{[al]^2}{[aa]} - \frac{[bl]_{\text{I}}^2}{[bb]_{\text{I}}} - \frac{[cl]_{\text{II}}^2}{[cc]_{\text{II}}} = [ll]_{\text{III}}$$

sein muß. In dieser Gleichung liegt eine Kontrolle der ganzen Rechnung, weil der letzte Ausdruck übereinstimmen muß mit der aus Gl. (3) direkt unter Einsetzung der gefundenen $\xi, \eta, \zeta$ berechneten Quadratsumme der $v_\nu$. Die Gewichte der $\xi, \eta, \zeta$ werden erhalten

$$p_\zeta = [cc]_{\text{II}}; \quad p_\eta = \frac{[bb]_{\text{I}} \cdot [cc]_{\text{II}}}{[cc]_{\text{I}}}; \quad p_\xi = \frac{[aa] \cdot [bb]_{\text{I}} \cdot [cc]_{\text{II}}}{[cc] \cdot [bb] - [bc] \cdot [bc]}.$$

Der mittlere Fehler einer Beobachtung beträgt $m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-3}}$; 3 ist hier die Zahl der bestimmten Konstanten. Die mittleren Fehler von $\xi, \eta, \zeta$ sind $m_\xi = \frac{m}{\sqrt{p_\xi}}$; $m_\eta = \frac{m}{\sqrt{p_\eta}}$; $m_\zeta = \frac{m}{\sqrt{p_\zeta}}$.

Bei der Aufstellung der Normalgleichungen benutzt man Rechentafeln, z. B. die von Crelle, welche die Produkte bis 1000·1000 enthalten, oder die von Zimmermann, die bis 100·1000 reichen.

# I. Wägung

Felgentraeger, Feine Waagen, Wägungen u. Gewichte. Berlin 1932. — Über die Praxis äußerst feiner Wägungen vgl. Landolt, Z. phys. Chem. 55, 589, 1906; Manley, Phil. Trans. A, 210, 387, 1910; Theorie u. Klassifikation aller Waagenarten bei Padelt, Wägeverfahren, Chem.-Ing. II, 2, 52, 1933; Schmerwitz, Einfluß d. Schneidenradius a. d. Empfindlichkeit d. Hebelwaage. Phys. Z. 33, 234, 1932.

Durch Wägung ermittelt man die Masse eines Körpers (S. 3, vgl. Normblatt DIN 1305: Gewicht, Masse, Menge).
Die Massen verhalten sich wie die durch die Erde auf sie ausgeübten Anziehungskräfte, die Gewichte im luftleeren Raum. Diese sind gegeben durch das Produkt der Masse mit der Schwerebeschleunigung.
Das Gewicht in Luft (Tauchgewicht) eines Körpers ist gleich seinem Gewicht vermindert um seinen hydrostatischen Auftrieb (Gewicht der verdrängten Luftmenge). Bei festen und tropfbaren Körpern beträgt der Luftauftrieb weniger als $\frac{1}{600}$ des Gewichtes.

## 1. Die Waagen

### A. Balkenwaagen für normale und hohe Belastung

Wegen der Festigkeit müssen die Massen der Waagebalken stärker vergrößert werden als ihre Längen. Daher lassen sich kurzarmige Waagen bei kürzerer Schwingungsdauer gleich empfindlich bauen als langarmige; sie stellen allerdings größere Ansprüche an den Parallelismus der Schneiden (Bunge 1867). — Die Wägezeit weiter abkürzende Bauarten sind

**a) Schnellwaagen.** Bei ihnen kann durch ein zusätzliches Belastungsgewicht am Balken die Empfindlichkeit im Verhältnis 1 : 5 oder 1 : 10 vermindert und dann mit der schneller schwingenden Waage eine „Vorwägung" gemacht werden.

**b) Dämpfungswaagen.** Durch den Einbau einer Dämpfung (Luftreibung zwischen glockenförmigen Dämpferzylindern — Dämpferflügel in Flüssigkeit — abschaltbare Reibungsbremse, Kuhlmann) fallen die Schwingungen und ihre Beobachtung fort. Die Dämpfungswaage stellt sich fast aperiodisch ein, ihre Empfindlichkeit bleibt bis zur Höchstlast praktisch die gleiche, z. B. je $\frac{1}{10}$ mg = 1 Skalenteil. An der stillstehenden Skala lassen sich $\frac{1}{10}$-Skalenteile sicher schätzen, der lästige Milligrammreiter kann fortfallen.

Curie, C. r. 108, 663, 1890 u. Z. Instrkde. 10, 39, 1890.

### B. Mikrowaagen

Als Mikrowaagen bezeichnet man Waagen hoher Empfindlichkeit, die es gestatten, kleine Gewichtsbeträge mit verhältnismäßig großer Genauigkeit zu bestimmen.

**a) Mikrowaage nach Holtz** für 20 g Höchstbelastung. Die Ablesegenauigkeit bei einer Empfindlichkeit von 1 Skalenteil je 0,001 mg geht etwas über die erreichbare Wägegenauigkeit hinaus. — Praktisch fast gleichwertig sind die Dämpfungswaagen mit weniger übersteigerter Empfindlichkeit (1 Skalenteil = 0,01 mg, Wägeunsicherheit 0,001 mg).

**b) Pettersonsche Waage.** Sie gibt die relativ und absolut höchste Wägegenauigkeit und ist durch Strömberg weitergebildet. Bei ihr geschieht die Wägung im Vakuum.

Strömberg, Sv. Vetenskaps Handb. III, Bol. 6, Nr. 2, 1929.

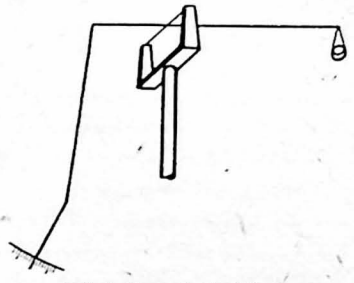


Abb. 3. Nernstsche Waage

**c) Nernstsche Mikrowaage** (Abb. 3). Als Mittelachse dient ein 5 cm langer, horizontal ausgespannter Quarzfaden, in dessen Mitte quer eine dünne Quarz- oder Glasstange von ⌐-Form angekittet ist, die gleichzeitig Balken und Zeiger bildet. — Unsicherheit bis zur Höchstlast von wenigen mg etwa $\frac{1}{1000}$ der Höchstbelastung.

Verbesserte Form s. Riesenfeld u. Möller, Z. Elektroch. 21, 131, 1915.

Auf gleichem Prinzip beruhen die Torsionswaagen der Vereenigde Draadfabrik Nymegen. Höchstbelastung 1 mg bis 10 g, Unsicherheit $\frac{1}{1500}$ der Höchstbelastung.

Darstellung der verschiedenen Mikrowaagen bei Emich, Lehrb. Mikrochemie. Wiesbaden 1926 u. in Abderhalden, Handb. biochem. Arbeitsmethoden, Berlin 1919; Pregl, Die quantitative mikrochemische Analyse. Berlin 1923; W. Loebe, Torsionswaagen, ATM I 131—1, 1937.

### C. Federwaagen

**a) Projektions-Federwaage.** Es ist eine verbesserte Jollysche Federwaage (S. 211). Unsicherheit 0,03 mg.

Emich, Mber. Chem. 36, 403, 1915.

**b) Drehfederwaage.** Höchstbelastung 5 mg bis 20 g, Unsicherheit $\frac{1}{500}$ der Höchstbelastung. Bei ihr wird die Spannung einer leichten Spiralfeder aus Phosphorbronze mit dem Gewichte des angehängten Körpers ins Gleichgewicht gebracht.

Hartmann u. Braun, Z. techn. Phys. 4, 220, 1923; ATM I 131—2, 1925.

**c) Torsionswaage von Tauß.** Höchstbelastung 5 g. Ausgleich über 100 mg durch Anhängegewichte, darunter an der 100teiligen Skala.

**d) Waage von Loebe und Kühn** ist frei von jeder Lagerreibung. Balken und Achse sind Quarzfäden, die Achse ist freischwebend in zwei elastischen Spiralfedern aufgehängt. Höchstbelastung 0,1 mg bis 10 g, Unsicherheit $\frac{1}{500}$ bis $\frac{1}{1000}$ der Höchstbelastung.

Loebe u. Kühn, Z. Instrkde. 53, 21, 1933 u. 58, 81, 1938.

## 2. Wägeverfahren

Die folgenden Ausführungen beziehen sich im wesentlichen auf die gleicharmige Hebelwaage.

### A. Aufstellung und Gebrauch der Waagen

**a) Allgemeine Vorschriften.** Die Waage soll erschütterungsfrei (schwerer Tisch, Wandkonsol) und temperaturkonstant (Nord- oder Kellerraum) aufgestellt sein, die drei Fußschrauben auf Unterlegscheiben (unter Umständen mit Gummieinlage). Gegen Temperaturstrahlung (Heizkörper, Beobachter) schützen blanke Metallgehäuse, Blechschirme oder Stanniolbelag besser als Pappe oder Asbest. Ein besonderer Wärmeschutzkasten um den Balken wirkt oft günstig. Schneiden, Pfannen, Angriffsstellen der Arretierung müssen staub- und fettfrei sein, Abwischen mit Alkohol oder Benzin und ausgewaschener Leinwand (nicht Leder), Pinsel. Man stellt die Mittelpfanne nach aufgesetzter Libelle oder nach dem Senkel (Libelle) der Waage horizontal. Durch das Laufgewicht in der Balkenmitte kann die Empfindlichkeit verändert, durch seitliche Schräubchen oder ein drehbares Fähnchen die Gleichgewichtslage (Ruhelage bei Dämpfungswaagen!) auf den Mittelstrich (Nullpunkt) der Skala eingestellt werden. Eine geringe Unsymmetrie hierin bleibt bei den physikalischen Wägungsmethoden bedeutungslos. Der Waagebalken soll für sich allein im Gleichgewichte, die beiden Waagschalen mit Gehänge sollen gleich schwer sein.

Bei der Wägung sind Luftströmungen zu vermeiden, daher muß man den Wärmeausgleich des zu wägenden Körpers und der Massenstücke in der Waage abwarten. Der Waagekasten wird geschlossen, ein Thermometer in ihm in Höhe der Schalen gestattet die Bestimmung der Temperatur. Besondere Trockenmittel im Waagekasten sind zu vermeiden; sind sie ausnahmsweise erforderlich, so ist stückiges Kieselsäuregel (Sartorius) dem üblichen Chlorkalzium vorzuziehen.

Durch elektrische Ladungen können, wenn Glasteile des Kastens frisch geputzt sind, grobe Fehler entstehen; kleinere auch sonst, z. B. bei Glas- oder Bergkristallwägungen oder durch gläserne Bodenplatte (mit Stanniolstreifen bedecken). Ein in ein dünnes Glasröhrchen eingeschmolzenes radioaktives Präparat sichert hiergegen (Dorn).

**b) Die Ablesung.** Eine fest angebrachte Lupe erleichtert die Ablesung (Parallaxe vermeiden). Seitliche Ablesung (Zeiger horizontal am Balkenende) ist unempfindlich gegen geringe Parallelverschiebung des Waagebalkens.

Optische Vergrößerung der Ablesegenauigkeit einer genügend unveränderlichen Waage durch Mikroskop und Mikroskala am Zeiger oder durch Fernrohr und am Waagebalken angebrachten Spiegel bedeutet, ohne die Schwingungsdauer zu verlängern, entsprechend erhöhte Empfindlichkeit.

### B. Die einzelnen Verfahren

Feinste Wägungen werden nur mit kleinen, genau bekannten Massenstücken ausgeführt. Bei Anwendung von Reitern beträgt die Unsicherheit mindestens $\frac{1}{100}$ des Betrages der Reiter.

**a) Bestimmung der Gleichgewichtslage.** Bei den Dämpfungswaagen wird der Teilstrich abgelesen, auf den sich die Waage einstellt (Ruhelage).

Bei den Schwingungswaagen ist es genauer und weniger zeitraubend, die Waage im schwingenden Zustande zu beobachten als in der Ruhe. Die Schwingungsweite betrage etwa 2–5 Skalenteile. Die ersten 3–4 Umkehrpunkte nach dem Lösen der Waage werden nicht abgelesen. Oft ist es zweckmäßig, die Mitte der Skala mit 10 (nicht 0) zu bezeichnen. Man findet die Gleichgewichtslage am besten aus einer ungeraden Zahl von Umkehrpunkten. Fast stets genügt es, sie aus drei aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten zu ermitteln als $\frac{1}{2}[(l_1 + l_3) : 2 + l_2]$.
Die Schwingungsweite soll nur wenig und gleichmäßig abnehmen. Stärkere unregelmäßige Dämpfung wird oft durch verstaubte Pfannen oder abgenutzte Schneiden verursacht.

**b) Die Empfindlichkeit.** Ihre Definition ist in der Literatur (bes. Firmenkatalogen) nicht einheitlich. Hier sei bezeichnet mit Empfindlichkeit $E$ einer Waage die Änderung der Einstellung (in Skalenteilen) für die Mehrbelastung Eins einer Schale. Bewirkt eine einseitige Zulage $p$ (Empfindlichkeitsgewichtsstück) die Änderung $n$, so ist $E = n : p$.
Ist $M$ die Masse des Balkens, $a$ der Abstand seines Schwerpunktes von der Drehachse (Mittelschneide), $M'$ die Gesamtmasse der Schalen mit den Belastungen, $a'$ der Abstand der Verbindungsgeraden der Aufhängepunkte (Endschneiden) von der Drehachse, $a$ und $a'$ nach unten positiv gerechnet, $2L$ die Länge des Balkens, $z$ die Länge des Zeigers und $s$ die eines Skalenteils, so ist $E = \frac{L}{Ma + M'a'} \cdot \frac{z}{s}$.
Für $a' = 0$, d.h. wenn die Endschneiden mit der Drehachse in derselben Ebene liegen, wird die Empfindlichkeit unabhängig von der Masse der Schalen und ihrer Belastung. Diese für eine Waage erwünschte Bedingung kann wegen der Festigkeitsverhältnisse streng nur für eine bestimmte Belastung erfüllt werden. Gewöhnlich ist sie für eine mittlere hergestellt.
Der Abstand $a$ und damit $E$ kann durch das vertikal verschiebbare oder verschraubbare Laufgewicht verändert werden. – Mit $E$ nimmt die Schwingungsdauer zu, deren zweiter Potenz sie proportional ist. Gesteigerte Empfindlichkeit macht oft die Waage weniger konstant.

**c) Verhältnis der Waagearme (Richtigkeit).** Die Ungleicharmigkeit wird bei guten Waagen selten $\frac{1}{10000}$ erreichen. Bei feinen absoluten Wägungen darf man sich aber nicht auf die Gleicharmigkeit verlassen.
Die Längen $R$ und $L$ der beiden Waagearme verhalten sich umgekehrt wie die Gewichte, die als gleichzeitige Belastung der Schalen die Waage auf ihren Nullpunkt (Gleichgewichtslage der unbelasteten Waage!) einstellen.
Die Bestimmung des Balkenverhältnisses bedingt stets die Beobachtung der Waage bei zwei verschiedenen Belastungen; hier vertritt der „Nullpunkt" die erste Beobachtung für die Last 0. Mit der Belastung kann das Verhältnis sich etwas ändern. – Bestimmung mittels Doppelwägung s. S. 30.

**d) Proportionalmethode (einfache Wägung).** Sie setzt die Kenntnis des Verhältnisses $\frac{R}{L}$ der Waagearme voraus. (Ist $\frac{R}{L}$ unbekannt, so erhält man nur Ergebnisse, die den gewogenen Massen proportional sind.) Man bestimmt die Gleichgewichtslage $a_0$ der unbelasteten Waage. Dann legt man auf die linke Waagschale den zu wägenden Körper $P$, auf die andere die Normalstücke $N$, bis die zweite Gleichgewichtslage $a$, möglichst nahe $a_0$, erreicht wird. Es folgt $P = \frac{R}{L}\left(N + \frac{a - a_0}{E}\right)$ (vgl. oben).

**e) Substitutions- (Tarier-) Methode (Borda).** Der Körper $P$ auf einer Schale (rechts) wird durch irgendeine Belastung (Tara) der anderen (links) äquilibriert, am bequemsten mit einem zweiten Massensatze, der nicht genau zu sein braucht (erste Gleichgewichtslage). $P$ wird dann durch genaue Massenstücke $N$ bis zur gleichen Einstellung der Waage ersetzt. Diese Substitution ergibt seine Masse unabhängig von der Gleicharmigkeit der Waage. – Die zweite Gleichgewichtslage wird in der Regel nicht genau mit der ersten übereinstimmen, sondern von ihr um $n$ Skalenteile abweichen. Man müßte also den Betrag $n : E$ (S. 29) zu $N$ zulegen oder von $N$ abnehmen, um völlige Gleichheit zu erzielen. Die Gleichgewichtslage der unbelasteten Waage braucht hier, wie bei der folgenden Methode, nicht beobachtet zu werden.

**f) Vertauschungsmethode (Doppelwägung, Gauß).** Sie stellt eine gegenseitige Substitution der zu vergleichenden Massen dar und eignet sich für die genauesten Bestimmungen, besonders zur Vergleichung von Normalstücken. Die Methode liefert zugleich das Balkenverhältnis $\frac{R}{L}$ (S. 29).

Man legt einmal $P$, den zu wägenden Körper, auf die linke Schale und $N$, die den Körper nahezu abgleichenden Massenstücke, auf die rechte Schale, setzt sodann umgekehrt $P$ rechts und $N$ links auf und leitet in beiden Fällen die Gleichgewichtslagen aus Schwingungen ab.

Nach dem Interpolationsverfahren (S. 16) sei gefunden, daß im zweiten Falle die kleine Zulage $z$ nötig gewesen wäre, um eine der ersten gleiche Gleichgewichtslage zu erzielen, so daß die nötige Gesamtbelastung

bei der ersten Wägung links $P$ rechts $N$
„ „ zweiten „ „ $N + z = N'$ „ $P$ ist.

Eine Zulage einerseits kann dabei als negative Zulage andererseits gerechnet werden. Dann ist

$$P = \sqrt{N \cdot N'} \approx \frac{1}{2}(N + N') = N + \frac{z}{2}$$

und, falls die erste Gleichgewichtslage zugleich die Nullage der unbelasteten Waage ist,

$$\frac{R}{L} = \sqrt{\frac{N'}{N}} \approx 1 + \frac{N' - N}{N} = 1 + \frac{z}{2N}.$$

## C. Reduktion der Wägung auf den leeren Raum

Zweck einer Wägung ist meistens die Bestimmung der Masse eines Körpers durch Vergleichung mit den bekannten Massen eines Satzes. Bei der üblichen Wägung in Luft vergleicht man jedoch ihre Tauchgewichte (S. 26). – Die Vakuumwägung hat sich nicht bewährt, da die im Vakuum veränderliche Adsorptionshaut aller Körper eine erneute Unsicherheit bedingt. – Nennt man

$m$ das scheinbare Gewicht des Körpers in der Luft, d.h. die Massenstücke, die ihm in der Luft das Gleichgewicht halten,
$\lambda$ die Wichte der Luft (im Mittel $\lambda = 0{,}001\,20$; S. 215 und Tab. 9),
$\varrho$ die Wichte des Körpers (Tab. 2, 65 bis 67),
$\sigma$ die Wichte der Massenstücke (Messing = 8,4),

so gilt für das Gewicht des Körpers im leeren Raume (und damit auch für seine Masse $M$):

$$M = m\left(1 + \frac{\lambda}{\varrho} - \frac{\lambda}{\sigma}\right).$$

Die Verbesserung $m\left(\frac{\lambda}{\varrho} - \frac{\lambda}{\sigma}\right)$ wächst mit der Ungleichheit von $\varrho$ und $\sigma$. Für mittlere Luftwichte und Messingmassenstücke s. Tab. 1.

Auch wo es nicht auf die absolute Masse, sondern nur auf die Massenverhältnisse ankommt, wie bei chemischen Analysen, bedingt der Auftrieb unter Umständen Berichtigungen, die mehr als ein Promille betragen können.

Schwankungen der Luftwichte an einem Orte übersteigen selten 0,000 15 p · cm $^{-3}$. Der Auftrieb einer 100 g-Platinschale oder eines 15 g-Porzellantiegels kann dadurch so verändert werden, daß er gegenüber dem der äquilibrierenden Messingstücke immerhin um 1 mp schwankt. Um die lästige Berücksichtigung der genauen Luftwichte zu vermeiden, tariert man daher zweckmäßig mit einem ähnlichen Gefäß als Gegengewicht.

Bei feinsten Wägungen ist eine weitere Berichtigung nötig, wenn die Schwerpunkte der Belastungen beider Waagschalen verschieden hoch liegen. Die Berichtigung je kg Masse und m Höhenunterschied beträgt 0,31 mg.

## D. Massenstücke (Gewichte) und ihre Bestimmung

**a) Werkstoff.** Geeignet sind Platin, vakuumgeschmolzenes Contracid, Chromnickel, Nickel oder Neusilber, für die größeren auch Messing, am besten mit Nickelüberzug. Massenstücke unter 10 mg werden zweckmäßig aus Aluminium hergestellt, das als Werkstoff auch für größere durchaus geeignet ist.

Alle Massenstücke dürfen nur mit Gabel oder langer Pinzette angefaßt werden.

**b) Form.** Zylindrisch oder schwach konischer Kegelstumpf, meist mit (eingeschraubtem) Knopf. Kleine Massenstücke: Plättchen mit einer aufgebogenen Ecke oder Kante, bzw. Draht, spiralig oder rechtwinklig gebogen. – Massenstücke für höchste Genauigkeit, deren genaue Volume durch Wägung in Wasser (S. 210) zu bestimmen sind, müssen aus einem Stück bestehen.

**c) Stückweise Vergleichung.** Jedes Massenstück wird mit einem Normalstück gleichen Sollwertes, am besten durch Doppelwägung, verglichen.

Relativ zueinander bestimmt man die Stücke eines Massensatzes durch

**d) Einfache Bestimmung „in sich".** Die Grammstücke eines Massensatzes gebräuchlicher Stückelung seien bezeichnet mit

$$50' \quad 20' \quad 10' \quad 10'' \quad 5' \quad 2' \quad 1' \quad 1'' \quad 1'''.$$

Man faßt die Summe der kleinen Stücke $5' + \cdots + 1''' = \sum 10$ als ein Stück auf und vergleicht (Doppelwägung S. 30) $\sum 10$ und $10''$ je mit $10'$, ferner $20'$ mit $10' + 10''$ und $50'$ mit der Summe $\sum 50$ der übrigen Stücke. Gefunden seien z. B. $\sum 10 = 10' - 0{,}29$ mg, $10'' = 10' + 0{,}17$ mg, $20' = 10' + 10'' + 0{,}06$ mg und $50' = \sum 50 + 0{,}48$ mg.

Aus diesen vier Beobachtungsgleichungen sind fünf Unbekannte zu bestimmen. Man erhält die fehlende fünfte Gleichung, wenn man vorläufig die Gesamtsumme aller Stücke als richtig annimmt, d. h. man setzt $\sum 100 = 50' + 20' + \cdots + 1''' = 100$ g.

Für Arbeiten (chemische Analyse, Dichtebestimmung), die nur relative Werte verlangen, genügt dies. Um auf richtige (absolute) Masse zu beziehen, vergleicht man ein Stück oder am besten die Gesamtsumme („oberer Anschluß") $p$ mit einem Normalmassenstück. Findet sich hierbei die tatsächliche Abweichung

(„Fehler") zu $+\delta_0$, während die Berechnung $+\delta$ gibt, so ist zu dem berechneten Fehler eines jeden Massenstückes $P$ zu addieren $(\delta_0 - \delta)\frac{P}{p}$.

Übersichtlich läßt sich die Zahlenrechnung nach einem von F. C. Eaton mitgeteilten Schema ausführen, das ähnlich auch bei anderer Stückelung anwendbar ist. — Die obigen Gleichungen für die Istwerte 50′ ... 1‴ der Massenstücke gelten ebenso auch für ihre Fehler (50′) ... (1‴), vgl. folgenden Absatz e).

Zunächst setzt man den Fehler des Stückes 10′ zu Null an, d.h. (10′) = 0. Aus den fünf Gleichungen folgen dann nacheinander die unter „vorläufig" angegebenen Werte. Der letzte, + 0,70 mg, widerspricht aber dem Werte für die Summe aller Stücke, der bereits zu 0 angenommen oder der besonders ermittelt wurde, z.B. zu $\delta_0 = +0{,}22$ mg. Dieser Wert (0 oder + 0,22) wird in Spalte „endgültig" eingetragen. — Um die Differenz „endgültig" — vorläufig" muß der vorläufige Wert der Summe verbessert werden (— 0,70 bzw. — 0,48) und anteilmäßig, proportional ihren Nennwerten, alle Stücke (Spalte „Zuschlag"). Die endgültigen Fehler ergeben sich als Summe von „vorläufig" und „Zuschlag".

| Beobachtete Gleichung | | vorläufig | Zuschlag | endgültig | Zuschlag | endgültig |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (10′) | | 0 | — 0,070 | — 0,070 | — 0,048 | — 0,048 |
| $\sum(10) = (10')$ | — 0,29 | — 0,29 | — 0,070 | — 0,360 | — 0,048 | — 0,338 |
| $(10'') = (10')$ | + 0,17 | + 0,17 | — 0,070 | + 0,100 | — 0,048 | + 0,122 |
| $(20') = (10') + (10'')$ | + 0,06 | + 0,23 | — 0,140 | + 0,090 | — 0,096 | + 0,134 |
| $(50') = \sum(50)$ | + 0,48 | + 0,59 | — 0,350 | + 0,240 | — 0,240 | + 0,350 |
| $\sum(100) = 100$ g | | + 0,70 | — 0,70 | 0 | — 0,48 | + 0,22 |

Mit der folgenden Dekade (5′ bis 1‴) verfährt man ebenso.

**e) Bestimmung durch Ausgleichung in sich** (vgl. S. 17). Größere Sicherheit der Fehlerbestimmung erhält man, wenn man zu den mindestens notwendigen Wägungen weitere Kombinationen hinzunimmt, so daß mehr Gleichungen als Unbekannte vorhanden sind. Die Ausgleichung kann nach der Methode der kleinsten Quadrate (S. 18) geschehen. Durch passende Zusammenstellung der Stücke kann man erreichen, daß die abgeleiteten Normalgleichungen so einfach werden, daß man ihre Lösung unmittelbar hinschreiben kann. Bezeichnen $x, y, z, u, v \ldots$ die Istwerte, d.h. Nennwert plus Fehler der einzelnen Stücke, so gewinnt man Gleichungen der Form $ax + by + cz + du + ev + \cdots = l$, wobei die Faktoren $a, b, c, d, e$ nur die Werte + 1, — 1 oder 0 annehmen, je nachdem die einzelnen Stücke additiv oder subtraktiv eingehen oder ganz fehlen. Da die Gleichungen stets so zu bilden sind, daß die Summe der Nennwerte der einzelnen Massenstücke Null ist, so stellen die $x, y, z \ldots$ zugleich die Fehler der einzelnen Stücke und $l$ ihre algebraische Summe dar.

Im folgenden Schema sind die Beobachtungsgleichungen durch Zeichenfolgen der Art $+ - - - - \cdot l$ dargestellt. Sie bedeuten, daß von dem ersten Massenstück (50′) die drei folgenden (20′ + 20″ + 10′) abgezogen werden sollen und ihre algebraische Summe $l$ mg ergibt oder daß nach der obigen Darstellung $a = +1$; $b = c = d = -1$ und $e = 0$ ist. Die laufenden Nummern 1 und 2 bedeuten zwei Anschlußwägungen an ein 100-g-Normal, dessen Fehler bereits in Rechnung gesetzt ist oder nach der Ausgleichung verhältnismäßig zu den Ergebnissen addiert wird (s. o.). Außerdem sollen entsprechend den laufenden Nummern 3 bis 12 noch 10 weitere Wägungen zwischen den fünf Stücken des Satzes vorgenommen werden. Addiert man die $x$ enthaltenden Gleichungen 1 bis 4, so erhält man $4x = \sum al$; addiert man die Gleichungen 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10 und subtrahiert von ihnen 3 und 4, so erhält man $10y = \sum bl$; entsprechend $10z = \sum cl$; $10u = \sum dl$; $10v = \sum el$.

Beispiel für die Ausgleichung der Stücke 50′, 20′, 20″, 10′, 10″ eines Massensatzes unter Anschluß an das Stück 100 g

| Lfd. Nr. | 5′ 2′ 2″ 1′ 1″<br>$a$ $b$ $c$ $d$ $e$ | an | beob.<br>$1000\,l = \lambda$<br>$10^{-3}$ mg | ber.<br>$\lambda$<br>$10^{-3}$ mg | beob.-ber.<br>$p = \Delta l$ | $pp$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | + + + + · | (100) | — 178 | — 176 | — 2 | 4 |
| 2 | + + + · + | (100) | — 164 | — 165 | + 1 | 1 |
| 3 | + — — — · | | — 102 | — 110 | + 8 | 64 |
| 4 | + — — · — | | — 127 | — 121 | — 6 | 36 |
| 5 | · + — + — | | — 136 | — 138 | + 2 | 4 |
| 6 | · + — + — | | — 136 | — 138 | + 2 | 4 |
| 7 | · + — — + | | — 125 | — 116 | — 9 | 81 |
| 8 | · + — — + | | — 115 | — 116 | + 1 | 1 |
| 9 | · + · — — | | + 312 | + 304 | + 8 | 64 |
| 10 | · + · — — | | + 300 | + 304 | — 4 | 16 |
| 11 | · · + — — | | + 436 | + 431 | + 5 | 25 |
| 12 | · · + — — | | + 421 | + 431 | — 10 | 100 |
| | | | | | | $[pp] = 400$ |

Normalgleichungen:

$$4x = \sum a\lambda : 1000 = -0{,}571; \quad 50' = 50\text{ g} - 0{,}143\text{ mg}$$
$$10y = \sum b\lambda : 1000 = -0{,}013; \quad 20' = 20\text{ g} - 0{,}001\text{ mg}$$
$$10z = \sum c\lambda : 1000 = +1{,}256; \quad 20'' = 20\text{ g} + 0{,}126\text{ mg}$$
$$10u = \sum d\lambda : 1000 = -1{,}577; \quad 10' = 10\text{ g} - 0{,}158\text{ mg}$$
$$10v = \sum e\lambda : 1000 = -1{,}474; \quad 10'' = 10\text{ g} - 0{,}147\text{ mg}.$$

Die Zahl der Beobachtungsgleichungen ist $n = 12$, die der Unbekannten $q = 5$. Demnach ist der mittlere Fehler einer Beobachtung $m = \pm\sqrt{\frac{[pp]}{n-q}} = \pm\, 7{,}56 \cdot 10^{-3}$ mg; der mittlere Fehler von $x$ (hierfür vier Beobachtungen) $m_x = \frac{m}{\sqrt{4}} = \pm\, 0{,}0038$ mg und entsprechend der von $y, z, u, v$, $m_y = \frac{m}{\sqrt{10}} = \pm\, 0{,}0024$ mg.

Ausgleichsschema für die Stückelungen:

| 5′ | 2′ | 1′ | 1″ | 1‴ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | |
| + | + | + | + | + | (10) |
| + | — | — | — | — | |
| · | + | — | — | · | |
| · | + | — | · | — | |
| · | + | · | — | — | |
| · | · | + | — | · | |
| · | · | + | — | · | |
| · | · | + | · | — | |
| · | · | + | · | — | |
| · | · | + | · | — | |
| · | · | · | + | — | |
| · | · | · | + | — | |
| · | · | · | + | — | |

$$2x = \sum al$$
$$5y = \sum bl$$
$$10z = \sum cl$$
$$10u = \sum dl$$
$$10v = \sum el$$
$$m = \sqrt{\frac{[pp]}{14-5}}$$
$$m_x = m : \sqrt{2}$$
$$m_y = m : \sqrt{5}$$
$$m_{z,u,v} = m : \sqrt{10}$$

| 5′ | 3′ | 2′ | 1′ | 1″ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | |
| + | + | + | + | — | (10) |
| + | + | + | — | + | (10) |
| + | + | · | + | + | (10) |
| + | — | — | + | — | |
| + | — | — | — | + | |
| + | — | · | — | — | |
| · | + | — | — | · | |
| · | + | — | — | · | |
| · | + | — | · | — | |
| · | + | — | · | — | |
| · | · | + | — | — | |
| · | · | + | — | — | |

$$6x = \sum al$$
$$10y = \sum bl$$
$$10z = \sum cl$$
$$10u = \sum dl$$
$$10v = \sum el$$
$$m = \sqrt{\frac{[pp]}{12-5}}$$
$$m_x = m : \sqrt{6}$$
$$m_{y,z,u,v} = m : \sqrt{10}$$

Die sparsamste Anordnung eines Satzes ist 1, 3, 9, 27, 81, . . . $3^n$. Durch passende algebraische Addition kann man hiermit jede ganze Zahl darstellen. In sich vergleichbar ist ein derartiger Massensatz nicht.

# II. Längen-, Flächen- und Volummessung

## 1. Geräte zur Längenmessung

Da das als Strichmaß ausgebildete Urmeter (S. 2) nur auf $\pm 0{,}2\,\mu$, d.h. auf $2 \cdot 10^{-7}$ seiner Länge mit anderen Meterstäben verglichen werden kann, lassen sich Längen in metrischen Einheiten überhaupt nur bis zur gleichen relativen Genauigkeit angeben, die aber bei Interferenzmessungen zum Teil schon überschritten wird (S. 41).

### A. Strichmaße und ihre Messung

**a) Strichmaßstäbe.** Als Werkstoff kommen in Betracht, nach abnehmender Wärmeausdehnung geordnet (Tab. 65), Silber (besonders als Einlage), Messing, Neusilber, Bergkristall, Stahl, Platiniridium, Glas, Nickelstahl (Invar, Indilatan), Quarzglas. Für die Längenmaße der Technik ist als Bezugstemperatur 20° festgesetzt. Bei dieser Temperatur sollen sie ihren Nennwerten entsprechen.

Nach zunehmender Brauchbarkeit bezüglich hygroskopischer Längenänderung in der Faserrichtung ordnen sich die gebräuchlichsten Hölzer: Pappel, Eiche, Mahagoni, Buche, Kiefer, Linde, Ahorn, Fichte. Die Änderungen durch die gewöhnlichen Luftfeuchteschwankungen liegen zwischen $\frac{8}{10000}$ und $\frac{1}{10000}$. Geeignet ist auch Zelluloid. Elfenbein wird von Feuchtigkeit stark beeinflußt. Ganz unbrauchbar ist Nußbaum. Paraffinieren der Hölzer hilft nicht viel. Besser schützt Überziehen oder noch vollkommener Tränken mit Schellack.

Hildebrand, Wied. Ann. 34, 397, 1888.

Die Länge der Achse eines Stabes ändert sich durch mäßige Durchbiegungen nur wenig. Es empfiehlt sich, über 20 cm lange Maßstäbe bei horizontaler Lage in zwei Querschnitten zu stützen, die je um $\frac{2}{9}$ der Länge von den Enden abstehen (Besselsche Punkte). Auch die Aufbewahrung geschieht so am besten. Normalmaßstäben gibt man X- oder H-förmigen Querschnitt und teilt auf der Mittelrippe. Vgl. Normblätter DIN 864–866.

Für die Messung langer Strecken benutzt man Meßbänder aus Stahl oder Nickelstahl (übliche Längen 20, 30 oder 50 m), für geodätische Feinmessungen auch 24 m lange Invardrähte (Jäderin). Leinenbänder, auch mit Drahteinlage, sind ungeeignet. Die Bezugsspannung (meist 10 kp) läßt sich während der Messung durch eine Federwaage an dem einen Bandende herstellen.

**b) Freie Ablesung.** Bei Ablesung mit unbewaffnetem Auge sei die Teilung nicht enger als 1 mm. Parallaxe wird vermieden, wenn die Teilung mit dem Objekt zusammenfällt (Kantmaßstab, durchsichtiger Maßstab). Andernfalls sichert man das Senkrechtsehen zur Teilung durch einen mit ihr parallelen Spiegel, indem man das Spiegelbild des Auges in den abzulesenden Punkt bringt. Oder man hält durch Visieren nach einem fernen Punkt eine konstante Sehrichtung ein. Am sichersten liest man mittels eines senkrecht zur Teilung und parallaxefrei eingestellten Fernrohrs oder Mikroskops mit Parallelverschiebung ab. — Zehntel der Teilungseinheit kann man durch Schätzen erhalten; sicherer ist die

**c) Messung der Intervallteile.** $\alpha$) Der Nonius oder Vernier ist eine Hilfsteilung, an der die Intervallbruchteile der Hauptteilung abgelesen werden. In Abb. 4 zeigen beide Nonien die Einstellung ..., 7 an. In Abb. 5 ist die Ablesung 25° 9′.

Bei feineren Messungen muß die Noniusteilung selbst geprüft sein. Aus der Fehlertafel der Hauptteilung ist der Fehler desjenigen Striches zu entnehmen, an dem die Noniusteilung einsteht.

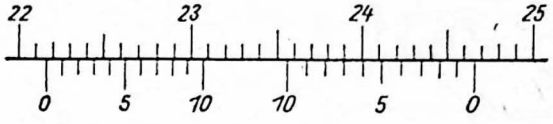



Abb. 4. Nonius, links: vorlaufender, rechts: nachtragender

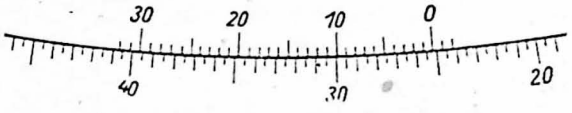



Abb. 5. Kreisnonius

$\beta$) Meßschraube. Um die Lage einer Marke $m$ zwischen zwei benachbarten Teilstrichen $a$ und $b$ zu bestimmen, bewegt man das Mikroskop mittels der Meßschraube und liest am Kopf der Schraube (Trommel) ab, wenn das Mikroskop nacheinander auf $a$, $m$ und $b$ einsteht. Wegen des toten Ganges der Schraube stellt man immer von derselben Seite her ein. Fehlerbestimmung (S. 39).

$\gamma$) Okularmikrometer. An Stelle des Mikroskops wird hier nur der Faden oder das Fadenpaar durch eine in das feststehende Mikroskop eingebaute Meßschraube bewegt (Okularschraubenmikrometer). — Während der Messung darf die Vergrößerung durch das Objektiv nicht verändert werden. Also ist eine Verschiebung des Okulars nur bei der Ramsdenschen Form (Faden außerhalb des Okulars) zulässig.

**d) Komparatoren.** Unsicherheit 0,2 $\mu$ erreichbar. — Kippungsfehler erster Ordnung aus unvollkommener Geradführung werden vermieden, wenn der Prüfling nicht neben dem Normal, sondern hinter ihm, in seiner Verlängerung angeordnet ist (Komparatorprinzip von Abbe) und wenn ferner nicht das Visiergerät, sondern der Prüfling verschoben wird.

$\alpha$) Longitudinalkomparator. Längs eines festen Maßstabes verschiebt sich ein Schlitten mit Mikroskop, das man folgeweise auf beide Enden der zu messenden Länge einstellt. Die Parallelverschiebung muß um so genauer verbürgt sein, je weiter der Prüfling von der Teilung des Maßstabes abliegt.
Oder der Prüfling wird mit einem in seiner Längsrichtung (longitudinal) verschiebbaren Maßstabe fest verbunden und jeder seiner Punkte folgeweise unter dasselbe feststehende Mikroskop gebracht. Mit einem zweiten, fest mit dem ersten verbundenen Mikroskope wird an dem Maßstabe die Verschiebung abgelesen.

$\beta$) Transversalkomparator. Die zu vergleichenden Maßstäbe sind nebeneinander auf einem Wagen gelagert und werden nacheinander unter zwei in passendem Abstand fest angeordnete Meßmikroskope gebracht. — Oder man befestigt die Mikroskope an einer fahrbaren Schiene und bewegt sie mit dieser über die festliegenden Maßstäbe.
Besser als in freier Luft lagert man die Maßstäbe in Trögen, die durch Eis oder strömende Flüssigkeit auf konstanter Temperatur gehalten werden.

Pulfrich, Z. Instrkde. **12**, 307, 1892: Komparator von Abbe; Blaschke, ebd. **27**, 361, 1907: Komparator d. Phys.-Techn. Reichsanst.; Kösters, ebd. **33**, 233, 1913: Komparator der Normaleichungskommission; Berndt, Grundl. u. Geräte techn. Längenmess. Berlin 1929. ATM V 8311—1.

**e) Teilmaschine.** Sie dient zunächst zur Herstellung von Strichmaßstäben. Der Schlitten mit Reißerwerk wird durch eine lange Meßschraube oder von Hand mit Feinregulierung durch Justierschrauben eingestellt. In letzterem Falle visiert man mit einem mit dem Schlitten verbundenen Mikroskop auf einen Maßstab, dessen Teilung man also gewissermaßen auf den zu teilenden Maßstab überträgt. Die bekannten Teilungsfehler des Normalstabes können dabei ausgeschaltet werden. — Ersetzt man das Reißerwerk durch ein Mikroskop, so wird die Teilmaschine zum Longitudinalkomparator.

Scheel, Z. Instrkde. 16, 321, 1896.

**f) Kathetometer.** Es ist ein Longitudinalkomparator für Vertikalabstände. — Ist der Maßstab an der Kathetometersäule angebracht, so ist die Parallelführung (das genaue Horizontalbleiben) des Fernrohrs an der Fernrohrlibelle besonders zu beachten. Grundsätzlich vorzuziehen ist die Anordnung mit neben das Objekt gestelltem Maßstabe und zwei Schlitten mit Fernrohren (Mikroskopen) für die Endpunkte der zu messenden Strecke. Geringe Krümmung des Kathetometers oder Neigung der Fernrohrachse verursachen dann weniger Fehler. — Berichtigung vgl. S. 46.

Über das Ophthalmometer zur Messung kleiner Abstände s. v. Helmholtz, Handb. d. physiol. Optik. Leipzig 1896.

## B. Endmaße und ihre Messung

Berndt, Grundl. u. Geräte techn. Längenmess. Berlin 1929. Phys.-Techn. Reichsanst., Tätigk.-Ber. 1925ff.: Z. Instrkde. 46, 156, 1926; 48, 156, 1928; 50, 240, 1930; Kösters, Z. VDI 87, 524, 1943.

**a) Endmaße** (vgl. Normblatt DIN 861; AWF 951). Zuerst 1911 von Johansson hergestellt. Ein Endmaß stellt nur eine einzige Maßgröße dar. Doch lassen sich ähnlich wie bei einem Gewichtssatze durch Zusammensetzen Zwischenwerte herstellen. Hierfür besonders geeignet sind die Parallelendmaße, bei denen zwei planparallele Endflächen die Maßgröße darstellen. Als Werkstoff wird fast ausschließlich oberflächlich gehärteter Stahl (auch Nitrierstahl) verwendet. Rechteckige Parallelendmaße werden von 0,1 bis 3000 mm Länge mit $9 \times 30$ oder $9 \times 35$ mm Querschnitt hergestellt. Die weniger verwendbaren zylindrischen (von 20 mm Durchmesser) sind an den Enden kegelig abgestumpft auf kreisförmige Meßflächen von 8 mm Durchmesser. — Für jedes Endmaß von der Sollänge $l$ wird verbürgt, daß das Mittenmaß innerhalb $\pm (0{,}2 + 5l \cdot 10^{-6})\,\mu$ richtig ist, so $\pm 0{,}7\,\mu$ für ein 100-mm-Maß, dessen Gestaltsfehler, d.h. Abweichung der Meßflächen von der Ebenheit und der Parallelität, dagegen innerhalb $\pm 0{,}2$ bis $\pm 0{,}3\,\mu$ bleiben. Tatsächlich erreichen die Gesamtfehler oft nur $0{,}03\,\mu$. Mit einem Endmaßsatze (110 Stück) üblicher Abstufung lassen sich alle Längen zwischen 2,000 mm bis 200 mm in Abstufungen von 0,001 mm herstellen.

Die Endflächen werden mit seife- und fettfreier Leinwand oder entfetteter Watte mit Leichtbenzin gut gereinigt, sie haften dann beim Übereinanderschieben („Anschieben" strichpolierter Maße) oder durch freiwilliges Anspringen („Ansprengen" hochglanzpolierter Maße, das durch leichte klingende Schläge an das Maß befördert wird) mit 5 bis 30 kp/cm² fest auf der ganzen Fläche. Flächen mit nicht ganz feiner Politur haften nach dem Anhauchen oder Ziehen über den Handrücken und folgendem Abwischen. Die Oberflächenbeschaffenheit jeder Meßfläche und die

molekularen Schichten zwischen ihnen bewirken, daß bei einem Endmaße„ optische" und „mechanische (geometrische)" Länge sich unterscheiden von seiner „praktischen" Länge, die bei Zusammensetzen mit anderen Meßflächen wirksam wird. Die Dicke dieser Zwischenschicht beträgt 0,08–0,07 $\mu$ (Strichpolitur); bei hochglanzpolierten Maßen geht die Anschubkorrektion auf 0,01 $\mu$ herunter. Als praktische Endmaßlänge $l$ (Abb. 6) gilt der Abstand einer Meßfläche ($A$) von einer an die zweite Fläche ($A'$) durch Adhäsion befestigten Planfläche ($P$) eines Körpers von gleichem Werkstoff und gleicher Oberflächenbeschaffenheit. Diese allgemein angenommene Definition (Kösters) entspricht dem Meßdruck Null. Bei mehrmaligem Ansprengen schwankt die Länge hochglanzpolierter Endmaße nur um wenige Tausendstel $\mu$. – Da Stahl trotz künstlicher Alterung nicht unbedingt längenbeständig ist, müssen Endmaße höchster Genauigkeit öfters nachgeprüft werden.

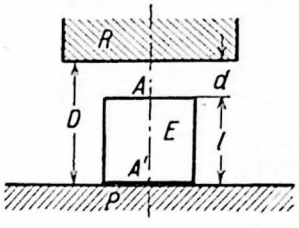


Abb. 6. Parallelendmaß

**b) Feste Lehren** zur Prüfung bestimmter Abmessungen. Hierher gehören: Keillehre (Drahtdicken), Kegellehre (Lochlehre), Rachenlehre (Zylinderdurchmesser) und Kaliberlehre (Lehrdorn für Bohrungen), letztere beiden besonders in der Doppelform als Grenzlehren mit einer „Gutseite" und einer „Ausschußseite".

**c) Geräte mit Strichmaßteilung.** $\alpha$) Schieblehre. Der Abstand der beweglichen Meßfläche (Schenkel, Schnabel) von der festen wird seitlich neben der Meßstrecke an einem Strichmaßstabe (Nonius) abgelesen. Die Nullpunktseinstellung ist nachzuprüfen. – Innendurchmesser lassen sich mit einer Schieblehre messen, deren Schenkel auf einen bestimmten Betrag, etwa 10 mm, abgesetzt und außen abgerundet sind.

$\beta$) Beim Abbeschen Dickenmesser (Zeiß, Abb. 7) ist das Komparatorprinzip (S. 35) erfüllt. Die Verschiebung wird an einer Teilung abgelesen, die in der Verlängerung der Meßstrecke auf dem ausbalancierten Stempel $S$ selbst angebracht ist.

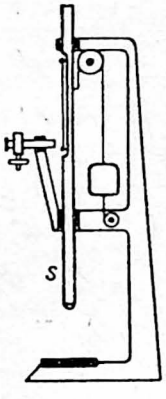


Abb. 7. Abbescher Dickenmesser

**d) Schraublehren.** Statt an einem Maßstabe wird die Einstellung an einer Meßschraube abgelesen. Das Abbesche Prinzip (S. 35) ist meist gewahrt.

$\alpha$) Mikrometerschraube. Vor dem Gebrauche ist die Meßschraube einigemal hin- und herzuschrauben. Eine Abweichung der Nullpunktseinstellung ist rechnerisch oder durch Nachstellen zu beseitigen.

$\beta$) Sphärometer (vgl. S. 326). Das in Abb. 8 dargestellte einfachste Sphärometer wird auf eine ebene Unterlage gesetzt (etwa eine Platte, deren Vorderfläche von fernen Gegenständen unverzerrte Spiegelbilder gibt), worauf man die Mittelschraube hineinschraubt, bis sie die Unterlage gerade berührt. Diese Stellung wird an der Skala (ganze Umdrehungen) und an der Kreisteilung abgelesen. Dann dreht man die Schraube zurück (ganze Umdrehungen mitzählen!), legt den zu messenden Körper unter, stellt die Schraube wieder zur Berührung ein und liest abermals ab;

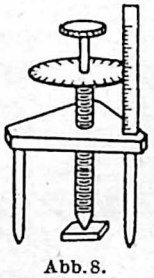


Abb. 8. Sphärometer

die Differenz beider Einstellungen gibt die Dicke in Schraubengängen. Die Höhe eines Schraubenganges wird durch Ausmessen eines Körpers von bekannter Dicke (Endmaß) ermittelt.

Daß die Schraubenspitze berührt (gleichen Meßdruck), erkennt man daran, daß sie ihr Spiegelbild in der Fläche soeben berührt oder daß das Sphärometer sich gerade auf ihr mitdrehen läßt. – Oder man legt zwischen Spitze und Unterlage noch eine Glasplatte, deren obere Fläche jetzt die Ausgangsebene darstellt. Zwischen Glasplatte und Unterlage entstehen dann Newtonsche Interferenzstreifen, die im Natriumlicht deutlich sichtbar sind und sich bei Berührung sofort verschieben. – Zum Einstellen auf gleichen Meßdruck dient auch wohl ein Fühlhebel oder ein Fühlniveau oberhalb der Schraube.

Bestimmung von Krümmungsradien durch Sphärometer s. S. 325.

$\gamma$) Die Meßmaschine (Abb. 9) ist ebenfalls ein Kontaktkomparator und stellt im Grunde nur eine große Schraublehre dar, deren Bügel als festes Bett der Maschine mit zwei beweglichen Schlitten ausgebildet ist. Der eine Schlitten trägt den Amboß $A$, der andere die Meßschraube $M$. Der Amboß pflegt als Druckanzeiger (Meßdose, Fühlhebel aller Art) für konstanten Meßdruck ausgebildet zu sein.

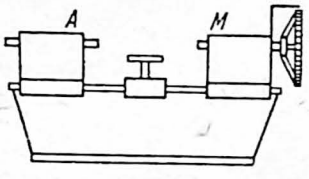


Abb. 9. Meßmaschine

Göpel, Z. Instrkde. **34**, 180, 1914; **37**, 12, 1917 (Mikroskop-Fühlhebel) und ebd. **40**, 3, 1920 (Interferenzkomparator); Berndt, a. a. O.

**e) Fühlhebel.** Bei ihnen wird die Genauigkeit der Ablesung durch mechanische oder optische Hebelübersetzung gesteigert.

Abb. 10. Hirth-Minimeter

$\alpha$) Das Zehntelmaß hat zwei zangenartig verbundene Hebel. Ihr Übersetzungsverhältnis 1 : 10 gestattet $\frac{1}{100}$ mm abzulesen.

$\beta$) Bei der Meßuhr ist der Meßbolzen in seinem oberen Teile als Zahnstange oder Schnecke ausgebildet und überträgt seine Bewegung durch Zahnräder auf einen Zeiger, der über einer zifferblattähnlichen Teilung spielt. Die Meßunsicherheit beträgt etwa 0,01 mm.

$\gamma$) Fühlhebel mit Schneidenlagerung. Höhere Genauigkeit ist zu erreichen durch Schneidenlagerung (Abb. 10). Die bewegliche Schneide am Ende des Meßbolzens dreht den waagebalkenartig gestalteten Hebel um die gegenüberstehende feste Schneide. Übersetzungsverhältnis bis 1 : 1000, Meßbereich 60 Skalenteile, Meßunsicherheit 0,5 $\mu$.

Ähnlich gebaut ist der SJP-Vergleichsmesser der Soc. Génevoise d'Instr. de Phys. (Feinmech. u. Präz. **40**, 29, 1932).

$\delta$) Optische Fühlhebel. Hierher gehört die Anwendung der Poggendorffschen Spiegelmethode (S. 47). Durch die Längenänderung eines Körpers (Verschiebung eines Meßbolzens, Wärmeausdehnung eines Stabes) wird ein Spiegel gedreht, dessen Drehung mit Fernrohr und Skala gemessen wird. Durch diese optische Verlängerung des langen Hebelarmes gelingt es beim Optimeter von Zeiß (Abb. 11), etwa

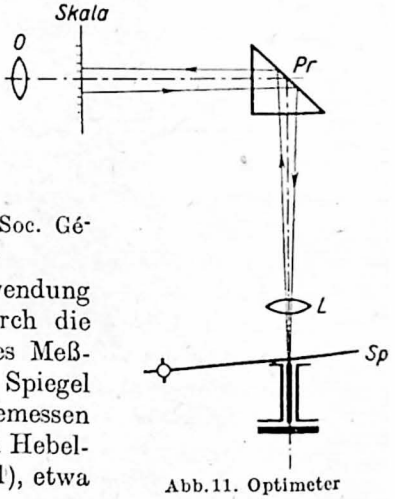


Abb. 11. Optimeter

1001fache Übersetzung zu erreichen. Dann entspricht 1 Skalenteil etwa 1 $\mu$ bei einem Meßbereich von 0,2 mm und einer Meßunsicherheit von etwa 0,2 $\mu$. – Das ähnlich gebaute Ultraoptimeter hat 5000fache Übersetzung (1 Skalenteil $\hat{=}$ 0,2 $\mu$).

**f) Meßdose.** Sie wird hauptsächlich als Druckanzeiger bei Dickenmessern und Meßmaschinen verwendet, jedoch ähnlich wie Meßuhr und Minimeter auch als selbständiges Meßgerät, z.B. beim Tolerimeter. Sie wirkt umgekehrt wie eine hydraulische Presse: ein Kolben mit großem Durchmesser drückt die Flüssigkeit einer flachen Meßkammer in eine enge Kapillare, an deren Teilung der Flüssigkeitsstand abgelesen wird.

## 2. Verfahren zur Längenmessung

### A. Prüfung eines Strichmaßstabes

**a) Gesamtlänge.** Sie ist bestimmt durch den Fehler $a$ bei einer Normaltemperatur $t_n$ (in der Regel 20°) und die Wärmeausdehnung. – Man vergleicht den Maßstab mit einem bereits bekannten bei mehreren Temperaturen und bringt die Gleichung, z.B. eines Meterstabes $A$, auf die Form

$$A = 1\text{ m} + a + b(t - t_n) + c(t - t_n)^2 \ldots$$

**b) Teilung.** Um die Teilungsfehler eines Maßstabes zu bestimmen, ermittelt man am einfachsten die Abweichung jedes Striches von dem entsprechenden Striche eines Normales.

Die inneren Teilungsfehler eines Maßstabes $L$ findet man, wenn man seine Teilabschnitte (Strecken gleichen Sollwertes) mit ein und derselben Hilfsstrecke $a$ vergleicht (die selbst nicht genau bekannt zu sein braucht) und dadurch ihre Unterschiede bestimmt.

Die Länge $L$ enthalte $n$ Unterabteilungen $a_1\, a_2 \ldots a_n$, deren Einzellängen zu $a_1 = a + \delta_1$, $a_2 = a + \delta_2$ usw. bis $a_n = a + \delta_n$ gefunden werden; bezeichnet man dann das Mittel der Unterschiede $\frac{(\delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_n)}{n} = \delta$, so ist

$$a_1 = \frac{L}{n} - \delta + \delta_1; \quad a_2 = \frac{L}{n} - \delta + \delta_2 \quad \text{usw.}$$

Um die bei einer großen Anzahl von Vergleichungen sich häufenden Fehler zu vermeiden, wird man sowohl größere wie kleinere Strecken vergleichen, z.B. bei einem in mm geteilten Meter alle dm, alle cm und alle mm; die letzteren z.B. nach S. 35. Jede größere Abteilung wird bei der Rechnung ihren Unterabteilungen gegenüber zunächst als Gesamtlänge behandelt.

Über die Methode des Durchschiebens (Vergleichung jedes Teilabschnittes eines Maßstabes mit jedem gleich großen Teilabschnitte eines anderen) vgl. Leman, Wiss. Abh. Norm.-Eich.-K. VI. 1906.

Genaue Methoden u.a.: Thiesen, Carl. Rep. 15, 680, 1879. Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. 2, 97, 1895; Benoît, Trav. et Mém. Bur. int. des Poids et Mes. II, C 35ff.; Pernet, ebd. IV, B 87, 1885. Über Ausgleichsrechnungen für Maßstäbe vgl. a. Pérard, Trav. Mém. Bur. int. 16, 1917.

### B. Untersuchung von Meßschrauben

Meßschrauben vertreten Strichmaßstäbe. Die Abweichungen der Höhen der einzelnen Gänge von einer mittleren Ganghöhe sind den Teilungsfehlern des Maßstabes vergleichbar (fortschreitender Fehler); man findet sie, indem man mittels eines aufgesetzten Mikroskopes oder mit den Fäden des Okularmikrometers einen untergelegten Maßstab ausmißt, dessen Fehler bekannt sind.

Beschränkt man sich auf wenige Umdrehungen an derselben Stelle der Schraube, so haben nur die periodischen Fehler Bedeutung. Sie rühren vom ungleichmäßigen Schnitt der Schraube innerhalb eines Ganges her und können für benachbarte Gänge als gleich angesehen werden. Man ermittelt sie, indem man mit der Schraube eine bekannte Teilung ausmißt, von der $n$ ganze Intervalle in einer oder in $m$ ganzen Ganghöhen der Schraube enthalten sind.

Auf die Ermittlung beider Arten von Schraubenfehlern ist die Methode des Durchschiebens (s.o.) anwendbar.

Über die Bestimmung der fortschreitenden und periodischen Schraubenfehler s. Bessels Methode in Weinstein, Maßbestimmungen II, 290. Berlin 1888; Thiessen, Scheel u. Sell, Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. 2, 97, 1895.

Ferner Felgentraeger, Eine einfache Methode zur Bestimmung der periodischen Fehler usw. Verh. D. Phys. Ges. 9, 251, 1907.

## C. Bestimmung kleiner Abstände

**a) Dünne Drähte.** Eine planparallele, dicke Glasplatte $G_2$ (Abb. 12) wird schräg über den Körper auf der ebenen Platte $G_1$ gelegt. Durch ein vertikal gerichtetes Mikroskop wird bei einfarbigem Lichte von der Wellenlänge $\lambda$ die Anzahl $n$ der Fizeau-Streifen zwischen $A$ und $B$ beobachtet. Die Dicke ergibt sich zu $d = n \cdot \frac{\lambda}{2}$.

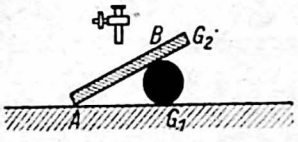



Abb. 12.
Optischer Dickenmesser (Kreusler)

Optischer Dickenmesser von Kreusler (Z. techn. Phys. 13, 241, 1932).

**b) Dünne Plättchen** (z. B. mikroskopische Präparate) nach Dorn. Weißes Licht fällt durch einen unbelegten Spiegel $S$ (Abb. 13) senkrecht auf das durchsichtige Plättchen $P$, bei dem nur die zu messende Stelle durch eine aufgelegte Blende von 2 mm Öffnung freigelassen ist. Das Licht wird an beiden Flächen des Plättchens reflektiert, interferiert und gelangt durch die Linse $L$ parallel gerichtet in einen Spektralapparat mit geeichter Skala. Das kontinuierliche Spektrum erscheint von schmalen schwarzen Streifen durchzogen; es werden die Farben ausgelöscht, für die die Plättchendicke $d$ gerade ein Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$ ist. Für irgendeinen Streifen sei also $d = n \cdot \frac{\lambda}{2}$, für einen anderen $d = n' \cdot \frac{\lambda'}{2}$ ($n$ und $n'$ ganze Zahlen). Die Differenz $n' - n$ läßt sich durch Abzählen der Streifen im Spektrum ermitteln. Es wird $d = \frac{n' - n}{2} \cdot \frac{\lambda\lambda'}{\lambda - \lambda'}$. Diese Formel gilt für den praktisch wichtigsten Fall des Luftplättchens (Luftstrecke an der gemessenen Stelle). Beträgt das Brechungsvermögen des durchsichtigen Plättchens an dieser Stelle $\varkappa$, so ist der Ausdruck durch $\varkappa$ zu dividieren.

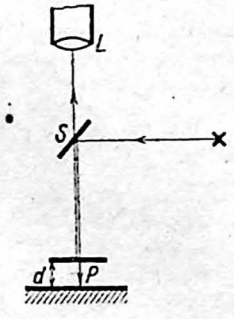



Abb. 13.
Dickenmessung nach Dorn

Erhard Lehmann, Untersuchung ü. d. Doppelbrechung flüssiger Kristalle, Diss. Halle 1910. S. 23.

Über die Bestimmung mit dem Interferenzkomparator S. 42.

**c) Elektrische Methode (Ultramikrometer).** (Vgl. Bd. 2.) Man verknüpft die Messung kleiner Längen (Abstandsänderungen) mit der Kapazitätsänderung eines Schwingkreiskondensators und bestimmt die Frequenzänderung nach Whidding-ton mit Hilfe hörbarer Schwebungsfrequenzen, nach Dowling aus der Anodenstromänderung eines selbsterregten Hochfrequenzgenerators (Registrierapparat). Die relative Empfindlichkeit der Verfahren beträgt etwa $1 \cdot 10^{-6}$.

## D. Interferenzverfahren zur Bestimmung größerer Längen

Die Auswertung von Strecken in Vielfachen einer bestimmten Wellenlänge (Spektrallinie) verbindet eine außerordentlich gesteigerte Meßgenauigkeit mit dem Vorteile ständiger Reproduzierbarkeit, selbst bei Verlust des Urmeters oder des daran angeschlossenen Normalmaßes. — Die grundlegende Ausmessung der Meterstrecke in Lichtwellenlängen („Meteranschluß") erfolgte nach drei Verfahren:

Michelson 1893 (wiederholt von Watanabe u. Imaizumi) wertet seine „Maßstäbe" (Luftstrecken zwischen zwei planparallelen Spiegeln) von 0,39 mm bis 100 mm nacheinander interferentiell in Wellenlängen der roten Kadmiumlinie aus und setzt die so bestimmte Dezimeterstrecke zehnmal aneinander.

Fabry u. Pérot 1907 (ähnlich Sears u. Barrell 1933 u. 1935) messen durch Streifen gleicher Neigung einen „étalon" (Luftplatte von 62,5 mm — entsprechend 125 mm Gangunterschied) zwischen zwei durchlässig versilberten planparallelen Glasplatten mit rotem Kadmiumlicht aus. Aus ihm werden durch ein optisches Verdoppelungsverfahren (Überlagerungsstreifen) ähnliche étalons bis zur Meterlänge abgeleitet.

Kösters 1933—1937 (mit Lampe) mißt ein 500-mm-Stahlendmaß unmittelbar mit der wesentlich schärferen gelbgrünen Kryptonlinie aus, die noch bis etwa 60 cm Gangunterschied Interferenzstreifen gibt (Reichweite der roten Kadmiumlinie etwa 20 cm). An den Halbmeterstab wird in gleicher Weise ein Stahlendmeter angeschlossen.

Bei allen drei Verfahren wird die abgeleitete Meterstrecke (Endmaßstrecke) schließlich mit einem Strichmeter (Prototyp) verglichen (S. 44).

Als Mittel aus den Meteranschlüssen ergibt sich für die Wellenlänge $\lambda$ der roten Cd-Linie in trockener Luft von 15°, 760 mm Druck und mittlerem Kohlensäuregehalt (0,03 %) (Wellenlängendefinition des Meters s. S. 3)

$$1\ \mathrm{m} = 1\,553\,164{,}13\ \lambda \quad \text{oder} \quad \lambda = 0{,}643\,846\,96\,\mu$$

mit einer Unsicherheit von etwa $1 \cdot 10^{-7}$, d.h. ebenso genau, wie das Meterprototyp als Strichmaß unter den günstigsten Bedingungen gemessen werden kann.

Zur Umrechnung der Wellenlängen der roten Kadmiumlinie auf normalen Luftzustand ($t = 20°$, $B = 760$ mm Druck, Feuchtigkeit $f = 10$ mm Partialdruck) dient nach Messungen von Meggers u. Peters die Beziehung

$$\frac{\lambda(t=20,\ B=760,\ f=10)}{\lambda\ (t, B, f)} = 1 - 270{,}530 \cdot 10^{-6} + \frac{0{,}382\,819 \cdot 10^{-6} \cdot B - 0{,}055\,51 \cdot 10^{-6} \cdot f}{1 + 0{,}003\,67 \cdot t}.$$

Die Abweichungen vom mittleren $CO_2$-Gehalte sind unerheblich und ohne wesentlichen Einfluß.

Michelson, Trav. et Mém. Bur. int. **11**, 1895; Z. Instrkde. **22**, 293, 1902; Ders., Light waves and their uses. Chicago 1903; Benoît, Fabry u. Pérot, C. R. **144**, 1082, 1907; Z. Instrkde. **28**, 307, 1908; Kösters, Mitt. Phys.-Techn. Reichsanst., Abt I, 11 R, 52, 1927; Tätigk.-Ber. Phys.-Techn. Reichsanst. 13, 1937; Werkstattstechn. **23**, 527, 1938; Williams, Light-Waves as Units of Length, Nature **135**, 459, 496, 1935.

Anwendung von Talbotschen Streifen zur Ausmessung eines Quarzwürfels s. Macé de Lepinay, C. R. **120**, 770, 1895. Z. Instrkde. **15**, 227, 1895. Trav. et Mém. Com. Int. 14 C 1910.

**a) Interferenzkomparator (Inko, Zeiß).** Der Inko ist zunächst dazu bestimmt, die praktische Länge $l = D - d$ (Abb. 6) in Lichtwellenlängen auszuwerten. Das Endmaß $E$ ist auf der Platte $P$ angesprengt (Abb. 14). Parallel zu $P$ liegt die Referenzebene $R$, die hier, wie beim Michelsonschen Interferometer, das virtuelle Spiegelbild des ebenen Spiegels $S_1$ ist. Infolgedessen kann man die Referenzebene $R$ mitten zwischen die Endflächen des Maßes treten lassen; der Gangunterschied bleibt halb so groß wie bei außerhalb des Maßes liegender materieller Ebene $R$; es können also doppelt so lange Endmaße bestimmt werden.

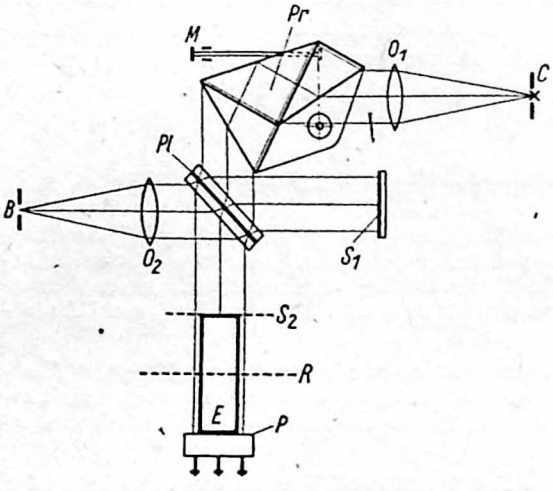


Abb. 14. Inko nach Kösters

Das von $C$ kommende Licht wird durch die Linse $O_1$ parallel gemacht, im Prisma konstanter Ablenkung $Pr$ spektral zerlegt und auf die halbdurchlässige Platte $Pl$ geworfen. Hier teilt sich der Strahl. Ein Teil geht nach dem ebenen Spiegel $S_1$ und von dort zurück durch $Pl$ hindurch nach dem Objektiv $O_2$. Der andere fällt senkrecht auf die obere Fläche $S_2$ des Endmaßes oder die horizontale Grundfläche $P$, wird an beiden reflektiert und gelangt über $Pl$ nach $O_2$. $O_2$ vereinigt die von $S_1$ mit den von $S_2$ bzw. $P$ kommenden Strahlen in der kleinen Blende $B$, durch die hindurch ihre Interferenz beobachtet wird. $S_1$ erscheint durch die Platte $Pl$ nach $R$ abgebildet. Bei geringer, an $P$ einstellbarer Neigung zwischen $R$ und den Ebenen $S_2$ bzw. $P$ treten im Gesichtsfelde zwei Systeme von Fizeaustreifen auf (Abb. 15). Ihre gegenseitige Verschiebung, auf $P$ abgelesen, gibt den Abstand $l$ zwischen $P$ und $S_2$ in Bruchteilen einer Streifenbreite, d. h. in $\frac{\lambda}{2}$, abgesehen von einer noch zu ermittelnden ganzen Zahl von $\frac{\lambda}{2}$.

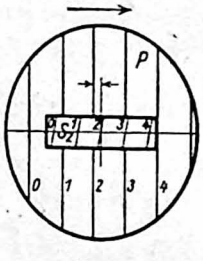


Abb. 15.
Inko, Gesichtsfeld

Nun sei für die zu messende Länge ein auf wenige $\mu$ genauer Näherungswert bekannt (bei Endmaßen genügt ihr Nenn- oder Sollwert). Die Verbesserung, die zu dem Näherungswerte hinzuzufügen ist, läßt sich dann aus den für verschiedene Spektralfarben abgelesenen „Streifenbruchteilen" nach einer Koinzidenzmethode ermitteln. Hierzu dient der Köstersche Wellenlängenschieber (dicht übereinander angeordnete Skalen der benutzten Spektrallinien nach $\frac{\lambda}{2}$ in 100000 facher Vergrößerung), an dem die gesuchte Verbesserung unmittelbar in $\frac{1}{1000}\,\mu$ abzulesen ist.

Die Temperatur des Endmaßes ist möglichst konstant zu halten und durch ein genaues Hg-Thermometer, Widerstandsthermometer oder Thermoelement zu messen.

Zur relativen Vergleichung nahezu gleich langer, nebeneinandergestellter Endmaße dreht man den Spalt bei $C$ um 90° und läßt gemischtes homogenes Licht der verschiedenen Farben (z. B. Helium) gleichzeitig einfallen. Dann entstehen durch Überlagerung lebhaft verschiedenfarbige Interferenzstreifen; die gleiche Farbe zeigt gleiche Ordnungszahl und damit gleiche Endmaßlänge an. Der Längenunterschied für die Maßmitten wird darauf in Streifenbreiten $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ bei einfarbigem Lichte abgelesen.

Ebenheit und Parallelität von Flächen ergeben sich im Inko in $\frac{\lambda}{2}$ aus der Gestalt und dem Verlaufe der Fizeaustreifen.

Kösters, Z. Feinmech. 1, 2, 1921; Z. Feinmech. u. Präz. 34, 55, 1926; Handb. d. phys. Optik 1, 484, 1927; Tätigk.-Ber. d. PTR, Z. Instrkde. 45, 141, 1925.

**b) Interferenz-Doppelprisma.** Das gleichseitige Prisma $ABC$ besteht aus zwei symmetrischen Hälften, die längs der halbdurchlässig versilberten Fläche $AD$, mit Öl verkittet, etwas verschiebbar sind (Abb. 16). Das von $E$ einfallende Licht spaltet sich an $AD$. Die symmetrisch verlaufenden Teilstrahlen werden an einer zu $AD$ senkrechten Ebene $PP_1$ bei $I$ und $I_1$ reflektiert und gelangen gemeinsam nach $O$ (Okular); ihr Gangunterschied ist Null, unabhängig von der Entfernung der Ebene $PP_1$ (Spiegel).

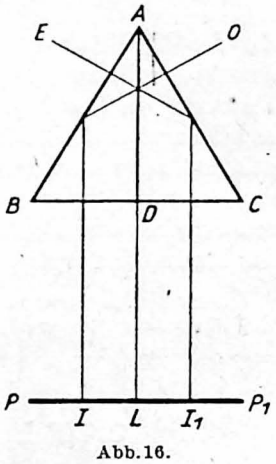


Abb. 16.
Interferenz-Doppelprisma nach Kösters

Das Doppelprisma bildet die beiden Hälften $P$ und $P_1$ aufeinander ab; alle einfach erscheinenden Punkte liegen in der Ebene $AD \ldots L$. — Bei Drehung der Fläche $PP_1$ dreht sich ihr Bild entgegengesetzt. Dadurch entstehen Interferenzstreifen, deren mittelster weißer (bei $L$) den Gangunterschied Null behält. — Daraus folgt die Verwendung des Doppelprismas zur Prüfung des Parallelismus zweier Flächen; ferner mit zwei gekreuzten Prismen: Ausfluchten von Punkten, z. B. optischen Geräten, in eine Gerade, Senkrechtstellen eines Planspiegels zu dieser Geraden.

Die Ausmessung von Endmaßen erfolgt ähnlich wie bei a). Man bringt die Endmaße in den Strahlengang und erhält bei geeigneter geringer Schrägstellung der Prismenhälften zwei Systeme von Interferenzstreifen, aus deren Verschiebung der Abstand der Endflächen des Maßes in halben Wellenlängen abgelesen wird.

Das Prisma einschließlich der Endmaße liegt temperaturgeschützt in einem dickwandigen, luftdicht abgeschlossenen Aluminiumtrog, der in Daunenkissen eingebettet ist.

Die Luftdichte im Trog und damit die Einstellung der Interferenzstreifen läßt sich durch einen besonderen Druckkolben meßbar verändern, an dessen Skala die Wellenlängenbruchteile, bezogen auf Vakuum, in Hundertsteln ablesbar sind. Man erhält so die Endmaßlänge in Vakuumwellenlängen, ohne daß Maß selbst in ein Vakuum bringen zu müssen.

Erreichbare Genauigkeit für 1 m Meßlänge $\pm 0{,}02\,\mu$, für $\frac{1}{2}$ m $\pm 0{,}01\,\mu$, für kürzere einige Tausendstel $\mu$.

Lichtquellen: bis höchstens 4 cm Meßlänge Heliumröhren, bis 20 cm Kadmiumlampe, bis 60 cm Kryptonlampe in flüssigem Stickstoff (bei Zimmertemperatur 28 cm).

Kösters, Tätigk.-Ber. PTR, Z. Instrkde. 53, 202, 1933; Werkstattstechn. 23, 531, 1938.

c) **Nach Väisälä.** Der mit einem Endmaß bestimmte Abstand (1 m) zweier halbdurchsichtiger paralleler Spiegel $A$ und $B$ (Abb. 17) wird genau vervielfältigt (Spiegel $C, D \ldots$). Als empfindliches Einstellkriterium dienen die Interferenzstreifen in weißem Lichte, die für $AC = 192$ m noch aufzufinden waren. Die Unsicherheit beträgt etwa $0{,}1\,\mu$ je Meter.

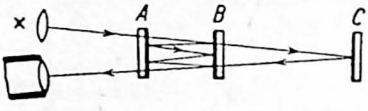


Abb. 17. Längenmessung nach Väisälä

Väisälä, Die Anwendung der Lichtinterferenz zur Längenmessung auf größeren Distanzen; Veröff. Finn. Geodät. Inst. Nr. 2. Helsinki 1923; ders., Z. Instrkde. 47, 399, 1927.

### E. Vergleichung von Endmaßen mit Strichmaßen

An die Meßflächen des Endmaßes werden zwei kurze Hilfsstücke (Endmaße, Anschiebzylinder) angeschoben, die in ihrer Mitte je einen Strich tragen. Das Endmaß wird so in ein Strichmaß verwandelt, das mit einem schon bekannten verglichen wird. Die Messung wird wiederholt, nachdem man die Hilfsstücke umgekehrt angeschoben hat. Die Länge der Hilfsstücke wird in Wellenlängen ausgemessen. – Oder man bringt nach Entfernen des Endmaßes die Hilfsstücke unmittelbar zur Berührung und bestimmt den Abstand ihrer Striche. Die Länge des Endmaßes ergibt sich als Differenz beider Messungen.

Über eine Methode von Airy, bei gleichzeitiger Ausmessung dreier Stäbe die Messung der Hilfslänge der Anschiebzylinder zu vermeiden, vgl. Guillaume, La convention du mètre. S. 70, Paris 1902.

## 3. Flächenmessung

Man zeichnet die Fläche auf kariertes Papier oder überdeckt sie mit einem durchsichtigen Quadratnetze und zählt die innerhalb liegenden ganzen Quadrate. Dazu wird die halbe Summe der geschnittenen Quadrate addiert. Oder man zerlegt die Fläche in lauter gleich breite Streifen (Harfenplanimeter), deren mittlere Längen addiert werden (unter Umständen mit Zirkel). Oder durch Auswägen der ausgeschnittenen Flächen in Karton oder Blech gleichmäßiger Dicke, dessen Gewicht für die Flächeneinheit bestimmt ist.

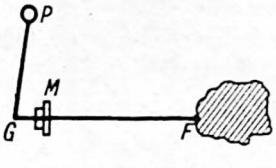


Abb. 18. Polarplanimeter

Zur mechanischen Ausmessung dienen die Planimeter. Am gebräuchlichsten ist das Amslersche Polarplanimeter (Abb. 18). Die vom Fahrstifte $F$ umschriebene Fläche ist gleich $N \cdot a \cdot u$, wobei $N$ die abgelesene Anzahl der Rollenumdrehungen, $u$ der Rollenumfang und $a$ die Länge des Fahrarmes ($FG$) sind.

Man umfährt den Umfang der Fläche ohne Unterbrechung im Uhrzeigersinne bis zum Ausgangspunkte. Mehrmaliges Umfahren erhöht die Genauigkeit. Beim Kompensationsplanimeter (Ott in Kempen) läßt sich der Winkel $PGF$ „durchschlagen".

Man umfährt die Fläche mit „Pol rechts“ und „Pol links“ und mittelt; dadurch werden Instrumentenfehler ausgeschaltet. Die Unsicherheit beträgt $1‰$.

Galle, Mathematische Instrumente. Leipzig 1912; Hammer, Z. Instrkde. **22**, 221, 1902 und **28**, 247, 1908. Über Ausmessung körperlicher Gebilde mit Stereometerkamera; Pulfrich, Z. Instrkde. **28**, 117, 1908; **34**, 221, 1914. Ausmessung von Stereophotogrammen; Lüdemann, ebd. **34**, 305, 1914; von Röntgenaufnahmen Pulfrich, ebd. **38**, 17, 1918.

## 4. Winkelmessung

Kreisnonius s. S. 35, Winkelmessung mit Spektrometer s. S. 388, mit Spiegel und Skala s. S. 47.

### A. Anlegegoniometer

Dies Gerät genügt für einfache Messungen. Höhere Ablesegenauigkeit erhält man durch einen Nonius am drehbaren Arme oder mit photographisch verkleinerter Skala und Lupe (optischer Winkelmesser).

### B. Lot

Das Lot dient zur Bestimmung der Vertikalrichtung (Senkrechten). Ist es an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks befestigt und spielt es längs der Winkelhalbierenden ein, so gibt die Grundlinie die Horizontalrichtung (Waagerechte) an. Die Richtigkeit dieser Setzwaage prüft man durch Umsetzen um 180°, das Lot muß dann wieder einspielen.

### C. Libelle

**a) Dosenlibelle.** Der obere kreisförmige Deckel ist innen kugelig ausgeschliffen und trägt eine Kreismarke. Die Empfindlichkeit beträgt 1′ bis 5′.

**b) Röhrenlibelle.** Der Glaszylinder ist innen nach einem Kreisbogen vom Radius $r$ tonnenförmig ausgeschliffen. Die Teilung erfolgt von der Mitte aus gleichmäßig nach beiden Seiten in Doppelmillimetern oder Pariser Linien (2,256 mm). Als Angabe (Empfindlichkeit) bezeichnet man denjenigen Winkel $\alpha$, um den die Libellenachse geneigt werden muß, damit die Blase um einen Teilstrich $a$ fortrückt. Übliche Werte sind $\alpha = 20''$ und $a = 2$ mm; dabei ist $r$ bereits 20,6 m.

**c) Berichtigung der Libelle.** Die Libelle soll so gefaßt sein, daß ihre Auflagefläche horizontal liegt. Man bringt die Libelle durch Verstellen der Unterlage in einer Richtung zum Einspielen. Dann setzt man sie auf der Unterlage um 180° um (oder dreht sie mit der Unterlage um die vertikale Instrumentenachse). Spielt die Blase nicht wieder ein, so ist die Abweichung zur Hälfte an der Libelle zu verbessern. Verbessert man auch die andere Hälfte an der Unterlage, so wird diese in der Richtung der Libelle horizontal gestellt. — Falls nötig, ist das Verfahren zu wiederholen.

Über Sekundenlibellen s. Wanach, Z. Instrkde. **46**, 221, 1916.

### D. Theodolit

Das Instrument (Abb. 19) mißt Höhenwinkel sowie Azimutalwinkel. Die eine Drehachse muß vertikal, die andere horizontal liegen; auf letzterer soll die Visierlinie senkrecht stehen.

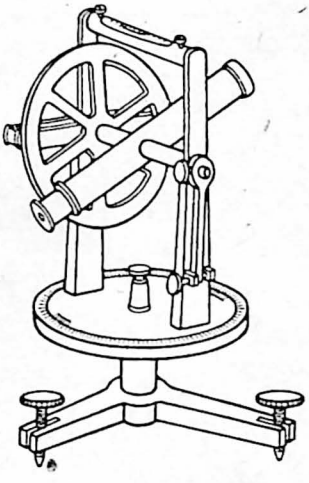


Abb. 19. Theodolit

**a) Berichtigung des Instrumentes.**

$\alpha$) Libelle vgl. oben.

$\beta$) Exzentrizität der Teilkreise. Um sie auszuschalten, wird an beiden um 180° versetzten Nonien abgelesen. Bei der Rechnung bezieht man die ganzen Grade immer auf Nonius 1 und nimmt nur in den Unterabteilungen das Mittel aus beiden Ablesungen.

$\gamma$) Vertikale Achse. Die Drehachse steht senkrecht, wenn die Libelle bei der Drehung um diese Achse ihre Einstellung nicht ändert. Man dreht die Libelle zunächst parallel zur Verbindungsgeraden zweier Fußschrauben und bringt sie mit diesen zum Einspielen. Dann dreht man das Instrument um 180° und beseitigt, falls die Blase jetzt nicht einspielt, die halbe Abweichung mit den Fußschrauben. (Wird die andere Hälfte an der Libelle beseitigt, so wird diese gleichzeitig waagerecht gerichtet.) Darauf wird um 90° gedreht und mit der dritten Fußschraube allein die Blase in die gleiche Einstellung wie vorher gebracht. Ändert die Libelle beim Drehen des Instrumentes dann noch ihre Einstellung, so wiederholt man das Verfahren.

$\delta$) Horizontale Achse. 1. Stehen zwei Achsen senkrecht aufeinander, so verbürgt die vertikale Stellung der einen von selbst die horizontale der anderen. Die Prüfung kann ohne Libelle erfolgen, wenn kein Kollimationsfehler vorhanden ist. Man sucht zwei möglichst entfernte, senkrecht übereinander liegende Objekte auf, die von dem Fernrohr bei Drehung um die Horizontalachse getroffen werden. Dann dreht man um 180° um die Vertikalachse und schlägt das Fernrohr durch; die beiden Objekte müssen dann wieder durch eine bloße Drehung um die Horizontalachse einstellbar sein.

Selbständig prüft man die Horizontalität einer Fernrohrachse:

2. Mit der Libelle. Man prüft zuerst, ob die beiden Zapfen der Fernrohrachse gleich dick sind, indem man nach Einstellung auf das Einspielen der Blase das Fernrohr umlegt (die Zapfen in ihren Lagern vertauscht) und die Libelle in ihrer früheren Stellung wieder aufsetzt. Die gleiche Einstellung der Blase beweist die gleiche Dicke der beiden Zapfen.

Dies vorausgesetzt, wird eine horizontale Drehachse daran erkannt, daß die auf der Achse umgesetzte Libelle den früheren Stand einnimmt.

Ob die Fernrohrachse rund ist, prüft man durch ihre Drehung unter der aufgesetzten Libelle.

3. Mit dem Senkel. Man hängt ein langes Senkel entfernt vor dem Theodolit auf und visiert nach verschiedenen Höhen. Der Kollimationsfehler muß zuvor berichtigt sein.

ε) Kollimationsfehler. Zur Prüfung, ob die Sehlinie auf der Drehungsachse des Fernrohrs senkrecht ist, stellt man auf ein ungefähr in der Horizontalebene des Instrumentes gelegenes fernes Objekt ein, dreht den Horizontalkreis um genau 180° und stellt das Fernrohr mittels Durchschlagens in seine frühere Richtung. Das Objekt muß wieder genau einstehen. Ein Unterschied ist zur Hälfte durch Verschieben des Fadenkreuzes zu berichtigen, worauf man die Prüfung wiederholt.
Oder man stellt wie oben ein, legt bei feststehendem Instrument das Fernrohr in seinen Lagern um und richtet es auf denselben Gegenstand; dieser muß wieder im Fadenkreuz erscheinen.

**b) Bestimmung von Höhenwinkeln.** α) Allein auf Grund der Justierung. Man stellt auf den Gegenstand ein und liest den Höhenkreis ab; man dreht um 180° um die Vertikalachse, schlägt das Fernrohr durch, stellt wieder ein und liest den Höhenkreis ab. Der Unterschied (Vorzeichen!) beider Ablesungen gibt den doppelten Zenitabstand des Objekts. Der halbe Unterschied von 90° abgezogen liefert also die Höhe des Objekts über dem Horizont.
Das arithmetische Mittel beider Einstellungen gibt den Zenitpunkt, die Hinzufügung von 90° zu diesem den Horizontalpunkt des Höhenkreises.

β) Künstlicher Horizont. Anstatt das Fernrohr durchzuschlagen, kann man vor das Objekt einen Quecksilberhorizont (oder Spiegelplatte mit Libelle) stellen und nun durch Messung des Höhenwinkels zwischen dem (sehr entfernten) Objekt und dessen Spiegelbild sowohl die Höhe des Objektes über dem Horizont wie auch den Zenit- und den Horizontalpunkt des Höhenkreises in leicht ersichtlicher Weise bestimmen.
Der künstliche Horizont erlaubt auch die absolute Höhenmessung mit einem Spiegelsextanten.

## E. Winkelmessung mit Spiegel und Skala

**a) Subjektive Methode.** Man beobachtet das reflektierte Bild der Skala in einem auf den Spiegel gerichteten Fernrohr mit Fadenkreuz (Abb. 20). Es ist nicht notwendig, das Fernrohr symmetrisch zur Skala anzuordnen.
Man stellt zunächst das Fernrohr durch Verschieben des Okularrohres genähert auf die richtige Sehweite ein, d.h. auf die doppelte Entfernung der Skala vom Spiegel. Dann gibt man ihm, während das Rohr nach dem Spiegel gerichtet ist, die Stellung, bei der das dicht neben dem Fernrohr visierende Auge den mittleren Skalenteil im Spiegel sieht. Alsbald wird das Bild der Skala, allenfalls nach einer kleinen Drehung des Fernrohrs, in diesem sichtbar sein.
Bei der feinen Einstellung wird zuerst das Fadenkreuz auf richtige Sehweite gebracht, dann das ganze Okular so eingestellt, daß Skala und Fadenkreuz keine Parallaxe zeigen, d.h. bei seitlichem Bewegen des Auges vor dem Okular sich nicht gegeneinander verschieben. Eine über das Okular gehängte Papierblende macht das ermüdende Schließen des nicht beobachtenden Auges unnötig.
Ein Winkelspiegel, bestehend aus zwei unter nahe 90° in der Horizontalen zusammenstoßenden Planspiegeln, bietet dem einfachen Spiegel gegenüber den Vorteil, daß das Bild bei Erschütterungen nicht nickt (Northrup).
Um sehr kleine Drehwinkel zu messen, bedient man sich einer Verstärkereinrichtung, z.B. des Thermorelais (s. Bd. 2) von Moll und Burger, dessen Hauptbestandteil ein Vakuum-Thermoelement ist.

Über die Leistungsgrenze der Spiegelablesung vgl. Volkmann, Phys. Z. **12**, 30, 1911.

Bei dem Autokollimationsfernrohr von Gehlhoff befindet sich eine seitlich erleuchtete Mikroskala im Okular. Beobachtet wird ihr am Spiegel reflektiertes Bild und seine Verschiebung gegen eine feste Marke. Da das von der Skala ausgehende Licht zwischen dem Fernrohrobjektiv und dem Spiegel in parallelem Bündel verläuft, hat der Abstand zwischen Spiegel und Skala keinen Einfluß auf die Größe der Skalenverschiebung, wohl aber die Brennweite des Objektivs.

Gehlhoff, Z. techn. Phys. 3, 225, 1922.

**b) Objektive Methode.** Man läßt das Licht von einer scharf markierten Lichtquelle (Spalt; Faden vor einer Flamme; elektrische Glühlampe mit geradem Faden) durch eine Linse auf den Spiegel und von da auf die Skala fallen, wobei auf die Zentrierung der Linse zu achten ist. Ein Hohlspiegel anstatt des Planspiegels läßt die Projektionslinse ersparen.

Bei verdunkeltem Zimmer bleibt nach dieser Anordnung die Skala dunkel. Man vermeidet diesen Nachteil, wenn man statt eines Lichtfadens einen gestreckten Draht, der vor einer beleuchteten Linse ausgespannt ist, auf der Skala abbildet. Die Linse beleuchtet man durch eine beliebige Glühlampe, die von einem Rohrstutzen als Gehäuse umgeben ist.

**c) Reduktion der Skalenablesung auf den Winkel und seine Funktionen.** Im nicht abgelenkten Spiegel falle die Skaleneinstellung mit dem Fußpunkt der Senkrechten von dem Spiegel auf die Skala (dem mittleren Skalenteil) zusammen. Skalenausschlag heißt die Differenz $e$ des beobachteten Skalenteiles gegen diese Ruhelage.

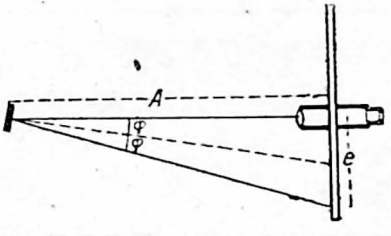


Abb. 20. Spiegel, Fernrohr und Skala

Vorausgesetzt werde zunächst, daß der Spiegel zur Drehachse nahe parallel ist, und daß das Fernrohr (oder bei objektiver Beobachtung die Lichtquelle), also auch die Skala, der Drehungsebene der Spiegelnormale nahe liegt. Ob es dagegen dem mittleren Skalenteil nahe liegt, hat keine Bedeutung.

Für beliebig große Ablenkungen ist an gerader Skala $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{e}{A} = p$ (Abb. 20) oder im Bogenmaß $\varphi = 28{,}648 \cdot \operatorname{arc\,tg} p = 28{,}648 \cdot p\,(1 - \frac{1}{3}p^2 + \frac{1}{5}p^4 \ldots)$.

Bis zu Ablenkungen von 6° wird meist das erste Korrektionsglied genügen. Man reduziert hiernach einen Skalenteil $e$ auf eine dem Bogen, der Tangente, dem Sinus, dem Sinus des halben Winkels proportionale Größe, indem man $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$ oder $\frac{11}{32}\frac{e^3}{A^2}$ von $e$ abzieht (Tab. 15).

**d) Messung des Skalenabstandes.** Die Messung bis auf etwa $\pm$ 1 mm läßt sich mit geprüftem Bandmaß oder mit zwei Maßstäben, die man aneinander gleiten läßt, leicht erreichen. Genauer mißt man mit zwei Kontaktmaßstäbchen, von denen man den einen mit dem Spiegel, den anderen mit der Skala in Berührung bringt. Von den Maßstäbchen senkelt man, wenn ein Horizontalabstand zu messen ist, mit feinen Drähten vor einem hinreichend langen Maßstab oder auf zwei Punkte des Fußbodens, deren Abstand genau gemessen werden kann.

Für feinere Messungen sind an dem unmittelbar gewonnenen Wert für den Skalenabstand noch eine Reihe von Korrektionen anzubringen:

$\alpha$) Deckglasdicke. Liegt in dem Wege der Lichtstrahlen eine feste Glasplatte von der Dicke $d$ und dem Brechungsverhältnis $n$, so hat man von dem gemessenen Skalenabstand abzuziehen $d \cdot \frac{(n-1)}{n}$, also für gewöhnliches Glas nahe $\frac{1}{3}d$.

$\beta$) Spiegeldicke. Der von der Vorderfläche eines rückwärts belegten Glasspiegels bis zur Skala gemessene Abstand $A$ ist zu vermehren, nicht um die ganze

Dicke $\delta$, sondern nur um die optische Dicke $\frac{\delta}{n}$ des Spiegels, also nahe um $\frac{2}{3}\delta$. Diese optische Dicke kann man auch mit dem Mikroskop als den halben Abstand eines Punktes auf der Vorderfläche von seinem Bilde in der spiegelnden Fläche bestimmen.

$\gamma$) Spiegelneigung. Die Vertikalebene der Skala werde getroffen von der Spiegelnormale in der Höhe $N$, von der durch den Spiegel gelegten Horizontalen in der Höhe $H$, von der Visierlinie in der Höhe $F$. Dann ist der gemessene Horizontalabstand $A_0$ der Skala vom Spiegel zu vergrößern um

$$\frac{(N-H)(N-F)}{A_0}.$$

$\delta$) Spiegelkrümmung. Ist ein nicht ebener Ablesespiegel in der Entfernung $a$ von der Drehachse angebracht, so muß der gemessene Skalenabstand $A_0$ für Konkavspiegel vermehrt, für Konvexspiegel vermindert werden um $\frac{A_0 a}{r}$, wenn $r$ den Krümmungshalbmesser des Spiegels bedeutet. Da die Spiegel sich schon durch das Fassen leicht etwas verziehen, so kann diese Korrektion für stark exzentrische Spiegel beträchtlich werden.

## 5. Volummessung

Die Volummessung läßt sich nur sehr selten mit genügender Genauigkeit auf eine Längenmessung zurückführen. Sie wird fast stets auf eine Wägung gegründet. Das Volum von 1 g Wasser maximaler Dichte heißt 1 Milliliter (ml) = 1,000028 cm³ (S. 4).

### A. Hohlvolum

Bei amtlich geeichten Meßgeräten (mit Eichstempel) sind enge Fehlergrenzen verbürgt.

**a) Meßgefäße und Pipetten.** Man wägt mit Wasser oder Quecksilber aus. Ein mit Messinggewichten ($\sigma = 8{,}4$ g/ml) in Luft gewogenes scheinbares Gramm Wasser der Dichte $\varrho$ (Tab. 3) hat (vgl. Tab. 1) sehr nahe das Volum $(2{,}00106 - \varrho)$ ml, da man $\frac{1}{\varrho} = 2 - \varrho$ setzen darf. Das Volum eines scheinbaren Grammes Wasser von 18° ist 1,00247 ml.

Zur Bequemlichkeit findet man für die Ausmessung eines Gefäßes aus gewöhnlicher Glassorte im zweiten Teil von Tab. 3 die Volume auch bei anderen Temperaturen, und zwar bereits so korrigiert, daß sie für das Volum des Gefäßes bei 18° gelten.

Das Volum $v$ bei der Temperatur $t$ eines Gefäßes vom linearen Ausdehnungskoeffizienten $\beta$ (Tab. 65) geht bei der Temperatur $t'$ über in $v' = v[1 + 3\beta(t' - t)]$. Für gewöhnliches Glas ist im Mittel $3\beta = \frac{1}{40000}$.

Hohlmaße, insbesondere Pipetten, können entweder für Trockenfüllung oder für Ausguß bestimmt und geprüft sein. Ersteres ist das genauere, besonders wenn man beim Gebrauch den Inhalt durch Nachspülen vollständig herausbringen kann. Bei dem Ausgußverfahren rechnet man in Rücksicht auf die praktische Verwendung das Gewicht des benetzten Gefäßes ab. Spuren Fett beeinträchtigen

die Benetzung stark. Paraffinierte Flächen werden von Wasser nicht benetzt. Gleichförmige Behandlung bezüglich der Art und Dauer des Abtropfens oder Ausblasens ist nötig, um im Gebrauch zuverlässige Ergebnisse zu erhalten.
Den Flüssigkeitsstand liest man in der Regel in der die Kuppe des Meniskus (S. 105) berührenden Horizontalebene ab. Zur Vermeidung der Parallaxe visiert man durch ein Fernrohr, das vertikal verschiebbar ist, oder einfacher durch Spiegelung des Auges in einem hinter die Flüssigkeitssäule geklebten vertikalen Streifen Spiegelglas (S. 34).

Über die Dichte des Quecksilbers vgl. Tab. 12. Über die Behandlung von Meßgeräten, besonders Pipetten und Büretten, vgl. Mitt. Normal-Eichungskomm. III, 5; Wagner, Z. phys. Chem. **28**, 193, 1899; Kohlrausch u. Maltby, Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **3**, 182, 1900. Volum von Quecksilbermenisken s. Scheel u. Heuse, Ann. Phys. **33**, 291, 1910; Palacios, Phys. Z. **24**, 151, 1923.

Geschlossene Hohlvolume, z. B. der schädliche Raum eines Gasthermometers, lassen sich nach der Methode des Volumometers (S. 53) ausmessen.

**b) Enge Röhren und Kapillaren.** $\alpha$) Durch Wägung des Rohres. Hat ein Kreisrohr von äußerem Durchmesser $2R$, der Länge $l$ und der Dichte $\varrho$ des Wandmaterials die Masse $m$, so ist der innere Querschnitt $R^2\pi - \frac{m}{l\varrho}$. Für dünnwandige Röhren ist dies Verfahren brauchbar. $\varrho$ ist besonders zu bestimmen. Für gewöhnliches Glas ist $\varrho = 2{,}5$.

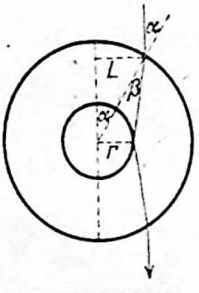


Abb. 21. Lichtweg im Kapillarrohr

$\beta$) Optische Bestimmung des inneren Durchmessers (Abb. 21). Man beleuchtet das aufrecht gestellte Rohr durchfallend mit einer schmalen Flamme, am besten mit Natriumlicht. Die Reflexion an dem inneren Zylinder läßt dessen Ränder als zwei feine Lichtlinien erscheinen, deren scheinbarer gegenseitiger Abstand auf einen dicht vorgestellten Maßstab projiziert, mit einem Fernrohr gemessen, $= 2L$ sei. Der äußere Rohrdurchmesser, der gleich mit bestimmt werden kann, sei $= 2R$. Dann folgt, wenn $n$ das Lichtbrechungsverhältnis des Glases bezeichnet,

$$r = \frac{L}{n}\sqrt{1 + \frac{(L-r)^2}{R^2 - L^2}}.$$

Anstatt die Gleichung nach $r$ aufzulösen, kann man als erste Näherung $r = \frac{L}{n}$ setzen, hiermit einen zweiten Näherungswert berechnen usf.
Glasröhren sind selten konzentrisch zylindrisch. Man mißt $L$ z. B. in vier oder acht gleich verteilten Lagen und nimmt das Mittel.
Für Jenaer Glas ist $n_{Na} = 1{,}5268$.
Ist $r$ bekannt, so kann man umgekehrt auch $n$ bestimmen.
Mit 1° C wächst ein Querschnitt gewöhnlichen Glases um $\frac{1}{60\,000}$.

$\gamma$) Auswägung von Kapillaren. Das Rohr ist sorgfältig zu reinigen und zu trocknen.
1 g gegen Messing in Luft gewogenes Quecksilber hat bei $t°$ das Volum $0{,}073\,55_4\ (1 + 0{,}000\,182\ t)$ oder $0{,}073\,82_2\ (1 + 0{,}000\,182\,[t - 20])$ ml.
Den mittleren Querschnitt $q$ einer gemessenen Strecke vom Volum $v$ cm³ berechnet man, wenn $l$ cm die Länge des Fadens ist, zu $q = \frac{v}{l}$ cm²; den Halbmesser zu $r = \sqrt{\left(\frac{q}{\pi}\right)}$.

Wegen der Krümmung der Endflächen wird die Quecksilbermenge, also auch der oben bezeichnete Querschnitt zu klein sein, wenn man $l$ zwischen den Kuppen der Menisken gemessen hat. Unter der für enge Röhren gestatteten Annahme, daß die Endflächen Kugelkappen sind, berechnet man den mittleren Querschnitt aus den Höhen $h$ und $h'$ beider Menisken:

$$q = \frac{1}{l - \frac{1}{2}(h + h')}\left[v - \frac{1}{6}\pi(h^3 + h'^3)\right],$$

also für beiderseits gleiches $h$

$$q = \frac{v - \frac{1}{3}\pi h^3}{l - h}, \quad \text{nahe} = \frac{v - h^3}{l - h}.$$

Für sehr flache Menisken verschwindet der Einfluß von $h^3$.

Unter mittleren Verhältnissen wird die Korrektion, die von der zwischen den Kuppen gemessenen Länge $l$ abzurechnen ist, in engen Röhren etwa $0{,}4\,h$ für jeden Meniskus betragen.

$\delta$) Kalibrieren von Kapillaren. Um die Veränderung des Kalibers längs der Achse zu ermitteln, wird ein kurzer Quecksilberfaden in der Kapillare verschoben und seine Länge in den verschiedenen Lagen bestimmt. Die Kapillare muß mit einer Strichteilung versehen sein. Durch gelindes Neigen und Erschüttern läßt sich das eine Ende des Quecksilberfadens auf einen beliebigen Teilstrich einstellen. Zur Vermeidung der Parallaxe legt man eine Spiegelplatte unter die Kapillare und hält das Auge so, daß sein Spiegelbild mit dem abgelesenen Teilstrich zusammenfällt, oder man stellt eine Lupe bzw. Fernrohr auf und verschiebt die Kapillare parallel mit sich selbst. Man macht mindestens zwei Reihen von Beobachtungen, von verschiedenen Enden der Kapillare beginnend, um den Temperaturgang auszuschalten.

Die zu kalibrierende Strecke sei in $z$ Intervalle eingeteilt und die Skalenstriche seien von 0 bis $z$ beziffert. Der Quecksilberfaden, mit dem kalibriert werden soll, möge nahe $a$ Intervalle überdecken, und zwar sei $a$ so gewählt, daß $z : a = n$ möglichst nahe eine ganze Zahl ist. Wird der Faden auf die Strecken von nahe 0 bis $a$, $a$ bis $2a$ usw. $(n-1)a$ bis $na = z$ gelegt, so nehme er $a + \delta_1, a + \delta_2, \ldots, a + \delta_n$ Intervalle ein. Die Größen $\delta$ sind kleine Zahlen, die in Skalenteilen und deren Bruchteilen auszudrücken sind. Um die ganze Strecke von 0 bis $z$ zu kalibrieren, hat man $n$ derartige Ablesungen vorzunehmen. Im Mittel überdeckt hierbei der Quecksilberfaden $a + s$ Intervalle, wenn zur Abkürzung $s = \frac{1}{n}\sum\delta$ gesetzt ist. Die zwischen den Skalenteilen 0 und $a$, $a$ und $2a, \ldots, (n-1)a$ und $na = z$ abgegrenzten Strecken sind somit um den Betrag $\delta_1 - s, \delta_2 - s, \ldots, \delta_n - s$ größer, als dem Mittelwert entspricht. Wenn man als Korrektion diejenige Größe bezeichnet, welche zu der Ablesung hinzugefügt werden muß, um die richtige Zahl zu erhalten, so sind also die Volumkorrektionen der Intervalle 0 bis $a$, 0 bis $2a$ usw., 0 bis $na = z$ proportional mit $s - \delta_1$, $2s - \delta_1 - \delta_2$ usw. $ns - \delta_1 - \delta_2 - \cdots - \delta_n = 0$. Man schreibt diese Korrektionen zweckmäßigerweise unmittelbar den Teilstrichen $a$, $2a$ usw. $\ldots, na = z$ zu, wobei auf den Teilstrich 0 ebenso wie auf den Teilstrich $z$ die Korrektion 0 entfällt. Bezeichnet $\Delta_m$ bzw. $\Delta_{m-1}$ die Korrektion für den Teilstrich $ma$ bzw. $(m-1)a$, so gilt $\Delta_m = \Delta_{m-1} + s - \delta_m$.

Sollen die Korrektionen in engerem Abstand bestimmt werden, als der Länge des Quecksilberfadens entspricht, so kann man nur mit mehreren (mindestens zwei) Fäden verschiedener Länge zum Ziel gelangen. Durch einen Faden der Länge $ka$ kann man das Intervall 0 bis $a$ mit demjenigen von $ka$ bis $(k+1)a$ vergleichen, indem man den Faden um die Strecke $a$ verschiebt. Hierbei wird das Volum, das auf der einen Seite frei wird, auf der anderen ausgefüllt. Es gelingt aber nicht, auf diese Weise z. B. das Intervall 0 bis $a$ mit Intervall $a$ bis $2a$ zu vergleichen. Es ist noch ein zweiter Faden der Länge $(k+1)a$ nötig, um alle Intervalle 0 bis $a$, a bis $2a$, $2a$ bis $3a$ usw., $(n-1)a$ bis $na = z$ miteinander vergleichen zu können. Man stellt dann den Unterschied aller Intervalle gegen ein bestimmtes, z. B. das erste, dar und verfährt bei der Ausrechnung nach der oben gegebenen Regel.

ε) Reines Quecksilber. Das in eisernen Flaschen bezogene Quecksilber genügt nach Filtrieren zur Beseitigung von Staub usw. für die meisten Zwecke. Man filtriert am einfachsten durch ein gewöhnliches, bei größerem Druck mehrfach genommenes Papierfilter mit einem oder einigen feinen Nadelstichen an der Spitze, und wiederholt, bis das Papier sauber bleibt. Wirksamer ist Filtrieren durch (in Benzin gut fettfrei gemachtes) Wildleder, das um das offene Ende eines Filterrohres gebunden ist. Sehr leistungsfähig sind Porzellanrohre, die mit einer Filtrierplatte aus feinporiger keramischer Masse oder einer solchen aus Glas verschlossen sind.

Weber, Z. techn. Phys. **8**, 164, 1927.

Getrocknet wird Quecksilber oberflächlich mit Fließpapier, vollkommener durch Erwärmen in einer reinen Eisen- oder Porzellanschale auf etwa 150° unter Umrühren (Temperatur messen! danach filtrieren). Fett wird durch Ausschütteln mit etwas Kali- oder Natronlauge, Benzin, Benzol oder Alkohol beseitigt, fremde unedle Metalle und Oxyd zieht man durch Schütteln mit verdünnter Salpetersäure oder Lösungen von Eisenchlorid oder doppelchromsaurem Kali aus. Durchschütteln mit konzentrierter Schwefelsäure und Quecksilbersulfat entfernt Fett und die meisten Metalle; bei starker Verunreinigung vorher etwa 24 Stunden unter 10%iger Salpetersäure abstehen lassen. Oder man läßt das Quecksilber aus einem mit mehreren ganz feinen Öffnungen versehenen, z. B. durch ein Stückchen Bambusrohr geschlossenen Trichter oder Porzellanfilterrohre (s. o.) in feinen Tröpfchen durch 1—1½ m hohe Säulen der genannten Flüssigkeiten hindurchfallen. Ein S-förmig gebogener unterer Fortsatz des Rohres (Abb. 22 A) fängt das Quecksilber auf, das durch seinen Druck die Flüssigkeitssäule hält und im Überschuß abfließt. In allen Fällen ist wiederholtes gründliches Nachschütteln mit destilliertem Wasser nötig.

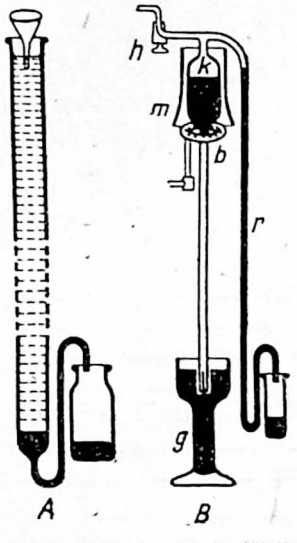


Abb. 22. Geräte zur Hg-Destillation

Schwer flüchtige Metalle entfernt man durch Abdestillieren des Quecksilbers am besten im Vakuum, d. h. in barometerähnlichen Vorrichtungen (Abb. 22 B). Mit einer Luftpumpe wird durch den fettfreien Hahn *h* hindurch das Quecksilber aus dem Vorrat in *g* in das Gefäß *k* gehoben. Hier wird das Quecksilber durch den vom Mantel *m* umgebenen Rundbrenner *b* verdampft und verflüssigt sich wieder in dem Barometerrohr *r*, aus dem es unten im Überschuß abfließt. Gasreste, die nicht mit abgepumpt oder die vom siedenden Quecksilber während der Destillation ausgeschieden worden sind, wandern, wenn das Rohr *r* eng genug ist, mit nach unten oder können durch Heben von *g* mit dem abfließenden Quecksilber ausgetrieben werden.

Einen Apparat mit selbsttätiger Temperaturregelung s. bei Rohn, Z. Instrkde. **34**, 349, 1914. Über ein auch für kleine Quecksilbermengen anwendbares Verfahren, bei dem die Unreinheiten außerdem durch strömende Luft ausgeschieden werden, vgl. Hulett, Phys. Rev. **33**, 307. 1911. Vgl. auch Wetzel, Z. techn. Phys. **6**, 155, 1925.

Zur Beseitigung flüchtigerer Metalle dient elektrolytische Destillation, s. Jaeger, Z. Instrkde. **12**, 354, 1892. Recht einfach und wirksam ist das Burstynsche Verfahren, mittels Wasserstrahlpumpe bei Zimmertemperatur einen Luftstrom durch das Quecksilber hindurchzusaugen, das sich in einem Scheidetrichter mit nicht gefettetem Hahn befindet. Die Luft tritt von unten in kleinen Blasen durch den nur wenig geöffneten Hahn und oxydiert alle gelösten unedlen Metalle, auch die bei der Destillation mit übergehenden leichtflüchtigen. Nach 8 bis 10 Stunden läßt man das reine Quecksilber ab, die Oxyde bleiben im Scheidetrichter zurück.

Über schneller wirkende Anordnungen, z. B. mit Wulffscher Flasche, vorgeschalteter Chlorkalziumröhre und Flasche mit Benzin oder ähnlichem s. Zuppke, Z. phys. u. chem. Unterr. **45**, 161, 1932. Ein ähnliches Verfahren zur Herstellung sehr reinen Quecksilbers beschreiben v. Steinwehr u. Schulze, Z. Instrkde. **49**, 567, 1929.

Wegen der allmählichen chemischen Einwirkung ist gereinigtes Quecksilber in Flaschen aus möglichst hartem Glase aufzubewahren, am besten in evakuierten Flaschen.

ζ) Zeichnen und Ätzen von Glas. Vorübergehend zeichnet man mit Glastinte oder mit farbigem Fettstift von Faber, dauernd mit Diamant- oder Glasätztinte (enthält HF) oder mit Schreibdiamant. — Zwecks Ätzung wird das Glas zunächst warm mit dünner Wachsschicht

überzogen. Am besten taucht man das Glas kurze Zeit in flüssiges weißes Wachs. In die erkaltete Schicht wird die Teilung eingetragen. Die Striche ätzt man glatt mittels Flußsäurelösung oder Diamanttinte, die man mit dem Pinsel aufträgt, oder matt durch Dämpfe von Flußsäure (die man aus Flußspatpulver und Schwefelsäure in einem Bleitrog entwickeln kann).
Matte Stempeldrucke erhält man auf Glas, wenn man statt eines Stempelkissens eine Druckmasse aus 2 Teilen Kolophonium und 1 Teil Olivenöl verwendet und den Abdruck mit gepulvertem Ammoniumbifluorid einstäubt. Darauf wird der Gegenstand durch eine nicht leuchtende Gasflamme gezogen, bis das Salz zu dampfen beginnt. Der Überschuß wird nach einiger Zeit durch Wasserdampf entfernt. Durch Einreiben mit einer Legierung von 88 Teilen Wismut und 12 Teilen Zinn kann die Ätzung sichtbar gemacht werden. Sollen Glasrohre auf diese Weise geätzt werden, so überträgt man den Stempel zunächst auf eine Gelatineplatte, auf der man das Rohr abrollt.

### B. Volum fester Körper

**a) Durch Verdrängen von Wasser.** In einfachen Fällen kann das Volum durch Eintauchen in eine Flüssigkeit, die in einem kalibrierten Meßzylinder um das Volum des Körpers aufsteigt, gemessen werden. Genauer ergibt sich das Volum nach dem Archimedischen Prinzip in Milliliter durch Wägung in Wasser und Luft, vgl. Dichtebestimmung (S. 207).

**b) Mit dem Volumeter.** Das Instrument dient für Körper, die nicht in eine Flüssigkeit kommen dürfen, und für Räume, die nicht ausgewogen werden können. Angewendet wird das Boyle-Mariottesche Gesetz.
Eine konstante Luftmenge ist über Quecksilber abgesperrt, zunächst unter dem Druck $P$ mm Quecksilber (meist dem atmosphärischen Barometerstand); ihr Volum in diesem Zustande heiße $V$. Um $V$ zu ermitteln, vergrößere bzw. verkleinere man es um ein bekanntes Volum $v$ und beobachte die dabei stattfindende Druckänderung $p$ mm Quecksilber, dann ist

$$VP = (V \pm v) \cdot (P \mp p), \quad \text{also} \quad V = v\,\frac{P-p}{p} \text{ bzw. } = v\,\frac{P+p}{p}.$$

Nachdem so das Volum des leeren Gefäßes gemessen worden ist, bringt man den Körper hinein und verfährt ebenso. Die Differenz der gefundenen Werte gibt das Volum des Körpers (Maßeinheit dieselbe wie bei $v$).
$v$ und $p$ dürfen nicht zu klein sein, wenn ein brauchbares Resultat entstehen soll. — Man vermeide Temperaturänderungen der abgeschlossenen Luftmenge durch die Nähe des Beobachters usw. während des Versuches. — Die Anwendung stark verdünnter Luft bietet manche Vorteile, stellt aber hohe Anforderungen an die Genauigkeit der Druckmessungen.

Von besonderen Formen s. u. a.: an die Form von Say angeschlossen Guglielmo, Atti d. Lincei **12** (2), 617, 1903; dem Jollyschen Luftthermometer ähnlich angeordnet Paalzow, Wied. Ann. **13**, 332, 1881; in einfacherer Anordnung Oberbeck, ebd. **67**, 209, 1899; verbess. Form: Carman, Phys. Rev. **26**, 396, 1908. Ein Instrument, welches den Körper mit einer gewissen Luftmenge in eine Barometerleere aufnimmt, schon für kleine Mengen brauchbar, bei Zehnder, Ann. Phys. **10**, 40, 1903, und für hohe Temperaturen ebd. **15**, 328, 1904.

### C. Volum von Gasen und Flüssigkeiten

Grundsätzlich können Volume von Flüssigkeiten und Gasen nach den gleichen Verfahren bestimmt werden: durch Ausmessen mit Hohlmaßen bekannten Inhaltes, durch Abwägen (aus Masse und Dichte) oder durch die im folgenden behandelten besonderen technischen Meßgeräte.

Bei der Messung von Gasvolumen ist auf die starke Abhängigkeit des spezifischen Volums von Druck und Temperatur zu achten, ferner darauf, daß zum Betrieb der Meßgeräte im allgemeinen eine wesentlich geringere Energie zur Verfügung steht, als bei Flüssigkeitsmessungen.

**a) Kubizierapparate.** Das Gas wird bei den großen Gasometern in einer zylindrischen Glocke aufgefangen, die in senkrechter Richtung beweglich aufgehängt ist und mit ihrem offenen Ende in ein Flüssigkeitsbecken eintaucht. Der Inhalt der Glocke über dem Flüssigkeitsspiegel ist an einer Skala abzulesen.

Über die Prüfung von Kubizierapparaten s. Instruktion VIII zur Eichordnung und Block u. Dziobek, Gas- u. Wasserfach **28**, 1, 1924.

**b) Verdrängungsmesser.** Die gesamte Flüssigkeits- oder Gasmenge fließt durch ein Meßgefäß (Meßkammer), dessen Füllungen gezählt werden. Bei den nassen Gaszählern wird das Gas über einer Sperrflüssigkeit (Wasser, Öl) aufgefangen; es setzt eine Glocke in Schwingung oder eine horizontal gelagerte Trommel mit mehreren Kammern in Drehung oder erteilt einer in Sektoren geteilten Glocke eine Taumelbewegung. Bei den Kippwassermessern kippt nach der Füllung ein Meßgefäß und schaltet sich oder ein zweites selbsttätig wieder ein.

Weniger genau sind die Balgengaszähler, bei denen das Gas in einen geschlossenen Raum strömt, in dem eine bewegliche Scheidewand hin- und hergedrückt wird. Bei den Kolbenzählern, die ohne Sperrflüssigkeit arbeiten, muß beachtet werden, daß durch die Undichtheiten zwischen Kolben und Gleitfläche ein Teil der Flüssigkeit oder des Gases entweichen kann. Der dadurch verursachte Fehler wächst mit abnehmender Belastung der Zähler, die daher nach unten nur bis zu etwa 20 % der Vollast benützt werden dürfen.

v. Schütz, Z. VDI **76**, 521, 1932.

**c) Flügelradzähler.** Einen Übergang zu den dynamischen Meßgeräten bilden die zuerst von dem Hamburger Wasserbaudirektor Woltman für Wassermessungen im offenen Gerinne eingeführten Flügelradzähler. Unter idealen Verhältnissen würde ein unter dem Winkel $\beta$ gegen die Strömung geneigter Flügel bei der Strömungsgeschwindigkeit $w$ den Weg

$$\frac{w}{\operatorname{tg}\beta} = n \cdot 2r\pi$$

zurücklegen, wenn mit $n$ die Drehzahl und mit $r$ der Abstand des Flügelmittelpunktes von der Drehachse bezeichnet wird. Infolge der mechanischen und hydrodynamischen Störungen muß die Geschwindigkeit nach der Formel

$$w = n' \cdot 2r\pi \cdot \operatorname{tg}\beta - A$$

berechnet werden, worin das von der Drehgeschwindigkeit abhängige und experimentell zu bestimmende Berichtigungsglied $A$ positiv oder negativ sein kann. $A$ ist im allgemeinen bei Vollast sehr klein (0,1 %), wächst aber mit abnehmender Last (etwa von Zehntellast an) sehr stark. Unterhalb einer gewissen Anlaufgeschwindigkeit versagen die Flügelradzähler vollkommen.

Die Flügelradzähler werden für Wassermessungen in Kanälen und Flüssen meist als Freistrahlflügel verwendet, für die Messung von Flüssigkeiten in Rohren als Turbinenzähler mit Leitvorrichtung. Die für Messung von Luftströmungen

gebräuchlichen Anemometer bestehen meist aus ebenen Flügeln, die in einer zylindrischen Umhüllung laufen. Die Umdrehungen der Flügel werden mechanisch oder elektrisch auf ein Zählwerk übertragen.

Henn, Grundlagen d. Wassermessung mit d. hydrometrischen Flügel. VDI-Forsch.-H. 385. Berlin 1937.

Deutsche Normen für Hauswasserzähler DIN DVGW 3260.

**d) Dynamische Volummessung.** O. Tietjens, Hydro- u. Aeromechanik nach Vorlesungen von Prandtl, 2. Bd. Berlin 1931; Witte, Dynamische Verfahren zur Mengen- u. Mengenstrommessung. „Der Chemie-Ingenieur" II, 2. Teil, Kap. VII, 1933.

α) Das Bernoullische Theorem. Zur Messung großer Volume bei strömenden Gasen und Flüssigkeiten wendet man mit Vorteil dynamische Meßverfahren an, bei denen man die Strömungsgeschwindigkeit ändert, z. B. durch Verengung des Querschnittes vorübergehend vergrößert, um nach dem Bernoullischen Theorem aus der auftretenden Druckänderung und dem Rohrquerschnitt an der Meßstelle die strömende Menge zu berechnen.

Das Bernoullische Theorem gibt den Zusammenhang zwischen potentieller und kinetischer Energie innerhalb eines Stromfadens an und lautet

$$\tfrac{1}{2}\varrho w^2 + \varrho g h + p = \text{const.} \tag{1}$$

In Gl. (1) bedeutet $\varrho$ die Dichte der Flüssigkeit, $w$ ihre zunächst innerhalb des Stromfadens als konstant angenommene Strömungsgeschwindigkeit, $h$ die Höhe des Aufpunktes über irgendeiner Nullebene, $p$ den statischen Flüssigkeitsdruck.
Da man es bei Mengenmessungen fast stets mit horizontaler Strömung zu tun hat, kann man das zweite Glied der linken Seite gleich Null setzen. Dann liefert Gl. (1) für die zwei Querschnitten $F_1$ bzw. $F_0$ des Stromfadens zugeordneten Geschwindigkeiten $w_1$ bzw. $w_0$ und Drucke $p_1$ bzw. $p_0$ die Beziehung

$$p_1 - p_0 = \frac{\varrho}{2}(w_0^2 - w_1^2)\,. \tag{2}$$

Vernachlässigt man die Kompressibilität der Flüssigkeit und führt das Querschnittsverhältnis $m = \frac{F_0}{F_1}$ ein, so erhält man den Volumstrom in $[l^3 t^{-1}]$:

$$V_0 = F_0 \cdot \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0)}{\varrho(1 - m^2)}}\,. \tag{3}$$

Bei der Strömung von Gasen muß man häufig die Änderung der Dichte berücksichtigen. Man geht dann zweckmäßig aus von der Differentialgleichung

$$-\frac{dp}{\varrho} = w \cdot dw\,, \tag{2a}$$

die mit der Annahme adiabatischer Druckänderung integriert werden kann und zu der Gleichung führt:

$$V_0 = F_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - m^2\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{2}{\varkappa}}}} \cdot \sqrt{2\,\frac{p_1}{\varrho_1} \cdot \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right]}\,. \tag{3a}$$

Hierbei bedeutet $\varkappa$ das Verhältnis der spezifischen Wärmen.

β) Drosselgeräte. Gl. (1) bis (3) gelten streng nur für einen idealisierten Vorgang. Da man es in Wirklichkeit nicht mit einem Stromfaden, sondern mit endlichen Strömungsquerschnitten zu tun hat, führt man in die Rechnung die durch

Mittelung über die Querschnitte $F_1$ bzw. $F_0$ (Abb. 23) gewonnenen mittleren Geschwindigkeiten $\overline{w}_1$ bzw. $\overline{w}_0$ ein. Ferner muß man berücksichtigen, daß die Strombahn sich hinter der engsten Stelle der Berandung noch weiter einschnürt, so daß der zwischen den beiden Druckentnahmestellen gemessene Druckunterschied $p_1 - p_0$ einem Querschnittsverhältnis $\mu \cdot m$ entspricht (s. Abb. 23); die „Kontraktionszahl" $\mu\,(<1)$ ist u. a. abhängig von $m$. Endlich beeinflussen der Druckverlust durch Flüssigkeitsreibung, die Lage und Art der Druckentnahmestellen, die Profilform des Drosselgerätes und sein Einbau (Länge der störungsfreien Anlaufstrecke) den Zusammenhang zwischen Durchflußmenge und Druckabfall in einer Weise, die vorderhand nur empirisch berücksichtigt werden kann, wenn man die heute erreichbare Genauigkeit der Messungen von etwa $\pm$ 0,5 % ausnützen will. Man faßt dann zweckmäßig alle Abweichungen und Einflüsse in eine „Durchflußzahl" $\alpha$ zusammen, die für nicht kompressible Flüssigkeiten definiert ist durch die Gleichung

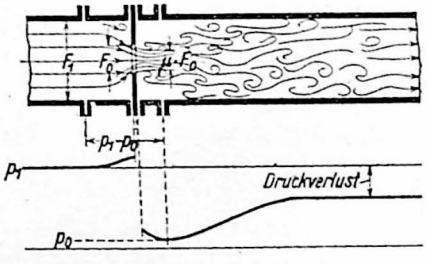


Abb. 23. Strömung durch Drosselstelle

$$V_0 = \alpha \cdot F_0 \cdot \sqrt{2\,\frac{p_1 - p_0}{\varrho_1}}\,. \tag{4}$$

$\alpha$ ist in Abhängigkeit von dem Querschnittsverhältnis $m$ und der die Strömung nach dem Ähnlichkeitsprinzip charakterisierenden dimensionslosen „Reynoldsschen Kennzahl" $Re = \frac{w\,2\,r\,\varrho}{\eta}$ für die gebräuchlichen Drosselgeräte bekannt (vgl. S. 100; $w$ = mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Rohr vom Radius $r$, $\varrho$ = Dichte und $\eta$ = dynamische Zähigkeit der strömenden Flüssigkeit).

A. a. O. findet man auch Angaben darüber, welche Form des Drosselgerätes für den jeweiligen Verwendungszweck am besten geeignet ist. Im allgemeinen wird man die „Blende" (Abb. 23) verwenden, wenn man kurze Baulänge und niedrige Herstellungskosten verlangt, das „Venturirohr", wenn man den Druckverlust klein halten will; die „Düse" und „Mündung" nehmen eine mittlere Stellung zwischen Blende und Venturirohr ein.

DIN 1952, Regeln für die Durchflußmessung mit genormten Düsen und Blenden. Berlin 1937; Kretzschmer, Strömungsform u. Durchflußzahl der Meßdrosseln. VDI-Forsch.-H. 381. Berlin 1936.

Die zählenden Durchflußmesser können mit mechanischen oder elektrischen Vorrichtungen versehen werden, um die Druck- und Temperaturabhängigkeit des Durchflußvolums zu erfassen.

Während die unter a) bis c) beschriebenen Meßverfahren ziemlich wenig empfindlich gegen Schwankungen der Strömungsgeschwindigkeit (Pulsationen) sind, beeinflussen diese die dynamischen Meßverfahren erheblich, besonders dadurch, daß der Mittelwert des Wirkdruckes falsch gebildet wird. Für bestimmte Verhältnisse kann der Fehler als Funktion einer dimensionslosen Kenngröße abgeschätzt werden.

Herning u. Ch. Schmid, Z. VDI 82, 1107, 1938.

Zu den Drosselgeräten gehören auch die in der Hydraulik vielfach verwendeten Meßwehre.

Forchheimer, Hydraulik. Leipzig u. Berlin 1930; Engel, Arch. Techn. Mess. 5, 1252–3, 1935.

$\gamma$) Schwimmermesser. Wenn man die Querschnittsverengung dadurch erzeugt, daß man einen Körper beweglich in der Strombahn anordnet, so wird dieser durch den zwischen seiner Vorder- und Rückseite bestehenden Druckunterschied $p_1 - p_2$ so lange in der Strömungsrichtung verschoben, bis Gleichgewicht zwischen den nach oben gerichteten Kräften $p_1 - p_2 +$ Auftrieb $A$ und den nach unten gerichteten Kräften $K$ (Gewicht + allenfalls vorhandener Federkraft) besteht. Meistens werden die Geräte mit konstanter Kraft $K$ und veränderlichem Strömungsquerschnitt gebaut, so daß der Schwimmerhub unmittelbar eine Funktion des Mengenstromes ist. Zur Vermeidung labiler Einstellungen erhält der Schwimmer am Umfang oft schräge Kanäle, so daß er stets eine drehende Bewegung ausführt.
Die empirische Eichung der Geräte darf auf andere Betriebsbedingungen (strömendes Mittel, Druck, Temperatur) nur unter Beachtung der Ähnlichkeitsbedingungen (ähnliche Berandung, Konstanz der Reynoldschen Kennzahl $\frac{w 2 r \varrho}{\eta}$ usw.) ausgedehnt werden.

$\delta$) Staugeräte. Die Messung von Flüssigkeitsströmen mit großem Strömungsquerschnitt kann man nach dem Bernoullischen Theorem (S. 55) in der Weise durchführen, daß man den Gesamtdruck $p_g$ an der Vorderseite eines in die Strömung gebrachten Widerstandskörpers (Abb. 24) und gleichzeitig den an derselben Stelle in der Flüssigkeit herrschenden statischen Druck $p_s$ mißt. Aus dem dynamischen Druck

$$p_d = p_g - p_s = a \cdot \frac{\varrho w^2}{2} \qquad (5)$$

kann man dann die im Staupunkt des Meßgerätes herrschende Geschwindigkeit berechnen. Das Verfahren wird hauptsächlich angewendet, um die Geschwindigkeitsverteilung im Strömungsquerschnitt kennenzulernen.

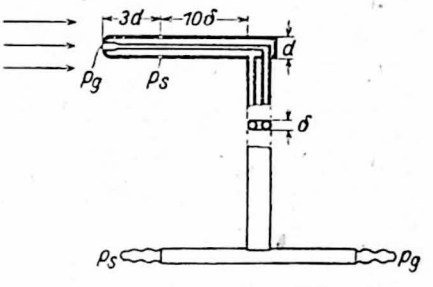


Abb. 24. Staurohr nach Prandtl

Die Größe des Beiwertes $a$ hängt von Form und Einbau des Gerätes ab. Für das in Abb. 24 dargestellte Staurohr nach Prandtl ist $a$ für axiale Anströmung ziemlich genau gleich 1,0 und bis zu einem Winkel von 17° zwischen Rohrachse und Strömungsrichtung praktisch unabhängig von der Anströmrichtung.
Die Richtung einer Strömung kann man mit zwei senkrecht zueinander angeordneten Staurohren bestimmen. Die Strömungsrichtung fällt mit der Winkelhalbierenden zusammen, wenn ein zwischen die beiden Staurohre geschaltetes Differenzmanometer keinen Ausschlag zeigt.
Auch mehrere verschieden gerichtete Staurohre, die in einer „Staudruckkralle" vereinigt sind, oder eine Staukugel mit verschiedenen Anbohrungen können für die Richtungsbestimmung verwendet werden.

K. Strauß, Z. VDI 82, 52, 1938.

**c) Thermische Volum- (Geschwindigkeits-) Messung.** Bringt man einen elektrisch erhitzten Draht in eine Gas- oder Flüssigkeitsströmung, so kann man entweder aus der Erwärmung des strömenden Mittels oder aus der Abkühlung des Drahtes auf die Strömungsgeschwindigkeit schließen.

J. M. Burgers, „Hitzdrahtmessungen" im Handb. d. Exp. Phys. 4, 1, 637, 1931.

α) Thomas-Messer. Bei dem Thomas-Messer wird die Temperatur des strömenden Stoffes vor und hinter einem gitterartig über den Strömungsquerschnitt ausgespannten Heizdraht gemessen. Der Thomas-Messer liefert nach empirischer Eichung einen Mittelwert, der außer von der Geschwindigkeitsverteilung auch von der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme des strömenden Mittels beeinflußt wird.

β) Hitzdrahtsonden. Die Hitzdrahtsonden (auch Hitzdrahtmesser oder -anemometer genannt) bestehen aus einem sehr dünnen ($\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{100}$ mm dicken) Draht (meist Platin), dessen Widerstand zur Ermittelung seiner Temperatur in einer Brückenschaltung gemessen wird. Diese Geräte können sehr klein ausgeführt werden und sind deshalb besonders geeignet zur Messung der Geschwindigkeit an einer bestimmten Stelle, da sie die Strömung nur sehr wenig stören. Für die kleinsten Geschwindigkeiten (bis herab zu 0,5 cm/s) verwendet man zweckmäßig eine Wheatstonesche Brückenschaltung, bei der die Spannung an den Enden des Meßdrahtes konstant gehalten wird. Der Meßstrom dient zugleich als Heizstrom. Wird nach Einstellung der Nullage des Galvanometers in ruhender Luft der Hitzdraht dem Luftstrom ausgesetzt, so ändert sich sein Widerstand, und die Geschwindigkeit der kühlenden Strömung kann nach empirischer Einmessung aus dem Ausschlag des Galvanometers berechnet werden.

Für größere Geschwindigkeiten ist eine Schaltung zweckmäßiger, bei der man den Meßstrom so regelt, daß der Widerstand des Drahtes und damit seine Temperatur konstant bleibt. Die Einmeßkurve verläuft bei größeren Geschwindigkeiten mit den Abänderungen der Schaltung nach Callendar nahezu linear.

King, Engineering **117**, 136, 1924; Huguneard, C.R. **176**, 287, 1923.

Der Übergang von der Einmessung auf andere Betriebsverhältnisse geschieht nach dem Ähnlichkeitsprinzip.

Hilpert, Forsch. Ing.-Wes. 4, 214, 1933.

## D. Volumverhältnis von Gasgemischen (Gasanalyse)

Die physikalischen Verfahren zur Bestimmung des Volumverhältnisses bei Gasgemischen haben gegenüber den chemischen Analyseverfahren den Vorteil, daß sie zur selbsttätigen Überwachung und Regelung der Zusammensetzung von Gasgemischen ausgebaut werden können. An dieser Stelle soll nur auf die wichtigsten physikalischen Grundlagen hingewiesen werden.

Über die teilweise sehr komplizierten Geräte s. das umfangreiche Schrifttum.

Gmelin u. Mitarbeiter in „Der Chemie-Ingenieur", 2, 4, Kap. 14 bis 22, 1933; Bayer, Die Gasanalyse. Stuttgart 1938.

**a) Rein physikalische Meßverfahren.** Die rein physikalischen Verfahren der Gasanalyse bestehen in einer Bestimmung der Konzentration des Gasgemisches auf Grund irgendeines bekannten gesetzmäßigen Zusammenhanges zwischen Konzentration und einer physikalischen Eigenschaft. Wegen der einfachen linearen Beziehung zwischen Gasdichte und -zusammensetzung können die meisten (S. 215ff.) behandelten Verfahren der Dichtemessung auch zur Bestimmung des Volumverhältnisses von Gasgemischen herangezogen werden.

Die Messung der Schallgeschwindigkeit, die in Zusammenhang mit der Gasdichte steht (S. 112), dient als Grundlage sehr empfindlicher Relativverfahren, bei denen die durch zwei von dem Versuchsgas und einem Vergleichsgas angeblasene Pfeifen erzeugten Schwebungen auf einen Zungenfrequenzmesser übertragen oder durch Veränderung der Länge einer Pfeife zum Verschwinden gebracht werden.

Der Zusammenhang zwischen der Zusammensetzung von Gasgemischen und ihrer Zähigkeit ist nur empirisch erfaßbar, in gewissen Fällen zweideutig und stark von Wasserdampfbeimengungen abhängig. Daher wird seine Bestimmung zur Gasanalyse nur herangezogen, wo sie besondere Vorteile bietet, z.B. wenn von Steinkohlengas der Bestandteil an Inertgasen ($N_2 + CO_2$) bestimmt werden soll, der durch eine Zähigkeitsmessung gemeinsam erfaßt werden kann. Die Verfahren beruhen auf der Strömung durch eine Kapillare (S. 96).

In hervorragendem Maße eignet sich dagegen die Bestimmung des Wärmeleitvermögens von Gasgemischen zur Analyse, da das Verfahren von Schleiermacher (S. 285) sehr empfindlich ist und leicht Aufschreibung, Fernmeldung und selbsttätige Regelung ermöglicht.

Bur. Stand., Techn. Pap. Nr. 249, 1924.

Auch aus der Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes (Brechungsverhältnis) kann man mit Hilfe von Spektrometern und Interferometern die Zusammensetzung von Gasgemischen ermitteln (S. 388).

**b) Physikalische Meßverfahren mit Einschaltung einer chemischen Reaktion.** Die bekanntesten und verbreitetsten Gasanalysegeräte („Rauchgasprüfer") z.B. nach Ados und Orsat beruhen auf einer Vereinigung einer chemischen Reaktion mit einem physikalischen Meßverfahren. Einer der Bestandteile des zu prüfenden Gemisches wird durch Absorption in einer Reaktionsflüssigkeit oder durch Verbrennung beseitigt und die dadurch bewirkte Volumänderung unmittelbar volumetrisch oder manometrisch gemessen. Wenn man diesen Vorgang mehrfach hintereinander ausführt, kann man ohne weiteres auch Mehrkomponenten-Gemische analysieren.

Ott, J. Gasbel. u. Wasservers. **63**, 202, 1920; Schmitt, Gas- u. Wasserfach **73**, 1137, 1930.

Aus dem Bedürfnis nach einem Alarmgerät für die Anzeige von schlagenden Wettern (explosible $CH_4$-Gemische) haben sich Verfahren entwickelt, bei denen die Wärmetönung der katalytischen Verbrennung eines Gemischanteiles gemessen wird. Diese Geräte werden u.a. auch zur Überwachung der Atemluft in abgasgefährdeten Räumen eingesetzt.

Bur. Mines, Techn. Pap. 355. Washington 1926; Stampe, Meßtechnik **6**, 267, 1930.

# III. Zeitmessung

## 1. Messung von Zeitintervallen

### A. Allgemeines und Zeitzeichen

**a) Zeiteinheit.** 1 Sekunde (s) ist der 86400. Teil des mittleren Sonnentages. Die Kontrolle der astronomischen Pendeluhren erfolgt durch Beobachtung der Meridiandurchgänge von Zeitsternen. Die Länge eines Sterntages ist 86164,0905 s. Für Deutschland gilt als Zeit die Ortszeit des Meridians 15° östl. Länge, mitteleuropäische Zeit (MEZ.). Für Westeuropa gilt die Ortszeit von Greenwich (MGT.). Die Zeitdifferenz zwischen beiden beträgt 1 Stunde (h).

Handb. d. Phys. **2**, 167, 1926; Veröff. Reichsanst. Erdbebenforsch., Heft 17, 1931; Scheibe, Ergebn. exakt. Naturwiss. **15**, 262, 1936.

Über die Änderung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde usw. s. v. Brunn, Ergebn. exakt. Naturwiss. **4**, 70, 1925; Meyermann, ebd. **7**, 92, 1928.

**b) Gestalt der Zeitzeichen.** Ein deutsches Zeitzeichen, ähnlich dem der ehemaligen Deutschen Seewarte, Hamburg, existiert zur Zeit nicht mehr. Für genaue Zeitbestimmungen ist man auf ausländische Zeitsignale angewiesen. Es senden z. B.:

Rugby, GBR, 16 kHz, um $11^h$ MEZ und um $19^h$ MEZ, Zeitsignale;

Moskau, RZI 1, 10 450 kHz, um $13^h\,51^m$ MEZ, Zeitsignale;

Pontoise, FYA 2, 7 430 kHz, um $21^h\,06^m$ MEZ, Zeitsignale;

Washington, NSS(12), 12 630 kHz, um $13^h$ MEZ und um $21^h$ MEZ. Zeitsignale;

London, BBC Home Service, 1 285 kHz; Droitwich, 200 kHz; BBC (Europadienst), 167 kHz alle 2 Stunden Kurzzeitzeichen, 6 Punkte für 55 ... 60 s.

Für Präzisionszeitmessungen verwendet man das Koinzidenzsignal der Zeitsignale. Das Signal besteht aus einer Reihenfolge von Zeitintervallen, von denen 61 auf eine Minute fallen. Die Intervallänge ist also $\frac{60}{61}$ s, gleich 0,98361 s. Der Beginn einer jeden vollen Minute wird durch einen etwas längeren Signalstrich, der eines jeden anderen Intervalles durch einen kurzen Signalstrich gekennzeichnet. Der Einsatz jedes Striches ist als Bezugspunkt für eine Messung zu benutzen (nicht das Ende des Striches!).

Für Meßzwecke mit einer Genauigkeit von 0,01 s genügt es, das Koinzidenzsignal zur Festlegung des Zeitpunktes als Noniusskala mit $\frac{1}{61}$-Teilung zu handhaben.

Haupt- sowie Koinzidenzsignal setzen zeitlich nicht immer richtig ein, es kommen, von sehr seltenen Fehlern bis zu mehreren Zehntelsekunden abgesehen, Abweichungen bis zu 0,03 s von der richtigen Zeit vor. Von dem Bureau International de l'Heure in Paris und dem Royal Observatory in Greenwich werden daher monatlich Verbesserungen der Zeitsignale der oben genannten Stationen mitgeteilt. Beim Koinzidenzsignal beziehen sie sich im allgemeinen auf die Signalmitte oder auf den zeitlichen Einsatz des Minutenstriches $1^m$ (bei Präzisionsmessungen daher nur diesen und benachbarte Striche zur Beobachtung benutzen). In den Verbesserungstabellen bedeutet +, daß das Zeichen gegen die richtige Zeit zu spät, —, daß das Zeichen zu früh gekommen ist.

**c) Zeitzeichenaufnahme.** Der Empfang des Zeichens geschieht mittels Empfängers und Überlagerers und durch Abhören mit Kopffernhörer, während das Auge gleichzeitig den springenden Sekundenzeiger der Uhr verfolgt. Steht eine Stoppuhr zur Verfügung, so setzt man die Stoppuhr bei einem Minutenschlag der Pendeluhr in Betrieb und stoppt nach dem Zeitzeichen ab. Genauer läßt man Koinzidenzzeichen und Sekundenschläge der zu vergleichenden Uhr auf einem gemeinsamen Meßstreifen aufschreiben. Den Zeitpunkt bestimmt man entweder durch Ablesung der von den Koinzidenzzeichen gegebenen Noniusteilung oder durch Ausmessung mittels Längenmaßes. Man setzt hierbei die Zeitintervalleinheit = 0,98361 s. Der Zeitpunkt, zu dem ein beliebiges Koinzidenzzeichen kommt, ist aus der Multiplikation der Intervalleinheit mit der Anzahl der seit $1^h\,1^m\,0^s$ bzw. $13^h\,1^m\,0^s$ abgelaufenen Intervalle zu berechnen. Bei Benutzung eines Drehspulschnellschreibers ist bei einer Laufgeschwindigkeit des Meßstreifens von 100 mm pro Sekunde eine Meßgenauigkeit von 0,001 s zu erreichen. Da die Zeitintervalle in ihrer Länge etwas schwanken, so verringert man die Unsicherheit durch Benutzung von mehreren Intervallen zur Zeitbestimmung.

Über Aufnahme des Ko.-Signales und seine Fehler s. Schuler, Z. techn. Phys. **12**, 678, 1931; Gengler, Astron. Nachr. **247**, 186, 1932; Repsold, ebd. **247**, 202, 1932. Über das Onogosignal und seine Auslösung s. Repsold, ebd. **246**, 233, 1932. Über Entwicklung und Ergebnisse des Funkzeitzeichendienstes auf der Deutschen Seewarte s. Repsold u. Freiesleben, ebd. **251**, 146, 1934.

## B. Uhren

**a) Charakteristische Größen.** Der tägliche Gang der Uhr gibt an, um wieviel Sekunden die Uhr in 24 h voreilt (negatives Vorzeichen) oder nachgeht (positives Vorzeichen). Der tägliche Gang kann bei den meisten Uhren korrigiert werden. Er ist ohne Bedeutung für die Beurteilung einer Uhr. Die Gangschwankung gibt den Betrag an, um wieviel Sekunden sich der Gang selbst in 24 h ändert. Der quadratische Mittelwert der um die systematische Gangänderung verringerten Beträge der Gangschwankungen ergibt die mittlere zufällige tägliche Gangschwankung, er ist ein Maß für die Güte der Uhr.

**b) Pendeluhr, Federuhr, Synchronuhr.** Über die Einflüsse, denen die Pendel unterliegen, siehe Abschnitt über „Schwerebeschleunigung". Dazu kommen Fehler vom Räderwerk, wie schlechte Teilung, Hemmungen, Verdickung des Öles; um von solchen Fehlern frei zu werden, konstruierte man Uhren, die ein nahezu freies Pendel besitzen und über eine Hilfsuhr betrieben werden (Schuler, Shortt). Mittlere zufällige tägliche Gangschwankungen sind bei astronomischen Pendeluhren (Riefler, Shortt) bis auf wenige Tausendstel Sekunden herabdrückbar, jedoch betragen die dauernden (systematischen) Gangänderungen im Monat 0,01 s und mehr. Die Abnahme der für Zeitbestimmungen nötigen Zeitimpulse erfolgt über Rad-, Hg- oder Photokontakte. Der Fehler der Einzelsekunde ist bei Abnahme mittels Hg-Kontakt auf etwa 0,002 s, derjenige bei Abnahme mittels eines empfindlichen Photokontaktes zu etwa 0,001 s (s. Tomlinson) zu schätzen. Über Koinzidenz- und Photoverfahren zur Bestimmung der Schwingungsdauer der Pendel s. S. 64 u. 72.

Tomlinson, Proc. Phys. Soc. **45**, 41, 1933. Über Zeitmesser und die Gänge von Uhren s.a. Niesilowski-Gawin, Handb. d. Phys. **2**, 169, 1926. Wanach, Astron. Nachr. **190**, 169, 1912. Kienle, Z. Instrkde. **40**, 77, 1920. Ferner über Zeitmessung s. Göpel u. Keil, ATM V 142—1, 1932; über Pendeluhren s. dieselben, ATM J 151—1, 1932; J 151—2, 1932.

Federuhren (Chronometer) einwandfreier Bauart erreichen mittlere tägliche Gänge bis herab zu 0,2 s. Durch Trockenelemente gespeiste elektrische Pendeluhren besitzen Gänge von 1 s. Synchronuhren, die an das Wechselstromnetz angeschlossen werden, hängen im Gang von der Frequenzkonstanz des Wechselstromnetzes ab.

Über Federuhren s. Göpel u. Keil, ATM J 152—1, 1933; über Taschenuhren s. dieselben, ATM J 152—2, 1934.

**c) Die Quarzuhr.** Die Quarzuhr von Scheibe und Adelsberger besteht aus einem Quarzsender mit longitudinal schwingendem Quarzstab von 60 000 Hz als Steuerquarz (s. Bd. 2), zwei Verstärkerstufen, drei Frequenzteilerstufen von 10 000, 1000 und 250 Hz und aus einem Synchronmotor zur Erzeugung der als Zeitmaß dienenden Zeitintervalle. Doppelthermostaten sorgen für Konstanthaltung der Quarztemperatur auf 0,001° C. Die mittlere zufällige tägliche Gangschwankung beträgt 0,0003 s; die monatlichen Mittel der täglichen Gänge sind über ein Jahr auf $\pm$ 0,002 s konstant. Der Vorteil der Quarzuhr gegenüber der Pendeluhr ist außer in der höheren Gangkonstanz auch in der Möglichkeit begründet, Gangdifferenzen zweier Uhren in sehr kurzen Meßzeiten nach der Schwebungsmethode (Bd. 2, S. 312) zu bestimmen.

Scheibe u. Adelsberger, Phys. Z. **37**, 185, 1936; Ann. Phys. **18**, 1, 1933; Hochfrequenzt. u. Elektroak. **43**, 37, 1934. Quarzuhr nach Marrison s. Loomis u. Marrison, A. I. E. E. **51**, 542, 1932; Freiesleben, Naturwiss. **20**, 166, 1932; Scheibe, Naturwiss. **21**, 506, 1933; Ergebn. exakt. Naturw. **15**, 262, 1936; ATM J 153—1, 2, 3, 4, 1941.

## C. Andere mechanische Methoden der Zeitmessung

**a) Stoppuhren.** Diese sind mit einem um $\frac{1}{5}$ s oder $\frac{1}{10}$ s springenden Zeiger ausgerüstet. Zeitintervalle können mit ihnen daher nur bis auf diese Beträge genau ausgemessen werden. Der durch Teilungsfehler der Zahnräder bedingte Stoppfehler ist $\frac{1}{5}$ s bis $\frac{1}{10}$ s. Der durch den Beobachter verursachte einmalige Stoppfehler (persönliche Gleichung) beträgt bis zu einigen Zehntelsekunden. Möglicher Gesamtfehler einer Zeitmessung beträgt bei $\frac{1}{5}$-s-Uhren bis zu 0,8 s, bei $\frac{1}{10}$-s-Uhren bis zu 0,2 s.

Zusammenfassung bei Göpel u. Keil, ATM J 154—1, 1934; ferner ATM J 154—2, 1932, J 154—3, 1933.

**b) Chronograph.** Die Chronographen besitzen in ihrer besten Form als Drehspulschreiber mit Streifenzugapparat regelbare Streifengeschwindigkeit bis zu 500 mm/s. Die Meßgenauigkeit kann beim Ablesen des Zeicheneinsatzes, besonders bei Anwendung kräftiger Stromstöße (rechtwinklige Ablenkung der Schreibnadel durch Kondensatorentladung, s. Bd. 2), auf 0,1 mm Längendifferenz, entsprechend 0,001 s Zeitfehler bei Streifengeschwindigkeit 100 mm/s geschätzt werden. Bei hohen Streifengeschwindigkeiten kann die Geschwindigkeit innerhalb des Zeitintervalles stärker schwanken, so daß z. B. die Mitte des Meßstreifens nicht der zeitlichen Mitte des Zeitintervalles entspricht; stets ist daher im Streifenzugapparat die Verwendung eines Synchronmotors als Zugmotor vorteilhaft. Passend gewähltes Getriebe mit runden Streifengeschwindigkeiten, z. B. 100 mm/s, erleichtert die Meßarbeit. Die obere Schreibgrenze eines Drehspulschnellschreibers liegt bei Intervallfolgen von 0,02 s bis 0,01 s.

**c) Fallende Körper, Pendel** liefern Zeitintervalle kleiner als 1 s. Die Zeitmarken werden auf einen fallenden vertikalen Maßstab gezeichnet oder auf einen Kreisbogen, der mit einem Pendel schwingt. Ihr Abstand läßt sich in Zeit umrechnen, da die Geschwindigkeit des Objekts sich aus dem Verhältnis seiner Lage im Augenblick der Messung zu der Ausgangsstellung ergibt.

Über den Fallchronographen von Boulengé s. z. B. Handb. d. Phys. 2, 221, 1926. Bei dem Pendelunterbrecher von Helmholtz werden in kurzen Zeitabständen zwei Kontrollhebel betätigt, durch die z. B. ein elektrischer Strom geschlossen und unterbrochen wird.

Edelmann, Ann. Phys. 3, 274, 1900; Borelius u. Lindh, ebd. 53, 113, 1917; Fuchs, Arch. Elektrot. 23, 589, 1930.

**d) Rotierender Spiegel.** Die Umlaufzeit sei $\tau$, in der Zeit $t$ findet dann eine Drehung um den absolut gemessenen Winkel $\alpha = t \cdot \frac{2\pi}{\tau}$ statt. Das Bild eines um $A$ vor dem Spiegel liegenden Objekts verschiebt sich bei der Drehung $\alpha$ um $\alpha \cdot 2A$, in der Zeit $t$ also um $l = \frac{4\pi A t}{\tau}$. Wird $l$ gemessen, z. B. mittels eines um $A$ hinter dem Spiegel liegenden Maßstabes, so ist also $t = \frac{1}{4\pi} \frac{l}{A} \tau$. Dieselbe Formel gibt die Zeit zwischen zwei Ereignissen, die an demselben Ort aufeinanderfolgen und im Spiegel gesehen um $l$ auseinanderliegen. Ist z. B. $A = 2000$ mm, $\tau = \frac{1}{100}$ s, $l = 1$ mm, so wird $t = \frac{1}{2\,500\,000}$ s. Hierdurch sind kurze Zeiten auf viel weniger als $10^{-7}$ s genau zu bestimmen.

### D. Andere elektrische Methoden der Zeitmessung

**a) Durch Messung einer Elektrizitätsmenge.** Der Strom einer bekannten EMK wird zu Anfang der Zeit geschlossen, am Ende der Zeit unterbrochen (Schuß-, Fall-, Stoßzeiten). Ist $E$ die EMK, $R$ der Widerstand des Kreises, so erhält man für die zu messende Zeit: $t = \frac{Q \cdot R}{E}$. Über die Messung von $Q$ s. Bd. 2.

Über einen Zeittransformator zur Messung von Zeitintervallen von $10^{-7}$ s aufwärts s. Steenbeck u. Strigel, Arch. Elektrot. 26, 831, 1932. Zusammenfassung s. dieselben, ATM V 142—2, 1933.

**b) Durch Aufnahme von Wechselstromschwingungen.** Zeitintervalle von 0,01 bzw. 0,02 s Länge liefert mit der Genauigkeit der Netzfrequenz der technische Wechselstrom von 50 Hz. Zeitintervalle bis zu einigen zehntausendstel Sekunden Länge stellt man mittels Stimmgabelgeneratoren (Multivibrator-, Thyratron-, Röhrensender, s. Bd. 2) her. Bei Messung kürzester Zeiten benutzt man als Zeitskala den Kurvenzug hochfrequenter ungedämpfter Schwingungen (Kathodenoszillograph).

Über den Schleifenoszillographen und den Kathodenoszillographen s. Oszillograph Bd. 2.

**c) Durch Beleuchtung mit elektrischen Funken** lassen sich kinematographische Aufnahmen ballistischer und physikalischer Vorgänge mit bis zu $10^6$ Bildern pro Sekunde erzielen.

Cranz u. Glatzel, Verh. D. Phys. Ges. 14, 525, 1912. Zusammenfassende Berichte über Zeitdehner s. Ende, Z. VDI 77, 10—12, 1933.

## 2. Schwerebeschleunigung, Gravitationskonstante

### A. Allgemeines

Die Schwerebeschleunigung $g$ (auch kurz Schwere genannt) wird durch die Anziehung der Erdmasse und durch die Fliehkraft bei deren Rotation bedingt. Die Änderung von $g$ mit der geographischen Breite $\varphi$ erlaubt es, die Erdgestalt (Abplattung eines Rotationsellipsoides) anzugeben.

Für die „normale Schwere $\gamma$" im Meeresniveau sind mit zunehmender Zahl der Messungen (zur Zeit etwa 8000) zeitlich etwas verschiedene Werte angegeben. Die beiden älteren gebräuchlichsten und die derzeitig internationale Formel sind

(Helmert 1901)
$\gamma = 978{,}030\ (1 + 0{,}005\,302 \sin^2\varphi - 0{,}000\,007 \sin^2 2\varphi)$ cm s$^{-2}$; $\gamma_{45^\circ} = 980{,}616$ cm s$^{-2}$.
(Bowie 1917)
$\gamma = 978{,}039\ (1 + 0{,}005\,294 \sin^2\varphi - 0{,}000\,007 \sin^2 2\varphi)$ cm s$^{-2}$; $\gamma_{45^\circ} = 980{,}621$ cm s$^{-2}$.
(Cassinis 1930)
$\gamma = 978{,}049\ (1 + 0{,}005\,288_4 \sin^2\varphi - 0{,}000\,005\,9 \sin^2 2\varphi)$ cm s$^{-2}$; $\gamma_{45^\circ} = 980{,}629$ cm s$^{-2}$.

Man bezeichnet 1 cm s$^{-2}$ als 1 gal (nach Galilei) und entsprechend $10^{-3}$ cm s$^{-2}$ = 1 mgal. Die Schwere $g_h$ wird für die Höhe $h$ m über Meer wie in „freier Luft" gerechnet (Freiluftkorrektion) und mit Berücksichtigung der entsprechenden Gesteinsplatte (Young-Bouguer-Korrektion) von der Dichte $\varrho$ ($R$ = Erdradius $6370 \cdot 10^3$ m, $\varrho_m$ mittlere Erddichte = 5,52 gcm$^{-3}$) gefunden zu

$$g_h = \gamma - \frac{2h}{R} g + \frac{3}{2} \frac{\varrho}{\varrho_m} \cdot \frac{h}{R} g = \gamma - 0{,}000\,308_6 \cdot h + 0{,}000\,041\,9\ \varrho \cdot h \text{ cm s}^{-2}.$$

Für eine Höhe von 10 m beträgt die Schwereänderung $\approx 3 \cdot 10^{-3}$ cm s$^{-2}$ und die Korrektion für eine 10 m dicke, unendlich ausgedehnte Gesteinsplatte von der Dichte 2,4 $\approx 1 \cdot 10^{-3}$ cm s$^{-2}$. Die Meßgenauigkeit für die relative Intensitätsverteilung des Schwerefeldes an der Erdoberfläche beträgt $\pm 10^{-6}$. Um diese Genauigkeit auch in den obigen Korrektionen zu erreichen, muß die Stationshöhe auf $\pm 3$ m und die geographische Breite $\varphi$ auf 1′ ($\approx 1{,}9$ km) genau bekannt sein (da $dg = 5{,}172 \sin 2\varphi d\varphi$). Die auf Meeresniveau reduzierte beobachtete Schwere weicht vielfach von der „Normalschwere $\gamma$" ab (bis zu einigen 0,1 ‰). Diese Differenzen rühren von den Dichte-Inhomogenitäten der obersten Erdschichten (100 km Tiefe) her (Isostasie) und geben ihrerseits Aufschlüsse über den Aufbau der Erdkruste. Über die Schwere s. Meißer, Praktische Geophysik, Dresden 1943. Handbücher der Physik und Geophysik. Fortschritte: Bibliographie géodésique internationale, Assoc. de géodésique de l'Union géodésique et géophysique internationale. Paris, Bd. 1 (1935) — 4 (1947).

## B. Absolute Bestimmung von $g$ mit dem Pendel

**a) Pendelgleichung.** Die Schwingungsdauer einer vollen Periode ist für ein physikalisches Pendel bei „unendlich kleiner" Amplitude $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$, wobei $D$ die Direktionskraft und $J$ das Trägheitsmoment bezogen auf die Drehachse bedeuten (S. 74). Befindet sich die punktförmige Masse $M$ im Abstand $l$ von der Drehachse (mathematisches Pendel), so ist $J = l^2 \cdot M$, $D = gMl$, mithin $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Der übliche Sprachgebrauch versteht unter einer Pendelschwingung nur eine halbe Periode; zur Vermeidung von Irrtümern bezeichnet man diese mit Halbschwingung $T'\left(T' = \frac{T}{2}\right)$. Die Größe $\frac{J}{Ms}$ ($s$ = Abstand Schwerpunkt Drehachse) bezeichnet man bei einem physikalischen Pendel als reduzierte Pendellänge $l$. Der Punkt im Abstand $l$ von der Drehachse heißt Schwingungspunkt. Bei der Vertauschung von Schwingungs- und Aufhängepunkt (s. Reversionspendel) behält das Pendel dieselbe Schwingungsdauer. Eine Massenänderung ($dM$) im Schwingungspunkt beeinflußt die Schwingungsdauer nicht, während eine solche in der Mitte zwischen Schwingungspunkt und Aufhängepunkt eine maximale Änderung der Schwingungsdauer bedingt ($\Delta T'_{\max} = -\frac{T'}{8} \cdot \frac{dM}{M} \cdot \frac{s}{l}$, Auflagegewicht $dM$ bei Pendeluhren). Die $g$-Bestimmungen mittels Pendel erfordern eine Längen- und eine Zeitmessung. Es ist $g = \frac{\pi^2 l}{T_0'^2}$, wenn $l$ die reduzierte Pendellänge und $T_0'$ die mit allen Korrektionen versehene Dauer der Halbschwingung ist. Die nötige Genauigkeit sowohl für absolute ($\pm 3 \cdot 10^{-6}$) wie für relative ($\pm 10^{-6}$) Pendelmessungen erfordert einen großen Aufwand $\left(\frac{dg}{g} = \frac{2dT'}{T'} = \frac{dl}{l}\right)$.

**b) Bestimmung der Schwingungsdauer.** Werden in $t$ Sekunden $n$ Halbschwingungen gezählt, so ist $T' = \frac{t}{n}$. Zur genaueren Beobachtung wird das Koinzidenzverfahren benutzt. Liegt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Koinzidenzen einer Uhr ($T'_{\text{Uhr}} = 1$ s) mit dem schwingenden Pendel ($T' = 1 \pm \varepsilon$, wobei $\varepsilon$ eine kleine Größe ist) eine Zeit von $c$ s (Koinzidenzintervall), so ist $T' = \frac{c}{c \mp 1} = 1 \pm \frac{1}{c \mp 1}$, je nachdem ob das Pendel in $c$ s hinter der Uhr um eine Halbschwingung zurückbleibt oder vorauseilt. Die Koinzidenz wird mit dem Auge oder Ohr beim Durch-

gang des Pendels durch seine Mittellage beobachtet. Beträgt die Halbschwingung des Uhrpendels $\frac{1}{y} \pm \varepsilon$, so ist $T' = \frac{1}{y} \pm \frac{1}{y \cdot (yc \mp 1)} = \frac{c}{y \cdot c \mp 1}$.

Photographische Aufzeichnung s. Meißer u. Martin, Gerlands Beitr. z. Geophysik, Erg.-H. Angew. Geophysik 2, 1931.

**c) Korrektionen an der Schwingungsdauer.** $\alpha$) Amplitudenkorrektion. Nach S. 73 hängt die Halbschwingung eines Pendels von der Amplitude $\alpha$ (ganze Schwingungsweite) ab. Hiernach ist

$$T_0' = T' \left(1 - \frac{\alpha^2}{64} + \frac{\alpha^4}{12288} \mp \cdots\right).$$

Für $\alpha = 10°$ beträgt diese Korrektion $0{,}5^0/_{00}$. Bei Präzisionsmessungen wird $\alpha$ höchstens 1° gewählt. Die Schwingungsweite $\alpha$ kann als Mittel aus dem ersten und letzten Bogen eingesetzt werden. Die Amplitudenkorrektion verkleinert stets die Schwingungsdauer.

$\beta$) Luftdichte-Korrektion. Wegen der umgebenden Luft erscheint das Pendel um den Faktor $\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right)$ zu leicht ($\lambda$ Dichte der Luft, Tab. 9, $\sigma$ mittlere Dichte des Pendels; hydrostatische Korrektion), andererseits wird das Trägheitsmoment des Pendels durch die mitbewegte Luftmasse vergrößert (hydrodynamische Korrektion). Diese beiden Korrektionen hängen von der Luftdichte $\lambda$ ab und werden streng bestimmt, wenn man das Pendel bei verschiedenen Dichten (Luftdruck, Vakuum) schwingen läßt. [Um den Lufteinfluß bei einem Fadenpendel auszuschalten, ist die beobachtete Halbschwingung um die Beträge $\frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{\sigma} \cdot T'$ (hydrostatische Korrektion) und $0{,}6 \cdot \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\sigma} T'$ (hydrodynamische Korrektion), d. h. insgesamt um $0{,}8 \frac{\lambda}{\sigma} \cdot T'$ zu verkleinern.]

$\gamma$) Mitschwingkorrektion. Das Pendelstativ schwingt stets etwas ($0{,}1\,\mu$) mit und bedingt eine Vergrößerung der Halbschwingung um $\gamma$ s. Beobachtet man in der Zeit $t$ das Aufschaukeln eines Hilfspendels (2) von derselben Gestalt aus seiner Ruhelage, so ist für die mittleren Amplituden $\alpha_{1m}$ und $\alpha_{2m}$

$$\gamma = \frac{T_1'}{\pi} \cdot \frac{\alpha_{2m}}{\alpha_{1m}} \cdot \frac{T_1'}{t}.$$

$\delta$) Uhrkorrektion. Beträgt der Uhrgang der Vergleichsuhr (für 24 h) $u$ s, so ist die beobachtete Halbschwingung $T_B'$ um

$$T_0' - T_B' = \frac{T_B'}{86400} \cdot u \text{ s}$$

zu korrigieren (S. 61).

$\varepsilon$) Temperaturkorrektion. Beträgt der mittlere lineare Ausdehnungskoeffizient des Pendels $\beta$, so ändert sich $T'$ für 1° Temperatur um $\frac{\beta}{2} T'$. Die Bestimmung geschieht empirisch.

**d) Pendelformen.** $\alpha$) Fadenpendel. Die Länge $l$ wird vom Kugelmittelpunkt über den Fadenteil gemessen, der an der schwingenden Bewegung teilnimmt. Da

die Pendelmassen nicht punktförmig angeordnet sind, ist die Halbschwingung des Pendels wegen des Kugelträgheitsmomentes und der Fadenmasse $\mu$ um den Betrag $T'\left(\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{r}{l}\right)^2-\frac{1}{12}\frac{\mu}{M}\right)$ zu vermindern.

Beweis: Für die reduzierte Pendellänge $l$ ist $\frac{K}{Ms}$ zu setzen. Ist der Kugelradius $r$, die Kugelmasse $M$ und die Fadenmasse $\mu$, so ist nach S. 75

$$T'=\pi\sqrt{\frac{K}{gMs}}=\pi\sqrt{\frac{l^2M+\frac{2}{5}r^2M+\frac{1}{3}l^2\mu}{g\left(lM+\frac{1}{2}l\mu\right)}}=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\cdot\sqrt{\frac{1+\frac{2}{5}\left(\frac{r}{l}\right)^2+\frac{1}{3}\frac{\mu}{M}}{1+\frac{1}{2}\frac{\mu}{M}}}$$

Bessel, Abh. III, S. 139. Leipzig 1876. Ferner ($l=21{,}5$ u. 35 m) bei Ivanoff, Bull. géodés. 52, 481, 1936.

$\beta$) Reversionspendel. Für absolute $g$-Bestimmungen wird meistens nur das Reversionspendel benutzt. Dieses hat zwei parallele, in derselben Ebene liegende Schneiden, die unsymmetrisch zum Schwerpunkt liegen. Durch Änderung der Massenverteilung bzw. Verstellen der Schneiden wird erreicht, daß für beide durch sie bestimmte Drehachsen sich die gleiche Halbschwingung ergibt; es befindet sich jede Schneide dann im „Schwingungspunkt" der anderen (S. 64). Der Schneidenabstand $l$ ist die reduzierte Pendellänge. Sind die beiden Halbschwingungen um die Achse 1 und 2 etwas verschieden und bezeichnen $s_1$ und $s_2$ die entsprechenden Abstände der Schneiden von dem Pendelschwerpunkt, so ist

$$g=\pi^2(s_1+s_2)\frac{s_1-s_2}{T_1'^2\cdot s_1-T_2'^2\cdot s_2}=\pi^2\frac{(s_1+s_2)}{T_2'^2}\cdot\frac{1}{1-\frac{T_1'-T_2'}{T_2'}\frac{s_1}{s_1-s_2}\cdot\frac{T_1'+T_2'}{T_2'}}$$

$$\approx\frac{\pi^2 l}{T_2'^2}\left(1+2\frac{s_1}{s_1-s_2}\cdot\frac{T_1'-T_2'}{T_2'}\right).$$

Für die gebräuchlichen Reversionspendel ist $s_1:s_2=1:2$. Um die Luftdichtekorrektion (S. 65, Abschn. c, $\beta$) auszuschalten, muß das Pendel in seiner äußeren Form symmetrisch sein. Bei sehr genauen Bestimmungen wird die „Schneidenkorrektion" (die Schwingungsdauer hängt auch von dem Krümmungsradius der Schneide und der Unterlage ab) durch Vertauschen der Schneiden oder dadurch, daß man die Schneiden durch Planflächen ersetzt und das Pendellager als Schneide ausbildet, klein gehalten.

Eine genaue absolute $g$-Messung ist frühzeitig in Potsdam ausgeführt worden. Im Pendelsaal des Geodätischen Instituts, 52° 22,86′ nördlicher Breite, 13° 4,06° östlicher Länge von Greenwich, 87 m über dem Meeresniveau wurde gefunden: Länge des einfachen Sekundenpendels $994{,}239\pm 0.003$ mm und Beschleunigung der Schwerkraft $981{,}274\pm 0{,}003$ cm s$^{-2}$. Alle relativen $g$-Messungen, denen der obige absolute Anschlußwert zugrunde liegt, heißen „auf Potsdamer System bezogen". Trotz der inneren Unsicherheit von einigen $10^{-6}$ ist $g$ absolut nach den verschiedenen Messungen nur auf etwa $10^{-5}$ bestimmbar.

Helmert, Beitr. z. Theorie d. Reversionspendels. Veröff. Geodät. Inst. Potsdam 1898; Kühne u. Furtwängler, ebd. 1906 (abs. $g$-Messung). Neubestimmung in Washington: Heyl u. Cook, B. S. J. Res. **17**, 805, 1936; in Teddington: Clark, Phil. Trans. London A **238**, 65, 1939. Der „Potsdamer Schwerewert" dürfte um 0,017 cm s$^{-2}$ zu hoch sein (Browne u. Bullard, Proc. R. Soc. **175**, 110, 1940).

### C. Relative Schweremessungen

**a) Schwerediffferenz gegen eine Basis.** Für ausgedehnte Untersuchungen der Schwereverteilung auf der Erde sind absolute Messungen zu umständlich. Man mißt daher nur die Schwerediffferenzen gegenüber einer Basis (auf Potsdam bezogen) mit Pendeln, deren reduzierte Pendellänge $l$ konstant bleiben muß. Aus den Halbschwingungen $T_i'$ an den verschiedenen Beobachtungsorten ($g_i$) und den Konstanten an der Ausgangsstation ($T_0'$, $g_0$) findet man $g_i = g_0 \left(\frac{T_0}{T_i}\right)^2$. Diese „invariablen" Pendel haben eine Halbschwingung von $\frac{1}{2}$ s (Sterneck) und geben in einem Vier(Zwei)pendelapparat eine Unsicherheit in g von $\pm$ 1 mgal (in $T'$ von $\pm$ 2,5 · $10^{-7}$ s). Die Pendel sind aus Nickeleisenlegierungen (kleiner Temperaturkoeffizient) hergestellt. Sie haben ein log. Dekrement (auf die volle Periode bezogen) von 1 · $10^{-4}$ (Luftdruck) und können bei einem Druck von einigen cm Hg bis zu 8 Stunden schwingend beobachtet werden. Um das Mitschwingen des Apparates und die horizontale Bodenbeschleunigung auszuschalten, läßt man stets zwei (bis auf $10^{-6}$ in $T'$) gleiche Pendel in derselben Ebene gegeneinander (180° Phasenverschiebung) schwingen. Invariable Pendel lassen sich auch als relative Normalen für kürzere Zeiten verwenden (Unsicherheit = $10^{-7}$). Die Grenze der Leistungsfähigkeit wird weitgehend durch die „Schneide" bestimmt.

Für engmaschige (10 km) Feinuntersuchung von $g$ benutzt man „Gravimeter". Bei diesen neuzeitlichen voll transportablen statischen Schweremessern erreicht man eine Konstanz der Gegenfeder bis $\pm$ 3 $10^{-8}$ für kürzere Zeiten, der elastische Gang ($\frac{1}{10}$ mgal/h) wird durch aufeinanderfolgende Wiederholung des Meßprofils ausgeschaltet.

Über statische Schweremesser siehe betreffend „astasierte" Pendel: Ising, Amer. Inst. Min. Metallurg. Engr., Techn. Publ. Nr. 828, 1937; Lejay-Hollweck, C. R. **190**, 1387, 1930; **205**, 193 (349, 429), 1937; Graf, ATM V 651—1—5, 1943 (zusammenf. Lit.); Quecksilber und abgeschlossenes Gasvolumen: Haalck, Beitr. angew. Geophys. **7**, 285, 1938. Vening-Meinesz, Theory and practice of pendulum observations at sea. Delft 1929 und Part II 1941.

**b) Räumliche Verschiedenheit von $g$.** Bezeichnet $W$ ($cm^2 s^{-2}$) das Potential der Schwerkraft, dann stellt $W$ = const. die Gleichung einer Niveaufläche dar. Zeigt die $x$-Achse nach Norden, die $y$-Achse nach Osten, die $z$-Achse abwärts in Richtung der Schwere, so ist $g = \frac{\partial W}{\partial z}$ und der horizontale Schweregradient

$$\frac{\partial g}{\partial s} = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}\right)^2},$$

wobei $\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = \frac{\partial g}{\partial x}$ und $\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = \frac{\partial g}{\partial y}$ die Änderungen der Schwereintensität je cm in den einzelnen Koordinatenrichtungen angeben.

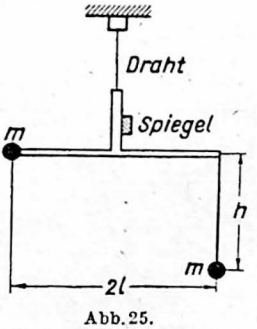


Abb. 25.
Drehwaage nach Eötvös

Die Drehwaage nach Eötvös (Abb. 25) besteht aus einem Stab von der Länge $2l$, an dessen Enden sich mit einer Höhendifferenz $h$ je ein Gewichtsstück von der Masse $m$ befindet. Das gesamte Gehänge wird von einem dünnen Draht ($Pt - Ir$, $W$, Dicke etwa 40 $\mu$, Torsionskonstante $\tau$, Drehmoment = $\tau \cdot$ Ausschlag $\varphi$) getragen. Infolge der räumlichen Änderung der Schwerkraft (bzw. von $W$)

sind die in verschiedenen Azimuten $\alpha$ ($\alpha$ gerechnet von Nord: 0°, über Ost: 90°) auf die beiden Gewichtsstücke wirkenden Kräfte verschieden, und deshalb erleidet der Torsionsdraht eine Verdrillung um einen bestimmten Winkel $(\varphi - \varphi_0)$. Für die Gleichgewichtslage im Azimut $\alpha$ gilt

$$(\varphi - \varphi_0) \cdot \tau = \frac{K}{2}\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right) \sin 2\alpha + K \frac{\partial^2 W}{\partial x\, \partial y} \cos 2\alpha - mhl \frac{\partial^2 W}{\partial y\, \partial z} \sin \alpha + mhl \frac{\partial^2 W}{\partial y\, \partial z} \cos \alpha \cdot$$

Die beiden Krümmungsglieder $\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 W}{\partial x\, \partial y}$, die Gradientenkomponenten $\frac{\partial^2 W}{\partial x\, \partial z}$, $\frac{\partial^2 W}{\partial y\, \partial z}$ und der unbekannte Nullpunkt $\varphi_0$ erfordern die Beobachtung (visuell oder photographisch registriert) der Gleichgewichtslage in fünf verschiedenen Azimuten $\alpha$ bei einer Eingehänge-Waage. Die Bestimmung von $J$ (Trägheitsmoment) und $\tau$ erfolgt aus Schwingungsdauer-Beobachtungen (S. 75) mit Hilfsdrähten und Hilfskörpern bekannter Trägheitsmomente bzw. aus Ablenkungsversuchen (Eötvös-Dimensionen eines Gehänges $l = 20$ cm, $h = 65$ cm, $m = 26$ g, $K = 21000\ \mathrm{gcm^2}$, $\tau = 0{,}5\ \mathrm{cm^2 g s^{-2}}$, volle Schwingungsdauer des Gehänges etwa 20 min, Winkelempfindlichkeit für 1 E = Eötvös-Einheit $= 10^{-9}\ s^{-2} \sim 8''$). In der Stellung $\alpha = 0°$ zeigt das tiefere Gewicht nach Norden.

Über Mehrgehänge-Waagen, Korrektionen und Anwendungen s. v. Eötvös, Ann. Phys. **59**, 354, 1896; Verh. Intern. Erdmess., Teil I, S. 319 London 1909; Pekár, Naturwiss. **16**, 1080, 1928; vgl. Spezialartikel in Handb. d. Physik u. Geophysik; Reich u. v. Zwerger, Taschenbuch der angewandten Geophysik. Leipzig 1943. Die Drehwaage nach Eötvös ist das physikalische Instrument größter relativer Genauigkeit, da 1 E im Gradienten eine Änderung von $g$ um ein Billionstel ($10^{-12}$) auf 1 cm in der Horizontalen angibt.

Der vertikale Gradient $\frac{\partial g}{\partial z}$ wird durch Wägung bei Gewichten in verschiedenen Höhen bestimmt.

**c) Zeitliche Schwankungen von $g$.** Unter dem Einfluß der fluterzeugenden Kraft des Mondes (Mo) und der Sonne (So) wird auf der Erde die Richtung und Intensität der Schwere periodisch verändert. Die theoretisch maximalen Wirkungen für eine starre Erde sind: Lotänderung 0,017″ (Mo), 0,008″ (So); Schwereänderung: $\frac{1}{17800000}$ (Mo), $\frac{1}{38800000}$ (So). Neigungsänderungen werden mit Horizontalpendeln (Aufhängung nach Zöllner) bestimmt. Es können noch Lotschwankungen von einigen $\frac{1}{10000}''$ gemessen werden. Die gebräuchlichen Horizontalpendel haben über 30 s Periode.

Galitzin, Vorlesung über Seismometrie. Dtsch. Ausg. von Hecker, Kap. V, Leipzig 1914; Schaffernicht, Ann. Phys., V. F. **29**, 349, 1937; Lettau, Z. Geophys. **13**, 25, 1937; Meißer, Praktische Geophysik, Dresden 1943.

Die zeitliche Änderung der Schwere wird statisch mit dem Schmidtschen Trifilargravimeter (bis $10^{-9}$ in dg/g) registriert, um in Verbindung mit zeitlichen Lotschwankungen die Elastizitätskonstanten und die Gezeiten der Erde zu ermitteln.

Schweydar, Ber. Akad. Berlin **14**, 454, 1914; Tomaschek u. Schaffernicht, Ann. Phys. **15**, 799, 1932; dieselben Z. Geophys. **9**, 125, 199, 309, 1933.

### D. Absolute Gravitationskonstante

Zwei Massen $M$ und $M'$ in der Entfernung $r$ ziehen sich längs ihrer Verbindungslinie mit einer Kraft $K = \frac{kMM'}{r^2}$ an, hierbei ist $k$ ($cm^3g^{-1}s^{-2}$) die Gravitationskonstante des Newtonschen Anziehungsgesetzes. Die Gravitationskonstante wird experimentell aus der Anziehung bekannt r Massen ermittelt. Ist $R$ der mittlere Erdradius, $\varrho_m$ die mittlere Erddichte, so findet man aus dem Newtonschen Gesetz $\varrho_m = \frac{3g}{4\pi k R}$. Daher bezeichnet man die Messungen der Gravitationskonstante auch als solche zur Bestimmung der mittleren Erddichte $\varrho_m$. Die wichtigsten Bestimmungen sind:

**a) Bestimmung mit der Drehwaage.** Das Drehmoment, das ein oder mehrere feste Massenstücke auf eine oder zwei an dem Waagebalken befestigte Massen ausüben, wird mit der Direktionskraft der Aufhängung verglichen (Cavendish 1798, vorgeschlagen von Michell, Reich, Baily, Cornu, Boys, Braun, Poynting). Außer Ablenkungsversuchen wird auch die durch die Annäherung der Massenstücke bewirkte Änderung der Schwingungsdauer benutzt.

v. Eötvös, Ann. Phys. **59**, 354, 1896 (Gravitationskompensator); Drehwaage im Vakuum: Heyl, B. S. J. Res. **7**, 1243, 1930.

**b) Bestimmung mit der gewöhnlichen Waage.** Man bestimmt die Änderung des Gewichtes, das ein angehängtes Massenstück durch ein festes Massenstück erfährt, die von unten genähert wird (Jolly, Poynting). Richarz und Krigar-Menzel wogen das bewegliche Massenstück (1 kg) abwechselnd ober- und unterhalb eines festen ($10^6$ kg).

Auerbach-Hort, Handb. d. phys. u. techn. Mechanik, II. Leipzig 1928.

Der Wert der Gravitationskonstanten beträgt nach den Messungen unter Abschnitt a und b $k = (6{,}68 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-8}$ ($cm^3g^{-1}s^{-2}$); die mittlere Erddichte ist $\varrho_m = 5{,}52\ g\,cm^{-3}$ und die Masse der Erde $\sim 6 \cdot 10^{27}$ g.

Unabhängigkeit der Konstante $k$ von der Natur des Körpers (bis auf $10^{-8}$) s. v. Eötvös, Pekár, Fekete, Ann. Phys. **68**, 11, 1922; von der Temperatur: Poynting u. Phillips, Proc. Roy. Soc. (A) **76**, 445, 1905.

Über die Konstanz des Gewichtes bei chemischen Reaktionen: Landolt, Berl. Ber. **16**, 354, 1908.

## 3. Umlaufsgeschwindigkeit

### A. Regler

Die Umlaufskonstanz einer Vorrichtung, die selbst wenig Energie verbraucht, kann sehr erhöht werden durch eine konstante Belastung, etwa durch Koppelung mit einer Dynamomaschine, deren Stromkreis durch einen Widerstand geschlossen ist (Dolezalek). — Mehr leistet ein mitlaufender Zentrifugalregulator mit Federkraft, der einen die Rotation hemmenden elektrischen Strom schließt, sobald die Geschwindigkeit über die gewünschte Grenze steigt. Der Regulator läßt sich bei passender Wahl der Stahlfeder so empfindlich herstellen, daß die Tourenzahl auf Wochen und Monate innerhalb 0,01 % konstant bleibt.

Dolezalek, Z. Instrkde. 23, 245, 1903; Giebe, ebd. 52, 345, 1932; s. auch Linckh, Elektrotechn. Z. 51, 1101, 1930. Auch käufliche Tachographen (z. B. von Morell & Leipzig) können nach Anbringen einer Kontaktvorrichtung unmittelbar als Regler benutzt werden.

### B. Umlaufszähler

**a) Gewöhnliches Zählwerk.** Ein gewöhnliches Zählwerk, dessen Achse während einer bestimmten Zeit mit einem Dreikantdorn an die rotierende Welle faßt, genügt für viele Fälle.

**b) Stroboskopischer Vergleich** (Bd. 2). Auf die umlaufende Achse wird koaxial eine weiße Kreisscheibe mit schwarzem Sektor gesetzt. Die Scheibe wird mit einer Lampe beleuchtet, die nur einmal während der Periode des sie speisenden Wechselstroms kurze Zeit hell aufleuchtet (z. B. Neonglimmlampe). Scheint der Sektor zu ruhen, so stimmen Umlaufs- und Periodenzahl $n$ überein. Macht der Sektor scheinbar $s$ Umläufe/s, so ist $\pm s$ die Differenz der Umlaufs- und Periodenzahl (S. 64). Die Methode dient z. B. zur Messung der Schlüpfung $\pm \frac{s}{n}$ eines Drehstrom-Asynchronmotors.

Vgl. u. a. Linckh u. Vieweg, Arch. Elektrotechn. 23, 77, 1929; Keinath, Elektr. Meßgeräte Bd. 2, S. 283. München 1928; Brion u. Vieweg, Starkstrommeßtechnik S. 266. Berlin 1933; Walter, Forschung Ing.-Wes. 12, 100, 1941; ATM V 145, 1942.

**c) Tachometer.** Diese zeigen den Augenblickswert der Umdrehungszahl je Zeiteinheit. Sie benutzen z. B. das Prinzip des Zentrifugalpendels. — Im Braunschen Gyrometer wirkt die Zentrifugalkraft auf eine Flüssigkeit (Glyzerin) in einem Glaszylinder. Die Höhe der Kuppe der ein Rotationsparaboloid bildenden Oberfläche wird an einer Teilung abgelesen. — Die Einmessung geschieht durch selbstregistrierende Zählwerke oder schreibende Stimmgabel.

Göpel, Z. Instrkde. 16, 33, 1896.

Eine selbsttätige Zählereinrichtung mit Photozelle konstruierte z. B. L. Funke (DRP. Nr. 604 361), 1932.

Andere Tachometer beruhen auf der Messung von Tonhöhen, die bei dem Umlauf entstehen. Auch verwendet man mechanisch oder elektromagnetisch angestoßene Metallzungen verschiedener Eigenschwingung, die durch Resonanz angeregt werden.

Über Wirbelstromtachometer vgl. E. Horn, Z. VDI 74, 514, 1930.

Sehr hohe Umdrehungszahlen kann man mittels Lichtzeigers und Photozelle nach den Methoden der elektrischen Frequenzmessung ermitteln. Bei Ultrazentrifugen, die zur Trennung von Teilchen verschiedener Dichte innerhalb einer Flüssigkeit oder eines Gases dienen, werden bei den Rotoren, die auf einem Preßluftstrom schweben, bis zu 20000 Umdrehungen je Sekunde (Beschleunigungswerte bis 1 Million $g$) erzeugt.

Keil, Z. VDI 82, 115, 1938; Beams, Rev. of modern Phys. 10, 245, 1938 u. Rep. on Progr. in Phys. 8, 31, 1941. Über Zerlegung von Gasgemischen durch Zentrifugen: Hansen u. Schlatterer, Verfahrenstechnik, Z. VDI, Beiheft 1939, Nr. 1, S. 15. Über Ultrazentrifugen s. G. Schramm, Kolloid.-Z. 97, 1941. The Svedberg u. K. O. Pedersen, Die Ultrazentrifuge. Dresden u. Leipzig 1940.

# IV. Mechanik starrer Körper

Es sind hier im wesentlichen drei Größen zu behandeln: Schwingungsdauer $\tau$, Direktionskraft $D$ und Trägheitsmoment $J$. Für eine elastische Schwingung (oszillierende Rotation), bei der eine der Geschwindigkeit proportionale und durch das natürliche logarithmische Dekrement $\Lambda$ (s. u.) charakterisierte Reibung vorhanden ist, ergibt sich die Schwingungsdauer zu $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}\cdot\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{4\pi^2}}$. Das Pendel, ein Magnet usw. befolgen nicht die Gesetze der elastischen Schwingung, weil die zurücktreibende Kraft nicht dem Ausschlagswinkel $\varphi$, sondern seinem Sinus proportional ist. Nur für kleine Amplituden gilt dann die obige Gleichung. Bei größeren Amplituden (einseitigem Ausschlag) $\frac{\alpha}{2}$ tritt neben $2\pi$ in den Zähler der Faktor $1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\frac{\alpha}{4}+\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2\sin^4\frac{\alpha}{4}+\cdots$; $\alpha$ heißt Schwingungsweite.

Unter Schwingungsdauer ist die Zeit für den Ablauf einer vollen Schwingung verstanden, d. h. das Zeitintervall, das benötigt wird, um denselben Bahnpunkt in derselben Richtung zweimal hintereinander zu durchlaufen. – Die Dauer einer gedämpften Schwingung vom natürlichen logarithmischen Dekrement $\Lambda$ verhält sich zu derjenigen ohne Dämpfung wie $\sqrt{4\pi^2+\Lambda^2}$ zu $2\pi$ (Tab. 16). Nur bei starker Dämpfung wird die Korrektion beträchtlich.

## 1. Schwingung um eine Ruhelage

### A. Dämpfung und logarithmisches Dekrement

Die Dämpfung entspringt aus Widerstandskräften (z.B. Multiplikator oder Kupferdämpfer bei Magnetnadel, Luftdämpfung), die in der Regel und, wie im folgenden vorausgesetzt wird, der Geschwindigkeit proportional sind. Dann nehmen kleine Schwingungsbogen in geometrischer Reihe ab. Das konstante Verhältnis $k$ eines Schwingungsbogens zu dem folgenden gleichsinnig durchlaufenen, oder, was auf dasselbe hinauskommt, das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender gleichgerichteter Bogenausschläge (von der Ruhelage aus gerechnet) heißt Dämpfungsverhältnis und $\lambda = \lg k$ das logarithmische Dekrement und $\Lambda = \ln k$ das natürliche logarithmische Dekrement. Eine genaue Kenntnis dieser Größen ist für manche magnetischen und elektrischen Messungen von Bedeutung.

**a) Meßmethode.** Man erregt (etwa durch einen elektrischen Strom oder einen Magneten) Schwingungen und beobachtet eine Reihe von Umkehrpunkten $A_1$, $A_2$, ..., $A_p$, ..., $A_q$, ... auf einer Skala. Sind die Differenzen $A_2 - A_1 = a_1$, $A_2 - A_3 = a_2$, $A_4 - A_3 = a_3$, ... den zugehörigen Bögen proportional, so ist $a_1 : a_3 = k$ und $a_1 : a_2 = a_2 : a_3 = \sqrt{k}$. Ist $a_p$ die Größe des $p$-ten, $a_q$ die des $q$-ten Bogens ohne Rücksicht auf die Schwingungsrichtung, so gilt

$$a_p : a_q = k^{\frac{1}{2}(q-p)} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2}\lambda = \frac{\lg a_p - \lg a_q}{q-p}.$$

Geschieht die Ablesung mit Fernrohr und Spiegel (S. 47), so müssen die beobachteten Ausschläge auf den Bogen reduziert werden (Tab. 15). Zu dem Zweck muß man die Ruhelage $A_0$ (indessen nur mit einiger Näherung) kennen. Man gewinnt dann $a_p$, indem man die reduzierten Ausschläge $A_p - A_0$ und $A_0 - A_{p+1}$ zueinander addiert.
Bei einer längeren Beobachtungsreihe gewinnt man $k$ z. B. aus den Bögen $a_1$ und $a_4$, $a_2$ und $a_5$, $a_3$ und $a_6$ usw. und Mittelung der Einzelergebnisse.

**b) Inkonstanz der Dämpfung.** Für größere Schwingungen nimmt ein durch induzierte Ströme bewirktes Dämpfungsverhältnis im allgemeinen ungefähr dem Quadrate des Schwingungsbogens proportional ab.

**c) Ausschaltung fremder Einflüsse.** Wird die Dämpfung gesucht, die einen Multiplikator usw. allein, z. B. ohne Luftwiderstand oder ohne die im Rähmchen einer Drehspule induzierten Ströme, zukommt, so beobachtet man sowohl bei geschlossener wie bei unterbrochener Leitung. Das logarithmische Dekrement im zweiten von dem im ersten Falle abgezogen gibt dasjenige des Multiplikators allein.

### B. Ableitung der Ruhelage aus Schwingungen

**a) Umkehrbeobachtungen.** Bei schwacher Dämpfung findet man die Ruhelage aus einer beliebigen ungeraden Zahl von Umkehrpunkten, indem man z. B. aus den Ablesungen Nr. 1, 3, 5 ... einerseits und den Ablesungen Nr. 2, 4, 6 ... andererseits das Mittel nimmt und beide Werte zu einem Hauptmittel vereinigt. Bei raschen Schwingungen mag man je zwei überschlagen.

**b) Sehr große Schwingungsdauer.** Ist die Dämpfung sehr klein und die Schwingungsdauer so groß, daß man zu jeder Zeit die Einstellung ablesen kann, so gibt das arithmetische Mittel aus zwei beliebigen um die Zeit einer halben Schwingungsdauer auseinanderliegenden Ablesungen die Ruhelage.

**c) Gedämpfte Schwingungen.** Aus zwei um eine halbe Schwingungsdauer auseinanderliegenden Ablesungen, z. B. den Umkehrpunkten $A_p$ und $A_{p+1}$, findet man die Ruhelage $A_0$, wenn das Dämpfungsverhältnis $k$ bekannt ist, wie in Abschn. A a angegeben, aus der Beziehung $(A_p - A_0) : (A_0 - A_{p+1}) = k^{\frac{1}{2}}$. Hieraus folgt $A_0 = A_{p+1} + \frac{A_p - A_{p+1}}{1 + \sqrt{k}}$.

Über das Verfahren bei unsymmetrischen Schwingungen vgl. Richarz u. P. Schulze, Ann. Phys. **8**, 348, 1902; Schulze, ebd. **8**, 714, 1902; **12**, 893, 1903.

### C. Schwingungsdauer

**a) Unmittelbare Ablesung.** Bei langsamen Schwingungen eignet sich die Umkehr nicht zur genauen Zeitbestimmung; man beobachtet vielmehr die Durchgangszeiten durch einen der Gleichgewichtslage benachbarten, deutlich markierten Ort und berechnet die Umkehrzeiten als arithmetische Mittel aus der vorausgehenden und folgenden Durchgangszeit. Die Zehntelsekunden schätzt man aus dem Verhältnis der Abstände der Marke vom Fadenkreuz bei den Sekundenschlägen, die dem Durchgang vorausgehen und ihm nachfolgen.
Bei schnelleren Schwingungen und konstanter Schwingungsdauer beobachtet man die zu etwa sechs aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten gehörigen

Zeiten und nimmt daraus das Mittel $M_1$; dann wiederholt man das Verfahren, nachdem etwa 10 oder 20 Schwingungen vorübergegangen sind, und gewinnt das Mittel $M_2$. Bei ungefährer Kenntnis der Schwingungsdauer ist aus der Differenz $M_2 - M_1$ leicht zu erkennen, wieviel Schwingungen $p$ abgelaufen sind. Die genaue Schwingungsdauer erhält man dann als $\tau = \frac{M_2 - M_1}{p}$. Weiter läßt sich die Genauigkeit erhöhen, wenn man eine größere Anzahl $2n$ von Mittelwerten $M$ in gleichen Abständen ermittelt und daraus das Schlußergebnis in derselben Weise ableitet, wie oben für die einzelnen Schwingungen angegeben ist. Folgen die Schwingungen zu rasch, so überspringt man immer zwei aufeinanderfolgende und liest nur jeden dritten Ausschlag ab. Im übrigen rechnet man wie oben und teilt das Resultat durch 3.

**b) Objektive Methode.** Mit dem schwingenden Körper ist ein Spalt verbunden, der von einer Lichtquelle beleuchtet wird und dessen Bild auf eine lichtempfindliche Zelle fällt, wenn sich der Körper nahe seiner Ruhelage befindet und also die maximale Geschwindigkeit besitzt. Die elektrischen Impulse überträgt man gleichzeitig mit denen einer Uhr auf einen Chronometerstreifen.

**c) Methode der Koinzidenzen** (S. 64). Man wendet sie an, wenn die Schwingungsdauern zweier Pendel, von denen etwa das eine einer Uhr zugehört, verglichen werden sollen. Führt in derselben Zeit $t$ das Uhrpendel $n$, das andere Pendel $n \pm 1$ volle Schwingungen aus, so ist die gesuchte Schwingungsdauer $\tau$ gegeben durch $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} \pm \frac{1}{t}$, wenn $\tau_0 = \frac{t}{n}$ die Schwingungsdauer des Uhrpendels ist. Wenn man beide Pendel mit engen Lichtspalten versieht, durch die hintereinander in der Ruhelage der Pendel ein Lichtstrahl hindurchtreten kann, so läßt sich die Methode, besonders unter Verwendung einer lichtempfindlichen Zelle, sehr verfeinern. Die Koinzidenzmethode ist auch anwendbar, wenn etwa eine Torsionsschwingung oder eine Rotationsfrequenz mit einer Pendelschwingung verglichen werden soll.

**d) Korrektionen.** Ist wie beim Pendel (S. 71) die Schwingungsdauer $\tau$ von der Schwingungsweite $\alpha$ (doppelte Amplitude) abhängig, so wird fast immer der Grenzwert $\tau_0$ für verschwindend kleine Schwingungsweite gesucht. Über die diesbezügliche Rechnung für große Schwingungen vgl. Tab. 14. Da bei kleinen mit Spiegel beobachteten Amplituden von $a$ Skalenteilen

$$\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{4} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\frac{a}{2A}\right)^2 = \frac{a^2}{256A^2}$$

zu setzen ist (S. 48), wenn der Skalenabstand $A$ Skalenteile beträgt, so ist unter Vernachlässigung höherer Potenzen $\tau_0 = \tau\left[1 - 0{,}00391\,\frac{a^2}{A^2}\right]$.

Vermöge der Dämpfung ist die Amplitude nicht konstant. Meist genügt es, in die obigen Formeln das arithmetische Mittel $\mathfrak{a}$ aus dem ersten und dem letzten Bogen einzuführen. Genauer und immer genügend ist es, wenn noch die Differenz des ersten und letzten Bogens mit $\mathfrak{d}$ bezeichnet wird, einzusetzen $\mathfrak{a}\left(1 - \frac{1}{24}\frac{\mathfrak{d}^2}{\mathfrak{a}^2}\right)$.

## 2. Direktionskraft

Bei Körpern, die um eine Achse schwingen können, rührt die Direktionskraft (S.6) oft allein von der Torsion der Aufhängevorrichtung her. Handelt es sich um einen Magneten, so ist ferner das äußere Magnetfeld maßgebend. Beim Pendel wirkt fast ausschließlich die Schwerkraft.

### A. Bifilare Aufhängung

**a) Übliche Anordnung.** Ein an zwei Fäden aufgehängter Körper ist im Gleichgewicht, wenn er die möglichst tiefe Lage hat. Dabei liegen die Fäden in derselben Vertikalebene. Für kleine Drehungen ist das rücktreibende Moment dem Sinus der Ablenkung proportional.

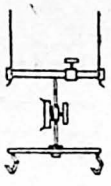


Abb. 26. Bifilare Aufhängung

Die Fäden sind gleich gespannt, wenn der Schwerpunkt des Bifilarkörpers in der mittleren Vertikalen liegt.

Das kleine Laufgewicht (Abb. 26) dient zur richtigen Einstellung des Schwerpunktes.

**b) Berechnung der Direktionskraft.** Es seien $e_1$ und $e_2$ der obere und untere Horizontalabstand der beiden Fadenenden und $h$ die mittlere Fadenlänge; laufen die Fäden nicht vertikal, so bedeutet $h$ den mittleren Vertikalabstand der beiden Fadenenden. Endlich sei die Summe der, nahe gleichen, Vertikalspannungen der Fäden $= gm$; $m$ bedeutet die angehängte Masse, vermehrt um die halbe Masse der Fäden in g und $g$ die Schwere in cm/s² (nahe 981; Tab. 18). Die bifilare Direktionskraft der Schwere ist dann $D = gm \cdot \frac{1}{4} \frac{e_1 \cdot e_2}{h}$, und dem Ablenkungswinkel $\alpha$ entspricht ein rücktreibendes Drehmoment $D \sin \alpha$.

Korrektionen sind anzubringen wegen der Steifheit der Aufhängefäden und wegen ihrer Torsionselastizität.

Die Fadensteifheit wirkt so, als ob die Fäden verkürzt wurden. Es sei $\varrho$ ihr Halbmesser und E ihr Elastizitätsmodul in CGS (S.77; Tab. 23). Dann muß man von der gemessenen Länge $h$ abrechnen $\delta = \varrho^2 \sqrt{\frac{2\pi \mathsf{E}}{gm}}$ cm. Ist $\Phi$ der Torsionsmodul in CGS, so beträgt die elastische Direktionskraft beider Fäden zusammen $\pi \Phi \frac{\varrho^4}{h}$; oder, $\Phi = \frac{2}{5}\,\mathsf{E}$ angenommen, $\frac{2}{5} \pi \mathsf{E} \frac{\varrho^4}{h}$.

Die gesamte Direktionskraft beträgt also

$$D = gm \frac{e_1 e_2}{4(h - \delta)} + \frac{2\pi}{5} \mathsf{E} \frac{\varrho^4}{h}.$$

Alle Größen werden zweckmäßig in CGS-Einheiten gerechnet. Dann erhält $D$ die Größenordnung von 10 000 $\mathrm{cm^2\,g\,s^{-2}}$, wenn ein Körper von etwa 100 g an Messingdrähten von 3 m Länge und 0,1 mm Dicke, die sich im Abstand $e_1 = e_2 = 12$ cm befinden, aufgehängt ist.

### B. Beliebige Aufhängung

Die Direktionskraft $D$ ist aus der Schwingungsdauer $\tau$ (S.72) ableitbar, wenn diese für zwei verschiedene Trägheitsmomente $J$ und $J'$, die sich um einen bekannten Betrag (siehe unten) unterscheiden, beobachtet wird und in beiden Fällen auch das logarithmische Dekrement $\Lambda$ bestimmt ist. Man erhält dann zwei Gleichungen mit den Unbekannten $D$ und $J$ (S.75).

## 3. Trägheitsmoment

Für einen beliebigen Körper ist das Trägheitsmoment durch den Ausdruck $J = \sum m l^2$ oder das entsprechende Integral über alle Körperelemente gegeben, wenn $l$ den Abstand des Massenpunktes $m$ von der Drehachse bezeichnet.

### A. Berechnung

Für regelmäßig gestaltete homogene Körper läßt sich das Trägheitsmoment berechnen. Bei den folgenden Beispielen sei $J$ auf eine durch den Schwerpunkt gehende Drehachse bezogen.

**a) Dünner Stab** von der Länge $l$ oder dünne querschwingende rechteckige Scheibe von einer Seitenlänge $l$. Bezogen auf eine zu $l$ senkrechte Achse ist $J = \frac{1}{12} m l^2$.

**b) Rechtwinkliges Parallelepipedum.** $a$ und $b$ seien zwei Kanten. Das Trägheitsmoment, bezogen auf die zur dritten Kante parallele Achse, ist $J = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2)$.

**c) Zylinder** (auch Kreisscheibe) vom Halbmesser $r$. Es ist, bezogen auf die Achse des Zylinders, $J = \frac{1}{2} m r^2$.

Bezogen auf den Kreisdurchmesser eines Zylinders von der Länge $l$ ist $J = m \left(\frac{1}{12} l^2 + \frac{1}{4} r^2\right)$.

**d) Hohlzylinder** (auch Ring) von den Halbmessern $r_0$ und $r_1$. Bezogen auf die Achse ist $J = \frac{1}{2} m (r_0^2 + r_1^2)$; bezogen auf die zur Achse senkrechte Mittellinie ist $J = m \left[\frac{1}{12} l^2 + \frac{1}{4} (r_0^2 + r_1^2)\right]$.

**e) Kugel** vom Halbmesser $r$: $J = \frac{2}{5} m r^2$.

**f) Hilfssatz.** Ist das Trägheitsmoment $J$ auf eine durch den Schwerpunkt gelegte Achse bezogen, $J'$ aber auf eine dieser parallele, im Abstande $a$ befindliche Achse, so ist $J' = J + m a^2$. Z.B. ist das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes, bezogen auf eine zum Stab senkrechte Achse, an seinem Ende $= \frac{1}{12} m l^2 + \frac{1}{4} m l^2 = \frac{1}{3} m l^2$.

### B. Bestimmung aus der Schwingungsdauer

Das Verfahren ist in einfacher Weise nur anwendbar, wenn dem schwingenden Körper eine konstante Direktionskraft $D$ erteilt wird (Aufhängen an Stahldraht oder Auflegen auf ein Tischchen, das durch Spiralfeder in der eigenen Ebene um eine vertikale Achse schwingt), und wenn die Reibung keine merkliche Rolle spielt ($A = 0$). Dann ist (S. 71) das Quadrat der Schwingungsdauer

$$\tau^2 = 4\pi^2 \frac{J}{D}.$$

**a) Schwingungsvorrichtung ohne eigenes Trägheitsmoment.** Hat die Schwingungsvorrichtung (Torsionsdraht) kein eigenes Trägheitsmoment von merklichem Betrage, so beobachtet man $\tau$, wenn $J$ allein von dem zu untersuchenden Körper herrührt, und $\tau'$, wenn $J$ noch um den bekannten Betrag $J'$ eines nach Abschn. A leicht ausmeßbaren Körpers (z.B. eines Hohlzylinders) vergrößert wird. Man erhält dann zwei Gleichungen, aus denen

$$J = J' \frac{\tau^2}{(\tau'^2 - \tau^2)} \quad \text{folgt.}$$

**b) Schwingungsvorrichtung mit eigenem Trägheitsmoment.** Hat die Schwingungsvorrichtung (die ein beliebiges Gestell sein kann, das unter dem Einfluß der Schwerkraft um eine horizontale Achse oder unter dem Einfluß einer Torsion um eine vertikale Achse drehbar ist) ein eigenes Trägheitsmoment $J_0$, so findet man dieses in derselben Weise durch Zusatz eines bekannten Trägheitsmomentes $J'$ wie unter a). Aus den entsprechenden Schwingungsdauern $\tau_0$ und $\tau'$ erhält man aber nicht nur $J_0 = J' \frac{\tau_0^2}{(\tau'^2 - \tau_0^2)}$, sondern auch die Direktionskraft $D = \frac{4\pi^2 J'}{(\tau'^2 - \tau_0^2)}$. Nach Kenntnis dieser beiden Größen findet man jedes zusätzliche unbekannte Trägheitsmoment mittels der zugehörigen Schwingungsdauer $\tau$ zu $J = \frac{\tau^2}{4\pi^2} \cdot D - J_0$. Bei passender Konstruktion ist das schwingende Tischchen auch geeignet, das Trägheitsmoment für eine beliebige nicht durch den Schwerpunkt gehende Drehachse zu bestimmen.

**c) Bifilare Aufhängung.** Nach S. 74 Abschn. b sind die Direktionskräfte $D_0$ und $D$ der leeren und der belasteten Aufhängungen berechenbar. Sind die entsprechenden Schwingungsdauern $\tau_0$ und $\tau$, die entsprechenden Trägheitsmomente $J_0$ und $J + J_0$, so erhält man

$$J = \frac{(D\tau^2 - D_0\tau_0^2)}{4\pi^2}.$$

Ist der Körper magnetisiert, so beobachtet man in zwei entgegengesetzten Meridianlagen die Schwingungsdauern $\tau_1$ und $\tau_2$ und setzt $\tau^2 = \frac{2\tau_1^2\tau_2^2}{\tau_1^2 + \tau_2^2}$.

F. Kohlrausch, Wied. Ann. **22**, 422, 1884.

### C. Bestimmung aus der Anlaufsgeschwindigkeit

Schwere, nicht aufhängbare Körper werden auf eine horizontale Drehscheibe gesetzt, die an ihrem Radius $\varrho$ durch Schnurlauf über Rolle durch Gewichtsstücke von der Masse $G + R$ um eine vertikale Achse zur Rotation gebracht wird. $R$ ist das Zusatzgewicht zur Überwindung der Reibung. Wird die Strecke $s$ von den Gewichten nach ihrer Auslösung in der Zeit $t$ durchfallen und bezeichnet man für die leere Drehscheibe die entsprechenden Größen bei gleichbleibender Fallstrecke mit $G_0$, $R_0$ und $t_0$, so ist das Trägheitsmoment des auf die Drehscheibe gelegten Körpers

$$J = \varrho^2 \left\{ \frac{(Gt^2 - G_0 t_0^2)}{2s} g - (G - G_0) - (R - R_0) \right\}.$$

## V. Dehnung und Drillung

Die Gestaltungsänderung, die ein fester Körper durch deformierende Kräfte erfährt, heißt elastisch, wenn sie nach Aufhören der Kräfte vollkommen verschwindet. Kleine Deformationen sind den Kräften proportional (Hookesches Gesetz); durch eine elastische Deformation $D$ entstehen also der Deformation entgegenwirkende, mit $D$ proportionale Spannungen $P$ ($P = c \cdot D$). Die Konstante (Modul $c$) ist eine von der Art der Deformation abhängende Materialkonstante; praktisch wichtig ist die Messung des Elastizitätsmoduls der Dehnung (meist Dehnungsmodul oder Elastizitätsmodul schlechthin genannt), des Elastizitätsmoduls der Torsion (Drillings- oder Torsionsmodul), der Kompression und der

Querkontraktion (Poissonsche Konstante). Im allgemeinsten Falle des anisotropen Körpers — des triklinen Kristalls — bestehen zwischen den sechs Komponenten des Spannungs- bzw. Deformationstensors sechs Gleichungen mit 21 voneinander unabhängigen Konstanten, die sich bei zunehmender Symmetrie des Kristalles (Tab. 52) bis auf drei für reguläre Kristalle vermindern.

Zu beachten ist hierbei, daß viele Festkörper, insbesondere die Metalle, ein Kristallhaufwerk, d.h. eine Anhäufung mehr oder weniger großer Kristalle darstellen, die oft infolge von Bearbeitung Vorzugsrichtungen in der Ausrichtung der Kristallite (Texturen) besitzen. Sie sind deshalb vielfach nicht als elastisch isotrop anzusehen oder erhalten diese Quasi-Isotropie erst durch geeignete Wärmebehandlung. Die elastischen Konstanten von Proben weichen daher vielfach von den Eigenschaften eines ideal isotropen Festkörpers ab. Die Ableitung eindeutiger elastischer Konstanten ist deshalb nur aus Messungen an Einkristallen möglich.

Über die Herstellung von Einkristallen, Orientierung der Einkristalle, stereographische Darstellung der Kristalle s. Bd. 2, Kristallstruktur. Definition der elastischen Konstanten von anisotropen Festkörpern bei W. Voigt, Kristallphysik. Leipzig 1928; Geckeler, Handb. d. Phys. v. Geiger-Scheel **6**, 404, 1928.

Die Zahlengröße für einen Elastizitätsmodul hängt von den Einheiten ab, in denen Querschnitt und deformierende Kraft gemessen werden. Im CGS-System gibt man die Konstanten (Moduln) in Dyn/cm² an, in der Technik mißt man sie in kp/cm². Um CGS-Einheiten in technische umzurechnen, hat man mit $g = 981$ cm/s² zu dividieren, damit man Massen in Gewichte umwandelt, ferner mit kg/g = 1000, also 981 000 Dyn/cm² = 1 kp/cm². In England und den Vereinigten Staaten rechnet man vielfach mit 1 ton/sq inch = 140,6 kp/cm² und 1 lb/sq inch = 0,0703 kp/cm².

## 1. Dehnungsmodul

Ein isotroper Zylinder (Draht, Stab) habe die Länge $l$, den Querschnitt $q$; eine dehnende Kraft $P$ bewirke eine Verlängerung $\lambda$, die nach dem Aufhören der Kraft wieder verschwinde. Dann ist, wenn man den Elastizitätsmodul der Dehnung durch $E$ bezeichnet, innerhalb der Proportionalitätsgrenze

$$\lambda = \frac{1}{E}\,\frac{l}{q}\,P \quad \text{oder} \quad E = \frac{l}{\lambda}\,\frac{P}{q}\,.$$

$E$ ist also das Verhältnis der Belastung, das an einem Zylinder von der Länge und dem Querschnitt Eins angebracht wird, zu der dabei entstehenden Verlängerung; oder auch die Belastung, die die Länge eines Drahtes vom Querschnitt Eins verdoppeln würde, wenn das anfängliche Verhältnis der Verlängerung zur Belastung bis dahin bestehen bliebe.

Die Meßgenauigkeit wird hauptsächlich durch Fehler in der Querschnittsbestimmung beeinträchtigt; der Durchmesser muß daher besonders sorgfältig bestimmt werden.

Die Querschnittsmessung führt man entweder durch Messung des Durchmessers, für kleine Dicken mit Fühlhebel, Schraubenlehre oder Mikroskop aus oder durch Wägung. Wiegen $h$ cm eines Drahtes von der Dichte $\varrho$ (Tab. 65) $m$ g, so ist der Querschnitt $q = \frac{m}{(h\varrho)}$ cm². Dieses Verfahren ist vorzuziehen, weil man dabei einen Mittelwert über das Quadrat des Halbmessers erhält, das in die Formel für $E$ eingeht.

Im allgemeinen Falle (Einkristall) ist jede Dehnung mit einer Drillung, und umgekehrt, verknüpft; dieser Biegungs-Drillungseffekt verschwindet nur für bestimmte Kristallrichtungen.

Goens, Ann. Phys. **16**, 793, 1933.

Einen von der Temperatur praktisch unabhängigen Dehnungsmodul besitzt Nickelstahl (Elinvar) von 53% Fe, 35% Ni, 12% Cr; Guillaume, Arch. sc. phys. et nat. **2**, 413, 1920; oder Nivarox 30% Ni, 61% Fe, 7,1% W, 1% Be, 0,8% Mn, 0,1% Si (Straumann, Heraeus-Festschrift, Hanau 1933).

## A. Statische Verfahren

**a) Bestimmung der Längenänderung.** Man befestigt das obere Ende des Drahtes (oder Stabes), belastet das untere, wenn nötig, zuerst so weit, daß der Draht gestreckt ist, und mißt seine Länge $l$. Der Querschnitt betrage $q$ cm². Man fügt eine Mehrbelastung $P$ kp hinzu und bestimmt die Längenänderung $\lambda$, in derselben Einheit wie $l$ ausgedrückt. Dann gilt

$$E = \frac{l}{\lambda}\,\frac{P}{q}\ \text{kp/cm}^2.$$

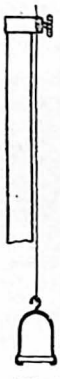


Abb. 27. Dehnungsmesser

Man führt die Messung mit mehreren Belastungsgrößen aus, um sich aus der Konstanz der gemessenen $E$ zu überzeugen, daß man noch im Proportionalitätsbereich arbeitet.

Kann das obere Ende als unverschiebbar gegen die Meßvorrichtung am unteren Ende angenommen werden, ist z. B. ein dünner Draht dicht vor einem soliden vertikalen Maßstabe an diesem befestigt (Abb. 27), so mag man die Dehnung als Verschiebung einer Marke am unteren Ende messen. Das Nachgeben einer Stütze kann auch dadurch vermieden werden, daß man sie mittels eines Fadens über einer Rolle durch eine der Belastung gleiche Kraft zugleich nach oben beansprucht.

Bei Bestimmungen an Stäben oder stärkeren Drähten mißt man die Längenänderung als Differenz der Verschiebungen an beiden Enden. Hierzu dient das Kathetometer oder besser zwei feststehende Mikroskope mit Okularmikrometern; die Marken werden als feine Querstriche mit dem Diamant oder einer feinen Feile hergestellt. Oder man klemmt kurze Teilungen an den Draht.

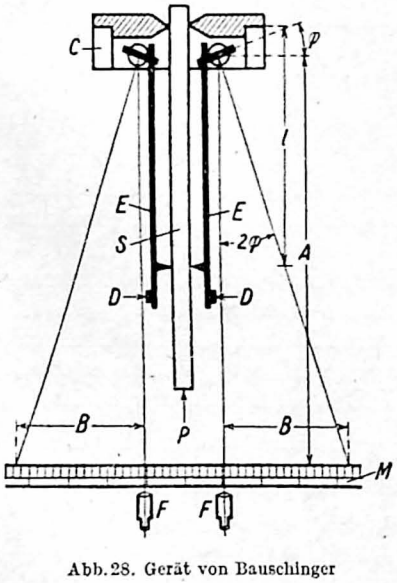



Abb. 28. Gerät von Bauschinger

An dicken Stäben (Spiegelapparat). Für genauere Messungen verwandelt man die kleinen Längenänderungen mit Gleitrollen o. ä. in Drehungen, die mittels Spiegel, Fernrohr und Skala abgelesen werden.

α) Gerät von Bauschinger. In dem Apparat von Bauschinger (Abb. 28) sind zwei genau zylindrische Röllchen bekannten Halbmessers $r$ in einem Bügel $C$ gelagert, der mit zwei Schneiden im oberen Ende der Meßlänge am Stab $S$ festgeklemmt wird; im anderen um $l$ entfernten Ende werden die Federn $E$ mit ihren Schneiden durch einen federnden Ring $D$ gegen den Stab gedrückt, wobei sich die Federn oben gegen die Röllchen legen. Bei Belastung des Stabes mit $P$ sinken die Federn $E$ und drehen die Röllchen um einen Winkel $\varphi$, der mit den Fernrohren $FF$ an $M$ als $BB$ abgelesen wird. Für kleine Winkel, wo man den Bogen gleich dem Tangens setzen kann, ist $\lambda = \frac{Br}{2A}$ die Verlängerung der Meßstrecke $l$. Die Ablesung mit zwei Spiegeln schaltet Fehler durch Krümmung oder einseitige Belastung des Stabes aus.

$\beta$) Gerät von Martens. Handlicher ist der Apparat von Martens, bei dem die schwer zylindrisch zu erhaltenden Röllchen durch Stahlprismen ersetzt sind.

Goerens u. Mailänder, Handb. d. Exp.Phys. 5, 177, 1930.

$\gamma$) An kurzen Stäben mittels Interferenzstreifen. Der Stab hängt zentriert an einem kurzen Stahldraht, an einem ebensolchen unten die Waagschale (Abb. 29). Die Längenänderung zwischen zwei Querschnitten $Q_1 Q_2$ wird mittels zweier, den Stab eng umschließenden Röhren, die an $Q_1$ bzw. $Q_2$ mit Spitzenschrauben befestigt sind, auf zwei Paare von Querstücken übertragen, an denen die planparallelen Glasplattenpaare $S$ sitzen. Man beobachtet das Wandern der Fransen (Newtonscher Streifen oder Haidingerscher Ringe), während die Belastung mittels eines Exzenters langsam erschütterungsfrei gewechselt wird; der Wanderung um eine Streifenbreite entspricht eine Längenänderung um eine halbe Wellenlänge des angewandten Lichtes. Um Biegungen auszuschalten, mißt man auf beiden Seiten.

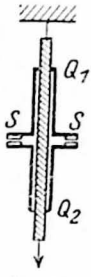


Abb. 29. Interferenzgerät für Dehnungsmessung

Grüneisen, Z. Instrkde. **27**, 38, 1907; Ann. Phys. **22**, 801, 1907.

**b) Biegungsmessungen an Stäben.** $\alpha$) Theoretisches. Besteht der Stoff aus homogenem und isotropem Material, ist die durch das Gewicht $P$ [kp] am freien Ende des fest eingeklemmten Stabes („Kragbalkens") bewirkte Durchbiegung („Biegungspfeil") $h$ [cm] klein gegen die Stablänge $l$ [cm] und der Krümmungshalbmesser groß gegen die Stabhöhe, so gilt für beliebige, aber konstante Querschnitte mit dem Trägheitsmoment $J$ [kg · cm$^2$] (bezogen auf die durch den Querschnittsschwerpunkt gehende Horizontale) allgemein

$$h = \frac{l^3}{3EJ} P + \gamma_0 l; \tag{1}$$

dabei heißt das Produkt $E \cdot J$ Biegungsfestigkeit. Das für ungenauere Messungen (z. B. im Praktikum) vernachlässigbare, mitunter einige Prozent erreichende Korrektionsglied $\gamma_0 \cdot l$ verschwindet, falls keine Scherung eintritt, d. h. falls die Querschnitte auf der Zentrallinie senkrecht bleiben. Dies trifft zu, falls die Stabhöhe wesentlich kleiner als die Stablänge ist.

Die folgenden praktischen Formeln ergeben sich unter Vernachlässigung der Scherung für rechteckigen Querschnitt (Stabhöhe $a$, Stabbreite $b$), wenn in Gl. (1) $J = a^3 b/12$ gesetz wird, für kreisrunden Querschnitt mit $J = \pi r^4/4$; für elliptischen Querschnitt der Halbachsen $a$ (Höhe) und $b$ (Breite) gilt $J = \pi a^3 b/4$ (vgl. S. 75).

Kreisrunder Stabquerschnitt $$h = \frac{4}{3\pi} \frac{l^3}{Er^4} P \tag{2}$$

Elliptischer Stabquerschnitt $$h = \frac{4}{3\pi} \frac{l^3}{Ea^3 b} P \tag{3}$$

Rechteckiger Stabquerschnitt $$h = \frac{4}{E} \frac{l^3}{a^3 b} P. \tag{4}$$

$h$ ist von der Gestalt aus zu rechnen, die der etwa durch Eigengewicht schon etwas gebogene Stab ohne Belastung hat. Bei der Krümmung werden die oberen Fasern gedehnt, die unteren verkürzt; die mittelste Schicht („Elastica") behält ihre Länge. Es seien, vom Befestigungspunkte an gerechnet, $x$ die horizontale, $y$ die vertikale Koordinate eines Punktes dieser neutralen Schicht, $a$ die Höhe und $b$ die Breite des Querschnittes des einseitig eingeklemmten rechteckigen Stabes von der Länge $l$.

Am Ende $x$ (merklich $= l$) ist dann die Neigung $\operatorname{tg}\alpha$ und die Senkung $h$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_l = \operatorname{tg}\alpha = \frac{6}{E}\frac{Pl^2}{a^3 b}, \quad y_l = h = \frac{4}{E}\frac{Pl^3}{a^3 b}$$

für den einseitig geklemmten Stab.

Da ferner ein Stab, wenn er an den Enden lose aufliegt, annähernd angesehen werden kann, als ob er an jedem Ende durch die Kraft $\frac{1}{2}P$ hinaufgezogen würde, in der Mitte aber geklemmt wäre, also die wirksame Länge $\frac{1}{2}l$ betrüge, so ist die Neigung annähernd $\frac{1}{8}$, die Senkung annähernd $\frac{1}{16}$ von obigem $\operatorname{tg}\alpha$ und $h$.

Genauer ist zu berücksichtigen, daß der Mittelquerschnitt aus Symmetriegründen eben bleiben muß, wodurch $h$ um einen Korrektionsfaktor $(1 + 3 \cdot a^2/l^2)$ größer wird.

Föppl, Vorles. üb. techn. Mechanik, Bd. III, 145ff., § 29. München 1938; Geckeler, Handb. d. Phys. v. Geiger-Scheel, Bd. 6, S. 177ff. Leipzig 1928.

Die Berechnung der in der elementaren Theorie fehlenden Scherungskorrektion $\gamma_0 \cdot l$ geschieht in Formeln von St. Venant, Clebsch, Grashof u. Love (s. Geckeler a.a.O. S. 174) für verschiedene Querschnitte, wobei eine solche Klemmung vorausgesetzt ist, daß für $x = 0$ die den Querschnittsschwerpunkt enthaltende Stelle vertikal festgehalten wird. Bezeichnet man mit $m = 1/\mu$ die reziproke Querkontraktion (S. 86), so gilt für kreisförmigen Querschnitt

$$\gamma_0 = \frac{\left(3 + \frac{2}{m}\right) \cdot P}{\pi E r^2}, \tag{2a}$$

für rechteckigen Querschnitt

$$\gamma_0 = \frac{3(m+1)P}{4mEab}\left[1 - \frac{1}{m+1}\frac{b^2}{a^2}\left\{\frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{(-1)^n}{n^2 \operatorname{Cof} n\pi a/b}\right\}\right]. \tag{4a}$$

Für verschiedene Verhältnisse $a/b$ hat St. Venant mit $m = 4$ folgende Werte für den Klammerausdruck berechnet:

| $a/b$ | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,00 | 1,25 | 1,50 | 2,00 | 2,50 | 3,00 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Zahlenwert | 0,676 | 0,849 | 0,907 | 0,940 | 0,962 | 0,971 | 0,983 | 0,989 | 0,993 |

$\beta$) Messungen am geklemmten Stab. Man klemmt einen dünnen horizontalen Stab am einen Ende sorgfältig fest ein und beobachtet die Stellung des freien Endes an einem vertikalen Maßstab (Spiegelteilung dicht dahinter; Kathetometer). Eine Belastung des freien Endes durch $P$ kp bewirke die Senkung $h$ cm. Der rechteckige Querschnitt habe die Höhe $a$ und die Breite $b$; die freie Länge des Stabes sei $l$, alles in Zentimetern. Dann, falls $a \ll l$, ergibt sich $E$ nach Gl. (4), für kreisförmigen Querschnitt nach (2), für elliptischen nach (3).

Man belaste auch im folgenden vor der Messung mit dem größten nachher anzuwendenden Gewicht und prüfe in jedem Falle, ob nach Entlasten die frühere Gestalt entsteht. Sorgfältig ist auf feste Klemmung zu achten.

Dünne Drähte. Die Methode ist leicht auf dünne Drähte anwendbar, die man in einen Schraubstock mit glatten Backen klemmt. Über die Berechnung vgl. den Eingang und über die Bestimmung von $r$, S. 40. Kleine Abweichungen vom kreisförmigen Querschnitt werden durch eine zweite Bestimmung ausgeschaltet, bei der man den Draht um 90° gedreht hat.

$\gamma$) Messungen am aufgelegten Stab. Man legt den Stab mit seinen Enden auf zwei feste Unterlagen lose auf. Der Abstand der letzteren von-

einander sei gleich $l$. Eine Belastung $P$ der Stabmitte bringe daselbst die Senkung $h$ hervor (Spiegelmaßstab, Kathetometer); so ist (Abb. 30)

$$E = \frac{1}{4}\,\frac{l^3}{a^3 b}\,\frac{P}{h},$$

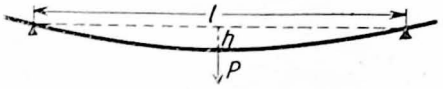


Abb. 30. Durchbiegung eines Stabes

falls man den Korrektionsfaktor $(1 + 3a^2/l^2)$ wegen $a \ll l$ vernachlässigen darf. Dünne lange Stäbe biegen sich durch ihr Eigengewicht zu stark. Man kann dies mittels eines über eine (reibungsfreie) Rolle geführten Fadens mit Waagschälchen vermeiden, dessen Belastung die Stabmitte nach oben beansprucht.

Weit genauer wird statt der Senkung der Mitte die Neigung der Enden gemessen (Kirchhoff, Pscheidl). Die Belastung $P$ der Mitte bewirke im Fall II den Neigungswinkel $\alpha$ eines Endquerschnittes; so ist, falls $a \ll l$,

$$E = \frac{3}{4}\,\frac{l^2}{a^2 b}\,\frac{P}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

Zur Messung von $\alpha$ verbindet man mit dem Ende einen kleinen vertikalen Spiegel und beobachtet dessen Drehung mit Fernrohr und vertikaler Skala. Besser ist die Beobachtung beider Enden und die Mittelnahme. — Statt dessen kann man zwei Spiegel an beiden Enden gegeneinander richten, ein wenig geneigt, so daß das Licht der Skala von dem einen zum anderen Spiegel und von da ins Fernrohr geworfen wird. Fernrohr und Skala stehen jetzt einander gegenüber. $A$ sei der Abstand der Skala von ihrem Spiegel, $d$ der gegenseitige Abstand der Spiegel, beide in Skalenteilen gemessen. $n$ bedeute den beobachteten Ausschlag. Dann kann hinreichend genau gesetzt werden $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{n}{(4A + 2d)}$.

König, Wied. Ann. **28**, 108, 1886. Über Korrektionen wegen schiefer Spiegelung Winkelmann u. Schott, ebd. **51**, 697, 1894. Eine andere Spiegelmethode für kurze Stäbchen bei Voigt, Wied. Ann. **31**, 474, 1887.

Alle Formeln setzen kleine Krümmungen voraus. Bei starker Krümmung tritt Verschiebung der Enden auf ihren Lagern, also auch Reibung auf. Die Reibung läßt sich vermeiden, wenn man die Stäbe in Schlingen aufgehängt nach der Spiegelmethode untersucht.

Biegungsmessungen beanspruchen hauptsächlich die Randfasern und können dadurch etwas andere Zahlenwerte für $E$ ergeben als Dehnungsmessungen.

Koch, Wied. Ann. **5**, 253, 1878. Siehe ebd. die Anwendung der Fizeauschen Methode (S. 212) auf Biegungsmessung. Ein Elastometer ähnlicher Art bei Tutton, Phil. Trans. A **202**, 143, 1903. Messung der Veränderung Newtonscher Ringe zwischen gleichmäßig gebogener Platte und einer Linse bei Voigt, Gött. Nachr. S. 424, 1918.

### B. Dynamische Verfahren

**a) Bestimmung des Elastizitätsmoduls aus longitudinalen Schallschwingungen.** α) Theoretisches. In einem Körper von der Dichte $\varrho$ und dem Elastizitäts-Modul $\mathsf{E}$ (dyn/cm²) ist die Schallgeschwindigkeit $u$ (cm/s), d.h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elastischen longitudinalen Verdichtungswelle $u = \sqrt{\mathsf{E}/\varrho}$ (cm/s) bzw. $\mathsf{E} = u^2\varrho$ (dyn/cm²). Entsprechend gilt nach S. 112 für die Schallgeschwindigkeit $u_m$ (m/s) und den Modul $E$ (kp/cm²) $u_m = \sqrt{98{,}10 \cdot E/\varrho}$ (m/s) bzw. $E = u_m^2\varrho/98{,}10$ (kp/cm²).

Aus einer Wellenlänge $\lambda$ und der Schwingungszahl $N$ folgt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $u = \lambda N$ in den $\lambda$ und $N$ zugrunde gelegten Einheiten.

Schwingt ein an den Enden freier Stab mit einem Knoten oder ein an den Enden geklemmter Draht mit einem Bauch in der Mitte, so ist seine Länge gleich einer halben Wellenlänge. Aus der Schwingungszahl $N$ und der Stablänge $l$ findet sich also

$$u = 2lN.$$

Für die $n$-te Oberschwingung gilt $u = 2lN/n$. Für dickere Stäbe ist der Einfluß der Querdehnung und Verkürzung zu berücksichtigen, der für einen zylindrischen Stab des Halbmessers $r$ eine Vergrößerung der Periode der Normalschwingungen im Verhältnis $1 : (1 + n^2\pi^2 r^2/4m^2l^2)$ ergibt ($m = 1/\mu$ = Längsdehnung: Querkontraktion, S. 86).

Rayleigh, Theorie des Schalles, I. Braunschweig 1880, S. 265. Für andere Stäbe s. van den Dungen, Cours de Technique des Vibrations. I. Brüssel 1926. Berücksichtigung der inneren Reibung s. Cady, Phys. Rev. **15**, 146, 1920; **19**, 1, 1922. Zusammenfassung: Pfeiffer, Elastokinetik, Handb. d. Phys. **6**, 309ff., 1928.

$\beta$) Praktische Ausführung. Ein in der Mitte gehaltener Stab oder ein an beiden Enden eingeklemmter gespannter Draht von der Länge $l$ cm oder $\frac{1}{100}\,l = l_m$ (m) werde zum Ansprechen seines longitudinalen Grundtones gebracht, indem man den Stab an einem freien Ende, den Draht in der Mitte reibt. $N$ sei die Tonhöhe, d.h. Schwingungszahl/s. Dann ist also

$$u = 2lN\ (\mathrm{cm/s});\quad E = (2Nl)^2\varrho\ (\mathrm{dyn/cm^2})\quad \text{oder}\quad E = \frac{(2Nl_m)^2\varrho}{98{,}10}\ (\mathrm{kp/cm^2}).$$

Längere Stäbe kann man, anstatt in der Mitte, auch in einem Viertel vom Ende klemmen und in der Mitte reiben, dann ist die Wellenlänge im Stabe gleich der ganzen Stablänge, also $u = lN$.

Die Longitudinalschwingungen erzeugt man statt durch Reiben mit einem, für Metall oder Holz mit Kolophonium eingeriebenen, für Glas angefeuchteten wollenen Lappen, auch durch Anschlagen mit einem Hämmerchen.

Über Tonhöhenbestimmung vgl. S. 112 u. 135.

Es ist oft schwierig, nach dem Gehör die Oktave zu bestimmen, in der die sehr hohen Töne liegen; ein Fehler wird jedoch leicht bemerkt, weil er das Resultat für $E$ mindestens um das Vierfache fälscht.

Für genaue Messungen benutzt man die Methoden und Hilfsmittel der Wechselstromtechnik (Resonanzkurven!) und regt die Stabschwingungen mit Wechselströmen passender Frequenz kapazitiv oder induktiv an, indem man sie in ein Kondensatorfeld bringt oder angekittete Magnetnadeln durch Spulen beeinflußt; ferner kann man die Proben durch angekittete piezoelektrisch oder magnetostriktiv erregbare Körper in Schwingungen versetzen.

Goens, Ann. Phys. **4**, 733, 1930; Giebe u. Blechschmidt, Ann. Phys. **11**, 905, 1931; Quimby u. Siegel, Phys. Rev. **54**, 293, 1938. Andere elektrische Verfahren beschreiben Wegel u. Walther, Physics **6**, 141, 1935; Ide, Rev. sci. instr. **6**, 296, 1935; Bancroft u. Jacobs, ebd. **9**, 279, 1938.

Mittels rascher Schwingungen adiabatisch bestimmt, kann ein Elastizitätsmodul ein wenig größer ausfallen als durch langsame (isotherme) Dehnung, weil es an Zeit fehlt, erstens für den Ausgleich der Kompressionswärme und zweitens für die elastische Nachwirkung.

Über die Erzeugung von Längsschwingungen bis zu hoher Ordnungszahl an piezoelektrischen Kristallen und magnetostriktiven Metallen vgl. Giebe u. Blechschmidt, Ann. Phys. 11, 905, 1931.

**b) Biegungsschwingungen.** α) Schwingungszahlen. $N$. E bedeute den Elastizitätsmodul in CGS-Einheiten. Alle Dimensionen seien in cm gemessen, $l$ sei die Länge, $\varrho$ die Dichte, $m$ sei ein von der Nummer des Tones abhängiger Zahlenkoeffizient.

Für einen Kreisquerschnitt vom Durchmesser $d$ gilt $N = \frac{1}{4}\frac{d}{l^2}\frac{m^2}{2\pi}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$; für einen rechteckigen Querschnitt mit der zur Schwingungsrichtung parallelen Seite $a$

$$N = \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{a}{l^2}\frac{m^2}{2\pi}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}.$$

Für einen gemäß Abb. 31 freien bzw. einseitig geklemmten Stab gilt

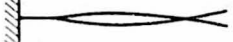
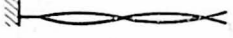
| | | $m$ | Knotenabstände vom Ende |
|---|---|---|---|
| Grundton | | 4,730 | 0,2242 $l$ |
| 2. Ton | | 7,853 | $\frac{1}{2}$ $l$ und 0,1321 $l$ |
| 3. „ | | 11,00 | 0,3558 $l$ und 0,0944 $l$ |
| Grundton | | 1,875 | |
| 2. Ton |  | 4,694 | 0,2261 $l$ |
| 3. „ |  | 7,855 | 0,4999 $l$ und 0,1321 $l$. |

Abb. 31. Biegungsschwingungen von Stäben

Weiterhin beträgt $m$ für den Ton Nr. $k$: frei $(k + \frac{1}{2})\pi$, geklemmt $(k - \frac{1}{2})\pi$.

β) Beobachtungsverfahren. Nach dem Vorigen läßt sich, homogenes und isotropes Material vorausgesetzt, der Elastizitätsmodul aus den Eigenschwingungszahlen eines Stabes, also, wenn diese innerhalb der musikalischen Skala liegen, aus den Tonhöhen (Tab. 24) berechnen. Man erregt die Schwingungen z. B. durch Anschlagen mit einem weichen Hammer oder durch Anstreichen. Beiderseits freie Stäbe werden an zwei Knoten in Fadenschlingen aufgehängt oder auf Kautschukfäden gelegt; an einseitig freien Stäben hält man die Stelle des dem Ende nächstliegenden beabsichtigten Knotens mit einer Spitze fest. — Die Knotenlinien können mit Streusand sichtbar gemacht werden.

Sind die Querdimensionen nicht klein gegen die Länge, so bedürfen die Formeln einer Korrektion wegen der Rotationsenergie der Querschnitte sowie wegen der mit der Biegung verbundenen Scherung, die nach Rayleigh und Timoshenko u. U. mehrere Prozent beträgt.

Rayleigh, Theory of Sound, § 186; Goens, Ann. Phys. 11, 649, 1931. — Erregung von Biegungsschwingungen piezoelektrischer Stäbe bei Giebe u. Scheibe Z. Phys. 46, 607, 1928. — Über langsame Schwingung dünner Stäbchen in Verbindung mit einer schweren Scheibe Voigt, Wied. Ann. 48, 674, 1893; Goens, Ann. Phys. 11, 649, 1931 (Timoshenko-Korrektion).

Membrane und Platten. Über Schwingungsformen und Schwingungszahlen vgl. u.a. Chladni, Akustik. Leipzig 1830; Rayleigh, a.a.O. § 193 und 214. F. A. Schulze, Ann. Phys. 24, 785, 1907; Ritz, ebd. 28, 737, 1909; Reinstein, ebd. 35, 109, 1911. Anregung mit Röhrensender s. Colwell, Journ. Franklin-Inst. 213, 373, 1932.

## 2. Drillungsmodul

### A. Allgemeines

Der Drillungsmodul heißt auch Torsions- oder Gleit- oder Scherungs- oder Schiebungsmodul oder zweiter Elastizitätsmodul. Eine Platte (Abb. 32) von der Flächeneinheit sei in ihrer natürlichen Gestalt rechteckig. Die Grundfläche werde befestigt; an der gegenüberliegenden Ebene wirke eine gleichförmig über diese ganze Fläche verteilte, der festen Fläche parallele Gesamtkraft von $k$ dyn. Dadurch werden die Plattenschichten aneinander verschoben, und die vorher normale Linie wird jetzt mit der Normalen den kleinen Scherungswinkel $\delta$ bilden. Dann ist $G$ das Verhältnis der Kraft $k$ je cm² zu diesem Winkel, also

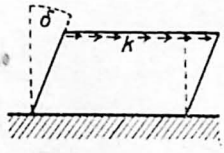


Abb. 32. Scherungsvorgang

$$k = G\delta.$$

Der Drillungsmodul werde, im CGS-System, d.h. in dyn/cm² ausgedrückt, mit $G$ bezeichnet; in der technischen Einheit kp/cm² gemessen, durch $F$. Es ist $F = \frac{G}{981000}$. Wir rechnen im allgemeinen mit $G$, weil die Beziehungen so am übersichtlichsten werden.

An einem einseitig geklemmten kreiszylindrischen Stabe oder Drahte von $l$ cm Länge und $r$ cm Halbmesser sei das freie Ende vermöge eines Drehmomentes $M$ (dyn × cm) verdreht um den in absolutem Maße gemessenen Winkel $\alpha$; $\alpha \times 57{,}30$ gibt also Bogengrade. Dann ist

$$M = G\frac{\alpha}{l}\frac{\pi}{2}r^4 \quad \text{oder} \quad G = \frac{1}{\alpha}\frac{2}{\pi}\frac{l}{r^4}M. \tag{1}$$

Man setzt voraus, daß $\frac{r\alpha}{l}$ klein bleibt; schon bei kleinem $\alpha$ kann an den Stabenden plastische Verformung eintreten.

Für $F$ gelten dieselben Gleichungen, wenn $l$ und $r$ in cm und $M$ in kp cm gemessen sind.

Andere Querschnitte (St. Venant 1855). Für elliptische Querschnitte der ganzen Achsen $a, b$ $(a > b)$ gilt statt (1)

$$M = G\frac{\alpha}{l}\frac{1}{16}\frac{\pi a^3 b^3}{a^2+b^2} \quad \text{bzw.} \quad G = M\frac{\pi}{16}\frac{l}{\alpha}\frac{a^2+b^2}{a^3b^3}; \tag{2}$$

für $a = b$ geht (2) in (1) über.

Für rechteckige Querschnitte gilt allgemein, falls $a > b$, mit $u = a/b$ als Abkürzung

$$G = \frac{M \cdot l}{\alpha a b^3 \cdot f(u)} \tag{3}$$

mit

$$f(u) = \frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5}\cdot\frac{1}{u}\left[\operatorname{Tg}\frac{\pi u}{2} + \frac{1}{3}\operatorname{Tg}\frac{3\pi u}{2} + \cdots\right]. \tag{4}$$

Für ein schmales Rechteck $(b < a/3)$ ergibt sich durch Reihenentwicklung von $f(u)$ nach (4) unter geeigneten Vernachlässigungen

$$G = \frac{Ml}{\alpha}\cdot\frac{3}{ab^3(1-0{,}630\cdot b/a)} \quad \text{bzw.} \quad G = \frac{3Ml}{\alpha a b^3}$$

für ein dünnes Band, d.h. $b \ll a$.

Goens, Ann. Phys. 11, 649, 1931.

Mit wachsender Temperatur sinkt der Drillungsmodul in der Regel ein wenig stärker als der Dehnungsmodul (Tab. 23).

### B. Meßverfahren

**a) Statisches Verfahren.** Ein Drehmoment von $P$ kp am Hebelarm $h$ cm bewirke am einen Ende eines Kreiszylinders (Drahtes) von $l$ cm Länge und $r$ cm Radius einen Drehungswinkel von $\gamma$ Bogengraden; dann ist nach obigem

$$F = \frac{5730}{\gamma}\,\frac{2}{\pi}\,\frac{l}{r^4}\,h\,P \text{ kp/cm}^2 \text{ und } G = 891000\,F \text{ dyn/cm}^2.$$

Im allgemeinen Fall des Einkristalls ist jede Drillung mit Biegung verknüpft. Der Biegungsdrillungseffekt verschwindet für manche Orientierungen, wie z. B. Stabachse ∥ [100], [110] oder [111] (Bd. 2, Kristalle) bei regulären Kristallen. Zu genauen Messungen werden daher die Stabenden in cardanische Gelenke gefaßt, die freie Ausbiegung ermöglichen. Die Stabenden tragen an Quarzglasarmen Spiegel, die mit dem Fernrohr auf zwei zueinander senkrechten Skalen gleichzeitig Biegung und Drillung abzulesen erlauben.

Goens, Ann. Phys. **16**, 793, 1933; Bender, ebd. **34**, 359, 1939 (Alkalikristalle).

**b) Dynamische Verfahren.** α) Schwingungen eines belasteten Drahtes. An dem Drahte ($l$, $r$) hänge eine Masse vom Trägheitsmoment $J$ cm² g. Bei einer Verdrehung um den Winkel $\alpha$ ist seine Direktionskraft $D = \frac{M}{\alpha}$, folglich gilt für die Schwingungsdauer $t$ dieser Masse in Sekunden die Gleichung (vgl. S. 75)

$$t^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{J}{D} = 8\pi\,\frac{l}{r^4}\,\frac{J}{G}. \qquad (2)$$

Man belastet (Abb. 33) einen Draht oder Stab von $l$ cm Länge und $r$ cm Halbmesser mit einer geeignet gestalteten Masse vom Trägheitsmoment $J$ cm² g und beobachtet die Schwingungsdauer $t$ s. Nach Gl. (2) ist dann der Drillungsmodul

$$G = 8\pi\,\frac{l}{r^4}\,\frac{J}{t^2} \text{ dyn/cm}^2. \qquad (3)$$

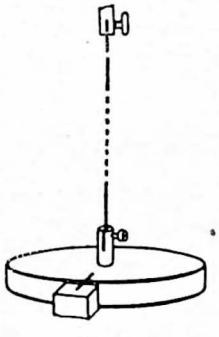


Abb. 33. Drehungsmessung

Ein Zylinder (Kreisscheibe; Abb. 33) vom Radius $R$ und der Masse $m$ hat das auf die Achse bezogene Trägheitsmoment $\frac{1}{2}R^2 m$. Man kann auch die Schwingungsdauer $t_0$ einer Masse von unbekanntem Trägheitsmoment und, nach Zufügung eines bekannten Trägheitsmomentes $J_1$, die gemeinschaftliche Schwingungsdauer $t_1$ beobachten und in die Formel $\frac{J_1}{(t_1^2 - t_0^2)}$ statt $\frac{J}{t^2}$ einsetzen. Vgl. S. 75.

Bei genaueren Messungen an nicht sehr harten Stoffen bildet die Belastung des Probedrahtes durch die schwere Scheibe eine wichtige Fehlerquelle; sie wird ausgeschaltet, wenn man die Scheibe statt am Probedraht an einem dünnen Stahldraht aufhängt und den Probedraht in derselben Achse zwischen der Unterseite der Scheibe und einer zweiten festen Klemmvorrichtung straff einspannt. Man bestimmt dann die Schwingungszeit einmal unter der Direktionskraft des Stahldrahtes allein, danach des Stahldrahtes und Probedrahtes gemeinsam und bildet dann die Differenz.

Guye u. Fréedericksz, Arch. sci. phys. et nat. **29**, 49, 1910. Eine ähnlich wirkende Entlastungsvorrichtung für dickere Stäbe s. W. Voigt, Wied. Ann. **47**, 671, 1892; Kristallphysik, 2. Aufl., S. 798. Versuche in hoher Temperatur s. Koch u. Dannecker, Ann. Phys. **47**, 197, 1915.

$\beta$) Drillungsschwingungen kreiszylindrischer Stäbe. In einem Kreiszylinder (Dichte $= \varrho$) pflanzt sich eine Drillungsverschiebung fort mit der Geschwindigkeit

$$u = \sqrt{\frac{G}{\varrho}}\ \text{cm/s}.$$

Für einfachere Messungen an dickeren Proben klemme man den Stab (Länge $l$ cm), in der Mitte von einem Drahtringe umschlossen, in den Schraubstock und errege mittels eines aufgeschlitzten, mit Kolophonium eingeriebenen Korkringes unter Fingerdruck den Torsionsgrundton von der Wellenlänge $2l$.

Die Bestimmung der Schwingungszahl erfolgt genau durch Schwebungsvergleich mit geeichtem Tonsender. Dann gilt für die Grundschwingung $N = \sqrt{G/\varrho}/2l$ bzw. $G = 4N^2l^2\varrho$ dyn/cm, für die $n$-te Oberschwingung ist hierin $N$ durch $N/n$ zu ersetzen.

Grüneisen u. Merkel, Z. Phys. 2, 277, 1920.

Für die rechteckigen Stäbe des Seitenlängenverhältnisses $u = a/b > 1$ gilt $G = sl^2(1 + u^2)N^2/3f(u)$ mit der Funktion $f(u)$ nach S. 84.

Für genaue Messungen und empfindlichere Proben werden auch die Torsionsschwingungen elektromagnetisch, kapazitiv oder piezoelektrisch angeregt. Bancroft u. Jacobs, Rev. sci. instr. 9, 279, 1938; Wegel u. Walther, Physics 6, 141, 1935 nehmen Resonanzkurven auf, aus denen auch die Dämpfung der Proben berechnet werden kann. Meßverfahren für empfindliche Proben mit zusätzlichen Endmassen, besonders für Einkristalle, deren Biegungs- und Drillungsschwingungen durch Anschlag erregt und dann getrennt abgehört werden.

Goens, Ann. Phys. 4, 733, 1930; 15, 455 u. 902, 1932. Piezoelektrisch angeregte Torsionsschwingungen von Quarzstäben bei Giebe u. Scheibe, Z. Phys. 46, 607, 1928.

## 3. Poissonsche Konstante

### A. Bestimmung aus Längsdehnung und Querkontraktion

Die elastische Dehnung durch Zug ist in der darauf senkrechten Richtung von einer Kontraktion begleitet, die jener Dehnung proportional ist.

**a) Theoretisches.** Bedeutet an einem Stabe $\frac{\lambda}{l}$ die relative Dehnung und $\frac{\delta}{d}$ die damit verbundene relative Verkürzung des Durchmessers $d$, so ist die Poissonsche Zahl $\mu = \frac{\delta}{d} : \frac{\lambda}{l}$ für einen bestimmten Stoff eine Konstante; erfahrungsgemäß liegt sie zwischen 0,2 und 0,5.

Das Volum $v$ eines Stabes ist proportional $ld^2$, die Volumänderungen $\varphi$, $\lambda$ und $-\delta$ stehen also, vorausgesetzt, daß sie klein sind, in der Beziehung

$$\frac{\varphi}{v} = \frac{\lambda}{l} - 2\frac{\delta}{d} = \frac{\lambda}{l}(1 - 2\mu).$$

Da $\mu$ zwischen 0,2 und 0,5 liegt, so ist $\frac{\varphi}{v}$ jedenfalls positiv, aber $< \frac{\lambda}{l}$.

**b) Unmittelbares Verfahren.** Man mißt gleichzeitig Dehnung und Querkontraktion. Dies theoretisch einwandfreie Verfahren erfordert wegen der Kleinheit der zu messenden Änderungen meist empfindliche Spiegel- oder Interferenzapparate.

Lit. bei Grüneisen, Ann. Phys. 25, 829, 1908.

**c) Aus der Oberflächengestalt eines gebogenen Stabes.** Biegt man eine ebene Platte so wie in der Abb. 34, so treten zugleich transversale Kräfte auf, und zwar in der oberen, gedehnten Hälfte als Zug, in der unteren, verkürzten als Druck; beide zusammen bewirken eine sattelförmige Oberflächengestalt. Der Hauptkrümmungshalbmesser der primären Biegung geteilt durch den der Querbiegung gibt direkt die Größe $\mu$.

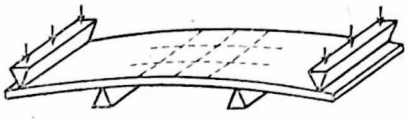


Abb. 34. Verbiegung einer Platte

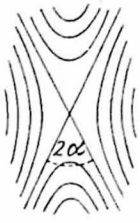



Abb. 35. Interferenzbild

Die obere Fläche sei eben poliert. Man bedeckt sie lose mit einer ebenen Glasplatte. Durch die Gestaltsänderung entstehen zwischen den beiden Flächen Interferenzstreifen, die zwei Systemen von Hyperbeln mit gemeinsamen Asymptoten angehören (Abb. 35). Bezeichnet $2\alpha$ den nach der Querrichtung der Platte offenen Winkel der Asymptoten, der bei senkrechter Beobachtung erscheint, so ist

$$\mu = \operatorname{tg}^2 \alpha .$$

Straubel, Wied. Ann. **68**, 369, 1938; Jessop, Phil. Mag. **42**, 551, 1921.

### B. Bestimmung aus dem Verhältnis des Dehnungsmoduls zum Drillungsmodul

Nach der Theorie (Poisson) ist das Verhältnis beider Moduln $E : F$ oder $E : G = 2(1 + \mu)$. Da nun $\frac{1}{5} < \mu < \frac{1}{2}$ ist, so muß $\frac{1}{2} E > F > \frac{1}{3} E$ sein; für den Mittelwert $\mu = \frac{1}{4}$ gilt $F = \frac{2}{5} E$. – Nach dieser Theorie folgt $\mu = \frac{1}{2} \frac{E}{F} - 1$. Inhomogenität oder Anisotropie bilden, wenigstens bei Metallen, eine schwer zu vermeidende Fehlerquelle; das Verfahren ist daher meist nicht anwendbar.

## VI. Festigkeit und Härte

### 1. Bruchfestigkeit

Der technisch wichtigste Versuch ist der Zug- oder Zerreißversuch, nach dem man die Festigkeit eines Werkstoffes beurteilt.

**a) Versuchsanordnung.** Da er ein sehr verwickelter Vorgang ist, und da die erhaltenen Zahlen stark von der Gestalt, der Vorbehandlung und der Einspannung der Proben, zum Teil auch von der Geschwindigkeit des Versuches abhängen, hat man für diesen Versuch Normen aufgestellt, die die Vergleichbarkeit verschiedener Messungen bezwecken. Abb. 36 zeigt die in Deutschland meist verwendeten Formen, nämlich den langen und kurzen Normalstab von kreisförmigem Querschnitt und den Normalflachstab von rechteckigem Profil, sämtlich von dem über die Meßlänge $l_0$ konstanten Anfangsquerschnitt (d.h. vor dem Zugversuch) $f_0 = 314$ mm². Der Übergang zum Stabkopf muß besonders bei spröden Stoffen konisch verlaufen; der Verlauf der Dehnung hängt vom gleichmäßigen Querschnitt der Meßlänge ab, deshalb ist eine Schwächung der Mitte („Sollbruchstelle") zu verwerfen.

Auf die Meßlänge werden ein Längsstrich und 10 bzw. 20 Querstriche mit einer Lehre aufgerissen, deren Abstand gleich dem halben Stabdurchmesser $0{,}5\,d = 0{,}565\sqrt{f_0}$ ist; bei spröden Stoffen ist das Aufreißen zu vermeiden und durch Tintenstriche zu ersetzen. Beim Langstab ist die Meßlänge $l_0 \cdot 11{,}3\sqrt{f_0} = 10\,d$, beim Kurzstab $l_0 = 5{,}65\sqrt{f_0} = 5\,d$. Der Probestab wird in die Einspannbacken der Prüfmaschine gespannt, deren verschiedene Formen durch Gelenke, Schneiden, Zylinder- oder Kugelschalen Bewegungsmöglichkeiten nach allen Seiten bieten, um ausschließlich zentrische Belastung sicherzustellen. Der Probestab wird nach seiner Einspannung unter gleichmäßiger Reckung von weniger als 1 kp/mm²s unterhalb $\sigma_s$ zerrissen und dabei die Höchstlast $P$ beobachtet.

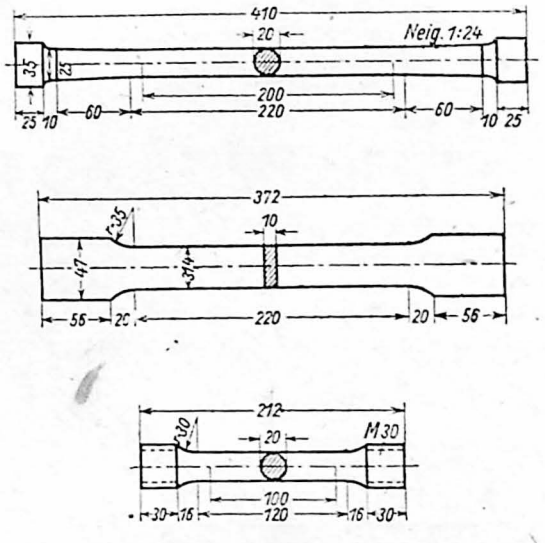



Abb. 36. Stabformen bei Zerreißversuchen

**b) Übliche Bezeichnungen.** Als Zugfestigkeit bezeichnet man dann $\sigma_B = \frac{P}{f_0}$. Erfuhr durch den Versuch ein Stabteil der Länge $l$ die Verlängerung $\Delta l$, so heißt $\delta_n = 100\,\frac{\Delta l}{l}$ die prozentische Bruchdehnung; $n$ ist das Verhältnis der Meßlänge zum Durchmesser eines mit $f_0$ flächengleichen Kreises und wird beim Normalstab zu 10, beim Kurzstab zu 5 gewählt ($\delta_{10}$ bzw. $\delta_5$). Die Bruchquerschnittsverminderung oder Einschnürung $v = \frac{f_0 - f_b}{f_0}$ ($f_b$ Querschnitt an der Bruchstelle) ist ein technisch wichtiger Gütewert; sie ergibt sich bei Kurzstäben etwas höher als bei Normalstäben. Wird mit einem Gerät nach Abb. 36 durch das Sichtbarwerden von Gleitlinien oder durch Wärmeentwicklung der Beginn einer bleibenden Verformung nachgewiesen, so heißt die zugehörige Zugspannung $\sigma_E$ die Elastizitätsgrenze; entsprechend heißt die Spannung, von der an die Dehnung schneller als proportional mit dem Zug ansteigt, Proportionalitätsgrenze $\sigma_P$. Die zahlenmäßige Feststellung der Spannungswerte an den Grenzen schwankt von 0,001 bis 0,03%; da außerdem die Vorbehandlung der Metalle von großem Einfluß ist, ist der Wert von $\sigma_P$ und $\sigma_E$, zum Teil auch von $\sigma_S$, praktisch ohne große Bedeutung. Die Streckgrenze und die Festigkeit fallen bei schnellen Versuchen höher aus als bei langsamen (Zn, Cu).

Streckgrenze $\sigma_{z_F}$ heißt bei scharfer Ausprägung die Spannung (kp/cm²), bei der trotz zunehmender Formänderung die Kraftanzeige der Prüfmaschine erstmalig unverändert bleibt oder zurückgeht; ist $\sigma_{z_F}$ nicht scharf ausgeprägt, so wird die Spannung, die eine bleibende Dehnung von $l_0$ um 0,2% hervorruft, als 0,2-Dehngrenze $\sigma_{0,2}$ bezeichnet.

Normblatt DIN 1602 u. 1605/1 (Werkstoffprüfung allgemein); 1605/2 Zugversuch bei Zimmertemperatur; DIN-Vornorm DVM A 112 (Warmstreckversuch) s. a. Oertel, Stahl u. Eisen 43, 1395, 1923; DIN 1605/4 Faltversuch.

**c) Bauschinger-Effekt.** Ist ein Körper nach einer Richtung stark beansprucht (gedehnt, gebogen, gedrillt) gewesen, so daß seine Gestalt sich dauernd geändert hat, so pflegt seine neue Elastizitätsgrenze in der Richtung der vorausgegangenen Beanspruchung erweitert zu sein; man kann ihm, ohne dauernde Änderungen

befürchten zu müssen, im neuen Zustande größere Deformationen zumuten als von seinem natürlichen Zustande aus. Dies ist für eine genaue Messung vorteilhaft. Bei Versuchsreihen, in denen Dehnung und Druck oder Torsion in entgegengesetzter Richtung aufeinanderfolgen, muß man indessen beachten, daß der Erweiterung der Elastizitätsgrenze in der einen Richtung eine Verengung in der entgegengesetzten gegenübersteht. Der Dehnungsmodul kann sich in dem verformten Körper merklich geändert haben.

Erklärung dieser verwickelten Erscheinungen (Bauschinger-Effekt) bei Heyn, Naturwiss. **9**, 321, 1921.

## 2. Härte und Eindringungsfestigkeit

**a) Die Hertzsche Definition.** Die mineralogische Härteskala ist nicht eindeutig, weil eine Spitze selbst einen härteren Körper unter Umständen verletzt.
Nach Hertz (1882) wird die Härte in folgender Form durch einen Druck (Kraft/Fläche) dargestellt. Sie ist gleich dem Druck, der im Zentrum einer kugelsegmentförmigen Druckfläche herrschen muß, damit in einem Punkte des Körpers die Spannungen die Elastizitätsgrenze erreichen.
Spröde Körper erfahren durch Überschreiten der Grenze Zerstörungen. Plastische Körper hingegen, z.B. Metalle, beginnen zu fließen, d.h. sie erleiden dauernde Eindrücke, ohne den Zusammenhalt zu verlieren.
Die Hertzsche Definition wird in der Praxis nicht benutzt, weil die Elastizitätsgrenze nicht genügend scharf bestimmbar ist, und weil die so bestimmte Härte nicht unabhängig vom Radius der das Probestück pressenden Kugel ist.

Hertz, Ges. Werke 1, 155 u. 183. Leipzig 1895; Handb. d. Exp.Physik **5**, Leipzig 1930; Werkstoffhandbuch, Stahl u. Eisen, C1, Düsseldorf 1928. ATM V 9113—1, 1933.

**b) Härteprüfung nach Brinell.** Das Brinell-Verfahren lehnt sich an die Hertzsche Definition an, arbeitet aber bis weit über die Elastizitätsgrenze. Eine Stahlkugel vom Durchmesser $D$ [mm] wird mit der Last $P$ [kp] so lange in das ebene, von Zunder, entkohlter Oberflächenschicht u.ä. gereinigte Probestück hineingedrückt, bis die Kugel nicht mehr merklich eindringt; bezeichnet $d$ den Durchmesser der Eindrucksoberfläche, so ist die Brinellhärte das Verhältnis der Last $P$ zu dieser Fläche, also $H = \dfrac{2P}{\pi \cdot D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}$ [kp/mm²]. Das Brinell-Verfahren liefert bei gleicher Sorgfalt der Messung genauere Werte als andere Methoden.
Die Brinell-Härteprüfung ist in Deutschland mit Kugeln von $2\frac{1}{2}$, 5 und 10 mm Durchmesser genormt (Blatt DIN 1605/3); besonders bei Blechen, die man zweckmäßig zur Messung in mehreren Lagen schichtet, ist darauf zu achten, daß keine Verformungen außerhalb der Vertiefung auftreten. Andernfalls sind zur Erzielung einer richtigen Härtezahl $P$ und $D$ kleiner zu wählen. Brinellgeräte, die die Last mit Flüssigkeits- oder Federwaage prüfen, sind in jeder Lage verwendbar, solche mit Gewichtswaage nur in lotrechter. Bei unrunden Eindrücken bildet man das Mittel aus zwei zueinander senkrechten Durchmessern.

**c) Härteprüfung nach Rockwell.** Dieses Verfahren arbeitet ähnlich wie das nach Abschn. b, jedoch mit Vorlast; es verletzt das Probestück weniger und ist unabhängiger von der Oberflächenbeschaffenheit. Der Druck einer mit bestimmter Vorlast aufgesetzten Probe-Kugel oder -Kegel wird durch eine Öldämpfung zwangsläufig in 3—6 s gesteigert. Eine Meßuhr zeigt nach dem Stillstand direkt

die R.-Härtezahl an. Für weichere Werkstoffe wird die „B-Skala“ mit Stahlkugeln von 1,59 mm $= \frac{1}{16}''$ Durchmesser empfohlen, für härtere die „C-Skala“ mit einem Diamantkegel von 120° Öffnungswinkel. Die neueren Rockwell- und Brinellgeräte gestatten die Messung beider Härtezahlen, die nicht ohne weiteres ineinander umzurechnen sind. Zwischen der Brinellhärte $H$ und der Zugfestigkeit $\sigma$ besteht annähernd die Beziehung $\sigma = 0{,}36 \cdot H (30 < \sigma < 100$ [kp/mm²]) für Kohlenstoffstahl, $\sigma = 0{,}34 \cdot H$ $(65 < \sigma < 100$ [kp/mm²]) für Chromnickelstahl.

Weitere Härteprüfverfahren z. B. mittels Kegel nach Ludwik und mittels Pyramide nach Vickers (DIN 50 133). Rückprall-, Schlag- (dynamische) und Abnutzungshärte s. ATM V 9113—1, 1933. Siebel, Handbuch der Werkstoffprüfung, Berlin 1939.

Über Härtemessung an Kunstharzen s. Erk u. Holzmüller, Phys. Z. 39, 535, 1938.

# VII. Zusammendrückbarkeit fester und flüssiger Stoffe

## 1. Allgemeines

### A. Definitionen

Wenn ein elastischer Körper einer Druckänderung unterworfen wird, so ändert sich stets sein Volum (Dilatation, Kompression); ist der Körper nicht homogen oder nicht isotrop, so tritt außerdem eine Gestaltsänderung ein, d. h. eine Änderung seiner Winkel. Bei festen Körpern zerfällt die Druckresultierende gewöhnlich in eine normale und tangentiale Komponente.

Isotherme, kubische Zusammendrückbarkeit oder Kompressibilität ($\varkappa$) eines festen oder flüssigen Körpers bei allseitiger, gleichmäßiger Belastung ist seine relative Volumverminderung $\left(-\frac{dv}{v}\right)$, dividiert durch dio zugehörige Druckerhöhung $(dp)$, also

$$\varkappa = -\frac{1}{v}\left(\frac{dv}{dp}\right)_T$$

oder bei Einführung der Dichte $\varrho$, die umgekehrt proportional mit $v$ ist,

$$\varkappa = \frac{1}{\varrho}\left(\frac{d\varrho}{dp}\right)_T.$$

Wählt man als Druckeinheit die physikalische Atmosphäre, das Bar oder das kp/cm², so verhalten sich die Zahlenwerte von $\varkappa$ wie 1 : 0,9869 : 0,9678.

$\frac{1}{\varkappa} = M$ ist der Volumelastizitätsmodul.

Verändert sich durch eine Druckzunahme $\Delta p$ das Volum $v$ um $-\Delta v$, so gilt in der Grenze der Proportionalität

$$-\frac{\Delta v}{v} = \varkappa \Delta p = \frac{\Delta p}{M}.$$

Für alle Kristallsysteme gilt, daß die kubische Kompressibilität unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung gleich der Summe der linearen Kompressibilitäten in drei zueinander senkrechten Richtungen ist. Bei hexagonalen oder tetragonalen Kristallen sind die linearen Kompressibilitäten in den beiden Achsen senkrecht zur Hauptachse einander gleich, bei kubischen sind sie alle drei einander gleich.

Die adiabatische Kompressibilität ist $\varkappa' = \varkappa \frac{T\alpha'^2}{\varrho \cdot c_p}$; $T$ ist die absolute Temperatur, $\alpha'$ der kubische Wärmeausdehnungskoeffizient und $c_p$ die spezifische Wärme bei konstantem Druck.

### B. Zusammenhang der Zusammendrückbarkeit mit anderen physikalischen Größen

Ähnlich wie Atomvolum und Wärmeausdehnungskoeffizient ist auch die Kompressibilität eine periodische Funktion des Atomgewichtes.

Richards, Z. phys. Chem. **61**, 77, 171, 183, 1907; Slater, Phys. Rev. **23**, 488, 1924; J.L.Meijering, Physica **8**, 796, 1941.

Bei rascher adiabatischer Kompression (Kompressionswärme) gilt für kleine Druckänderungen $\Delta p$, wenn $\alpha'$ der Volum-Wärmeausdehnungskoeffizient, $\varrho$ die Dichte, $c_p$ die spezifische Wärme, $T$ die absolute Temperatur ist, $\frac{\Delta T}{T} = \alpha' \frac{\Delta p}{\varrho \cdot c_p}$.
Mit wachsendem Druck nimmt die Kompressibilität ab, und zwar in erster Näherung linear mit dem Druck; mit wachsender Temperatur wächst ;.
Die in den Abschnitten A und B (S. 91 u. 92) beschriebenen Kompressibilitätsbestimmungen beziehen sich im wesentlichen auf homogene, isotrope Stoffe. Homogenität und Isotropie können oft erst durch die Übereinstimmung der nach verschiedenen Verfahren gefundenen Konstanten festgestellt werden.

Auerbach, Handb. d. Phys. **1**, 498, 1908; Heuse, Handb. d. Arb.-Methoden i. d. anorg. Chem. (Stähler) **3**, 238, 1913; Richards, ebd. **3**, 246, 1913; Cohen u. Schut, Piezoch. Kond. Systeme. Leipzig 1919; Jellineck, Lehrb. d. phys. Chem. **2**, 116. Stuttgart 1928; Schaefer, Theor. Physik **3**, 547. Berlin u. Leipzig 1929; Bridgman, Physics of high pressures. London 1931.

## 2. Feste Körper

### A. Unmittelbare Meßverfahren

**a) Absolute Methode.** Bestimmung der Verkürzung eines Stabes durch allseitigen Druck.
Schwierigkeiten der Messung liegen in der Längenbestimmung im Innern eines auf Tausende von Atmosphären zu pumpenden Druckzylinders.
Letzterer erhält Fenster; die Enden des Stabes werden mit Teilstrichen versehen. Von außen wird die Verschiebung dieser Teilstriche mit einem Okularmikrometer gemessen. Verkürzt sich die vor dem Einbau genau bestimmte Stablänge $l$ um $\lambda$, wenn der Druck um $p$ vermehrt wird, so gilt

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{3}\frac{1}{M}p, \quad \text{also} \quad M = \frac{1}{3}\frac{l}{\lambda}p.$$

Buchanan, Proc. Roy. Soc. London **73**, 296, 1904; Amagat, Ann. ch. phys. (6) **22**, 95, 1891; Richards, Z. phys. Chem. **61**, 171, 1907; Ebert, Phys. Z. **36**, 388, 1935; Bridgman, Proc. Amer. Acad. **44**, 255, 1909; **47**, 321, 1911; hier wird die bleibende Verrückung eines über den Probestab geschobenen Ringes gemessen, die dadurch eintritt, daß ein Anschlag des äußeren Druckzylinders den Ring verhindert, der Verkürzung des Stabes bei Druckerhöhung zu folgen, aber bei Entlastung mitgenommen wird.

**b) Relative Methode.** Der Stab steht auf dem Boden eines aufrecht gestellten Druckzylinders, dessen Volum-Elastizitätsmodul bekannt ist. Die Berührung des oberen Endes mit von einer außen mikrometrisch verstellbaren Platinspitze wird durch den Schluß eines elektrischen Stromes erkannt. Von der unmittelbar beobachteten Verschiebung der Kontaktspitze ist die Eigenverlängerung des Druckzylinders durch den allseitigen Innendruck abzuziehen, um die gesuchte Längenänderung $\lambda$ zu erhalten; vgl. S. 93 Abschn. c.

Nach Bridgman: Das obere Ende des Versuchsstabes $S$ (Abb. 37) setzt sich in einem dünnen Drähtchen $DE$ hohen elektrischen Widerstandes fort, das bei Verkürzung des Stabes an einem Schleifkontakt $D$ des Druckzylinders entlanggleitet. Die Widerstandsänderung zwischen dem Kontakt und einem festen Punkt des Drähtchens ($E$) gibt ein Maß der Stabverkürzung. $FN$ sind Stromzuführungen. Der in Abb. 37 gezeigte Teil wird ganz unter Druck gesetzt.

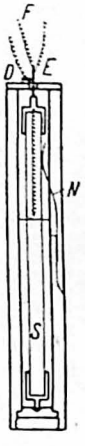


Abb. 37. Verfahren von Bridgman

Bridgman, Proc. Amer. Acad. **58**, 165, 1923. Vgl. auch Bisch u. Law, Bull. Geol. Soc. Amer. **46**, 1219, 1935.

### B. Ableitung der Zusammendrückbarkeit aus anderen elastischen Eigenschaften

Nach der Theorie von Poisson bestehen zwischen den Moduln $E$ der Dehnung, $F$ der Torsion, $\mu$ der Querkontraktion und dem Volum-Elastizitätsmodul $M$ die Beziehungen

$$\frac{1}{M} = \frac{9}{E} - \frac{3}{F} \quad \text{und} \quad M = \frac{1}{3} \cdot \frac{E}{1-2\mu}.$$

Zwei von den Größen genügen also zur Kennzeichnung des Körpers, aber nur dann, wenn Isotropie verbürgt ist. Zur Bestimmung von $M$ verdienen die Methoden den Vorzug, die nur eine Art der Deformation benötigen.

**a) Aus der Volumvergrößerung eines longitudinal gedehnten Stabes oder Rohres.** Die Belastung der Querschnittseinheit betrage $p$. Ihr entspricht, wenn $E$ den Elastizitätsmodul der Dehnung bedeutet, die relative Verlängerung $\frac{\lambda}{l} = \frac{p}{E}$. Hiermit ist, nach der Definition von $\mu$, eine relative Volumvermehrung durch einseitigen Druck $\frac{\varphi}{v} = (1-2\mu)\frac{p}{E}$ verbunden, also ist $\frac{E}{1-2\mu} = \frac{pv}{\varphi}$.

Nun ist andererseits $\frac{E}{1-2\mu} = 3M$; demnach gilt für die Volumvermehrung $\varphi$, die dem auf die Querschnittseinheit wirkenden Zuge $p$ entspricht,

$$\frac{\varphi}{v} = \frac{1}{3}\frac{1}{M}p, \quad \text{woraus} \quad M = \frac{1}{3}\frac{v}{\varphi}p.$$

Die Volumänderung von Stäben und Röhren wird am sichersten aus der gleichzeitigen Messung der Verlängerung und der Querkontraktion berechnet.

Die Formeln dieses Absatzes a gelten bei Wirkung eines einseitigen Druckes. Sie sind auch für die Berechnung des Innenvolumens von gedehnten kreiszylindrischen Röhren anwendbar, dessen Änderung z. B. aus der Steighöhe einer Flüssigkeit ermittelt werden kann. Schwierigkeiten entstehen aus der Definition der Rohrenden und dem notwendigen Ausschluß von Biegungen.

Amagat, Ann. ch. phys. (6) **22**, 95, 1891. Siehe auch Goens und Schmid, Naturwiss. **19**, 367, 520, 1931.

**b) Aus der Verminderung des Innenvolums eines geschlossenen Rohres oder einer Hohlkugel bei äußerer Druckerhöhung $p$.** Es gilt z. B. für eine Hohlkugel vom inneren und äußeren Halbmesser $r_1$ und $r_2$

$$\frac{\varphi}{v} = \frac{9}{2}\frac{r_2^3}{r_2^3 - r_1^3}\frac{1-\mu}{E}p.$$

Wenn $E$ anderweitig bestimmt ist, so berechnet sich hieraus $\mu$ und dann $M$ (s. S. 92). Für ein Rohr gelten entsprechende Beziehungen.
Die Volumänderung wird aus der Steighöhe einer Flüssigkeitsfüllung in einer angesetzten Kapillare beurteilt.

**c) Aus der Verlängerung eines Rohres bei Innendruck-Erhöhung.** Die Länge des an den Enden geschlossenen Zylinderrohres sei $= l$, der innere und äußere Halbmesser $= r_1$ und $r_2$; der Innendruck $p$ bewirke die ähnlich wie bei der Wärmeausdehnung zu messende Verlängerung $\lambda$. Dann gilt für ein relativ langes Rohr nahe

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{3}\,\frac{1}{M}\,\frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\,p \quad \text{oder} \quad M = \frac{1}{3}\,\frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\,\frac{l}{\lambda}\,p.$$

Die Methode eignet sich zu Messungen bei verschiedenen Temperaturen. Die im Vergleich mit der elastischen Dehnung großen Längenänderungen infolge von Temperaturschwankungen der Umgebung werden bei Längenvergleichung zweier paralleler Rohrstücke, von denen nur eines elastisch gedehnt wird, ausgeschaltet.

Mallock, Proc. Roy. Soc. London **74**, 50, 1905. Hierzu die Bemerkungen und Verallgemeinerungen von Chree, ebd. **74**, 518. Messungen bei verschiedenen Temperaturen; Grüneisen, Ann. Phys. **33**, 1239, 1910. Vgl. Lamé, Leç. s. la théor. de l'élast. Paris 1852 S. 188; Love-Timpe, Elastizität § 100. Leipzig 1907.

## 3. Flüssigkeiten

### A. Piezometer

Die Kompressibilität von Flüssigkeiten wird aus der Differenz gegen die Kompressibilität eines festen Stoffes bestimmt. Ist $\varkappa$ die Kompressibilität der Flüssigkeit, $\varkappa_0$ die des Materials, aus dem das Piezometer hergestellt ist, so erfährt bei der Druckerhöhung $p$ der Hohlraum des Piezometers, dessen Wandung als homogen und isotrop vorausgesetzt wird, eine Volumverminderung $\varkappa_0 v p$, die Flüssigkeit allein eine Volumverminderung $\varkappa v p$.
Die resultierende Volumänderung $\Delta v = (\varkappa - \varkappa_0) v \cdot \Delta p$ wird nach einer der im folgenden aufgeführten Methoden bestimmt.
Zwecks Ermittelung von $\varkappa$ ist die Kompressibilität $\varkappa_0$ des Gefäßmaterials nach einem der für feste Körper (S. 91) angegebenen Verfahren zu bestimmen.
Man kann auch die Kompressibilität des Piezometers empirisch bestimmen oder eliminieren durch Füllung des Piezometers mit einer Flüssigkeit bekannter Kompressibilität, z. B. mit Hg ($\varkappa = 38 \cdot 10^{-7}$ cm²/kp) oder Wasser (Tab. 21 u. 22), oder indem man den größten Teil des Piezometervolums mit einer festen Substanz bekannter Kompressibilität $\varkappa_0$ ausfüllt, z. B. mit Stahl ($\varkappa_0 = 58 \cdot 10^{-8}$ cm²/kp). Im letzteren Falle gilt das Volum der festen Substanz als Piezometervolum $v$ und die Differenz der Meniskusverschiebungen ohne und mit fester Substanz bei gleicher Druckänderung als Verschiebung $\lambda$ (s. oben, Abschn. c). Umgekehrt kann dies Verfahren dazu dienen, die unbekannte Kompressibilität fester Körper aus der bekannten Kompressibilität einer Flüssigkeit abzuleiten. Vor Beginn der Messung muß die Kompressionswärme ausgeglichen sein.

Über ein Verfahren, bei dem die Volumänderung aus der Verschiebung des den Druck übermittelnden Kolbens beurteilt wird, angewandt bei verschiedenen Temperaturen und Drucken, vgl. Cowper u. Tammann, Z. phys. Chem. **68**, 281, 1909 (amorphe Körper im Erweichungsgebiet); bis zu 12 000 at, bei Bridgman, Proc. Amer. Acad. **47**, 441, 1912 ($H_2O$), **49**, 1, 1913 (12 Flüssigkeiten von 20—80°, 12 000 at) **74**, 425, 1942 (bis 100000 at).

**a) Piezometer mit Kapillare und optischer Beobachtung.** Ein Gefäß mit kapillarem Ansatz, z. B. Glasbirne mit angeblasener Kapillare, vom Volum $v$ wird mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt und einem sowohl auf den Flüssigkeitsmeniskus wie auf die Außenwand wirkenden Druck $p$ ausgesetzt.

Die Verschiebung des Meniskus wird mittels eines Kathetometers oder geeignet angebrachter Teilung bestimmt.

Röntgen u. Schneider, Wied. Ann. **33**, 660, 1888; Seitz u. Lechner, Ann. Phys. (4) **49**, 93, 1916; Madelung u. Fuchs, ebd. (4) **65**, 289, 1921 (Kristalle); Perman u. Urry, Proc. Roy. Soc. London (A) **126**, 44, 1929; Megaw u. Simon, Nature **138**, 244, 1936 (fester Wasserstoff); ferner mittels einer Kontaktmethode (Amagat, Ann. ch. phys. **29**, 68, 1893; Richards, Publ. Carnegie Inst. Wash. Nr. 7, 1903 u. 76, 1907; Richards u. Birklett, J. Amer. Chem. Soc. **37**, 410, 1915). Es ist auch möglich, nach Vergolden des Kapillarinneren die Länge auszumessen, über die das Quecksilber angegriffen hat (Cailletet, Ann. ch. phys. **19**, 386, 1880). Weiter kann aus der Widerstandsänderung eines Metalldrahtes, der in die Kapillare hineinragt, bedingt durch das Zurücktreten des abschließenden Quecksilbertröpfchens, auf die Änderung des Flüssigkeitsmeniskus und damit auf die Volumänderung geschlossen werden (Carnazzi, Cim. (5) **5**, 180, 1903).

**b) Beobachtung durch Wägung von eindringendem Quecksilber.** Die Volumänderung kann auch durch Wägung bestimmt werden. Ein aufrecht stehender Stahlzylinder (Abb. 38) wird vollständig mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt. Im aufgeschraubten Deckel befindet sich ein kleiner Behälter mit Quecksilber, der durch eine sehr feine Bohrung (diese wird noch durch einen dünnen Stahlstift verengt) mit dem Innern des Piezometers in Verbindung steht. Setzt man die Anordnung unter allseitigen Druck, so dringen Hg-Tröpfchen in das Piezometer und fallen, weil spezifisch schwerer, zu Boden. Aus dem Gewicht des eingedrungenen Hg unter Berücksichtigung seiner Kompressibilität ergibt sich die scheinbare Kompressibilität der Flüssigkeit, mit der nach obiger Formel die wahre zu berechnen ist.

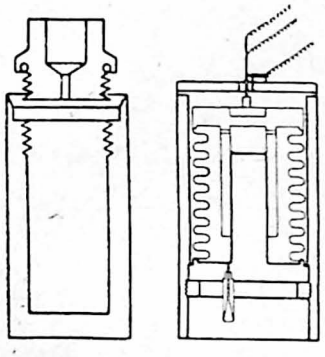


Abb. 38. Abb. 39. Piezometer

Bridgman, Proc. Amer. Acad. **47**, 345, 1911.

**c) Vollkommen geschlossenes Piezometer mit biegsamen Wänden.** Das die Flüssigkeit aufnehmende Gefäß (Abb. 39) erhält dehnbare wellenförmige Seitenwände und ist völlig geschlossen. Die lineare Veränderung in der größten geometrischen Ausdehnung wird nach einer Schleifkontaktmethode festgestellt. Die Anordnung ist vorher eingemessen, so daß aus der Längenbestimmung auf die Volumänderung geschlossen werden kann.

Bridgman, Proc. Amer. Acad. **66**, 185, 1931.

### B. Schallmethode

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $u$ des Schalls in einer Flüssigkeit mit der Dichte $\varrho$ bei adiabatischem Schwingungsvorgang berechnet sich nach der Gleichung $u = \sqrt{\frac{1}{\varrho \cdot \varkappa'}}$. Durch Messung von $u$ (S. 136) und $\varrho$ (S. 206) ist $\varkappa'$, die adiabatische Kompressibilität, bestimmt. Daraus ergibt sich dann die isotherme Kompressibilität (s. o.)

$$\varkappa = \varkappa' + \frac{T \cdot \alpha'^2}{\varrho \cdot c_p}.$$

Besonders einfach gestaltet sich die Geschwindigkeitsmessung beim Ultraschall (S. 138); der bei längeren Wellenlängen störende Einfluß der Gefäßwände fällt fort; die zu untersuchende Stoffmenge kann gering sein.

Bachem, Z. Phys. **101**, 541, 1936; Bergmann, Ultraschall. Berlin 1937; in diesen Arbeiten siehe auch die besonderen Verhältnisse bei elektrolytischen Lösungen.
Giacomini u. Pesce, Ric. Scient. **11**, 1940, Nr. 9.

### C. Entspannungsmethode

Sie wird bei verflüssigten Gasen angewandt. Ihr liegt die Gleichung zugrunde $\varkappa = \frac{1}{n}\left(\frac{\Delta n}{\Delta p}\right)_T$.
Die verflüssigten Gase werden zunächst auf einen bestimmten hohen Druck gebracht und dann entspannt. Die aus einem zuvor völlig gefüllten Gefäß austretende Flüssigkeitsmenge wird vergast und ihre Molzahl $\Delta n$ im gasförmigen Zustand aus Volum, Druck und Temperatur bestimmt. Ist die Gesamt-Molzahl $n$ der am Versuch beteiligten Flüssigkeitsmenge bekannt, so ist gemäß obiger Gleichung die Kompressibilität zu berechnen.

Eucken, Verh. Dtsch. Phys. Ges. **18**, 4, 1916; Keesom u. Clusius, Proc. Amsterdam **35**, 320, 1932 u. Comm. Leiden Nr. 219, 1932.

## VIII. Zähigkeit

### 1. Grundlagen

Bingham, Fluidity and Plasticity. New York 1922; Hatschek, Die Viskosität d. Flüssigkeiten. Leipzig 1929; Graetz-Stöckl, Innere u. äußere Reibung im Handb. d. phys. u. techn. Mech., V u. VI. Leipzig 1928 u. 1931; Erk, Zähigkeitsmessungen im Handb. d. Exp.-Phys. **4**, 4, 1932; Barr, A monograph of viscosity, London 1931. I$^{st}$ u. II$^{d}$ Report on viscosity and plasticity. Verh. kon. Akad. Wetensch. Amsterdam. **15**, 3, 1935 u. **16**, 3, 1938; W. Philippoff, Viskosität der Kolloide. Dresden 1942.

#### A. Allgemeines

**a) Definitionen und Einheiten.** (Vgl. DIN 1342.) Zähigkeit heißt die Eigenschaft, die bei der Formänderung eines (gasförmigen, flüssigen oder festen) Körpers die Abhängigkeit der in dem Körper auftretenden Schubspannungen von der Formänderungs-Geschwindigkeit kennzeichnet. Stoffe, bei denen beliebig kleine Kräfte eine Formänderung von beliebiger Größe bewirken können, wenn die Formänderung hinreichend langsam erfolgt, heißen „Flüssigkeiten".
Für viele Flüssigkeiten gilt der Newtonsche Ansatz

$$\tau = \eta \cdot \frac{\partial w}{\partial n}, \tag{1}$$

d.h. die Schubspannung $\tau$, die zwischen zwei in der Strömungsrichtung liegenden benachbarten parallelen Schichten auftritt, ist proportional dem Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial w}{\partial n}$ senkrecht zur Strömungsrichtung. Dabei ist für eine Reihe von Flüssigkeiten („normale" oder „Newtonsche" Flüssigkeiten) der Faktor $\eta$ eine wirkliche Stoffkonstante, unabhängig von $\tau$ oder $\partial w/\partial n$.

Diese Proportionalitätskonstante $\eta$ heißt „dynamische Zähigkeit" (wenn keine Verwechslung möglich ist, kurz „Zähigkeit"). Im CGS-System hat sie die Dimension $ML^{-1}T^{-1}$ und die Einheit

$$\text{dyn} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}^{-2} = \text{g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1},$$

die nach Poiseuille mit „Poise" (P) bezeichnet wird. Der hundertste Teil eines Poise heißt „Centipoise" (cPoise), der millionste Teil „Mikropoise" ($\mu$ Poise).

Im technischen Maßsystem hat die dynamische Zähigkeit die Einheit $\text{kp} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$; den Zahlenwert der dynamischen Zähigkeit im technischen Maßsystem erhält man durch Multiplikation des Zahlenwertes in Poise mit $\frac{1}{98{,}1} = 0{,}0102$.

Der Kehrwert der dynamischen Zähigkeit heißt Fluidität und wird mit dem Buchstaben $\varphi$ bezeichnet.

Der Quotient aus dynamischer Zähigkeit und Dichte $\varrho$, der bei vielen Strömungsvorgängen als maßgebender Stoffwert auftritt, heißt „kinematische Zähigkeit" und wird mit dem Buchstaben $\nu$ bezeichnet. Es ist $\nu = \eta/\varrho$. Die Einheit der kinematischen Zähigkeit im CGS-System ist $1\ \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ und führt nach Stokes den Namen „Stokes" (St). Häufig gebrauchte Unterteilungen: Centistokes (cStokes) und Millistokes (mStokes).

Im technischen Maßsystem ist die Einheit der kinematischen Zähigkeit $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; man erhält den Zahlenwert im technischen Maßsystem durch Multiplikation des Zahlenwertes in Stokes mit $10^{-4}$.

Als „relative" dynamische bzw. kinematische Zähigkeit bezeichnet man das Verhältnis der dynamischen bzw. kinematischen Zähigkeit einer Flüssigkeit zu der dynamischen bzw. kinematischen Zähigkeit einer Vergleichsflüssigkeit (z. B. Luft, Wasser, bei Lösungen spielt das Verhältnis der Zähigkeiten von Lösung zu Lösungsmittel eine Rolle).

Die Zähigkeit vieler (lyophiler) Kolloide gehorcht besonders bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten nicht dem Newtonschen Ansatz (Gl. 1), sondern ist von der Schergeschwindigkeit $\frac{\partial w}{\partial n}$ (dem Geschwindigkeitsgefälle senkrecht zur Strömungsrichtung) abhängig. Bei diesen Flüssigkeiten, die im folgenden als Nicht-Newtonsche Flüssigkeiten bezeichnet werden, kann die Zähigkeit nicht durch eine einzige Konstante gekennzeichnet werden, sondern erfordert eine komplizierte mathematische Behandlung. — Lyophile Kolloide sind stabile kolloid-disperse Systeme, bei denen eine stärkere Bindung zwischen Dispersionsmittel und dispersem Anteil besteht. Sie haben hohen osmotischen Druck und ihre Viskosität ist gegenüber dem Dispersionsmittel stark erhöht.

Reiner, Koll.-Z. **54**, 175, 1931; Naturwiss. **19**, 878, 1931; Phys. Z. **33**, 499, 1932; Physics **5**, 321 1934.

**b) Das Hagen-Poiseuillesche Gesetz.** Das experimentell von Hagen (1839) und von Poiseuille (1840) gefundene Gesetz für die laminare Strömung einer Flüssigkeit durch eine Kapillare lautet

$$\eta = \frac{\pi r^4 t}{8V} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l}. \tag{2}$$

Hierin ist $V$ das Flüssigkeitsvolum, das in der Zeit $t$ unter der Wirkung eines Druckunterschiedes $p_1 - p_2$ durch eine Röhre vom Halbmesser $r$ und der Länge $l$ strömt. Gl. (2) setzt voraus, daß der gesamte Druckunterschied $p_1 - p_2$ durch Reibung in Wärme umgesetzt wird, und daß die Strömung auf der ganzen Länge $l$ die parabolische Poiseuillesche Geschwindigkeitsverteilung besitzt.

Bei genauen Messungen muß man den Energieaufwand für die Beschleunigung der Flüssigkeit im Einlauf der Kapillare und die in der Anlaufstrecke durch die nichtparabolische Geschwindigkeitsverteilung verursachte Erhöhung der Reibungsarbeit beachten. Zweckmäßig berücksichtigt man beide Erscheinungen zusammen durch ein als „Hagenbachsche Korrektur" bekanntes Zusatzglied in der Form

$$\eta = \frac{\pi r^4 t}{8V} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l} - \frac{m\varrho V}{8\pi t l} \cdot = K\left(t - \frac{K_2}{t}\right). \tag{2a}$$

Darin ist außer den früher erwähnten Bezeichnungen $\varrho$ die Dichte der strömenden Flüssigkeit und $m$ ein empirischer Faktor, dessen Wert gleich 1,12 gesetzt werden kann.

Gl. (2) und (2a) gelten für tropfbare Flüssigkeiten; bei Gasen muß die Expansion infolge der Druckverminderung von $p_1$ auf $p_2$, ferner die Gleitung der Gase an der Wand berücksichtigt werden, die bei Flüssigkeiten auch dann gleich Null ist, wenn die Flüssigkeit die Kapillarwand nicht benetzt (Erk, Z. Phys. **79**, 111, 1932). Damit erhält man für die Gase die Formel

$$\eta = \frac{\pi r^4 t}{8 V_1 l} \cdot \frac{p_1^2 - p_2^2}{2 p_1}\left(1 + 4\frac{\zeta}{r}\right) - \frac{\varrho V_1}{8\pi t l}\left(m + \ln\frac{p_1}{p_2}\right), \tag{3}$$

worin für den „Gleitungskoeffizienten" $\zeta$ der Wert der mittleren freien Weglänge in der Kapillare eingesetzt werden kann. $V_1$ ist das Durchflußvolum beim Druck $p_1$.

## B. Beobachtungstatsachen

**a) Gase, Temperaturabhängigkeit.** Die Zähigkeit von Gasen wächst mit steigender Temperatur. Mit Hilfe der kinetischen Gastheorie hat Sutherland (Phil. Mag. [5] **36**, 507, 1893) folgende Formel für den Zusammenhang zwischen der Zähigkeit $\eta$ bei der Temperatur $T$ (° K) und der Zähigkeit $\eta_0$ bei der Temperatur $T_0$ (° K) abgeleitet:

$$\eta = \eta_0 \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}} \frac{1 + \frac{C}{T_0}}{1 + \frac{C}{T}} = B \cdot \frac{\sqrt{T}}{1 + \frac{C}{T}}. \tag{4}$$

Eingehende Untersuchungen über die Grenzen, innerhalb deren die Sutherlandsche Gleichung brauchbar ist, sowie eine neue Gleichung von allgemeiner Gültigkeit hat Trautz (Ann. Phys. [5] **11**, 190, 1931 u. **18**, 816, 1933) veröffentlicht.

Vgl. auch R. Plank, Forsch. Ing.-Wes. **4**, 1, 1933.

Für Luft sind die Konstanten der Gl. (4) in erster Näherung:

$$B \cdot 10^7 = 150{,}3; \quad C = 123{,}6 \text{ für } 273 < T < 673° \text{ K}$$

und

$$B \cdot 10^7 = 164{,}4; \quad C = 200 \quad \text{für } 673 < T < 1073° \text{ K}.$$

Normalwert für die Zähigkeit $\eta$ von Luft (760 Torr) bei 20,0° C: $\eta_{20} = 1818 \cdot 10^{-7}$ Poise.

Die Sutherlandsche Gleichung versagt bei Annäherung an den Sättigungszustand, für Wasserdampf von 1 kp/cm² konnte aber Speyerer (Forsch. Ing.-Wes. Nr. 273, Berlin 1925) die Ergebnisse seiner Messungen für den Temperaturbereich von 100 bis 350° C durch Gl. (4) mit den Konstanten $B \cdot 10^7 = 182{,}3$; $C = 673$ noch gut wiedergeben.

**b) Gase, Druckabhängigkeit.** Die Zähigkeit von Gasen ist — in Übereinstimmung mit der kinetischen Gastheorie — so lange vom Druck unabhängig, als die Abweichungen vom Gasgesetz vernachlässigt werden können. Bei Steigerung des Druckes über den kritischen Punkt beobachtete Phillips (Proc. Roy. Soc. London [A] **87**, 48, 1912) eine erhebliche Zunahme der Zähigkeit mit wachsendem Druck.

Wenn der Druck so weit erniedrigt wird, daß die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle die Größenordnung der Gefäßabmessungen (z. B. den Kapillardurchmesser) erreicht, gelten die hydrodynamischen Gesetze, besonders das Hagen-Poiseuillesche, nicht mehr. Die durch eine Kapillare strömende Gasmenge wird dann sehr viel größer als die nach dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz berechnete. Im Übergangsgebiet des verringerten Druckes kann man

unter Einführung des „Gleitungskoeffizienten" nach Gl. (3) rechnen, für sehr hohe Verdünnungen (Molekularströmung, Knudsen-Effekt) nach der Gleichung

$$V = \frac{8}{3}\sqrt{\frac{3\pi}{2}}\frac{r^3 t}{\varrho \bar{c}} \cdot \frac{dp}{dx}, \tag{5}$$

in der die Zähigkeit überhaupt nicht mehr vorkommt, $\bar{c}$ ist darin die mittlere quadratische Molekulargeschwindigkeit, $\varrho$ ist die Dichte des Gases bei Rohrwandtemperatur und dem Druck 1 dyn/cm².

Knudsen, Ann. Phys. **28**, 75, 1909; Lorentz, Vorlesungen über theoretische Physik, II. Leipzig 1928; Ebert, Z. Phys. **85**, 561, 1933. Vgl. auch Jäger, Handb. d. Phys. **9**, 1926.

Über Gasgemische vgl. Sutherland, Phil. Mag. **40**, 421, 1895; Thiesen, Verh. D. Phys. Ges. **4**, 348, 1902; Trautz, Ann. Phys. (5) **18**, 816, 1933.

**c) Flüssigkeiten, Temperaturabhängigkeit.** Die Zähigkeit von Flüssigkeiten nimmt mit steigender Temperatur sehr stark ab, weshalb eine sorgfältige Bestimmung und Konstanthaltung der Temperatur unerläßliche Bedingung für genaue Zähigkeitsmessungen ist. Die Zähigkeit von Wasser z.B. nimmt bei 20° um 2,5% je Grad Temperaturerhöhung ab. Eine allgemeingültige Formel für die Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit ist noch nicht gefunden. Andrade (Nature **125**, 309 u. 582, 1930) hat die bereits für viele Flüssigkeiten bestätigte Gleichung aufgestellt:

$$\eta = A \cdot e^{\frac{b}{T}}, \tag{6}$$

worin $A$ und $b$ empirisch zu bestimmende Konstante sind. Bei assoziierten Flüssigkeiten ist die Einführung einer dritten Konstanten erforderlich.

Häufig gebraucht werden folgende Formeln: die Formel von Slotte: $\eta = \frac{a}{(b+\vartheta)^m}$, die Formel von Vogel: $\lg \eta = a\frac{\vartheta + b}{\vartheta + c}$, die Formel von Ubbelohde-Walther für sehr zähe Flüssigkeiten (Öle): $\lg\lg(\nu + 0{,}8) = m \lg T + b$. (Dabei sind $\vartheta$ die Temperatur in ° C, $T$ die absolute Temperatur in ° K, $a$, $b$, $c$ und $m$ jeweils empirisch erhaltene Konstanten.)

**d) Flüssigkeiten, Druckabhängigkeit.** Im allgemeinen nimmt die Zähigkeit mit steigendem Druck zu, und zwar in um so höherem Maße, je komplizierter der Molekülbau der untersuchten Flüssigkeit ist. Nur bei Wasser nimmt die Zähigkeit, vermutlich infolge Assoziation, bei Temperaturen unter 30° zunächst ab, dann wieder zu nach der für 0° geltenden Gleichung:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = 1{,}000 - 0{,}1349 \cdot 10^{-3} \cdot p + 0{,}5778 \cdot 10^{-7} \cdot p^2.$$

Tammann u. Rabe, Z.Chem. **168**, 73, 1927, worin $\eta_0$ die Zähigkeit beim Druck $p_0 = 1\,\mathrm{kp/cm^2}$ ist.

Untersucht wurden Wasser, Quecksilber u. organische Flüssigkeiten von Bridgman, Proc. Phys. Soc. **41**, 341, 1929; Öle von Hersey u. Hopkins, J. appl. phys. **8**, 560, 1937; Dow, ebd. **8**, 367, 1937 u. Kießkalt, Forsch. Ing.-Wes. Nr. 291. Berlin 1927.

Über Flüssigkeitsgemische finden sich ausführliche Literaturnachweise bei Landolt-Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen.

**e) Lösungen.** In vielen Fällen besteht zwischen der auf sehr große Verdünnung extrapolierten Zähigkeit $\eta_\infty$ und der ebenso extrapolierten elektrischen Leitfähigkeit $\Lambda_\infty$ die empirisch gefundene Beziehung

$$\eta_\infty \cdot \Lambda_\infty = \text{const.} \tag{7}$$

(Bd. 2, S. 62), die theoretisch aus dem Stokesschen Fallgesetz (Gl. [10], S. 101) abgeleitet wurde.

**f) Kolloide.** Für lyophobe, verdünnte Sole mit kugelförmigen Teilchen besteht die lineare Beziehung

$$\eta = \eta_0(1 + k \cdot c_v) \tag{8}$$

zwischen der Zähigkeit $\eta$ des Sols, $\eta_0$ des Lösungsmittels und der Volumkonzentration $c_v$. Der Faktor $k$ ist eine Konstante, $\eta$ also unabhängig von der Größe der gelösten Teilchen. Weicht die Form der Teilchen von der Kugelgestalt ab, so ist die Zähigkeit nicht mehr unabhängig von der Teilchengröße, und es besteht die Möglichkeit, aus Zähigkeitsmessungen auf die Form und Größe der gelösten Teilchen (auch Makromoleküle) zu schließen. Lyophobe Kolloide sind instabile kolloid-disperse Systeme, bei denen keine merkliche Bindung des dispersen Anteils an das Dispersionsmittel zu erkennen ist. Die Stabilität wird durch gleichsinnige Ladung (Ionen) der dispersen Teilchen erhöht. Lyophobe Kolloide haben einen kleinen osmotischen Druck und eine Viskosität, die von der des Dispersionsmittels nur wenig verschieden ist.

Staudinger, Die hochmolekularen Verbindungen. Berlin 1932; Peterlin, Z. Phys. 111, 232, 1938.

Im allgemeinen befolgen Kolloide nicht mehr den Newtonschen Ansatz. Das Verhalten dieser Stoffe wird durch Abb. 40 schematisch dargestellt.

Es bezeichnet:

Kurve 1: Newtonsches oder einfach-zähes Fließen (Gültigkeit des Newtonschen Ansatzes),

Kurve 2: einfach-plastisches Fließen; Fließbeginn erst bei $\tau > \tau_0$ [Gültigkeit des Binghamschen Ansatzes

$$\tau - \tau_0 = \eta \cdot \frac{\partial w}{\partial n}, \text{ s. Gl. (1)}],$$

Kurve 3: allgemein-zähes Fließen,

Kurve 4: allgemein-plastisches Fließen.

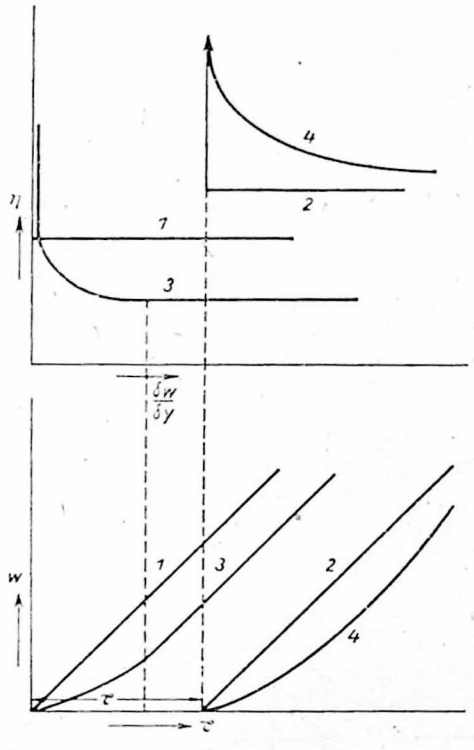



Abb. 40. Fließvorgänge bei Kolloiden

Für die Fälle 3 und 4 können keine allgemeingültigen Ansätze gegeben werden. Für bestimmte Stoffe vom Typ 3 hat sich der empirische Ansatz $\tau^m = \eta \cdot \frac{\partial w}{\partial n}$ bewährt (Ostwald, Koll.-Z. 47, 176, 1929).

Die in Abb. 40 gezeigten Kurven kennzeichnen das Verhalten, nicht den Zustand eines Stoffes. Je nach der Größe von $\tau$ kann der gleiche Stoff sich z. B. nach Kurve 1 oder 3 verhalten. Auch das Alter und die Vorbehandlung bestimmen das Verhalten vieler Kolloide. Manche Stoffe zeigen auch die Erscheinung der Thixotropie, d. h. einer reversiblen Gel-Sol-Umwandlung durch mechanische Behandlung (Rühren). Die Erstarrungszeit kann dabei beliebige Werte annehmen.

Houwink, Elastizität, Plastizität u. Struktur d. Materie. Dresden u. Leipzig 1938.

## 2. Meßverfahren und -geräte

### A. Flüssigkeiten geringer Zähigkeit

Die Gleichungen (2a) und (3) gestatten die Berechnung der Zähigkeit aus verschiedenen, der Beobachtung zugänglichen Größen.

Nur selten werden aber auf dieser Grundlage Messungen ausgeführt, z. B. Thorpe u. Rodger, Phil. Trans. (A) **185**, 397, 1894 u. **189**, 71, 1897; Erk, Forsch. Ing.-Wes. Nr. 288. Berlin 1927.

Meistens bedient man sich eines Gerätes, dessen Konstanten durch Vergleichsmessung mit einer Flüssigkeit von bekannter Zähigkeit ermittelt werden.

**a) Das Ostwaldsche Kapillarviskosimeter.** Eine einfache Ausführung dieses Instrumentes zeigt Abb. 41. Bei $A$ wird die Versuchsflüssigkeit in die Erweiterung $B$ eingefüllt. Vor der Messung saugt man sie nach $C$ hoch und läßt sie dann durch die Kapillare $K$ ausfließen, wobei man die Zeit $t$ mißt, während der der Meniskus von der Marke $m_1$ bis zur Marke $m_2$ absinkt. Da die wirksame Druckdifferenz in Gl. (2a) gleich $g\varrho h_m$ ist, wenn $h_m$ den zeitlichen Mittelwert des Abstandes zwischen der oberen und unteren freien Flüssigkeitsoberfläche bedeutet, kann man Gl. (2a) auf die Form bringen

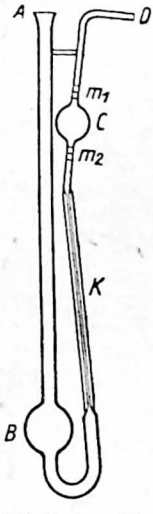


Abb. 41. Ostwaldsches Kapillarviskosimeter

$$\eta = A\varrho t - \frac{B\varrho}{t} \quad \text{bzw.} \quad \nu = At - \frac{B}{t}. \tag{9}$$

Die Konstanten $A$ und $B$ kann man durch Eichung mit einer Flüssigkeit von bekannter Zähigkeit bestimmen. Die Anwendung der Gl. (9) setzt aber voraus: 1. Der zeitliche Mittelwert $h_m$ muß bei Eichung und Messung gleich sein. Dies trifft dann zu, wenn sich in beiden Fällen das gleiche Flüssigkeitsvolum in dem Viskosimeter befindet. 2. Die Strömung muß bei Eichung und Messung laminar verlaufen. Der Übergang von der laminaren zur turbulenten Strömung ist dadurch gekennzeichnet, daß die Reynoldssche Zahl $Re$ (s. S. 56) einen bestimmten kritischen Wert $Re_k \approx 2000$ annimmt. Es empfiehlt sich aber, bei allen Zähigkeitsmessungen weit unterhalb der kritischen Zahl zu bleiben, da die Strömung mit Annäherung an das kritische Gebiet empfindlich gegen zufällige Störungen wird. 3. Das Meßvolum $V$ muß bei Eichung und Messung gleich sein. Besteht das ganze Gerät aus Glas, so ändert sich mit der Temperatur zwar das Meßvolum $V$, aber gleichzeitig ändern sich auch Radius $r$ und Länge $l$ der Kapillare. Wie man aus Gl. (2a) sieht, heben sich diese Änderungen (in erster Näherung) gegenseitig auf. Außerdem ist aber zu bedenken, daß ein Rest der Flüssigkeit an der Wandung der Erweiterung $C$ hängen bleibt, der das Ausflußvolum verkleinert. Bei Stoffen von großer Zähigkeit darf dieser Flüssigkeitsrest nicht vernachlässigt werden. Dann muß man die Flüssigkeit von $B$ aus durch einen bei $A$ angelegten Überdruck (oder einen bei $D$ angelegten Unterdruck) von unten nach oben in die unbenetzte Erweiterung $C$ hochdrücken. Die verwendeten Drücke gehen in die Rechnung ein.

**b) Abänderungen.** Für besondere Zwecke wurde das Ostwaldsche Viskosimeter mit verschiedenen Abänderungen verwendet, z. B. für leicht verdampfende Flüssigkeiten.

Findlay, Z. phys. Chem. **69**, 203, 1909; Lewis, J. Amer. Chem. Soc. **47**, 626, 1925; Titani, Bull. Chem. Soc. Japan **2**, 95, 1927; Andrade u. Spells, J. sci. instr. **9**, 316, 1932; für Metallschmelzen Sauerwald u. Töpler, Z. anorg. Chem. **157**, 117, 1926; Arndt u. Plötz, Z. phys. Chem. **121**, 439, 1926.

**c) Das Vogel-Ossag-Viskosimeter** erreicht eine konstante mittlere Druckhöhe dadurch, daß das untere Flüssigkeitsniveau mit Hilfe eines Überlaufs konstant gehalten wird. Technisch zeichnet es sich dadurch aus, daß in ein und dasselbe Grundgerät beliebig verschieden weite Meßkapillaren nacheinander eingebaut werden können (Austauschbauart). Erk, Z. techn. Phys. **8**, 595, 1928.

**d) Das Ubbelohde-Viskosimeter** unterscheidet sich vom Ostwald-Viskosimeter dadurch, daß sich eine konstante mittlere Druckhöhe mit Hilfe eines „hängenden Kugelniveaus" einstellt; es wird in sechs Kapillar-Größen hergestellt.

L. Ubbelohde, Zur Viskosimetrie, Leipzig 1944.

### B. Flüssigkeiten hoher Zähigkeit

Für sehr zähe Flüssigkeiten verwendet man zweckmäßig nicht Kapillarviskosimeter, sondern man mißt die Kraft, die zur Bewegung eines Körpers in der Flüssigkeit nötig ist, und berechnet daraus die Zähigkeit. Die Theorie dieser Viskosimeter ist noch nicht exakt gelöst, so daß man ganz auf empirische Eichung der Geräte angewiesen ist.

**a) Viskosimeter mit gleichbleibender Drehrichtung.** Man kann einen in die Versuchsflüssigkeit getauchten Zylinder durch eine bekannte Kraft (Schnurtrieb mit Gewichtsbelastung) in Drehung versetzen und aus der Drehgeschwindigkeit mit Hilfe einer Gerätekonstante die Zähigkeit berechnen.

Searle, Proc. Cambridge Phil. Soc. **16**, 600, 1912; Kämpf u. Schrenk, Koll.-Z. **51**, 165, 1930. Diese Methode wurde besonders auch zu sehr umfangreichen Untersuchungen über die Zähigkeit von Glasschmelzen verwendet (Eitel, Glastechn. Ber. **2**, 71, 1924; **3**, 275, 1925; **4**, 61, 1926).

Oder man taucht einen an einem Draht aufgehängten Zylinder in ein zylindrisches Gefäß, das die Versuchsflüssigkeit enthält und durch einen Motor in gleichmäßige Rotation versetzt wird. Man mißt die Torsion des Drahtes.

**b) Fallkörperviskosimeter.** Die Fallbewegung von Kugeln in zähen Flüssigkeiten ist eingehend untersucht worden. Stokes, Papers, Bd. 1, S. 75, Cambridge 1880; Ladenburg, Ann. Phys. **23**, 477, 1907. Ausführliche Literaturzusammenstellung s. Schiller, Handb. d. Exp.-Phys. **4**, 2, 1932.

Für überschlägige Messungen kann die Zähigkeit aus dem freien Fall einer (kleinen) Kugel vom Radius $r$ in einer (ausgedehnten) Flüssigkeit nach der unkorrigierten Stokesschen Formel berechnet werden:

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 g \frac{\varrho_1 - \varrho}{w}, \tag{10}$$

worin $w$ die Fallgeschwindigkeit der Kugel, $\varrho_1$ ihre Dichte, $\varrho$ die Dichte der Flüssigkeit und $g$ die Schwerebeschleunigung sind (Korrektionen bei Ladenburg, Ann. Phys. **22**, 287, 1907).

Auf der Stokesschen Formel beruht übrigens auch Millikans berühmte Bestimmung der Elementarladung (Bd. 2).

**c) Fallkörperviskosimeter mit Führung.** Die Bewegung eines zylindrischen Fallkörpers, der geführt in einem Glasrohr fällt, wird bei dem Viskosimeter von Lawaczeck beobachtet.

Erk, Forsch. Ing.-Wes., Nr. 288, Berlin 1927. Ähnliche Viskosimeter wurden von Kießkalt, ebd. Nr. 291, Berlin 1927 u. Bridgman, Proc. Amer. Acad. **61**, 57, 1926 zur Untersuchung der Druckabhängigkeit der Zähigkeit (bis 12 000 kp/cm²) verwendet.

Ein Viskosimeter mit recht guter Meßgenauigkeit wurde von Höppler entwickelt. In einem genau kalibrischen Glasrohr, das um 10° gegen die Vertikale geneigt ist, rollen Kugeln verschiedenen Durchmessers (für verschiedene Meßbereiche).

Höppler, Z. techn. Phys. **14**, 165, 1933.

Die Bewegung eines Schwimmkörpers in einer geneigten, zur Vermeidung labiler Zustände rotierenden Röhre bildet die Grundlage eines Mikroviskosimeters nach Madelung. Alle diese Geräte müssen empirisch geeicht werden.

### C. Gase und Dämpfe

Für die Messung der inneren Reibung von Gasen wurde häufig die bereits von Coulomb angegebene, von O.E.Meyer (1871) verbesserte Methode verwendet, die Dämpfung einer an einem dünnen Draht aufgehängten schwingenden Scheibe zu messen. Ist $\lambda$ das logarithmische Dämpfungsdekrement (s. S.71) und prüft man wie üblich das Viskosimeter mit einem Gas bekannter Zähigkeit (Luft), so gilt die Gleichung ($\lambda = \frac{\Lambda}{T_s}$, wenn $\Lambda$ das log. Dekrement der vollen Schwingung, $T_S$ die Schwingungsdauer)

$$\eta = \eta_0 \frac{\lambda - K}{\lambda_0 - K_0}, \tag{11}$$

worin der Index sich auf das Vergleichsgas bezieht und $K$ der von der Reibung der Nebenteile herrührende Anteil des Dämpfungsdekrements ist, der gesondert bestimmt werden muß. Abb. 42 zeigt ein Scheibenviskosimeter nach Vogel.

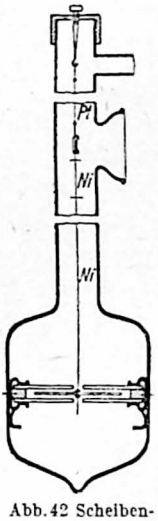


Abb. 42 Scheibenviskosimeter

Vogel, Ann. Phys. (4) **43**, 1235, 1914; auch Günther, Z. phys. Chem. **110**, 626, 1924. Zur Messung der Zähigkeit geschmolzener Salze wurde die schwingende Scheibe von Fawsitt, Proc. Roy. Soc. London (A) **80**, 290, 1908 u. Lorenz u. Höchberg, Z. anorg. Chem. **94**, 317, 1916 verwendet. Van Itterbeek und W.H.Keesom, Physica **2**, 97, 1935.

Für die Absolutbestimmung der Zähigkeit von Gasen wurde in neuerer Zeit mit Erfolg das Verfahren des schwingenden Zylinders angewendet.

Kellström, Phil. Mag. (7) **23**, 313, 1937.

Auch Kapillarviskosimeter können zur Untersuchung von Gasen verwendet werden, doch muß man dann wegen der hohen Kompressibilität der Gase den Druckabfall längs der Kapillare und ferner die Gleitung nach Gl. (3) berücksichtigen. Da die Kapillaren häufig sehr lang sein müssen, hat man sie zur Vermeidung übermäßig großer Thermostaten manchmal spiralenförmig zusammengewunden. Wegen der Krümmung der Strombahn sind dann Korrekturen erforderlich.

Partington, Phys. Z. **34**, 289, 1933.

Ausführliche Beschreibung von Viskosimetern u. Versuchsverfahren für Gase u. Dämpfe s. z. B. Schultze, Ann. Phys. (4) **5**, 140, 1901; Rankine, J. sci. instr. **1**, 105, 1924; Speyerer, Forsch. Ing.-Wes., Nr. 273, 1925; Edwards, Proc. Roy. Soc. London (A) **117**, 245, 1927.

P.J.Rigden, Nature **141**, 82, 1938; W.N.Bond, Proc. Phys. Soc. **49**, 205, 1937; J.A.Bearden, Phys. Rev. **51**, 378, 1937; G.A.Hawkins, H.L.Solberg and A.A.Potter, Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Nov. 1940, S.677; D.L.Timroth, Journ. Phys. UdSSR. **11**, 419, 1940.

### D. Verschiedene Versuchsbedingungen

**a) Kolloide.** Zur Untersuchung lyophiler Kolloide (S. 96) haben Ostwald und Auerbach ein besonderes Viskosimeter entwickelt.

Ostwald u. Auerbach, Koll.-Z. **41**, 56, 1927; W. Philippoff, Viskosität der Kolloide Dresden und Leipzig 1942.

Siehe auch: Ostwald, Koll.-Z. **47**, 176, 1929; Mark u. Fikentscher, ebd. **49**, 135, 1929; Staudinger u. Ochiai, Z. phys. Chem. **158**, 35, 1931; Eisenschitz, ebd. (A) **158**, 78, 1931; Kuhn, ebd. (A) **161**, 1, 1932; W.Philippoff, Koll.-Z. **71**, 5, 1935.

# IX. Oberflächenspannung (Kapillarkonstante)

## 1. Allgemeines

Als Oberflächenspannung $\gamma$ bezeichnet man die Kraft in Millipond (mp), mit der ein aus einer ebenen Flüssigkeitsoberfläche geschnitten gedachter Streifen von 1 mm Breite bestrebt ist, sich in seiner Längsrichtung zusammenzuziehen (praktische Maßeinheit mp/mm; über die Krafteinheit Millipond vgl. S. 5). Zur Umrechnung auf die absolute CGS-Einheit dyn/cm muß das in praktischem Maß ausgedrückte $\gamma$ mit 9,80665 multipliziert werden. Eine ältere Definition bezeichnet mit Kapillarkonstante (spez. Kohäsion) den Ausdruck $\frac{2\gamma}{\varrho}$ ($\varrho$ = Dichte der Flüssigkeit). Ist an einem Punkte einer gekrümmten Flüssigkeitsoberfläche $r_1$ kleinster und $r_2$ größter Krümmungshalbmesser, so besteht an diesem Punkte ein Krümmungsdruck $p_k$, der z. B. bei Kugelflächen ($r_1 = r_2$) nach der konkaven Seite und bei Sattelflächen (negatives Vorzeichen von $r_2$) nach der Seite des kleineren Hauptkrümmungsradius $r_1$ gerichtet ist. Nach Laplace gilt die grundlegende Beziehung

$$p_k = \gamma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right). \tag{1}$$

Zur Erzeugung einer Flüssigkeitsoberfläche von der Größe $F$ ist eine mechanische Arbeit $\gamma \cdot F$ erforderlich, die man als freie Oberflächenenergie bezeichnet. Für die molekulare Oberfläche $V^{\frac{2}{3}}$ ($V$ = Molekularvolum = Molekulargewicht/Dichte) stellt $\gamma \cdot V^{\frac{2}{3}}$ die molekulare freie Oberflächenenergie der Flüssigkeit dar. Außer dieser mechanischen Arbeit ist bei isothermer Erzeugung einer Flüssigkeitsoberfläche auch die Zufuhr einer bestimmten Wärmemenge nötig, die nach der Thermodynamik in mechanischem Maß zu $-T\frac{\partial \gamma}{\partial T} \cdot F$ berechnet wird (latente Oberflächenwärme; $T$ = abs. Temperatur). Die gesamte Oberflächenenergie einer Flüssigkeit beträgt demnach: $\left(\gamma - T \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial T}\right) F$.

Die Oberflächenspannung ist von dem Stoff abhängig, an den die Flüssigkeitsoberfläche grenzt. Genau genommen versteht man unter Oberflächenspannung einer Flüssigkeit die Spannung gegen ihren gesättigten Dampf, die sich von der gegen Luft im allgemeinen nur wenig unterscheidet. Die Oberflächenspannung an der Grenzfläche zweier verschiedener Flüssigkeiten bezeichnet man als Grenzflächenspannung. Letztere kann im allgemeinen nach denselben Methoden gemessen werden wie die Spannung gegen die „freie" Oberfläche.

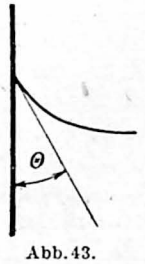


Abb. 43. Randwinkel

Eine an eine feste Wand grenzende Flüssigkeit bildet mit dieser einen bestimmten Randwinkel $\Theta$ (Abb. 43), der auch Null sein kann (vollkommene Benetzung). Der letztere Fall hat insofern besondere Bedeutung, als manche Methoden zur Bestimmung der Oberflächenspannung (z. B. die Steighöhenmethode) nur bei vollkommener Benetzung einwandfreie Werte liefern.

Geringe aus der Umgebung oder der Flüssigkeit stammende Oberflächenverunreinigungen können die Oberflächenspannung erheblich fälschen, besonders bei

Wasser und Quecksilber. Durch ständiges Erneuern der Oberfläche sucht man dem zu begegnen.

Die Oberflächenspannung sinkt mit steigender Temperatur (bei Wasser z. B. um 0,2% je Grad) und wird beim kritischen Punkt gleich Null. Nach Eötvös ist der Temperaturkoeffizient der molekularen freien Oberflächenenergie $\frac{d\left(\gamma V^{\frac{2}{3}}\right)}{dT}$ für viele Flüssigkeiten nahe gleich der Konstanten $-0{,}23$, wenn $\gamma$ in mp/mm ausgedrückt wird. Flüssigkeiten, deren Moleküle assoziiert sind (z. B. Wasser, Alkohole), weichen stark von dieser Regel ab.

Mit Parachor $P$ einer Flüssigkeit bezeichnet man den Ausdruck $P = \gamma^{\frac{1}{4}} M/(\varrho - \varrho')$, wo $M$ das Molukulargewicht, $\varrho$ und $\varrho'$ die Dichte der Flüssigkeit und des gesättigten Dampfes bedeuten. Der Parachor läßt sich für manche Verbindungen additiv auf Grund der chemischen Zusammensetzung und der Art der Bindung berechnen.

Sudgen, J. Amer. Chem. Soc. **125**, 1117, 1924.

Zusammenfassende Berichte: Pockels, Winkelmanns Handb d. Phys. **1**, 2, 1908; Gyemant, ebd. **7**, 343, 1927; Bakker, Handb. d. Exp.Phys. **6**, 1928.

## 2. Meßverfahren

### A. Statische Meßverfahren

**a) Steighöhe in engen Röhren.** Zwischen der Oberflächenspannung $\gamma$ und der vertikalen Steighöhe $h$ (mm) in einer kreiszylindrischen Kapillare vom Radius $r$ (mm), die in ein weites Gefäß mit der zu untersuchenden Flüssigkeit eintaucht, besteht bei vollkommener Benetzung (Randwinkel $\Theta = 0$) die Beziehung

$$\gamma = \frac{h \cdot r \cdot (\varrho - \varrho')}{2} \cdot \frac{g}{g_n} \text{ mp/mm} \qquad (2)$$

($\varrho$ = Dichte der Flüssigkeit; $\varrho'$ = Dichte des an die Flüssigkeit grenzenden Gases bzw. Dampfes; $g$ = Schwerebeschleunigung am Beobachtungsort in $\text{cm s}^{-2}$; $g_n$ = normale Schwerebeschleunigung = 980,665 $\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$). Man mißt den vertikalen Abstand $h_0$ von der ebenen Flüssigkeitsoberfläche bis zum tiefsten Punkt des Meniskus z. B. durch Vergleich mit einer Millimeterskala, an deren unterem Ende eine Spitze befestigt ist, die mit ihrem Spiegelbild auf der ebenen Flüssigkeitsoberfläche in optischen Kontakt gebracht wird. Mit Rücksicht auf das Meniskusvolum gilt nach Volkmann, solange $\left(\frac{r}{h_0}\right)^3$ gegen 1 verschwindet, $h = h_0 + \frac{r}{3} - 0{,}129\,\frac{r^2}{h_0}$. Der Radius $r$ der Kapillare wird nach einem auf S. 50 beschriebenen Verfahren bestimmt.

Um eine vollkommene Benetzung ($\Theta = 0$) zu erreichen, wird die Kapillare sorgfältig (z. B. mit konzentrierter Schwefelsäure, Chromsäure, Alkalilösung, Alkohol, alles frei von Fett) gereinigt, dann sofort mit der zu untersuchenden Flüssigkeit nachgespült und in diese vertikal eingesetzt. Besonders Wasser und viele wäßrige Lösungen sind schwer zu vollkommener Benetzung zu bringen; die Glassorte hat einen Einfluß hierauf. Vor einer Ablesung der Steighöhe hebt man das Rohr, so daß der Meniskus an einer Stelle liegt, die vorher längere Zeit benetzt war.

Durchbildung der Steighöhenmethode für verfeinerte Messung bei Volkmann, Wied. Ann. **53**, 663, 1894; **56**, 457, 1895. Verfahren zur Messung der zeitlichen Änderung der Oberflächenspannung bei Schmidt u. Steyer, Ann. Phys. **79**, 442, 1926. Messungen in hoher Temperatur bei Ramsay u. Shields, Z. phys. Chem. **12**, 447, 1893. Messungen an flüssigem Wasserstoff bei

Kamerlingh Onnes u. Kuypers, Proc. Amsterdam **17**, 528, 1914. Apparat zur Messung von Grenzflächenspannungen bei Mack u. Bartell, J. Amer. Chem. Soc. **54**, 936, 1932. — Man vermeidet eine genaue Dichtebestimmung, wenn man mit einem besonderen Manometer den Druck mißt, der notwendig ist, um den Meniskus bis zur ebenen Flüssigkeitsoberfläche herabzudrücken. Ein ähnliches Verfahren bei Ferguson u. Dowson, Trans. Farad. Soc. **17**, 384, 1921.

Kapillarkorrektion für manometrische Zwecke. Die Druckhöhe einer vollkommen benetzenden Flüssigkeit wird, selbst unten am Meniskus, zu hoch abgelesen. Um die äquivalente Einstellung einer ebenen Oberfläche zu erhalten, hat man von der Ablesung den Betrag $\frac{2\gamma}{r\varrho} - \frac{2\gamma r}{(6\gamma + r^2\varrho)}$ abzuziehen (gültig für Rohrweiten bis etwa 8 mm bei Wasser).

Über die Kapillardepression bei Quecksilber für 7 bis 19 mm weite Rohre vgl. Tabelle 13; für 27 bis 50 mm weite Rohre s. Stulla Götz, Phys. Z. **35**, 404, 1934. Volummessung an Hg-Menisken bei Scheel u. Heuse, Ann. Phys. **33**, 291, 1910. Berechnung von Meniskenvolumen bei Porter, Phil. Mag. **14**, 694, 1932; **17**, 511, 1934.

**b) Abreißmethode (Adhäsionswaage).** Man mißt mit einer Waage die Kraft, die vermöge der Oberflächenspannung auf einen Abreißkörper (Platte, Ring, Drahtbügel), den man aus der Flüssigkeit hochzieht, im Augenblick des Abreißens ausgeübt wird. In diesem Falle darf man bei guter Benetzung annehmen, daß die Oberflächenspannung vertikal (nach unten gerichtet) am Abreißkörper angreift und somit voll zur Geltung kommt. Kennt man noch die Länge der Berührungslinie der Flüssigkeitsoberfläche mit dem Abreißkörper, so folgt $\gamma$ als Kraft/Länge. Von wesentlichem Einfluß auf die Meßgenauigkeit ist die Form des Abreißkörpers. Die von Lenard zu besonderer Feinheit ausgebildete Bügelmethode bedient sich eines geradlinigen Drahtbügels (Abb. 44) als Abreißkörper, der einer exakten Auswertung am vorteilhaftesten zugänglich ist. In dem Drahtrahmen $ABCDE$ ist zwischen $B$ und $E$ der 0,05 bis 0,1 mm starke und 2 bis 4 cm lange Meßdraht $l$ aus Platin ausgespannt, an dem die (schräg schraffierte) Flüssigkeitshaut aus der Oberfläche $OO$ der in einem Schälchen befindlichen Flüssigkeit hochgezogen wird. Man bestimmt womöglich mit Hilfe einer empfindlichen Federwaage die kapillare Zugkraft am ersten Maximum (nach dessen Überschreiten der Bügel in die Höhe schießt) durch eine Differenzwägung mit und ohne Flüssigkeitshaut am Meßdraht $(P_1 - P_2)$ bei gleicher Eintauchtiefe, so daß das Gewicht des Bügels sowie der Auftrieb des untergetauchten Teiles herausfällt. Dann gilt auf mindestens 1% genau die Gleichung

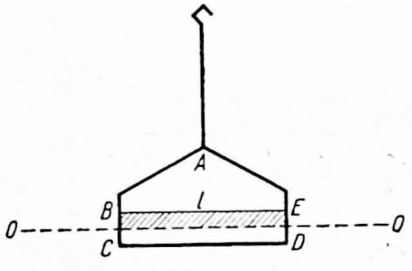


Abb. 44. Adhäsionswaage

$$\gamma = \frac{(P_1 - P_2)}{2l} - r\sqrt{2\gamma\varrho} + \frac{r^2\pi\varrho}{4} + \frac{2r\gamma}{l}\ \text{mp/mm}, \qquad (3)$$

die mit stufenweiser Annäherung benutzt werden kann und worin bedeuten: $l$ = Länge, $r$ = Radius des Meßdrahtes, $\varrho$ = Dichte der Flüssigkeit. Will man auch die Zehntelprozent mit Sicherheit erfassen, so muß noch der Einfluß der Rahmendrähte auf die Oberflächengestaltung an den Enden des Meßdrahtes berücksichtigt werden. Dies geschieht durch Verknüpfung von Messungen mit zwei Bügeln verschiedener Meßdrahtlänge $l_1$ und $l_2$ bei gleichem Rahmen- und Meß-

drahtdurchmesser. Sind $\gamma_1$ und $\gamma_2$ die nach Gl. (3) mit den beiden Bügeln gefundenen Werte, so ergibt sich der korrigierte Wert von $\gamma$ zu

$$\gamma_{\text{korr}} = \gamma_2 + \frac{(\gamma_2 - \gamma_1) l_1}{l_2 - l_1} \text{ mp/mm}. \tag{4}$$

Gute Benetzung des Meßdrahtes kann dadurch erreicht werden, daß der sorgfältig (z. B. durch Auskochen) gereinigte Bügel vor der Messung längere Zeit mit der zu untersuchenden Flüssigkeit in Berührung gebracht wird. Vollständige Benetzung erkennt man an der Perlschnur kleiner Tröpfchen, die sich nach dem Abreißen der Flüssigkeit am Meßdraht bildet, oder bisweilen auch daran, daß sich kurzzeitig ein zweites Maximum der kapillaren Zugkraft einstellt.

Einzelheiten bei Lenard, Ann. Phys. **74**, 381, 1924. Weitere Verfeinerung der Bügelmethode bei Moser, ebd. **82**, 993, 1927; Schwenker, ebd. **11**, 525, 1931. Drahtbügel und Federwaagen stellt die Firma Hartmann & Braun in Frankfurt a. M. her.

**c) Aus der Gestalt von Menisken.** Aus der Laplaceschen Gleichung (1) folgt für einen Meniskus an einer ebenen Vertikalwand streng die Beziehung

$$\gamma = \frac{h^2 \cdot (\varrho - \varrho')}{4 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \cdot \frac{g}{g_n} \text{ mp/mm}. \tag{5}$$

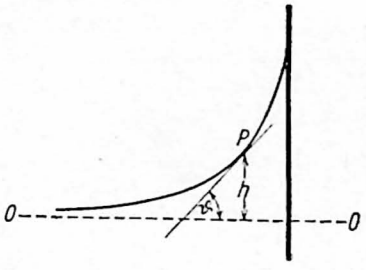


Abb. 45. Meniskus

$h$ ist der Abstand irgendeines Punktes $P$ der Flüssigkeitsoberfläche von der Niveauebene $OO$ (horizontale Oberfläche der Flüssigkeit) in mm, $\vartheta$ der Winkel, den die Tangente an diesem Punkt mit der Horizontalen bildet (Abb. 45), die Bedeutungen von $\varrho$, $\varrho'$, $g$ und $g_n$ sind unter a) bereits angegeben. Eötvös mißt den Abstand zweier am Meniskus horizontal reflektierter Lichtstrahlen sowie die Neigungswinkel an den reflektierenden Stellen und wird somit unabhängig von der unscharf begrenzten Niveauebene.

Eötvös, Wied. Ann. **27**, 448, 1886.

Die Reflexionsmethode von Eötvös ist unabhängig vom Randwinkel und kann bei der nötigen Sorgfalt zu einer Genauigkeit von wenigen Zehntelprozent (im Absolutwert von $\gamma$) ausgebildet werden.

Ausführliche Beschreibung der verfeinerten und zum Teil grundsätzlich abgeänderten Methode bei Moser, Ann. Phys. **82**, 963, 1927.

**d) Aus der Gestalt von liegenden Tropfen oder Luftblasen.** Man mißt die Höhe $h_m$ (mm) der Kuppe eines Tropfens, der auf einer ebenen Unterlage liegt und diese nicht benetzt, über einem Punkt weitester horizontaler Ausbauchung (größter Radius $r_m$). Dann gilt für unendlich große Tropfendurchmesser

$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot h_m^2 \cdot \varrho \cdot \frac{g}{g_n} \text{ mp/mm}. \tag{6}$$

Bei den gebräuchlichen Tropfengrößen kommt zur rechten Seite der Gl. (6) ein von $h_m$ und $r_m$ abhängiges Glied hinzu, das bis zu 10 % betragen kann.

Vgl. hierüber Porter, Phil. Mag. **25**, 752, 1938 und frühere Arbeiten.

Wenn man unter einer ebenen Glasplatte, die in eine Flüssigkeit eintaucht, eine Luftblase erzeugt, so kann die Oberflächenspannung der Flüssigkeit in ähnlicher Weise ermittelt werden. Kennt man außer $h_m$ noch die ganze Höhe $h'$ der Blase oder des Tropfens, so wird der Randwinkel $\Theta$ zwischen Flüssigkeit und Platte angenähert erhalten aus

$$\cos\frac{\Theta}{2} = \frac{h'}{(h_m\sqrt{2})}. \tag{7}$$

Neuere Apparaturen für $\gamma$-Messungen an Hg bei Bradley, J. Phys. Chem. **38**, 231, 1934; Brown, J. Amer. Chem. Soc. **56**, 2564, 1934. Randwinkelmessung von Hg bei Fürth, Wien. Ber. **126**, 329, 1917.

**e) Aus dem Maximaldruck in kleinen Tropfen oder Blasen.** Aus einer in die Flüssigkeit tauchenden vertikalen Kapillare mit kreisförmigem, aus einer scharfen Schneide bestehendem Rande vom Halbmesser $r$ mm werde eine Luftblase in die Flüssigkeit langsam ausgetrieben. Der dabei zum Überwinden der Oberflächenspannung nötige Überdruck im Endquerschnitt der Kapillare hat für eine bestimmte Blasengröße ein Maximum $p$ mp/mm², das bei sehr enger Röhre für die Halbkugelform auftritt, weil bei dieser die Krümmung der Blase den größten Betrag erreicht, und zwar gilt dann

$$\gamma = \frac{rp}{2}\cdot\left[1 - \frac{2r\varrho}{3p} - \frac{1}{6}\left(\frac{r\varrho}{p}\right)^2\right] \text{ mp/mm}. \tag{8}$$

Wegen der Schwere der Flüssigkeit kommt zur rechten Seite der Gl. (8) der mit wachsendem $r$ von eins sich entfernende Klammerausdruck hinzu ($\varrho$ = Dichte der zu untersuchenden Flüssigkeit). Da es sich nur um Drucke von einigen mm Quecksilber handelt, benutzt man eine leichtere Flüssigkeit (z. B. Anilin) im Manometer. Beträgt ihre Dichte $\sigma$ und ihre Druckhöhe $h$ mm, so wird $p = (\sigma \cdot h - \sigma' \cdot h') \cdot \frac{g}{g_n}$ mp/mm², wobei der als Ballast wirkende hydrostatische Druckunterschied $\sigma' \cdot h'$ zwischen der Kapillaröffnung und der Flüssigkeitsoberfläche abgezogen werden muß.

Dieses Verfahren eignet sich besonders zur Messung der Oberflächenspannung in hohen Temperaturen, wo andere Methoden größtenteils versagen.

Schrödinger, Ann. Phys. **46**, 413, 1915; J. M. Jaeger, Z. anorg. Chem. **101**, 1, 1917 (organische Flüssigkeiten und anorganische Schmelzen zwischen — 80 und 1600°); Bircumchaw, Phil. Mag. **2**, 341, 1926; Krause u. Sauerwald, Z. anorg. u. allgem. Chem. **181**, 353, 1929 (geschmolzene Metalle); Keppler, J. Soc. Glass Techn. **21**, Trans 53, 1937 (geschmolzenes Glas).

**f) Aus dem Krümmungsdruck eines Meniskus in horizontaler Kapillare.** In eine horizontal liegende Kapillare vom Halbmesser $r$ (= 0,3 bis 0,5 mm), deren linkes Ende (Abb. 46) eben geschliffen ist, werden 1 bis 2 mm³ der zu untersuchenden Flüssigkeit gebracht. Man erhöht den Druck auf der rechten Seite der Kapillare so lange, bis der linke anfangs konkave (gestrichelte) Meniskus im Mikroskop $M$ gerade eben erscheint (zugehöriger Druck $p$ mp/mm²). Man erkennt die Ebenheit an dem Verschwinden jeglicher Schattenbildung an dem von $L$ beleuchteten Meniskus. Unter der Voraussetzung voll-

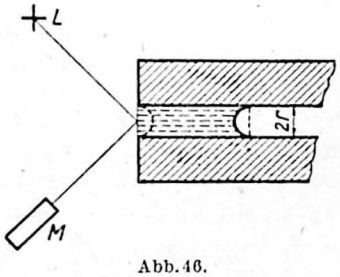


Abb. 46.
Meniskus in horizontaler Kapillare

kommener Benetzung am rechten Meniskus (vgl. Steighöhenmethode) gilt Gl. (8) ohne Klammerausdruck.

Die Methode verlangt keine Dichtebestimmung, erfordert nur sehr geringe Flüssigkeitsmengen und kann zu einer Genauigkeit von mindestens 1% ausgebildet werden.

Ferguson u. Kennedy, Proc. Phys. Soc. 44, 511, 1932.

**g) Aus dem Tropfengewicht.** Man läßt die Flüssigkeit aus einer vertikal stehenden, unten eben geschliffenen und daselbst sehr gut benetzten Kapillarröhre mit dicker Wandung sehr langsam austropfen und wiegt eine gezählte Menge von Tropfen.

Der Tropfen, den eine horizontale kreisförmige Fläche vom Halbmesser $r$ mm tragen kann, wiegt höchstens $2\pi r\gamma$ mg. Abfallende Tropfen sind stets kleiner und wiegen $\Phi r\gamma = m$ mg, wo $\Phi$ eine vom Halbmesser $r$ der Tropffläche, der Oberflächenspannung $\gamma$ und der Dichte $\varrho$ der Flüssigkeit abhängige Größe ist.

Die folgende Tabelle gibt den von Kohlrausch empirisch und theoretisch abgeleiteten Faktor $\Phi$ als Funktion von $r\sqrt{\frac{\varrho}{2\gamma}}$:

| $r\sqrt{\frac{\varrho}{2\gamma}}=$ | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Phi =$ | 4,45 | 4,24 | 4,12 | 4,03 | 3,97 | 3,90 | 3,84 | 3,80 | 3,78 | 3,80 | 3,83. |

Um die Tabelle zu benutzen, berechnet man zunächst mit einem genäherten Wert von $\Phi$ (z.B. $\Phi = 4$) $r\sqrt{\frac{\varrho\, r\, \Phi}{2m}} = r\sqrt{\frac{\varrho}{2\alpha}}$. Zu letzterem sucht man in der Tabelle $\Phi$. Wenn nötig, wiederholt man das Näherungsverfahren und erhält auf diese Weise $\gamma = \frac{m}{r \cdot \Phi}$ angenähert in der praktischen Meßeinheit.

Näheres über die Berechnung der Tropfengröße bei Rayleigh, Phil. Mag. 48, 321, 1899; Kohlrausch, ebd. 20, 798, 1906; 22, 191, 1907; Harkins u. Brown, Amer. J. Chem. Soc. 41, 499, 1919. Über d. Einfluß d. Geschwindigkeit d. Tropfenfolge auf d. Größe d. Tropfen vgl. Guye u. Perrot, Arch. de Genève 11, 225 u. 345, 1901; 15, 132, 1903. Stalagmometer nach Traube, Ber. D. Chem. Ges. 20, 2644, 1887. Metallische Tropfen, die vom unteren Ende eines bis zum Schmelzpunkt erwärmten Drahtes abfallen, können näherungsweise ebenso untersucht werden (Quincke); s. auch v. Wartenberg, Wehner u. Saran, Gött. Nachr. 2, 65, 1936 ($\gamma$ von $Al_2O_3$ bis 2050°).

### B. Dynamische Meßmethoden

**a) Oberflächenwellen.** Oberflächenwellen auf Flüssigkeiten werden teils durch die Schwere, teils durch die Oberflächenspannung fortbewegt. Bedeutet $\lambda$ die Wellenlänge in Zentimeter, $n$ die Schwingungszahl (1/s), $g$ die Schwerebeschleunigung am Beobachtungsort in cm s$^{-2}$ und $\varrho$ die Dichte der Flüssigkeit, so gilt nach W. Thomson

$$\gamma = \frac{n^2\lambda^3\varrho}{2\pi} - \frac{g\lambda^2\varrho}{4\pi^2} \text{ dyn/cm}. \tag{9}$$

Bei sehr kurzen Wellen von nur wenigen Millimeter Länge kann man das zweite der Schwere entsprechende Glied vernachlässigen.

Man bringt zwei leichte Stäbchen, die an die Enden einer Stimmgabel von bekanntem $n$ (Tonhöhe zwischen $c$ und $c^1$, vgl. Tab. 24) angeklebt sind, mit der Oberfläche der Flüssigkeit in Berührung und schlägt die Stimmgabel an. Dann bilden sich zwischen den Spitzen stehende Wellen, deren $\lambda$ (das Doppelte des Abstandes benachbarter Wellenberge) ausgemessen wird.

Grunmach, Ann. Phys. **3**, 660, 1900; **9**, 1261, 1902; **22**, 107, 1907; Verh. D. Phys. Ges. **15**, 134, 1913; Elster-Geitel-Festschrift. S. 484, Braunschweig 1915, Brown, Proc. Phys. Soc. **48**, 312 u. 323, 1936. Ein Verfahren mit fortschreitenden Wellen bei Rayleigh, Phil. Mag. **30**, 386, 1890; Ghosh, Banerji u. Datta, ebd. **1**, 1252, 1926.

**b) Schwingungen von Tropfen und Strahlen.** $\alpha$) Tropfen (Radius $r$ cm) die von einer Kapillare abfallen, führen um die Kugelgestalt Schwingungen aus, deren Schwingungsdauer $T$ (Dauer einer Grundschwingung bei rotationsellipsoidischer Deformation des Tropfens in Sekunden) mit der Oberflächenspannung $\gamma$ in folgender Beziehung steht:

$$\gamma = \frac{\pi^2 r^3 \varrho}{2 T^2} \text{ dyn/cm.} \tag{10}$$

Die Schwingungsdauer $T$ wird nach Lenard dadurch bestimmt, daß die Abstände gleicher Schwingungsphasen mit Hilfe bestimmter Lichtreflexe beobachtet und die Fallgesetze angewendet werden.

Wied. Ann. **30**, 209, 1887; Heidelb. Ber. Nr. 18, 1910; s. auch Ebeling, ebd. Nr. 9, 1915. Schwingungserregung an freischwebenden Tropfen: Boedeker, Ann. Phys. **46**, 503, 1915. Analyse schwingender Tropfen mittels Wirbelringen: Kutter, Phys. Z. **17**, 424 u. 573, 1916; ferner G. Meyer, Z. Elektroch. **22**, 5, 1916.

$\beta$) Flüssigkeitsstrahlen, die aus schwach elliptischen Rohröffnungen austreten, zeigen ähnliche Schwingungen (Anschwellungen und Einschnürungen). Zur Bestimmung von $\gamma$ kann ebenfalls G. (10) dienen, wenn ihre rechte Seite mit dem Faktor $\frac{4}{3}$ multipliziert und $r$ dem mittleren Radius der Rohröffnung gleichgesetzt wird. Die Schwingungsdauer $T$ läßt sich hier aus der Ausflußgeschwindigkeit und dem Abstand zweier Einschnürungen, der z. B. photographisch ermittelt wird, berechnen.

Über Theorie und Versuche s. Pedersen, Phil. Trans. **207**, 341, 1908; Bohr, ebd. **209**, 281, 1909; Stocker, Diss. Freiburg 1914; Z. phys. Chem. **94**, 149, 1920. Über eine Methode der Wasserglocken vgl. Buchwald u. König, Ann. Phys. **23**, 557, 1935; **26**, 659, 1936.

Die Methoden der schwingenden Tropfen und Strahlen haben den Vorzug ständig sich erneuernder Oberfläche und gänzlicher Unabhängigkeit vom Randwinkel. Auch auf die Methode der Oberflächenwellen trifft das letztere zu. Bezüglich der Meßgenauigkeit ergeben sich bei den dynamischen Methoden besondere Schwierigkeiten dadurch, daß die Messung meistens auf Stellen nahe der Erregung (z. B. Abfallrohr) angewiesen ist, wo die Flüssigkeitsbewegung z. B. durch Oberschwingungen gefälscht ist, so daß die maßgebenden hydrodynamischen Gleichungen noch nicht genügend genau darauf anwendbar sind. Nur bei schwingenden Strahlen ist es bisher gelungen, den geforderten Bedingungen so weit Rechnung zu tragen, daß diese Methode eine Genauigkeit von etwa 1% beanspruchen darf.

Vgl. auch die Kritik der Methoden zur Oberflächenspannungsmessung bei Lenard, Ann. Phys. **74**, 381, 1924.

# X. Akustik

## 1. Allgemeines

Handb. d. Phys. **8**, Akustik. Berlin 1927; Handb. d. Exp.Phys. **17**, 1, Schwingungs- u. Wellenlehre, Ultraschall: Leipzig 1934; **17**, 2, 3, Technische Akustik. Leipzig 1934; Lord Rayleigh, Theory of Sound **2**, 44, 2. Aufl. London 1896; Neudruck 1926; Deutsch von Neesen, 3. Ausg. Leipzig 1926; v. Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen, 6. Aufl. Braunschweig 1913; Kalähne, Grundzüge d. mathem.-physikal. Akustik **2**, Leipzig 1913; Pohl, Einführung in die Mechanik u. Akustik. Berlin 1938; E. Meyer, Beitrag Akustik zur Physik in regelmäßigen Berichten, 2. H. **3**, 1, 1934; 6. H. **4**, 1, 1938; Trendelenburg, Klänge und Geräusche. Berlin 1935; Einführung in die Akustik. Berlin 1939; v. Braunmühl u. Weber, Einführung in die angewandte Akustik. Leipzig 1936; Bergmann, Der Ultraschall u. seine Anwendung in Wissenschaft u. Technik, 2. Aufl. Berlin 1939; Hiedemann, Grundlagen u. Ergebnisse d. Ultraschallforschung. Berlin 1939; Hecht, Schaltschemata u. Differentialgleichungen elektrischer u. mechanischer Schwingungsgebilde. Leipzig 1939; Stenzel, Leitfaden zur Berechnung von Schallvorgängen. Leipzig 1938; Patermann, Akustisches Schrifttum, Literaturzusammenstellung, Akust. Z. **2**, 44, 207, 267, 338, 1937; **3**, 103, 159, 232, 1938; **4**, 191, 282, 1939; **5**, 152, 239, 1940. Literaturzusammenstellung auf dem Gebiete der technischen Mechanik u. Akustik, herausgegeben von Zeller; H. 1: Zeller, Wohnlärm. Berlin 1933; H. 2: Zeller, Boden- und Gebäudeschwingungen, Lärm, Fahrzeugschwingungen. Berlin 1933; H. 3: Zeller u. Boedeker, Fortsetzung von H. 2. Berlin 1934; H. 4: Tegtmeyer u. Boedeker, Allgemeine Akustik, Raumakustik. Berlin 1935; H. 5: Koch u. Boedeker, Schwingungen im Bauwesen, bei Fahrzeugen und Maschinen. Schwingungsmessung. Berlin 1936; H. 6: Zeller, Lärmabwehr. Berlin 1938. H. Hecht, Die elektroakustischen Wandler. Leipzig 1939; Lübke, Schallabwehr im Bau- u. Maschinenwesen. Berlin 1940.

**a) Schallfeldarten.** Schall, nach dem Sprachgebrauch des Physikers, umfaßt Schwingungen und Wellen eines elastischen Mittels im Frequenzbereich des menschlichen Hörens (16 bis 20000 Hz). Unterhalb dieses Frequenzbereiches gelegene mechanische Schwingungen und Wellen werden als Infraschall (z. B. Gebäudeschwingungen, Erdbebenwellen), darüber gelegene als Ultraschall (Supraschall) bezeichnet. Weiter unterscheidet man entsprechend den Mitteln, in welchen sich die Schallvorgänge abspielen, Luftschall, Körperschall (in festen Stoffen) und Wasserschall.

**b) Schallfeldgrößen.** Die wichtigsten charakteristischen Schallfeldgrößen sind der Schalldruck $p$ — der durch die Schallschwingung hervorgerufene Wechseldruck — und die Schallschnelle $v$ — die Wechselgeschwindigkeit eines schwingenden Teilchens. Mit dem Schallausschlag $a$ – der Auslenkung des schwingenden Teilchens aus der Ruhelage – ist bei sinusförmigem Schall die Schallschnelle durch die Beziehung $v = \omega \cdot a$ ($\omega$ = Kreisfrequenz) verbunden.

Die Einheit des Druckes ist das „Bar" (b), 1 b = $10^6$ dyn/cm²; 1 $\mu$b = 1 dyn/cm². Der vom Ohr im Frequenzgebiet seiner größten Schallempfindlichkeit noch eben wahrnehmbare Schalldruck ist 0,002 $\mu$b entsprechend einer Schallstärke von rund $10^{-16}$ W/cm² (s. S. 145).

Den Quotienten aus Schalldruck und Schallschnelle bezeichnet man als akustischen Widerstand je Flächeneinheit. Im allgemeinen Falle ist diese Größe komplex, da zwischen Schalldruck und Schallschnelle eine Phasendifferenz bestehen kann. Mit der Dichte des Mittels im Ruhezustand $\varrho_0$ und der Schallgeschwindigkeit $c$ ist der akustische Widerstand je Flächeneinheit durch die Beziehung $\mathfrak{Z}_{ak} = \frac{p}{v} = \varrho_0 \cdot c \cdot \cos\varphi$ verknüpft, worin $\varphi$ den zwischen Schalldruck und Schall-

schnelle bestehenden Phasenwinkel bedeutet. Liegt eine ebene fortschreitende Welle in einem homogenen Mittel vor, so wird der Winkel $\varphi$ zu Null, der akustische Widerstand je Flächeneinheit also zu $\mathfrak{Z}_{\text{ak (ebene Welle)}} = \mathfrak{Z} = \varrho_0 \cdot c$. Diese Größe wird als Schallwellenwiderstand bezeichnet.

Der Schallwellenwiderstand von Luft ist bei 20° C und 760 Torr $\mathfrak{Z} = 41{,}4\ \mu$b s/cm. Er trägt auch die Benennung „Akustisches Ohm"; der Schallwellenwiderstand von Wasser ist $\mathfrak{Z} = 142\,000\ \mu$b s/cm.

Bei Kugelwellen ist in der Nähe der Schallquelle der dann zwischen Schalldruck und Schallschnelle bestehende Winkel, der sich aus $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\lambda}{2\pi r}$ ($\lambda$ = Wellenlänge, $r$ = Entfernung des Aufpunktes vom Ursprungsort der Kugelwellen) errechnet, zu berücksichtigen. Für Entfernungen, die größer als eine Wellenlänge sind, kann auch hier $\cos\varphi$ praktisch gleich 1 gesetzt werden.

Bei der rechnerischen Behandlung von Resonatoren oder Trichtern wird häufig nicht der akustische Widerstand je Flächeneinheit, sondern der akustische Widerstand der gesamten Öffnung benutzt. Er ist gleich dem komplexen Verhältnis des Schalldrucks zum Schallfluß (Produkt aus Schallschnelle und Strömungsquerschnitt) durch diese Öffnung oder in den Größen $p$, $v$ und $F$ (Fläche der Öffnung in cm²) $\mathfrak{Z}_{\text{ak (gesamte Öffnung)}} = \frac{p}{vF}$.

Auch der mechanische Widerstand – das komplexe Verhältnis der antreibenden Kraft zur Schnelle – ist z.B. für die Berechnung der Wirkungsweise von Schallplattenschreibern, Tonabnehmern und Lautsprechersystemen eine handliche Größe. Ist $p$ der Schalldruck, $v$ die Schnelle und $F$ die Fläche, in der die Kraft angreift, wird er $\mathfrak{Z}_{\text{mech}} = \frac{p \cdot F}{v}$.

Ein seltener benutzter Begriff ist die Schallhärte – das komplexe Verhältnis des Schalldrucks zum Schallausschlag.

Berechnung und Messung von Schallwiderständen s. S. 132.

Als Schallstärke (Schallintensität) $I$ wird die in der Zeiteinheit durch den cm² hindurchtretende Schallenergie bezeichnet. Allgemein ist sie $I = \bar{p} \cdot \bar{v} \cdot \cos\varphi$ bzw. $I = \frac{\bar{p}^2}{c\varrho_0}$ ($\bar{p}$, $\bar{v}$ Effektivwerte).

Unter Schalldichte wird der zeitliche Mittelwert der räumlichen Dichte der Schallenergie verstanden, ein Begriff, der besonders bei der Behandlung des Schallfeldes stehender Wellen von Wert ist.

Da die praktisch vorkommenden Schallenergien sich um Größenordnungen unterscheiden, wird häufig das Dezibel (db) beim Vergleich zweier Schallenergien $N_1$ und $N_2$ verwendet. Man sagt dann, sie unterscheiden sich um $x = 10 \cdot \lg_{10}\frac{N_1}{N_2}$ bzw. $20 \cdot \lg_{10}\frac{p_1}{p_2}$ ($p_1$ und $p_2$ = Schalldrucke) decibel.

Seltener wird namentlich in der Fernsprechtechnik das auf dem natürlichen Logarithmus sich aufbauende Neper der Größe $x = \ln\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}\ln\frac{N_1}{N_2}$ gebraucht.

Als Schallgeschwindigkeit wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallwelle bezeichnet. Entsprechend den für homogene Mittel und kleine Amplituden gültigen nachfolgenden Formeln kann sie als eine Materialkonstante angesehen werden.

Für Gase errechnet sie sich zu $c = \sqrt{\frac{\varkappa \cdot P_0}{\varrho_0}}$,

$P_0$ = Gasdruck im Ruhezustand, $\varkappa$ = Verhältnis der spez. Wärmen, $\varrho_0$ = Dichte im Ruhezustand.

Die Formel ist unter Berücksichtigung der adiabatischen Zustandsänderung im Schallfeld erstmals von Laplace (1816) angegeben worden. Für Luft von 20° und 760 Torr ergibt sie in Übereinstimmung mit den Messungen 343 m/s.

In Flüssigkeiten gilt die Formel

$$c = \sqrt{\frac{1}{K \cdot \varrho_0}},$$

in festen Körpern

$$c = \sqrt{\frac{E}{\varrho_0}},$$

$K$ = Kompressibilität, $E$ = Elastizitätsmodul.

Im Falle sehr großer Schalldrucke, z. B. bei Explosionen, werden die Gesetze wesentlich komplizierter, u.a. tritt eine Formänderung der Welle ein (s. hierzu Thuras, Jenkins u. O'Neil, J. acoust. Soc. Amer. **6**, 173, 1935; Pfriem, Akust. Z. **6**, 222, 1941).

Die Tonhöhe, Schwingungszahl oder Frequenz eines Schalles wird in ganzen Schwingungen je Sekunde (Einheit: eine Schwingung je Sekunde = 1 Hertz, abgekürzt: Hz) angegeben. Man unterscheidet den einfachen Ton, eine Schwingung von sinusförmigem Verlauf; den einfachen Klang, ein aus harmonischen Teiltönen zusammengesetzter Schall; das Tongemisch, ein aus Tönen beliebiger Frequenzen zusammengesetzter Schall; das Klanggemisch, ein aus Klängen mit Grundtönen beliebiger Frequenzen zusammengesetzter Schall, und das Geräusch, ein Tongemisch, dem ein kontinuierliches Spektrum entspricht oder das sich aus sehr vielen Einzeltönen zusammensetzt, deren Frequenzen nicht im Verhältnis ganzer Zahlen zueinander stehen.

Nachfolgende Zahlenverhältnisse sind für die Musik von besonderer Bedeutung, da das Ohr zwei Töne, deren Schwingungszahlen in diesen Verhältnissen stehen, als charakteristische harmonische Klänge empfindet.

Einfachste Tonintervalle:

| Oktav | Quint | Quart | Große und kleine Terz | |
|---|---|---|---|---|
| 2:1 | 3:2 | 4:3 | 5:4 | 6:5 |
| $\frac{c_1}{c}$ | $\frac{g}{c}\ \frac{h}{e}\ \frac{c_1}{f}$ | $\frac{f}{c}\ \frac{g}{d}\ \frac{a}{e}\ \frac{c_1}{g}$ | $\frac{e}{c}\ \frac{a}{f}\ \frac{h}{g}$ | $\frac{g}{e}\ \frac{c_1}{a}$ |

Großer und kleiner ganzer Ton und halber Ton

| 9:8 | 10:9 | 16:15 |
|---|---|---|
| $\frac{d}{c}\ \frac{g}{f}\ \frac{h}{a}$ | $\frac{e}{d}\ \frac{a}{g}$ | $\frac{f}{e}\ \frac{c_1}{h}$ |

Relative Schwingungszahlen der reinen Dur-Tonleiter:

| $c$ | $d$ | $e$ | $f$ | $g$ | $a$ | $h$ | $c_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{9}{8}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{15}{8}$ | 2. |

Bei der temperierten (gleichschwebenden) Stimmung verhält sich jeder Ton zu dem auf ihn folgenden Halbton wie

$$\frac{1}{\sqrt[12]{2}} = \frac{1}{1{,}0595}.$$

## 2. Schallsender

### A. Die mechanische Erzeugung von Tönen und Klängen

**a) Sirene.** Ein Luftstrom wird durch einen umlaufenden Zahnkranz moduliert. Der Zahnkranz wird meist durch die ausströmende Luft wie bei einer Turbine angetrieben. Der Grundton des obertonreichen Klanges ist durch die Zahl der entstehenden Luftstöße gegeben.

Auf optisch-elektrischem Wege kann das gleiche Ergebnis erhalten werden. Ein Lichtstrahl wird von einer umlaufenden Lochscheibe unterbrochen und liefert hinter einer Photozelle einen im Rhythmus der Unterbrechung pulsierenden Wechselstrom. Verwendet man bei der mechanischen und optischen Sirene einen sinusförmig geschnittenen Blendenkranz, so können die Obertöne weitgehend vermieden werden.

Über die Wirkungsweise von Sirenen: Lübke, Z. techn. Phys. **16**, 576, 1935; Schießer, Akust. Z. **3**, 363, 1938.

**b) Schwingende Luftsäulen.** $\alpha$) Lippenpfeifen werden über einen Spalt und eine Schneide angeblasen. Ihr Klang ist verhältnismäßig obertonarm.

Ist die Pfeife beiderseitig offen oder geschlossen, so sind die entstehenden Eigentöne in erster Annäherung

$$f_{(n)} = \frac{n \cdot c}{2l}$$

($n = 1, 2, 3 \ldots$; $l$ = Rohrlänge; $c$ = Schallgeschwindigkeit)

oder, da $\lambda_{(n)} \cdot f_{(n)} = c$ ist,

$$l = \frac{n \cdot \lambda_{(n)}}{2}.$$

Für die einseitig geschlossene Pfeife gilt

$$l = m \frac{\lambda_{(m)}}{4} \qquad (m = 1, 3, 5, \ldots).$$

Ist der Durchmesser ($2r$) der Luftsäule nicht mehr klein gegenüber der Länge, so ist die Rayleighsche Mündungskorrektion anzuwenden. Als wirksame Länge ist dann die Größe $l' = l + \frac{\pi r}{2}$ in die Formeln einzusetzen.

Trendelenburg, Einführung in die Akustik. Berlin 1939, S. 55. Untersuchungen der Schwingungen in Lippenpfeifen durch Zeitlupenaufnahmen: Krüger u. Caspar, Z. techn. Phys. **17**, 416, 1936.

$\beta$) Zungenpfeifen. Hier ist das in erster Linie frequenzbestimmende Element eine kleine schwingende Metallzunge (beim Harmonium und den Zungenregistern der Orgel) oder eine Rohrzunge (bei der Klarinette, der Oboe und dem Fagott). Durch das akustische Ansatzrohr tritt eine merkliche Rückwirkung auf die Tonhöhe der Zunge ein.

Untersuchungen an der Klarinette: Aschoff, Akust. Z. **1**, 77, 1936; an Orgelpfeifen: Lottermoser, Akust. Z. **2**, 129, 1937.

$\gamma$) Galtonpfeifen stellen eine Sonderausführung der Lippenpfeifen dar. Die mikrometrisch veränderbare Luftsäule wird über eine kreisförmige Schneide angeblasen. Auf diese Weise können Töne erheblicher Intensität bis zu 15 000 Hz erzeugt werden.

Edelmannsche Ausführung: Ann. Phys. (4) **2**, 469, 1900.

$\delta$) Hartmann-Generator. Zur Erzeugung von Schallschwingungen noch höherer Frequenzen bis zu 100000 Hz eignet sich ein der Galtonpfeife ähnlicher

Generator, der von J. Hartmann beschrieben worden ist. Bei diesem Tonsender wird Luft mit Überschallgeschwindigkeit aus einer Düse, der eine Gegenplatte bestimmter Formung gegenübersteht, ausgeblasen. Infolge der plötzlichen Expansion der Luft treten Luftpendelbewegungen auf, die von sehr hoher Frequenz und außerordentlicher Intensität sein können. Die Höhe des erzeugten Tones ist abhängig von der Austrittsgeschwindigkeit der Luft aus der Düse und den Dimensionen des der Düse gegenüberstehenden Hohlraumes. Sie steht nicht wie bei den Lippenpfeifen in einfachem Zusammenhang mit den Abmessungen des Generators.

Hartmann u. v. Mathes, Akust. Z. 4, 126, 1939.

**c) Schwingende Stäbe.** Bei Erregung zu Biegeschwingungen treten zahlreiche unharmonisch zueinander liegende Eigenschwingungen auf. Will man den Grundeigenton dieser Schwingungsart bevorzugen, so ist eine Unterstützung des frei schwingenden Stabes in den Knotenpunkten notwendig. Diese liegen für die Grundschwingung etwa zwei Neuntel der Stablänge von den Stabenden entfernt. Zu besonderer Bedeutung sind transversal schwingende Quarzstäbe als Normale für hohe Frequenzen gelangt (Bd. 2, Quarzresonator).

Longitudinal schwingende Eisenstäbe werden als Normalien für hohe Hörfrequenzen benutzt. Auch als Ultraschallsender bei magnetostriktiver Anregung finden sie Verwendung (S. 115). Ihre Grundeigenschwingung errechnet sich zu

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho_0}}$$

($E$ Elastizitätskoeffizient, $\varrho_0$ Dichte im Ruhezustand). Rayleighsche Korrektion s. oben.

Trendelenburg, Einführung in die Akustik. Berlin 1939, S. 60. Kalähne, Schallerzeugung mit mechanischen Mitteln. Handb. d. Phys. **8**. Berlin 1927, S. 201.

**d) Stimmgabel.** Wegen ihrer einfachen Handhabung, Frequenzkonstanz und Obertonfreiheit ist die Stimmgabel als Frequenznormal sehr gebräuchlich. In einer Rückkopplungsschaltung (s. Bd. 2) kann sie zu Dauerschwingungen erregt werden. Befindet sich die Stimmgabel in einem Thermostaten, so kann eine weitgehende Frequenzkonstanz bis $\frac{\Delta f}{f} = \pm 10^{-7}$ erreicht werden.

Hartmann-Kempf, Ann. Phys. **13**, 124, 1904 (Einfluß der Amplitude auf Tonhöhe und Dekrement); Kielhauser, Die Stimmgabel. Leipzig 1907; Schuck, J. acoust. Soc. Amer. **10**, 119, 1938.

**e) Schwingende Saite.** Eine zur Verstärkung der Schallabstrahlung über einen akustischen Resonator ausgespannte Saite kann mit Hilfe eines Geigenbogens zum Ertönen gebracht werden (Monochord). Ihre Grundeigenschwingung $f$ ergibt sich aus der Formel

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{P}{\varrho_0}}.$$

Hierin bedeuten $l$ die Länge der Saite, $P$ die Spannung in der Saite je Querschnittseinheit und $\varrho_0$ die Dichte des Saitenmaterials.

Theorie der gezupften Saite: Brandt, Pogg. Ann. **188**, 324 (1861). Über die Tongebung von Streichinstrumenten, insbesondere von Geigen: Backhaus, Akust. Z. **1**, 179, 1936; Backhaus u. Weymann, ebd. **4**, 302, 1939; Meinel, ebd. **5**, 124, 1940. Klaviersaitenschwingungen: Lange, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **45**, 118, 150, 1935.

**f) Schwingende Membranen.** Durch Anstreichen mit einem Geigenbogen oder auch durch elektrische und magnetische Kräfte können Membranen in ihren Eigenschwingungen angeregt werden. Es ergeben sich je nach Membranform die verschiedensten sog. Chladnischen Klangfiguren mit unharmonisch zueinander liegenden Schwingungszahlen. Für eine am Rande eingespannte Kreismembran sind die Klangfiguren in Abb. 47 dargestellt. Die relativen Schwingungszahlen und in Klammern die Radien der inneren Knotenkreise sind darunter eingetragen. Man sieht, wie zu den höheren Frequenzen hin die Eigenschwingungen immer dichter aufeinanderfolgen.

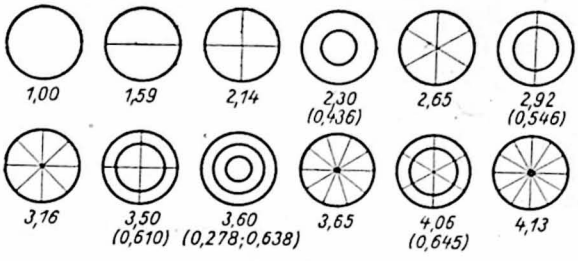



Abb. 47.
Chladnische Klangfiguren einer am Rande eingespannten Membran

Auch die Eigenschwingungen konischer Lautsprechermembranen lassen sich durch Chladnische Klangfiguren bestimmen (Benecke). Zur Vermeidung des Abrutschens des auf die Membran aufgebrachten Sandes wird die Membran in Rotation versetzt, so daß die Zentrifugalkraft gerade die Schwerkraft aufhebt. Bei sinusförmiger Erregung und stroboskopischer Betrachtung können ähnliche Klangfiguren wie bei ebenen Membranen beobachtet werden.

Kalähne, Grundzüge d. math.-phys. Akustik **2**, Leipzig 1913, S. 134; Stenzel, Leitfaden zur Berechnung von Schallvorgängen. Berlin 1939. Knotenlinienbilder an Membranen und Platten: Flügge, Techn. Phys. **13**, 199 (1932); Knotenlinien auf Geigenkörpern: Backhaus, Z. techn. Phys. **9**, 491, 1928. Biegungsschwingungen rhombischer Platten: Pawlik, Akust. Z. **2**, 161, 1937. Über asymptotisches Verhalten von erzwungenen Plattenschwingungen bei hohen Frequenzen: Schoch, Akust. Z. **2**, 113, 1937; Benecke, Z. techn. Phys. **13**, 481, 1932.

## B. Die elektromechanische Erzeugung von Tönen und Klängen

**a) Erzeugung reiner Töne** durch Lautsprecher und Fernhörer, die mit sinusförmigem Wechselstrom angetrieben werden.

Sehr zweckmäßig ist die Verwendung eines Schwebungssummers. Er liefert eine konstante Wechselspannung über den gesamten Hörbereich, und seine Frequenz kann sehr einfach mit Hilfe eines Drehkondensators geändert werden.

Auch Thermophone (S. 126) eignen sich gut zur Erzeugung reiner Töne, da dieser thermische Umsetzungsprozeß die Obertöne stark zurücktreten läßt. Zudem können diese Schallquellen sehr klein ausgestaltet werden.

Über Schwebungssummer: Tamm u. Hennecke, Z. Hochfrequenztechn. **47**, 133, 1936.

**b) Der magnetostriktive Schallsender.** Einige ferromagnetische Stoffe erleiden unter den Kräften eines Magnetfeldes eine mechanische Deformation. Diese Erscheinung wird beim magnetostriktiven Schallgeber in der Art ausgenutzt, daß z. B. ein Nickelstab durch eine den Stab umgebende, von Wechselstrom durchflossene Spule in seiner longitudinalen Eigenschwingung erregt wird. Es können so Amplituden des Stabendes $\frac{\Delta l}{l}$ ($l$ = Länge des Stabes) bis zu $10^{-4}$ erreicht werden. Zur Vermeidung einer Erregung in der ersten harmonischen Schwingung ist eine Vormagnetisierung des Stabes notwendig.

In der Wasserschalltechnik hat der Magnetostriktionssender als Ultraschallsender eine besondere Bedeutung gewonnen. In verschiedensten Formen, seltener als reiner Stabschwinger, meist als Tonpilz, d.h. als Schwinger mit räumlich getrennter Masse und Elastizität, mit Kernen, die zur Vermeidung von Wirbelstromverlusten aus dünnen Blechen zusammengestellt sind, findet er zur Echolotung, zur Feststellung von Hindernissen im Wasser, zur Nachrichtenübermittlung usw. umfangreiche Verwendung. Der meist benutzte Frequenzbereich liegt zwischen 10 bis 50000 Hz. Je höher die Frequenz gewählt wird, um so leichter läßt sich eine Richtwirkung erzielen, um so größer wird jedoch die Absorption im Seewasser.

Bergmann, Der Ultraschall. 2. Aufl. Berlin 1939; Hiedemann, Ultraschallforschung. Berlin 1939.

**c) Der piezoelektrische Schallsender.** Zur Erzeugung von Ultraschall namentlich höherer Frequenz wird fast ausschließlich der in seiner longitudinalen Eigenschwingung piezoelektrisch angeregte Quarz verwandt. (Die Verwendung von Turmalinkristallen ist wegen ihrer geringen Festigkeit trotz ihrer größeren piezoelektrischen Empfindlichkeit seltener.) Die in bestimmter Richtung zu den optischen Achsen aus dem Quarz ausgeschnittenen dünnen Kristallzylinder (Längsschwinger) oder kreisförmigen Platten (Dickenschwinger) werden zwischen zwei Elektroden (z. B. durch Zerstäubung auf den Quarz aufgebrachte Metallbelegungen) in ihrer Grundeigenschwingung oder auch in höheren (ungeraden) Eigenschwingungen erregt. Es lassen sich so Schwingungen von 0,2 bis $20 \cdot 10^6$ Hz erzeugen.

Die sich ergebende Eigenfrequenz des Dickenschwingers errechnet sich zu

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}},$$

was für Quarz mit einem Elastizitätsmodul von $E = 77{,}2 \cdot 10^{10}\,\mathrm{dyn/cm^2}$ und einer Dichte $\varrho = 2{,}65 \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$ eine Frequenz von 269,9 kHz ergibt, wenn für $l$ die Quarzdicke in cm eingesetzt wird.

Zur Anregung der Quarze sind die üblichen Hochfrequenzsenderschaltungen geeignet (Bd. 2). Größere Schalleistungen können mit sogenannten Quarzmosaiken (mehreren parallelgeschalteten Schwingern) erzeugt werden.

Piezoelektrische Systeme für Sprach- und Musikübertragung (S. 119).

Bergmann, Der Ultraschall. 2. Aufl. Berlin 1939; Hiedemann, Ultraschallforschung Berlin 1939. Über Eigenfrequenzen von Quarzstäben: Giebe u. Blechschmidt, Ann. Phys. 9, 33, 1931. Ein hohlspiegelartiger Quarzsender: J. Gruetzmacher, Z. techn. Phys. 17, 166, 1936.

**d) Erzeugung obertonreicher Klänge.** Obertonreiche Klänge können durch Verzerrung sinusförmiger Ströme in übersteuerten Verstärkern mit anschließender Differentiation (Benutzung eines Verstärkers, dessen Verstärkungsgrad mit der Frequenz ansteigt) oder durch Kippschwingungsschaltungen (Bd. 2) erzeugt werden.

Kippschwingungen können z. B. für die Nachbildung von Vokalen oder von musikalischen Klängen benutzt werden.

Kippschwingung zur Nachbildung von Vokalen: Wagner, Abhandl. d. Preuß. Akad. d. Wiss. Phys. Math. Kl. 2 (1936); Verwendung von Kippschwingungen zur Bestimmung der Sprachmelodie: Grützmacher u. Lottermoser, Akust. Z. 2, 242, 1937; 3, 183, 1938. Eine Kippschwingungsschaltung, die mit Elektronenröhren arbeitet: Hudec, Arch. Elektrot. 22, 459, 1929.

## C. Schallsender zur Wiedergabe von Sprache und Musik (Lautsprecher)

Lautsprecher haben die Aufgabe, Sprache und Musik verzerrungsfrei aus dem Elektrischen ins Akustische umzusetzen.

Diese allgemeine Aufgabe bringt außerordentliche technische Anforderungen an die Übertragungssysteme mit sich, da der zu übertragende Frequenzbereich von rund 30 bis 16 000 Hz reicht und die auftretenden Intensitäten 6 bis 10 Zehnerpotenzen umfassen.

Lichte, Elektrische Schallsender, Handb. d. Phys. **8**, 296, 1927; Stenzel, Lautsprecher: Handb. d. Exp.Phys. **17**, 2, 1, 254, 1934.

**a) Die den Lautsprecher kennzeichnenden Größen.** Das wohl wichtigste Maß für die Güte eines Lautsprechers ist seine Frequenzkurve, d.h. die bei bestimmter elektrischer Eingangsleistung erzeugte Schalleistung in Abhängigkeit von der Frequenz. Um sie zu ermitteln, muß das vom Lautsprecher abgestrahlte Schallfeld in einem gedämpften reflexionsarmen Raum oder im Freien ausgemessen werden.

Meist genügt eine Messung des Schalldruckes im Abstand von 1 m vor dem Lautsprecher in der Hauptabstrahlungsrichtung. Um richtige Werte auch für tiefe Frequenzen zu erhalten, muß jedoch die Meßentfernung groß gegenüber der Wellenlänge gewählt werden. Von wesentlicher Bedeutung für die Schallabgabe ist das Gehäuse des Lautsprechers, der Schallschirm oder der Schalltrichter. Sie sind bei der Messung grundsätzlich als zum Lautsprecher gehörig zu betrachten.

Man mißt im allgemeinen für die einzelnen Frequenzen den Schalldruck je Spannung am Lautsprechersystem, eine Größe $\ddot{u}$, die als „Übertragungsmaß" des Lautsprechers bezeichnet wird. Für einen Vergleich von Lautsprechern verschiedener innerer Widerstände miteinander sollte man deren „Übertragungsgröße"

$$\ddot{U} = \ddot{u} R_i$$

($R_i$ = Betrag des inneren Widerstandes des Lautsprechers) angeben.
Da ein Lautsprecher oft eine starke Richtwirkung besitzt, d.h. die einzelnen Frequenzen, namentlich die hohen, sehr viel stärker nach vorn als nach den Seiten oder nach hinten abstrahlt, ist die Bestimmung der Richtcharakteristik zu seiner Kennzeichnung notwendig.
Der absolute Wirkungsgrad eines Lautsprechers, das Verhältnis der ausgestrahlten Schalleistung zur aufgewendeten Wechselstromleistung kann entweder durch genaues Ausmessen des gesamten Lautsprecherschallfeldes und Integration über eine den Lautsprecher umschließende Kugeloberfläche oder einfacher nach einem Vorschlage von E. Meyer und Just im Hallraum, dessen Größe und Absorptionsdaten bekannt sind, bestimmt werden. Ähnlich wie bei der Messung des insgesamt ausgestrahlten Lichtstromes einer Lampe in der Ulbrichtschen Kugel (S. 520) wird bei diesem Verfahren der vom Lautsprecher bei einer bestimmten Erregung in einem allseits abgeschlossenen Hallraum erzeugte Schalldruck gemessen. Infolge der häufigen Reflexionen an den Hallraumwänden herrscht an allen Stellen des Raumes fast der gleiche Schalldruck. Fehler infolge stehender Wellen lassen sich durch Verwendung von Wobbeltönen, d.h. von Tönen, die in der Frequenz um einen mittleren Wert schnell schwanken, vermeiden. Ist $p$ der an einem Punkt des Raumes gemessene effektive Schalldruck in dyn/cm², $A$ die Gesamtabsorption des Raumes (S. 139), so ist die insgesamt abgestrahlte Schalleistung in $\mu$W

$$N = 6{,}1 \cdot p^2 \cdot A.$$

$A$ läßt sich aus der gemessenen Nachhallzeit $T$ (S. 139) und dem Raumvolum $V$ (in $m^3$) zu

$$A = 0{,}16 \frac{V}{T}$$

ermitteln.

Die nichtlineare Verzerrung von Lautsprechern ist im allgemeinen nicht groß, nur bei tiefen Frequenzen kommt sie in störende Größenordnungen infolge der dann großen Membranamplituden. Ein Maß für die nichtlineare Verzerrung ist der Klirrfaktor. Er ist das Verhältnis des Effektivwertes der bei sinusförmiger Erregung neu entstandenen Ober- und Untertöne zum Effektivwert der gesamten Teiltöne.

Prüfung von Lautsprechern: Mitt. D. Akust. Ausschusses, Akust. Z. 4, 65, 1939. Aufnahme der Frequenzkurve: Grützmacher u. E. Meyer, ENT 4, 203, 1927; Wirkungsgradbestimmung im Hallraum: E. Meyer u. Just, Z. techn. Phys. **10**, 309, 1929; Heimann, ENT 9, 302, 1932. Richtwirkung: Backhaus u. Trendelenburg, Z. techn. Phys. **7**, 630, 1926; Stenzel, Ann. Phys. **7**, 947, 1930. Nichtlineare Verzerrung: v. Braunmühl, Z. techn. Phys. **15**, 617, 1934. Bei elektrodyn. Lautsprechern: Reinhardt, Akust. Z. 4, 137, 1939.

**b) Lautsprecher-Antriebssysteme.** α) Das elektromagnetische Antriebssystem. Das bekannteste elektromagnetische Antriebssystem ist in Abb. 48 dargestellt. Auf einem Permanentmagneten ($M$) befinden sich 2 Polschuhe ($P$) aus Weicheisen. Sie sind vom Sprechstrom umflossen und bewirken eine Veränderung der zwischen der Eisenmembran ($E$) und dem Magneten bestehenden Anziehungskräfte. Ist die von dem permanenten Magneten hervorgerufene Anziehungskraft (Polarisationskraft) groß gegenüber den von den Sprechströmen herrührenden Kräften, so wird bei Erregung durch sinusförmigen Strom auch eine sinusförmige Bewegung der Membran gleicher Frequenz erzielt.

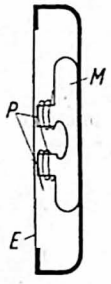


Abb. 48. Elektromagnetisches Antriebssystem

Das Antriebssystem hat sich jahrzehntelang unverändert im elektromagnetischen Fernhörer erhalten, wohl da für die Resonanzstelle der Membran der Wirkungsgrad sehr hoch getrieben und die Gesamtausführung klein und leicht gehalten werden kann. Für Lautsprecher kann es in Verbindung mit einem Trichter benutzt werden. Ein solcher Lautsprecher eignet sich jedoch nur zur Sprachwiedergabe (Kommandolautsprecher), da die tiefen Frequenzen (infolge des kleinen Hubes) und die hohen Frequenzen (infolge der Magnetisierungsverluste im Eisen) schlecht wiedergegeben werden.

Später hergestellte elektromagnetische Lautsprechersysteme, die meist eine Konusmembran in Bewegung setzen, wie Vierpolsysteme, Freischwinger usw., sind so ausgebildet, daß weitgehend ein Hauptnachteil des elektromagnetischen Systemes vermieden wird, daß nämlich die von dem Anker ausgeübte Kraft nicht proportional mit dem elektrischen Strom anwächst.

Lichte, Elektromagnetische Schallsender: Z. techn. Phys. **2**, 12, 1921; Stenzel, Lautsprecher. Handb. d. Exp. Phys. **17**, 2 I, 267, 1934. Panzerbieter, ETZ **59**, 550, 1938.

β) Das elektrodynamische Antriebssystem. Bei dem elektrodynamischen Antriebssystem befindet sich der stromdurchflossene Leiter in einem konstanten Magnetfeld. Fließen Wechselströme durch den Leiter, so werden Wechselkräfte auf ihn ausgeübt, die auf ein Membransystem übertragen werden können. Das Angreifen der Kräfte längs des Leiters, also längs einer Linie bedeutet gegenüber dem nur punktförmigen Angreifen der Antriebskraft beim elektromagnetischen Antriebssystem einen wesentlichen Vorteil.

Am stärksten hat sich das von Rice-Kellogg angegebene Antriebssystem, bei dem der Leiter als Kreisspule und der Magnet als Topfmagnet ausgebildet ist,

durchgesetzt. Abb. 49 zeigt im Querschnitt einen solchen Lautsprecher. Die Antriebsspule ($Sp$) ist unmittelbar mit der Konusmembran $K$ verbunden. Die Membran ist zur Tieflegung ihrer Grundeigenschwingungen (S. 115) am äußeren Rande durch einen Lederring ($L$) weich gefaßt. Ihre Zentrierung in dem engen Spalt des Magnetfeldes des Magneten $M$ geschieht bisweilen mit Hilfe einer federnden Befestigung, der sogenannten Spinne, in der Mitte der Membran und des Magneten.

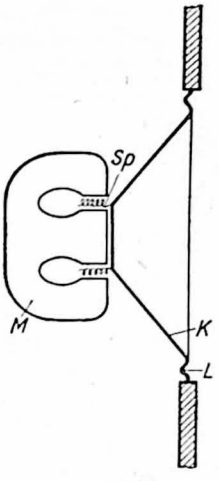


Abb. 49. Elektrodynamischer Lautsprecher

Andere elektrodynamische Lautsprecher sind der Blatthaller mit einem mäanderförmig gebogenen Leiter und der Riffel- und Faltlautsprecher mit einem einzigen geraden Leiter, der eine geriffelte oder gefaltete Membran antreibt.

Es leuchtet ein, daß der elektrodynamische Lautsprecher namentlich tiefe Frequenzen sehr gut wiedergeben kann. Das Antriebssystem läßt sich ohne Schwierigkeit so bauen, daß die Schwingspule noch Amplituden bis zu einigen Millimetern in einem homogenen Magnetfeld ausführen kann, wodurch bei Verwendung einer größeren Membran ein beträchtlicher Hub und damit eine gute Schallabgabe erreicht werden kann. Auch sind nichtlineare Verzerrungen, solange die Spule im homogenen Magnetfeld schwingt, nicht zu erwarten.

Rice u. Kellogg, J. Amer. I. E. E. **44**, 982, 1925; Blatthaller: Riegger, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **3**, 67, 1924. Faltlautsprecher: Gerlach, Telegr. u. Fernsprechtechn. **17**, 168, 1928.

$\gamma$) Das elektrostatische Antriebssystem. Bei dieser Antriebsart werden die zwischen den Belegungen eines Kondensators auftretenden Kräfte zur Bewegung der einen beweglichen Elektrode benutzt. Abb. 50 zeigt eine von Vogt angegebene Ausführung. Eine radial gespannte, kreisförmige Membran $M$ befindet sich zwischen zwei feststehenden Elektroden $P$, die durchlöchert sind, damit der Schall nach beiden Seiten abgestrahlt werden kann. Zwischen Membran und die beiden Außenelektroden ist eine hohe Gleichspannung $E$ (Polarisationsspannung) gelegt, die groß gegenüber der Sprechwechselspannung $e$ sein muß. Die gesamte auf die Membran ausgeübte Kraft ist dann in erster Annäherung

$$K = \frac{F}{2\pi d^2} Ee$$

($F$ = Fläche der Membran, $d$ = Abstand zwischen Membran und Elektrode).

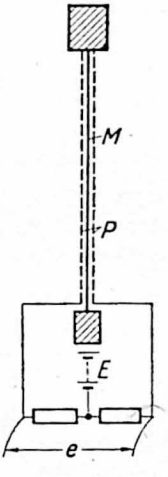


Abb. 50. Elektrostatischer Lautsprecher

Wie man sieht, wächst zwar die erregende Kraft mit kleiner werdendem Abstand zwischen Membran und Gegenelektrode. Andererseits verkleinert sich gleichzeitig der Spielraum für die schwingende Membran, so daß namentlich die Erzeugung tiefer Frequenzen Schwierigkeiten macht. Auch lassen sich bei größeren Membranamplituden nichtlineare Verzerrungen nicht ganz vermeiden.

Vogt, Z. techn. Phys. **12**, 632, 1931.

$\delta$) Das piezoelektrische Antriebssystem. Als piezoelektrisches Ausgangsmaterial wird Quarz und Seignettesalz verwendet. Häufiger ist die Verwertung von Seignettesalz (Weinsteinsaures Kalium), da es bei gleicher elektrischer Spannung eine wesentlich größere Kraft liefern kann als Quarz. Hierbei ist jedoch zu berück-

sichtigen, daß sich der Piezoeffekt bei Seignettesalz grundlegend von dem bei Quarz unterscheidet. Während beim Anlegen einer Spannung an einen Quarzwürfel, dessen Kanten parallel zu einer elektrischen Achse, zu der optischen Achse und zu der auf beiden senkrechten dritten Achse verlaufen, dieser Würfel unmittelbar eine Dilatation bzw. eine Kontraktion erleidet, tritt bei einem Seignettesalzwürfel eine Verschiebung z. B. der oben liegenden Fläche gegen die Grundfläche ein, so daß aus dem Würfel ein Rhomboid wird. Um also aus dem Seignettesalzkristall Elemente zu erhalten, die ihre Länge unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes ändern, müssen diese Elemente unter besonderem Winkel aus dem Kristall ausgeschnitten werden. Im allgemeinen werden dann zwei entgegengesetzt gepolte derartige Einzelplatten zu einer Doppelplatte zusammengeklebt, deren Oberfläche sich beim Anlegen einer Spannung an die drei Belegungen zu einer Sattelfläche verbiegt. Die Verbiegung kommt dadurch zustande, daß sich die obere Platte in der einen Diagonale auszudehnen, in der zweiten dagegen zusammenzuziehen sucht, während die untere Platte die entgegengesetzten Bewegungen ausführen will. Abb. 51 zeigt die Verwendung eines solchen Systems als Lautsprecherantriebssystem. Drei Ecken der Doppelplatte werden in einer Ebene festgehalten, während die vierte Ecke ihre Bewegungen über ein Hebelsystem einer Konusmembran überträgt. Die elektrische Wechselspannung wird hierzu den miteinander verbundenen oben und unten liegenden Belegungen einerseits und der zwischen der Platte liegenden Belegung andererseits zugeführt. Da die Seignettesalzkristalle stark hygroskopisch sind, ist für gute Isolierung gegen die umgebende Luft zu sorgen.

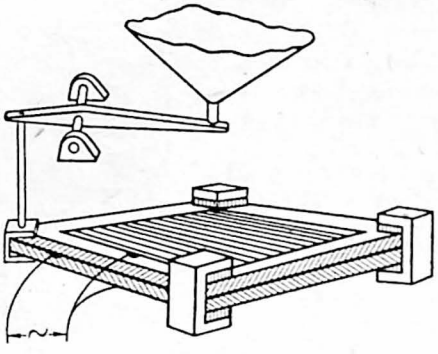


Abb. 51. Piezoelektrisches Antriebssystem

Ballantine, Proc. Inst. Rad. Eng. NY. 21, 1399 (1933).

**c) Lautsprechermembran, Schallwand und Trichter.** Vermittelt das Antriebssystem für alle Frequenzen konstante Kräfte auf die Lautsprechermembran, so ist noch keineswegs auch eine gleichmäßige Schallabstrahlung durch den Lautsprecher gewährleistet. Namentlich die Abstrahlung der tiefen Frequenzen macht große Schwierigkeiten, da der Strahlungswiderstand des Lautsprechers für diese Frequenzen sehr klein ist (s. a. S. 133). Im allgemeinen hilft man sich hier so, daß man die Grundeigenschwingung der Membran sehr tief legt und so den abfallenden Strahlungswiderstand durch diese Resonanzüberhöhung ausgleicht. Die nach hohen Frequenzen hin immer dichter aufeinanderfolgenden Membraneigenschwingungen (s. a. S. 115) bewirken dann auch für den oberen Frequenzbereich eine einigermaßen ausgeglichene Frequenzkurve. Wegen ihrer Steifigkeit in Verbindung mit einer gewissen Trichterwirkung hat sich die Konusmembran allgemein durchgesetzt.

Weiter ist zur besseren Abstrahlung der tiefen Frequenzen der Einbau der strahlenden Membran in eine Schallwand günstig. Diese vermeidet den sonst eintretenden akustischen Kurzschluß um den Rand der Membran herum. Auch der Einbau in ein Gehäuse bietet gegen diesen Kurzschluß schon eine gewisse Hilfe, wenn auch der Hohlraum des Gehäuses infolge seiner langen Einschwingzeiten neue Störungen hervorrufen kann.

Auch durch die Verwendung von Trichtern kann die Abstrahlung der tiefen Frequenzen verbessert werden, doch müssen diese Trichter möglichst die Größe der noch abzustrahlenden größten Wellenlänge besitzen, wodurch oft übermäßig große Abmessungen entstehen.

Es empfiehlt sich, zur verzerrungsfreien Wiedergabe des ganzen Sprach- und Musikbereiches (30 bis 16000 Hz) mehrere Lautsprecher zu benutzen. Da die einzelnen Lautsprecher nur ein begrenztes Frequenzgebiet wiederzugeben haben, kann die Frequenzkurve der gesamten Anlage sehr viel leichter geradlinig gemacht werden. Eine besondere Lösung des Problems ist

von Olson und Massa angegeben worden. Ihr Lautsprecher besitzt eine elektrodynamisch angetriebene Membran, die die hohen Frequenzen unmittelbar nach vorn über einen kurzen Trichter, die tiefen jedoch über einen Schachteltrichter von der Rückseite der Membran her nach vorn abstrahlt.

Einfluß der Schallwand auf die Schallabstrahlung: Buchmann, Akust. Z. 1, 169, 1936; Strahlungswiderstand von Trichterlautsprechern: Stenzel, ENT 12, 16, 1935; Olson u. Massa, J. acoust. Soc. Amer. 8, 48, 1936; Helmbold, Messung der Einschwingvorgänge von Lautsprechern, Akust. Z. 2, 256, 1937.

**d) Fernhörer (Telephon).** Der Aufbau eines Fernhörers ist insofern einfacher als der eines Lautsprechers, als hier nur in einer kleinen Druckkammer, die beim Anlegen des Fernhörers an das Ohr entsteht, ein möglichst für alle Frequenzen konstanter Schalldruck entstehen soll, alle Schwierigkeiten infolge ungleichmäßiger oder gerichteter Schallabstrahlung also fortfallen. Zudem sind die Amplituden der Membran eines Fernhörers, die einen bestimmten Schalldruck am Trommelfell hervorrufen, um Größenordnungen kleiner als die einer Lautsprechermembran, die – allerdings in einer Entfernung von einigen Metern – denselben Effekt verursachen.

Am häufigsten, namentlich im gesamten Fernsprechbetrieb, wird der elektromagnetische Fernhörer benutzt (s. S. 118 u. Abb. 48). Die Membran dieses Fernhörers hat eine Grundeigenschwingung bei 800 bis 1000 Hz. Der Fernhörer bevorzugt also diese wichtigsten Sprachfrequenzen. Oberhalb von 3000 Hz nimmt die Empfindlichkeit des Fernhörers infolge der Wirbelstromverluste im Eisen stark ab. Die Fernhörer in neueren Fernsprechapparaten vermeiden eine ausgeprägte Resonanz durch Verwendung von Leichtmetallmembranen, auf die in der Mitte eine kleine Eisenplatte aufgebracht ist. Ihre Frequenzkurve reicht fast geradlinig bis zu 4000 Hz.

Fernhörer nach dem elektrodynamischen Prinzip sind für den unteren Frequenzbereich erheblich unempfindlicher als elektromagnetische Fernhörer. Ihre Frequenzkurve läßt sich jedoch geradlinig bis zu 10000 Hz ausgestalten. Elektrostatische Hörer haben den Vorteil des sehr leichten Gewichtes, jedoch den Nachteil einer meist ungenügenden Wiedergabe der tiefen Frequenzen und eines störenden Klirrfaktors (S. 123). Sehr kleine Fernhörer, die in den Gehörgang gesteckt werden können und meist als Schwerhörigen-Fernhörer Verwendung finden, besitzen im allgemeinen elektromagnetische Antriebssysteme. Von ihnen zu unterscheiden sind die sog. Knochenfernhörer, die die Membranbewegung unmittelbar auf die Kopfknochen und so auf das Innenohr übertragen. Hier werden elektromagnetische, in neuerer Zeit in verstärktem Maße auch piezoelektrische Antriebssysteme verwendet.

Geffcken u. Heisig, Telephone, Handb. d. Exp.Phys. 17, 2, I., S. 221, 1934; Theorie des elektromagnetischen Fernhörers: Poincaré, Ecl. électr. 50, 221, 1907; Kennelly, J. electr. (Bern) 54, 224, 1922; Hahnemann u. Hecht, Phys. Z. 23, 322, 1922; Lichte, ENT 3, 183, 1926. Neuere Fernsprechtelephone: Janowsky u. Panzerbieter, Jb. elektr. Fernmeldewes. 2, 64, 1938. Elektrodynamische Telephone: Wente u. Thuras, J. acoust. Soc. Amer. 3, 44, 1931. Elektrostatische Telephone: Riegger, H., Wiss. Veröff. Siemens-Konz. 3, 78, 1923/24. Piezoelektr. Knochenfernhörer zur Bestimmung der Hörschwelle bei Knochenleitung: Békésy, Akust. Z. 4, 113, 1939.

## 3. Schallempfänger (Mikrophon)

Das Mikrophon wandelt Schallenergie in elektrische Energie um. Je nach dem Verwendungszweck des Mikrophons interessiert der Wirkungsgrad dieser Umsetzung in Abhängigkeit von der Frequenz sowie die Linearität der Umwandlung. Setzt man die an den Ausgangsklemmen des Mikrophons entstehende EMK zu dem auf die Membran einwirkenden Schalldruck in Beziehung, so spricht man vom Druckübertragungsmaß $\ddot{u}$, bezieht man dagegen die erzeugte EMK auf den Schalldruck in der fortschreitenden Welle (vor Einbringen des Mikrophons in diese Welle), so nennt man diese Größe das Feldübertragungsmaß. Will man zum

besseren Vergleich zweier Mikrophone auch die Verschiedenheit der inneren Widerstände $R_i$ berücksichtigen, empfiehlt sich die Verwendung der Übertragungsgröße $\ddot{U} = \frac{\ddot{u}}{R_i}$.

Mitt. D. Akust. Ausschusses, Akust. Z. 4, 62, 1939.

## A. Messung der charakteristischen Größen des Mikrophons.

Das Druckübertragungsmaß wird am einfachsten in der Druckkammer (S. 125) gemessen, sofern das Mikrophon eine solche Eichung zuläßt, d. h. die Druckkammer luftdicht abgeschlossen werden kann. Ist die Form des Mikrophons eine Kugel, so kann bei Kenntnis des Druckübertragungsmaßes das Feldübertragungsmaß errechnet werden (S. 130). Im anderen Falle wird das Mikrophon in ein bekanntes Schallfeld gebracht und so das Feldübertragungsmaß bestimmt. Die Kurve, die das Druck- oder Feldübertragungsmaß in Abhängigkeit von der Frequenz darstellt, wird vielfach kurz die „Frequenzkurve" des Mikrophons genannt.

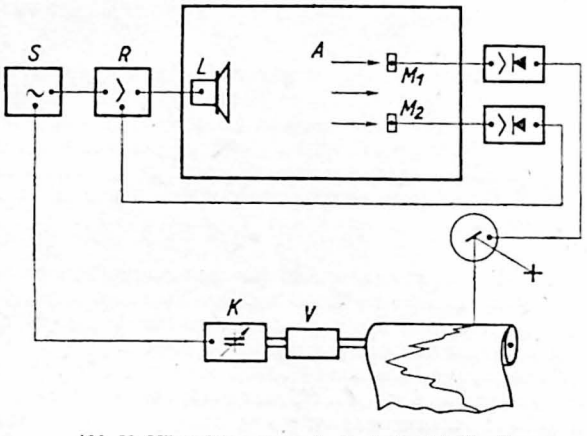



Abb. 52. Mikrophonmessung in der freien Schallwelle

Machen die Eigenschaften des Mikrophons (Nichtlinearität, schnell veränderliche Empfindlichkeit wie bei den meisten Fernsprechmikrophonen) eine schnelle fortlaufende Aufzeichnung der Frequenzkurve bei für alle Frequenzen konstantem Schalldruck notwendig, so kann eine Meßanordnung entsprechend Abb. 52 verwendet werden (Grützmacher und Just). Ein von einem Schwebungssummer $S$ betriebener Lautsprecher $L$ liefert in einem stark gedämpften akustischen Meßraum $A$ ein Schallfeld, dessen Verlauf im wesentlichen von der Frequenzkurve des Lautsprechers abhängt. Um an der Stelle des zu messenden Mikrophons $M_1$ einen konstanten Schalldruck für alle Frequenzen zu erhalten, wird ein hochwertiges Mikrophon $M_2$ neben dieses Mikrophon gebracht, dessen Frequenzkurve möglichst geradlinig verläuft. Ähnlich wie bei einer Schaltung zur Schwundregelung wirken die von dem Mikrophon $M_2$ herrührenden Spannungen so auf den Verstärker hinter dem Schwebungssummer ein, daß bei großer Empfindlichkeit des Lautsprechers der Verstärkungsgrad herunter- bzw. umgekehrt bei kleiner Empfindlichkeit heraufgeregelt wird. Am Ort des zu messenden Mikrophons entsteht so für alle Frequenzen ein konstantes Schallfeld, und bei fester Kopplung des Frequenzkondensators $K$ des Schwebungssummers mit dem Papiervorschub $V$ des Registriergerätes kann die Frequenzkurve des Mikrophons unmittelbar aufgezeichnet werden.

Lübcke, Mikrophone, Handb. d. Exp.Phys. 17, 2. I, 160, 1934. Erzeugung eines konstanten Schallfeldes: Grützmacher u. Just, ENT 8, 104, 1931; dort auch Angabe über Frequenzkurve und Nichtlinearität von Kohlemikrophonen. Schalldruckmessungen an Mikrophonen: Hartmann, ebd. 7, 100, 1930.

Die Richtcharakteristik, die für manche Verwendungszwecke des Mikrophons von großer Bedeutung ist, kann mit Hilfe der gleichen Schaltung gemessen werden. Hierzu wird das Mikrophon z. B. auf eine drehbare Scheibe gesetzt und seine Empfindlichkeit nach einer Drehung um je 10° gemessen.

Für manche Zwecke beim Tonfilm und beim Rundfunk u.a. werden Mikrophone mit einer bestimmten Richtcharakteristik gebraucht. Entweder soll nur eine, sollen zwei oder soll gar keine Richtung bevorzugt werden. Man spricht dann von einem Mikrophon mit „nierenförmiger" und „achterförmiger" Charakteristik oder von einem ungerichteten Mikrophon. Insbesondere durch Einwirkung des Schalles auch auf die Rückseite der Membran können sowohl beim elektrostatischen wie auch beim elektrodynamischen Mikrophon bestimmte Richtungen bevorzugt werden.

Gerichtete Kondensatormikrophone: Braunmühl, Akust. Z. 1, 145, 1936. Gerichtete elektrodynamische Mikrophone: Massa, J. acoust. Soc. Amer. 10, 85, 1938.

Die Nichtlinearität interessiert namentlich für Kohlemikrophone. Man kann sie messen, indem man das Mikrophon mit einem Ton bestimmter Intensität beschallt und durch Ausblenden des Grundtones in einer Brückenschaltung (Klirrfaktormeßbrücke) oder durch eine Klanganalyse den Klirrfaktor, d.h. das Verhältnis der insgesamt vorhandenen Teiltöne zum Grundton feststellt. Bei stark frequenzabhängigen Mikrophonen kann man zwei reine Töne auf das Mikrophon geben und aus der Stärke der Differenz oder Summentöne auf die Nichtlinearität schließen.

Nichtlineare Verzerrung: Braunmühl u. Weber, ETZ 54, 1068, 1933; E. Meyer u. Just, ENT 5, 398, 1928.

## B. Die Mikrophone

**a) Das Kohlemikrophon.** Das in der Fernsprechtechnik ausschließlich benutzte Mikrophon ist ein Kohlemikrophon. Bei diesem wird durch die Schalldrucke die auf eine Membran einwirken, der elektrische Widerstand einer hinter dieser Membran befindlichen mit Kohlegrieß locker gefüllten Kammer geändert und somit der durch diese Kohlekammer fließende „Speisestrom" im Rhythmus der Schallschwingungen moduliert.

Das Kohlemikrophon ist ein „Relaisempfänger", d. h. ein Schallempfänger, der nicht unmittelbar durch die Schallkräfte elektrische Energie erzeugt, sondern der relaisartig Änderungen eines Stromes hervorruft.

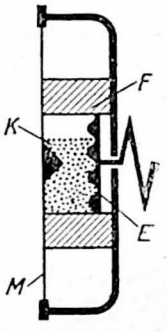


Abb. 53. Fernsprechmikrophon

Abb. 53 zeigt den grundsätzlichen Aufbau eines Fernsprechmikrophons der Deutschen Post (ZBSA 19), das noch in großem Umfange im deutschen Fernsprechnetz in Benutzung ist. Der Speisestrom fließt von der Membran aus gepreßter Kohle ($M$) durch die zu drei Viertel mit lockerem Kohlegrieß ($K$) angefüllte Kohlekammer zu einer festen mit dem Gehäuse verbundenen Kohleelektrode ($E$). Ein Filzring ($F$) verhindert das Herausfallen des Kohlepulvers und bewirkt gleichzeitig eine gewisse Dämpfung der Membran. Durch das Mikrophon fließt ein Speisestrom von 20 bis 40 mA. Trotz der zahlreichen Mängel des Kohlemikrophons, wie starke Nichtlinearität, mangelhafte Frequenzkurve und beträchtliches Eigengeräusch, ist es doch als Fernsprechmikrophon infolge seines außerordentlich hohen Wirkungsgrades noch von keinem anderen Mikrophon verdrängt worden.

Neue Fernsprechmikrophone sind zur Verbesserung der Frequenzkurve mit Leichtmetallmembranen ausgerüstet. Auch sind die Kohlekammern so eingerichtet, daß in keiner Lage des Mikrophons Stromlosigkeit eintritt.

Auch für hochwertige Schallübertragungen sind Kohlemikrophone entwickelt worden, die in der Anfangszeit des Rundfunks eine große Rolle gespielt haben. Diese Mikrophone besitzen

eine mit feinstem Kohlepulver dicht angefüllte Kohlekammer, die vom Speisestrom senkrecht zur Schallfortpflanzungsrichtung durchflossen wird. Als Membranen werden dünne Glimmerplatten verwendet. Zur Vermeidung von Erschütterungen liegt die Kohlekammer in einem Marmorblock, der gefedert aufgehängt ist. Infolge ihres Eigengeräusches und auch infolge ihrer nichtlinearen Verzerrung sind die hochwertigen Kohlemikrophone gegenüber dem Kondensatormikrophon in den Hintergrund getreten. Ihre einfache Handhabung und ihr kleiner innerer Widerstand machen sie jedoch für einfachere Übertragungsanlagen sehr geeignet.

Neuere Fernsprechmikrophone: Panzerbieter, Europ. Fernspr.-Dienst 1938, 105. Über Frequenzkurve und Nichtlinearität: Grützmacher u. Just, ENT **8**, 104, 1931.

**b) Das Kondensatormikrophon.** Das Kondensatormikrophon arbeitet in der meist benutzten „Niederfrequenzschaltung" (Abb. 54) gleichfalls als Relaisempfänger. Die Membran bildet eine bewegliche Belegung eines Kondensators, dessen Kapazität sich unter der Einwirkung von Schalldrucken im Rhythmus der Schallschwingungen ändert.

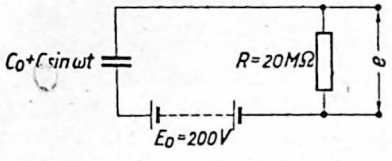



Abb. 54. Niederfrequenzschaltung des Kondensatormikrophons.

Bei Vergrößerung der Kapazität, d. h. während der Druckphase, fließt über den Widerstand $R$ ein Ladestrom in das Mikrophon, der in der Saugphase wieder zu ückfließt. An $R$ entstehen also Wechselspannungen, die den Schalldrucken proportional sind. Ist $C \sin \omega t$ die durch die Schalldrucke hervorgerufene Kapazitätsänderung, $C_0$ die Ruhekapazität und $E_0$ die angelegte Gleichspannung, so entsteht an $R$ eine Wechselspannung

$$e = R \frac{E_0 C \sin \omega t}{C_0 \sqrt{\left(\frac{1}{C_0 \omega}\right)^2 + R^2}},$$

d. h. die Wechselspannung $e$ wird u. a. um so größer, je größer die Vorspannung $E_0$ ist. Wegen des Überschlags kann diese jedoch nicht beliebig hoch gewählt werden.

Die Frequenzkurve des Kondensatormikrophons kann praktisch geradlinig für den gesamten Hörbereich gemacht werden, indem die Resonanzfrequenz der Membran über 10000 Hz gelegt wird. Über Eichung des Kondensatormikrophons s. a. S. 127. Dort ist auch in Abb. 57 eine zweite Betriebsschaltung, die sogenannte „Hochfrequenzschaltung" nach Riegger dargestellt, deren Wirkungsweise hier erklärt sei: Das Kondensatormikrophon $K$ liegt als frequenzbestimmende Kapazität in einem Hochfrequenzschwingungskreis $S_1$. Durch eine Rückkopplungsschaltung ist dieser Kreis zu Dauerschwingungen angeregt. Wirkt ein Schalldruck auf das Mikrophon ein, so ändert sich proportional dessen Kapazität und damit die Frequenz der Hochfrequenzschwingung, diese wird „frequenzmoduliert". Ein zweiter nicht selbst schwingender Kreis $S_2$ ist lose mit dem schwingenden gekoppelt. Er ist etwas gegenüber dem schwingenden Kreis verstimmt, wodurch auf einem möglichst steilen Ast der Resonanzkurve empfangen und im Rhythmus der Schallfrequenz die Amplitude in dem Empfangskreis geändert wird. Die so in eine Amplitudenmodulation umgewandelte Frequenzmodulation wird durch eine angeschlossene Röhre gleichgerichtet und in eine der Schallschwingung entsprechende Niederfrequenzspannung umgewandelt.

Kondensatormikrophon in Niederfrequenzschaltung: Wente, Phys. Rev. **10**, 39, 1917; **19**, 498, 1922; in Hochfrequenzschaltung: Riegger, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **3**, 67, 1924; Trendelenburg, ebd. **3**, 2, 43, 1924; **5**, 2, 120, 1926. Über ein Kondensatormikrophon mit festem Dielektrikum: Sell, Z. techn. Phys. **18**, 171, 1938.

**c) Das elektrodynamische Mikrophon.** Das elektrodynamische Mikrophon wandelt Schallenergie unmittelbar in elektrische Energie um. Es verwendet das „elektrodynamische Umsetzungsprinzip", d.h. die Erzeugung einer EMK bei Bewegung eines Leiters im Magnetfeld.

Dieser Leiter ist beim „Bändchenmikrophon" von Siemens & Halske eine schmale dünne Aluminiumfolie, die zwischen den beiden Polen eines starken Dauermagneten ausgespannt ist.

Bei den meisten sonst noch auf dem Markt befindlichen dynamischen Mikrophonen wird ebenso wie bei den elektrodynamischen Konuslautsprechern eine Schwingspule bewegt, die an der Mikrophonmembran befestigt ist und in den kreisförmigen Spalt eines Ringmagneten eintaucht.

Bändchenmikrophon von Siemens & Halske: Gerlach, Phys. Z. 25, 675, 1924; Hartmann, ENT 8, 289, 1931; Tauchspulenmikrophon; Wente u. Thuras, J. acoust. Soc. Amer. 3, 44, 1931.

**d) Das piezoelektrische Mikrophon.** Das piezoelektrische Mikrophon ist für die Aufnahme von Sprache und Musik erst in neuerer Zeit in größerem Umfange zur Verwendung gekommen. Seine Bauart entspricht nur zum Teil der des piezoelektrischen Lautsprechers (S. 119). An Stelle einer Doppelplatte werden meist vier Doppelplatten zu einem druckempfindlichen Element zusammengefügt und auf ein Rähmchen geklebt. Auf der zweiten Seite des Rähmchens befindet sich ein gleiches Element, so daß das ganze System auf einen allseitig wirkenden Schalldruck ansprechen kann. Zur Erhöhung der Empfindlichkeit und zur Verkleinerung des inneren Widerstandes werden häufig mehrere solcher Zellen (10 bis 20) parallelgeschaltet. Ein besonderer Vorteil des Mikrophons ist sein verhältnismäßig kleiner innerer Widerstand und die Möglichkeit, es sehr klein ausführen zu können.

Pierce, Proc. Amer. Acad. **60**, 271, 1925; Sawyer, Proc. Inst. Rad. Eng. **19**, 2020, 1931.

## 4. Messung der Schallfeldgrößen

### A. Schalldruckmessung

In einem Schallfeld ist im allgemeinen der Schallwechseldruck am leichtesten der Messung zugänglich. Namentlich in einer sogenannten Druckkammer, d.h. in einem zur Wellenlänge des verwendeten Schalles kleinen abgeschlossenen Raum, in dem noch keine Wellenvorgänge stattfinden, lassen sich die Verhältnisse gut überblicken. Der Schalldruck in einer solchen Kammer kann entweder aus der Art der Schallerzeugung bestimmter Schallquellen (Pistonphon, Thermophon, S. 126) errechnet und somit für Eichungen und allgemeinere Schallmessungen benutzt werden oder auch durch Kompensation bzw. Ersatz der Schallkräfte durch elektrische Kräfte (S. 127 ff.) bestimmt werden.

In der fortschreitenden Schallwelle wird man meist ein nach diesem Verfahren geeichtes Mikrophon verwenden und die Schalldruckänderungen berücksichtigen, die sich durch dieses Mikrophon im Schallfeld ergeben (S. 130).

**a) Berechenbarer Schalldruck in der Druckkammer.** α) Das Pistonphon. Ein elektrodynamisch oder auch rein mechanisch angetriebener Kolben (Abb. 55) erzeugt in einem abgeschlossenen Raum (Druckkammer) einen Wechseldruck $p$, der sich nach den Gasgesetzen zu

$$p = \varkappa \cdot \frac{P_0}{V_0} \cdot a \cdot F$$

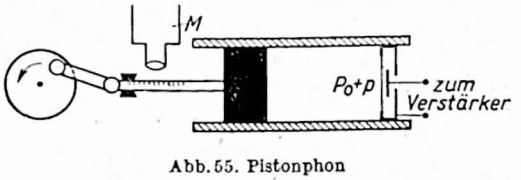



Abb. 55. Pistonphon

errechnet. Hierin bedeuten $\varkappa$ das Verhältnis der spez. Wärmen, $P_0$ den Atmosphärendruck, $V_0$ das Volum der Druckkammer im Ruhezustand, $a$ die Kolbenamplitude, die mit einem Meßmikroskop $M$ abgelesen werden kann, und $F$ die Kolbenfläche.

Bei dieser Berechnung des Druckes ist von einer adiabatischen Zustandsänderung ausgegangen. Wie Ballantine gezeigt hat, ist diese Annahme auch trotz der die Wärme ableitenden Druckkammerwände praktisch bis zu den tiefsten Hörfrequenzen zulässig.
Das Verfahren eignet sich bei mechanischem Antrieb nur für tiefe Frequenzen bis zu etwa 200 Hz.

Eichung eines Kondensatormikrophons mit dem Pistonphon: Wente, Phys. Rev. **10**, 39, 1917; **19**, 498, 1922; Ernsthausen, Akust. Z. **4**, 13, 1939. Berücksichtigung der Wärmeleitfähigkeit der Kammerwände: Ballantine, J. acoust. Soc. Amer. **3**, 319, 1932; Pfriem, Akust. Z. **5**, 103, 1940.

$\beta$) Das Thermophon. Ein dünner Leiter, der von einem Gleich- und einem Wechselstrom durchflossen wird, strahlt im Rhythmus des Wechselstromes Temperatur- und damit Dichte- bzw. Schallwellen aus. Der Gleichstrom hat hierbei die Funktion eines Polarisationsstromes, ähnlich der Polarisationsspannung beim Betrieb von Kondensatortelephonen oder der Vormagnetisierung bei elektromagnetischen Telephonen. Zur Vermeidung von Obertönen muß er groß gegenüber dem Wechselstrom sein. Als Leiter verwendet man dünne Goldfolien oder wenige tausendstel Millimeter starke Wollastondrähte. Befindet sich der Leiter in einer Druckkammer vom bekannten Volum $V_0$, so läßt sich der entstehende Schalldruck in erster Annäherung nach folgender Formel berechnen:

$$p = C \frac{R I_0 i P_0}{V_0 \omega^{\frac{3}{2}}}.$$

Hierin bedeuten $C$ eine Konstante, die eine Reihe thermischer Größen des Leiters und des umgebenden Mittels enthält, $R$ den Widerstand des Leiters, $I_0$ die Stromstärke des Gleichstroms, $i$ diejenige des Wechselstroms, $P_0$ den Atmosphärendruck und $\omega$ die Kreisfrequenz.

Wie man aus der Formel erkennt, nimmt der Wirkungsgrad der Schallerzeugung auf diesem thermischen Wege mit $\omega^{\frac{3}{2}}$ ab, das Verfahren eignet sich also schlecht für die Erzeugung von Schall hoher Frequenz.

Geffcken u. Heisig, Handb. d. Exp.Phys. **17**, 2, I, S. 247 (dort auch Berechnung der Konstante $C$). Theorie: Arnold u. Crandall, Phys. Rev. **10**, 22, 1917; Wente, Phys. Rev. **19**, 319, 1922; Ballantine, J. acoust. Soc. Amer. **3**, 329, 1932.

$\gamma$) Vermeidung der Raumresonanz bei Druckkammermessungen. Bei höheren Frequenzen können bei Messungen in der Druckkammer Fehler entstehen, die auf Eigenschwingungen des Druckkammerraumes zurückgehen. Sie können durch Füllung der Druckkammer mit Wasserstoffgas vermieden werden, da die Schallgeschwindigkeit in Wasserstoff rund viermal größer ist als in Luft und somit die tiefste Raumresonanz erst bei einer viermal höheren Frequenz eintritt. Während also in Luft die Raumresonanz einer etwa 4 cm³ großen Druckkammer bei rund 5000 Hz zu Störungen Anlaß gibt, treten diese Störungen bei Verwendung von Wasserstoff erst bei 20000 Hz ein. Von dieser Möglichkeit, den Meßbereich einer Druckkammermessung bis zu den höchsten Hörfrequenzen zu erweitern, wird bei genauen Eichungen vielfach Gebrauch gemacht. Da jedoch zur Vermeidung eines einseitigen Druckes auf die Membran auch bei Füllung mit Wasserstoff in der Druckkammer Atmosphärendruck hergestellt werden muß, ist die benötigte Apparatur verhältnismäßig umfangreich.

Hochwertige Schallmeßgeräte: J. Amer. I. E. E. **66**, 187, 1928; Hartmann u. Jacoby, ENT **12**, 163, 1935.

**b) Kompensation der Schallkräfte durch elektrische Kräfte.** $\alpha$) Elektrodynamisch. Eine leitende oder mit einem Leiter verbundene Membran $M$ (Abb. 56), die in einem homogenen Magnetfelde Schwingungen ausführen kann, wird dem zu messenden sinusförmigen Schalldruck $p$ ausgesetzt und ihre Bewegung elektrodynamisch durch einen Wechselstrom gleicher Frequenz kompensiert (Gerlach). Die Ruhelage der Membran wird akustisch über einen Hörschlauch $H$ festgestellt. Da eine vollständige Kompensation der Schallkräfte durch die elektrodynamischen Wechselkräfte nur bei um 180° verschobener Phase und einer bestimmten Stromstärke möglich ist, muß der Wechselstrom nach Betrag und Phase verändert werden können. Hierzu können die Frankesche Maschine oder andere Kompensationsschaltungen, z. B. nach Larsen, benutzt werden. Ist das Bändchen in Ruhe, so ist der einwirkende Schalldruck

$$p = \frac{H\,I}{10\,b}\ \mathrm{dyn/cm^2}$$

($H$ = Feldstärke in Örsted, $I$ = der durch das Bändchen fließende Wechselstrom in Ampere, $b$ = Breite des Bändchens in cm).

Gerlach, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **3**, 139, 1923.

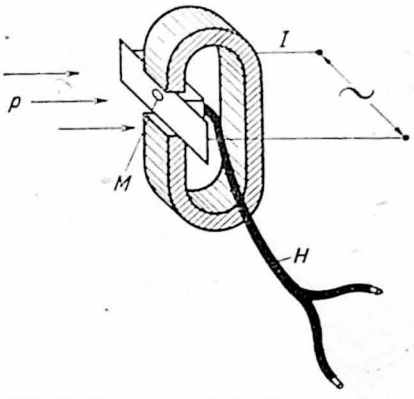



Abb. 56. Elektrodynamische Kompensation des Schalldrucks

$\beta$) Elektrostatisch. Der auf die Membran eines Kondensatormikrophons einwirkende Schalldruck wird durch elektrostatische Gegenkräfte kompensiert (E. Meyer). Eine Meßschaltung dieser Art zeigt Abb. 57. Die Membran des Kondensatormikrophons wird einerseits durch die Schallkräfte $p$ zu Schwingungen

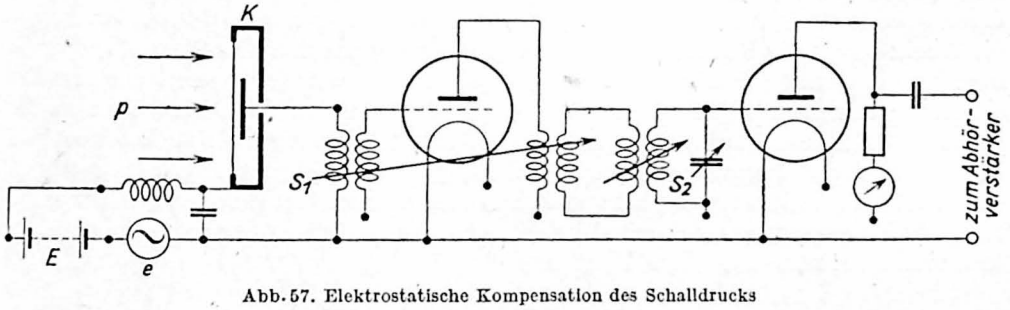



Abb. 57. Elektrostatische Kompensation des Schalldrucks

angeregt, andererseits können mit der zwischen Membran und Gegenelektrode liegenden Gleichspannung $E$ und Wechselspannung $e$ Gegenkräfte zur Wirkung gebracht werden, die die Membran wieder zur Ruhe bringen. Ebenso wie bei dem elektrodynamischen Kompensationsverfahren muß die Frequenz des Schalldruckes gleich der der Wechselspannung und ihre Phasen müssen gegeneinander um 180° verschoben sein. Die Ruhelage der Membran wird hinter einer Hochfrequenzschaltung (Wirkungsweise s. S. 129), in der das Kondensatormikrophon betrieben wird, abgehört.

In Abb. 57 liegt das Kondensatormikrophon im Gitterkreis der Schwingröhre: es kann ebenso in den Anodenkreis dieser Röhre oder in den Gitterkreis der nachfolgenden Gleichrichterröhre

gelegt werden. Bei dem Aufbau der Meßschaltung ist besonders darauf zu achten, daß hinter der Hochfrequenzschaltung nur die Bewegungsamplitude der Membran und nicht eine über den Hochfrequenzweg gelaufene Niederfrequenzspannung angezeigt wird. Als Kontrollversuch empfiehlt sich die Ausschaltung der Gleichspannung $E$, die hier die Funktion einer Polarisationsspannung hat, oder der Ersatz des Kondensatormikrophons durch eine feste Kapazität gleicher Größe. In beiden Fällen muß die Spannung hinter der Hochfrequenzschaltung auf einen Bruchteil des sonst angezeigten Wertes herunterfallen.

Im Falle der Kompensation ist der Schalldruck in dyn/cm²

$$p = \frac{KEe}{d^2},$$

worin $K$ eine Konstante $2{,}64 \cdot 10^{-6}$, $E$ die Gleich- und $e$ die Wechselspannung in Volt und $d$ den Abstand zwischen Membran und Gegenelektrode in cm bedeuten. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Gegenelektrode ebenso groß ist wie der schwingungsfähige Teil der Membran.

Die Bestimmung des Abstandes der Membran von der Gegenelektrode ist bei den kleinen Abständen nicht immer einfach. Zur genauen Feststellung der absoluten Größe des Schalldruckes $p$ eignet sich daher besser die Kompensation eines Gleichdruckes durch eine Gleichspannung (E. Meyer). Auf die Membran des Meßmikrophons (Abb. 58) wirkt der Unterdruck $P_0$ ein, der eine bestimmte Ausbiegung der Membran von der Gegenelektrode fort zur Folge hat. Der Unterdruck wird in der Größenordnung von einigen 100 dyn/cm² unter Atmosphärendruck von einer Drucklibelle erzeugt und an einer zweiten Libelle, z. B. nach Toepler (S. 45), abgelesen. Mit Hilfe einer Gleichspannung $E_0$ die auf einen bestimmten Wert eingeregelt werden kann, wird die Ausbiegung der Membran wieder rückgängig gemacht. Die Veränderung der Membranlage und ihre Zurückführung in die Anfangsstellung wird aus der Frequenzänderung eines Schwingungskreises ersehen, in den das Mikrophon als frequenzbestimmende Kapazität eingeschaltet ist. Hierzu eignet sich besonders die Rieggersche Hochfrequenzschaltung (Abb. 57), bei der die Kapazitätsänderung als eine Tonhöhenänderung abgehört und ihr Betrag durch Vergleich mit einer festen 1000-Hz-Frequenz ermittelt wird. Nach Abgleich auf die Ausgangskapazität des Mikrophons erhält man einen Faktor

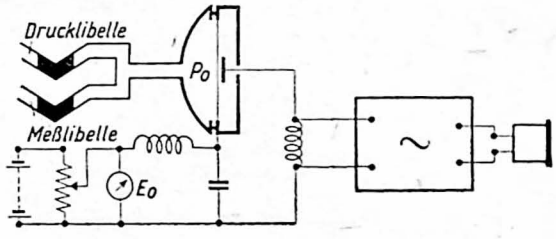


Abb. 58. Elektrostatische Kompensation eines Gleichdrucks

$$k = \frac{P_0}{E_0^2},$$

der, an Stelle von $\frac{K}{d^2}$ in die obenstehende Gleichung für den Schalldruck eingeführt, die absoluten Zahlenwerte für den Schalldruck $p$ liefert.

E. Meyer, ENT 4, 86, 1927; Hartmann u. Jacoby, ebd. 12, 163, 1935; Panzerbieter, ETZ 58, 443, 1937.

$\gamma$) Elektromagnetisch. Der Schalldruck wirkt auf eine Eisenmembran ein, deren Bewegung elektromagnetisch kompensiert wird (Tischner). Die Ruhelage der Membran wird mit einem hinter der Membran befindlichen Kohlemikrophon abgehört. Das Verfahren eignet sich für Untersuchungen im Bereich von 0 bis etwa 3000 Hz, da es in diesem Frequenzgebiet besonders empfindlich ist.

Benötigt man ein sehr kleines Meßgerät, so kann man nach Geffcken die Bewegung der Fernhörermembran (Siemens-Ohrsprecher) elektrostatisch kompensieren und so zu einem Meßmikrophon von nur 1 cm Durchmesser gelangen.

Tischner, ENT **7**, 192, 1930; Geffcken, ebd. **10**, 39, 1933.

**c) Ersatz der Schallkräfte durch elektrische Kräfte.** Die im vorangehenden Abschnitt beschriebene Schalldruckmessung durch Kompensation der Schallkräfte bedingt für jede Frequenz eine neue Einstellung der Kompensation nach Betrag und Phase. Bei Messungen in einem weiteren Frequenzbereich ist diese punktweise Messung zeitraubend und es empfiehlt sich, zumal wenn keine absolute Druckangabe benötigt wird, sondern nur die Frequenzkurve des Meßmikrophons bestimmt werden soll, der Ersatz der Schallkräfte durch elektrische Kräfte nach den folgenden Verfahren:

α) Mit Kondensatormikrophon in Hochfrequenzschaltung. Die in Abb. 57 dargestellte Schaltung kann unmittelbar zu dieser Messung benutzt werden. Der Schalldruck $p$ fällt fort; $e$ wird die Wechselspannung eines Schwebungssummers, und an Stelle des Abhörverstärkers tritt ein Rohrvoltmeter oder ein Registriergerät. Da $e$ über ein weites Frequenzband konstant ist, wirken auf die Membran Kräfte ein, die als Ersatz von Schallkräften gelten können, deren Stärke für alle Frequenzen konstant ist. Die Anzeige des Rohrvoltmeters ist also für jede Frequenz unmittelbar ein Maß für die bei einem bestimmten Schalldruck entstehende Wechselspannung.

Grützmacher u. E. Meyer, ENT **4**, 203, 1927.

β) Mit Kondensatormikrophon und Hilfselektrode (Grützmacher u. Meyer). Zwischen Membran und durchlöcherte Hilfselektrode $H$, die in geringem Abstand vor der Membran befestigt ist, wird eine Gleichspannung $E$ (Polarisationsspannung) und eine Wechselspannung $e$ angelegt ($E > e$) (Abb. 59). Ist $e$ wieder die Ausgangsspannung eines Schwebungssummers, so wirken als Ersatz der Schallkräfte auf die Membran für alle Frequenzen konstante elektrische Kräfte ein, und die am Rohrvoltmeter abgelesene Spannung gibt unmittelbar ein Maß für das Übertragungsmaß des Meßmikrophons. Die Hilfselektrode kann entweder fest vor der Membran angebracht sein oder für die Messung eingesetzt werden. Damit durch sie keine Veränderung der Schwingungseigenschaften der Membran eintritt, muß der Abstand zwischen Hilfselektrode und Membran rund fünf- bis zehnmal größer sein als der Abstand zwischen Membran und Gegenelektrode.

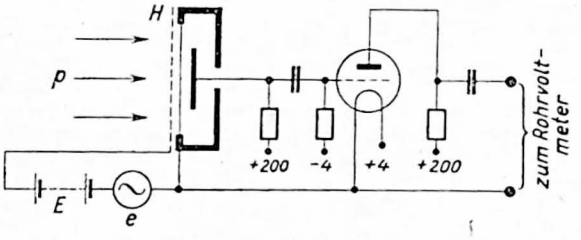



Abb. 59. Ersatz der Schallkräfte durch elektrische Kräfte unter Verwendung einer Hilfselektrode

Die Schaltung kann auch zur Kompensation der Schallkräfte benutzt werden. Dann muß für einzelne Frequenzen die Amplituden- und Phasenkompensation durchgeführt und am Rohrvoltmeter auf Nullausschlag eingestellt werden.

Grützmacher u. Just, ENT **8**, 104, 1931. Vergleich elektrostatischer Eichung mit Thermophoneichung: Sivian, Bell. Syst. techn. J. **10**, 100, 1931.

**d) Schalldruckmessungen in der freien Welle; Schallfeldverzerrung durch das Meßmikrophon.** Für Messungen des Schalldruckes in der fortschreitenden Schallwelle eignen sich alle hinreichend in ihren Eigenschaften konstanten kleinen Druckempfänger, deren Frequenzkurve nach einem der oben beschriebenen Eichverfahren gemessen worden ist. Im allgemeinen wird man als Meßmikrophon ein Kondensatormikrophon wählen, da dieses klein genug gebaut werden kann und seine Frequenzkurve meist bis zu den höchsten Frequenzen geradlinig verläuft. Nach Einbringen des Meßmikrophons in das zu untersuchende Schallfeld entspricht der Druck vor der Membran des Mikrophons nicht mehr für alle Frequenzen dem Druck, der sich im ungestörten Feld an der Stelle des Mikrophons einstellen würde. Im allgemeinen ist diese Schallfeldverzerrung zu vernachlässigen, solange die Dimensionen des Meßmikrophons klein gegenüber der Wellenlänge des Schalles sind. Ist dagegen umgekehrt die Wellenlänge klein gegenüber den Abmessungen des Mikrophons, so tritt an der Membran eine vollkommene Reflektion ein, und der Druck vor der Membran steigt auf den doppelten Wert gegenüber dem Druck in der ungestörten Welle. Ein kleines Meßmikrophon mit einem Durchmesser der Membranfläche von etwa 1,5 cm wird also bis rund 3000 Hz praktisch den Druck in der freien Welle angeben; bei höheren Frequenzen muß jedoch auch hier die sich durch Stauung vor dem Mikrophon ergebende Schalldruckerhöhung berücksichtigt werden. Für kugelförmige Schallempfänger hat Ballantine die Schalldruckerhöhung berechnet. In der Abb. 60 sind seine Werte für verschiedene Kugeldurchmesser dargestellt. Auch für die Schallfeldverzerrung nicht kugeliger Mikrophone sind von Ballantine Angaben gemacht worden.

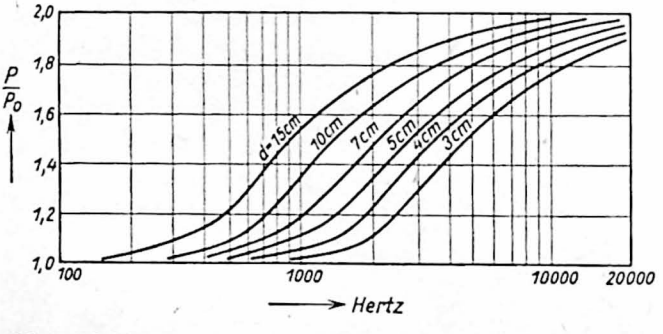



Abb. 60. Schalldruckerhöhung bei kugelförmigen Schallempfängern vom Durchmesser $d$; $P$ Druck vor dem Kugelmikrophon, $P_0$ Druck in der freien Welle

Insbesondere ist bei Messungen mit Kondensatormikrophonen, deren Membran nicht eben mit der Mikrophonfassung abschließt, größte Vorsicht zu wahren. Schon der kleinste Hohlraum vor der Membran wirkt als Resonator, der zwar als offener Resonator stark gedämpft ist, für seine Resonanzfrequenz jedoch noch Druckerhöhungen vom drei- bis fünffachen Wert des Schalldruckes in der freien Welle hervorrufen kann (Aldridge). Auch haben neue Messungen gezeigt, daß, selbst wenn die Membran ganz vorn in gleicher Ebene wie die Fassung liegt, Schalldruckerhöhungen über den Faktor 2 hinaus auftreten können, wenn die Wellenlänge des Schalles in die Größenordnung des Mikrophondurchmessers kommt (Müller, Black und Davis).

Hartmann, ENT 7, 100, 1930; Ballantine, J. acoust. Soc. Amer. 3, 319, 1932; Aldridge, Post Office electr. Eng. J. 21, 223, 1928; G. G. Müller, Black u. Davis, J. acoust. Soc. Amer. 10, 6, 1938.

## B. Messung der Schallschnelle (Rayleighsche Scheibe)

Die für akustische Messungen schon seit 1882 in großem Umfange benutzte Rayleighsche Scheibe ist ein sehr einfaches Meßgerät. Eine kleine, möglichst leichte Scheibe ist an einem dünnen Quarz- oder Wollastonfaden unter einem Winkel von

45° gegen die Schallfortpflanzungsrichtung im Schallfeld aufgehängt (Abb. 61). Unter Einwirkung der Teilchenbewegung sucht sich die Scheibe senkrecht zur Schallfortpflanzungsrichtung einzustellen. Für nicht zu große Winkelausschläge ist die Ablenkung proportional dem Quadrat der Schallschnelle. Auch im Geschwindigkeitsbauch einer stehenden Welle bewirken die beiden aus entgegengesetzten Richtungen eintreffenden Wellen eine Addition der Drehkräfte, so daß entsprechend der doppelten Schalldichte gegenüber der Schalldichte in der einfachen fortschreitenden Welle eine verdoppelte Ablenkung des Scheibchens beobachtet wird. Im Druckbauch einer stehenden Welle dagegen wird der Ausschlag zu Null. Die Ablenkung des Scheibchens aus der Ruhelage kann mit Hilfe eines kleinen auf der Scheibe befestigten Spiegels $Sp$ und eines über diesen Spiegel auf eine Skala $S$ geworfenen Lichtstrahls $L$ abgelesen werden.

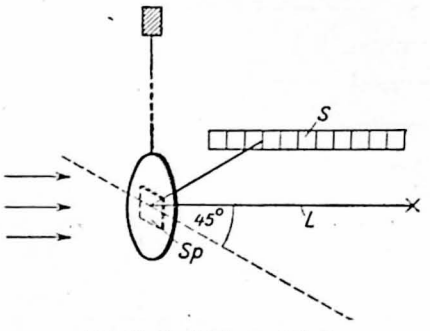


Abb. 61. Rayleighsche Scheibe

Bedeutet $u$ die Schallschnelle (Effektivwert), $\varrho$ die Mediumdichte, $r$ den Scheibchendurchmesser, $D$ die Direktionskraft der Scheibchenaufhängung, die diese in ihre Ruhelage zurückzuführen sucht, so ist in erster Annäherung der Ablenkungswinkel

$$\alpha = \frac{4}{3}\,\frac{u^2 \varrho r^3}{D}.$$

Die einzige nicht unmittelbar festzustellende Konstante in dieser Formel, die Direktionskraft $D$, kann aus Schwingungsdauer und Trägheitsmoment der gedämpft schwingenden Scheibe erhalten werden (S. 74).

Lord Rayleigh, Phil. Mag. **14**, 186, 1882; Zernow, Ann. Phys. **25**, 79, 1908; E. Meyer, ENT **4**, 86, 1927; Ernsthausen, Akust. Z. **4**, 13, 1939.

### C. Messung des Schallausschlages

**a) Mit dem Kathodophon.** Ein Schallempfänger, der auf den Schallausschlag (die Teilchenamplitude) anspricht, daher zur Bestimmung dieser Schallfeldgröße herangezogen werden kann, ist das Kathodophon. Einem Glühkörper steht in einem Abstand von wenigen Millimetern eine auf höheres Potential gebrachte Anode gegenüber. Die Anordnung wird so in das Schallfeld gebracht, daß die Teilchenbewegung in Richtung der Elektronen- bzw. Ionenbewegung stattfindet. Durch die Schallbewegung wird dann die sich zwischen Kathode und Anode ausbildende Ionenwolke mitgenommen und so der Anodenstrom im Takte der Schallschwingungen gesteuert. Die Modulation erfolgt proportional zu der Teilchenamplitude, ist also für Schallstärken höherer Frequenzen sehr klein. Auch machen sich schon leiseste Luftbewegungen, die auf die geheizte Kathode auftreffen, störend bemerkbar.

Engl, Der tönende Film. Braunschweig 1927; E. Meyer, ENT **6**, 17, 1929.

**b) Mit dem Ventilmanometer.** Ein Ventilmanometer, etwa der in Abb. 62 skizzierten Art, ruft eine Gleichrichterwirkung im Schallfeld hervor. Infolge des düsenförmigen Aufbaues treten die durch den Schall in der Düsenöffnung zu Schwingungen angeregten Luftteilchen viel leichter aus der Düse aus als ein. Es tritt infolgedessen ein Unterdruck hinter der Düse auf, der mit einem empfindlichen Manometer gemessen werden kann. In erster Annäherung ist der Druck proportional zu dem Schallausschlag.

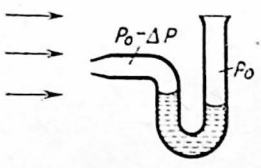


Abb. 62. Ventilmanometer

Die Anzeige der Gleichrichterwirkung kann auch auf anderem Wege erfolgen, etwa indem der aus der Düse austretende Luftstrom zur Bewegung eines Waagebalkens oder zur Abkühlung eines Bolometers benutzt wird (Sell). Die Ausbildung einer sehr kleinen Düse mit einer Bolometersonde ist von Schiller und Castelliz beschrieben worden. Auch sind von ihnen Untersuchungen über die Frequenzabhängigkeit dieser Schallmeßanordnung angestellt worden. Es zeigte sich, daß die Empfindlichkeit der Gleichrichtung durch die Düse mit wachsender Frequenz abnimmt. Andere Ausführungen von Ventilmanometern sind von Kundt und Ribbentrop angegeben worden.

Barus, Proc. Nat. Acad. Amer. **8**, 66 u. 163, 1922; Science (NS) **60**, 137, 1927; Sell, Z. techn. Phys. **5**, 573, 1924; **8**, 222, 1927; Schiller u. Castelliz, Akust. Z. **2**, 11, 1927; Kundt, Pogg. Ann. **134**, 563, 1868; Ribbentrop, Z. techn. Phys. **13**, 396, 1932.

## D. Messung des Schallstrahlungsdrucks

Bei der Reflexion von Schall an einer starren Fläche wird auf diese Fläche neben dem Wechseldruck auch ein schwacher Gleichdruck, der „Schallstrahlungsdruck", ausgeübt. Nach Lord Rayleigh hat dieser Druck die Größe $p = \frac{\varkappa + 1}{2} I_R$, wobei $I_R = I/c$ die räumliche Energiedichte vor der Fläche und $\varkappa = c_p/c_v$ das Verhältnis der spezifischen Wärmen bedeuten.

Nach Altberg kann der Schallstrahlungsdruck mit einer Art Drehwaage gemessen werden. Diese Messung ist namentlich bei sehr hochfrequentem Schall angebracht.

Rayleigh, Phil. Mag. (6), **10**, 364, 1905; Altberg, Ann. Phys. (4), **11**, 405, 1903; Zernow, ebd. (4) **21**, 131, 1906; Pohl, Einführung in die Mechanik und Akustik, Berlin 1930, S. 221; Hertz, Phys. Z. **41**, 546, 1940. Schallstrahlungsdruck bei reflexionsfreiem Schallübergang: Hertz u. Mende, Z. Phys. **114**, 254, 1939.

## E. Bestimmung von Schallwiderständen

Der Schallwellenwiderstand eines homogenen Mittels ist als Verhältnis vom Schalldruck zur Schallschnelle in einer ebenen fortschreitenden Welle definiert (S. 111). Zu seiner Bestimmung wird man sich im allgemeinen der Formel

$$\mathfrak{Z} = c \cdot \varrho_0$$

bedienen und nicht eine Messung des Schalldrucks und der Schallschnelle vornehmen. Der akustische Widerstand ($\mathfrak{Z}_{ak}$) dagegen wird, abgesehen von den berechenbaren einfachen Fällen (s. folgenden Abschnitt), für jede einzelne Frequenz nach einem der unten angegebenen Meßverfahren bestimmt werden müssen.

**a) Berechnung von Schallwiderständen.** Für einfache Gebilde kann der akustische Widerstand $\mathfrak{Z}_{ak}$ aus den räumlichen Abmessungen und der Dichte des Mittels errechnet

werden. So gilt für den Stutzen der Abb. 63. der — für tief zur Eigenschwingung liegende Frequenzen — als akustische Induktivität $L_{ak}$ angesehen werden kann, die Beziehung

$$\mathfrak{Z}_{ak} = j\omega L_{ak} = j\omega \frac{\varrho_0 l}{\pi r^2}$$

und für den Windkessel der Abb. 64 mit dem Voluminhalt $V$ — eine akustische Kapazität $C_{ak}$ für oberhalb der Eigenschwingung liegende Frequenzen —

$$\mathfrak{Z}_{ak} = \frac{1}{j\omega C_{ak}} = \frac{c^2 \cdot \varrho_0}{j\omega V}.$$

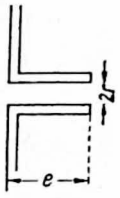



Abb. 63. Akustische Induktivität

Beide Formeln gelten mit der Einschränkung, daß wie bei elektrischen Leitern jedes der Gebilde auch eine Kapazität und eine Induktivität besitzt und je nach der Frequenz die eine oder die andere Eigenschaft überwiegt. Betrachten wir z. B. den Stutzen der Abb. 63, so ist neben seinem schon angegebenen induktiven Widerstand sein kapazitiver Widerstand

$$\frac{1}{j\omega C_{ak}} = \frac{c^2 \varrho_0}{j\omega l \pi r^2}.$$

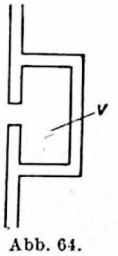



Abb. 64. Akustische Kapazität

Der Resonanzfall ist gegeben, wenn beide Widerstände gleich groß sind. Die Resonanzfrequenz gehorcht dann der bekannten Formel

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{L_{ak} C_{ak}}},$$

d. h. in akustischen Größen in erster Annäherung (ohne Rayleighsche Korrektion, s. S. 113)

$$f_0 = \frac{c}{2\pi l}.$$

Trendelenburg, Einführung in die Akustik. Berlin 1939, S. 61; Hecht, Schaltschemata u. Differentialgleichungen elektrischer u. mechanischer Schwingungsgebilde. Leipzig 1939. Berechnung von Schallwiderständen, insbesondere durch Verwendung der elektrischen Analogie: Hähnle, Wiss. Veröff. Siemens-Werke **11/1**, 1, 1932; Firestone, J. acoust. Soc. Amer. **4**, 249, 1933.

**b) Messung elektrischer Rückwirkung akustischer Widerstände.** Es wird der elektrische Widerstand eines elektroakustischen Senders unter Ankopplung verschiedener akustischer Widerstände gemessen und aus den unter den verschiedenen Bedingungen gefundenen Werten auf den akustischen Widerstand geschlossen.

Da der Einfluß der akustischen Widerstände im allgemeinen klein ist, ist die Genauigkeit des Verfahrens meist nur in der Nähe der Resonanzfrequenz ausreichend. Hahnemann und Hecht haben so erstmalig den Wirkungsgrad eines Fernhörers bestimmt. Kennely und Kurokawa haben nach einem ähnlichen Verfahren Untersuchungen über die akustische Belastung einer schwingenden Membran durch eine Luftsäule ausgeführt.

Hahnemann u. Hecht, Ann. Phys. **60**, 454, 1919; **63**, 57, 1920; Kennely u. Kurokawa, Proc. Amer. Arts Sci. **56**, 1, 1921.

**c) Durch eine Schalldruckmessung in der Druckkammer.** Es wird der Schalldruck nach Betrag und Phase in einer Druckkammer vor und nach Anfügen eines akustischen Widerstandes an die Druckkammer gemessen und so der akustische Widerstand berechnet.

v. Békésy, Ann. Phys. **13**, 126, 1932; Stewart-Lindsay, Acoustics. London 1931, S. 191.

**d) Mit Hilfe stehender Wellen.** Ein Kundtsches Rohr, in dem stehende Schallwellen erzeugt werden, ist mit dem zu messenden akustischen Widerstand abgeschlossen. Aus den Abständen der Knoten und Bäuche voneinander und von dem

Rohrende kann die Phase und aus der Dämpfung bzw. dem Amplitudenverhältnis von Druckmaximum zu -minimum kann der Realteil des Widerstandes errechnet werden.

H. O. Taylor, Phys. Rev. **11**, 270. 1913.

**e) Mit einer akustischen Brücke.** Abb. 65 zeigt schematisch die von Schuster angegebene Versuchsanordnung. Die Membran eines elektromagnetischen Schallsenders $S$ ist in der Mitte eines längeren Rohres angebracht, so daß sie in gleicher Weise nach beiden Seiten den Schall abstrahlen kann. Da die Phasenlage in den beiden Schallwegen gegeneinander um 180° versetzt ist, entsteht bei Gleichheit der an das Rohr angeschlossenen akustischen Widerstände $\mathfrak{Z}_n$ und $\mathfrak{Z}_x$ in der Mitte des brückenartig angefügten Parallelrohres ein Druckminimum, das mit einem Hörschlauch $H$ festgestellt werden kann. Bei der Messung wird durch Verschiebung und Veränderung des geeichten Normalwiderstandes $\mathfrak{Z}_n$ auf dieses Minimum eingestellt und entsprechend $\mathfrak{Z}$ der Wert von $\mathfrak{Z}_n$ nach Betrag und Phase bestimmt. Als veränderlicher Normalwiderstand $\mathfrak{Z}_x$ wird ein abstimmbares Rohr mit einer in diesem Rohr gleichfalls verschiebbaren dünnen Filzscheibe verwendet. Seine Größe bei den verschiedenen Einstellungen der Rohrlänge und der Filzscheibe wird zuvor nach der oben beschriebenen Methode der stehenden Wellen ermittelt.

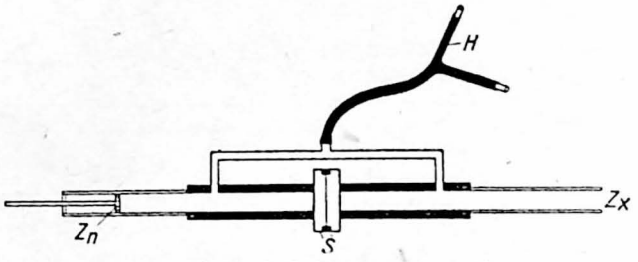


Abb. 65. Akustische Brücke nach Schuster

Mit dieser Anordnung wurden von Schuster u.a. genaue Messungen des Trommelfellwiderstandes ausgeführt.

Schuster, Phys. Z. **35**, 408, 1934; ENT **13**, 163, 1936; Schuster u. Stöhr, Akust. Z. **4**, 253, 1939; Wisotzky, Hochfrequenztechn. **53**, 97, 1939.

**f) Durch gleichzeitige Messung von Kraft und Schnelle.** Hier sind in neuerer Zeit die verschiedensten Anregungsverfahren und Meßprinzipien, die sich meist auch für die Messung mechanischer Widerstände eignen, mit gutem Erfolg eingesetzt worden. Das elektrodynamische Vibrometer von Nukiyama und Matsudeira besitzt zwei elektrisch voneinander getrennte elektrodynamische Systeme auf einem leichten an dem unbekannten Widerstand befestigten Zylinder, der in einen Topfmagneten eintaucht. Die eine Spule dient zur Erregung des Systems; aus Feldstärke, Strom- und Windungszahl kann die Kraft errechnet werden. Die zweite Spule wirkt als Generator und liefert eine der Schnelle sowohl nach Amplitude wie nach Phase proportionale EMK.

E. Meyer und v. Radinger regen ihr kapazitives Vibrometer statisch an und messen auch die erzeugte Schnelle elektrostatisch im Hochfrequenzkreis nach Riegger (Abb. 57). Mit dem Verfahren können noch sehr kleine mechanische Widerstände gemessen werden, da die Massen die zur Messung an dem Widerstand angebracht werden müssen, sehr klein gehalten werden können.

Auch Böhme mißt die Amplitude bzw. die Schnelle elektrostatisch, verwendet jedoch eine elektrodynamische Anregung, wie sie auch bei dem oben erwähnten elektrodynamischen Vibrometer benutzt wird. Seine zahlreichen Messungen an Schalldämmstoffen, z. B. an Gummistäben, zeigen den völlig gleichartigen Verlauf der akustischen Widerstände dieser Gebilde mit den Eingangswiderständen kurzer elektrischer Leitungen.

Nukiyama u. Matsudeira, Proc. Imp. Acad. Tokyo **2**, 410, 1926; E. Meyer u. v. Radinger, Handb. d. Exp.Phys. **17/2**, 1, 153, 1934; Böhme, Akust. Z. **2**, 303, 1937.

**g) Strahlungswiderstand und mitschwingende Mediummasse.** Mißt man den elektrischen Scheinwiderstand eines elektroakustischen Senders, so wird man stets eine mehr oder weniger große rein Ohmsche Komponente finden, die darauf zurückgeht, daß die Membran des Senders Energie an das angrenzende Mittel abgibt. Die Membran ist gewissermaßen mit einem akustischen Ohmschen Widerstand belastet. Dieser akustische Ohmsche Widerstand wird als Strahlungswiderstand der Membran oder allgemeiner des akustischen Strahlers bezeichnet. Gleichzeitig schwingt ein Teil des an die Membran angrenzenden Mittels mit, was sich als zusätzliche imaginäre Komponente des akustischen Belastungswiderstandes in der Größe $j\omega L_{sak}$ bemerkbar macht. Die Größe $L_{sak}$ nennt man mitschwingende Mediummasse. Sie bewirkt eine Erniedrigung der natürlichen Eigenfrequenz des Schwingungsgebildes, was von besonderer Bedeutung bei Unterwasserschallsendern ist, da dort die mitschwingende Mediummasse unverhältnismäßig viel größer ist als bei Luftschallsendern.

Sowohl der Strahlungswiderstand wie auch die mitschwingende Mediummasse sind von dem Verhältnis des Membrandurchmessers zur Wellenlänge und von der räumlichen Gestalt des Strahlers abhängig.

Backhaus, Theorie akust. Schw.: Handb. d. Phys. **8**, Berlin 1927; Schuster, Handb. d. Exp.Phys. **17**, 2 I, 50, Leipzig 1934; Stenzel, ebd. S. 275; Hecht u. Fischer, ebd. S. 301.

### F. Messung der Tonhöhe

Die Messung der Schwingungszahl reiner Töne wird am genauesten auf elektrischem Wege mit einer Frequenzmeßbrücke (Bd. 2, S. 169) vorgenommen. Auch sind Geräte entwickelt worden, die das Ablesen der Frequenzen an einem Zeigerinstrument und die unmittelbare Aufzeichnung der schwankenden Tonhöhe des Grundtones von Sprache oder Musik ermöglichen.

AEG.-Frequenzzeiger: Wahl, ENT **15**, 171, 1938. Aufzeichnung der Tonhöhe: Grützmacher u. Lottermoser, Akust. Z. **2**, 242, 1937; **3**, 193, 1938; **5**, 1, 1940; Obata u. Kobayaschi, Proc. phys.-math. Soc. Japan (3) **21**, 109, 1939.

## 5. Schallausbreitung

Für die Schallgeschwindigkeit in homogenen Mitteln sind die sog. klassischen Formeln auf S. 112 aufgeführt. Diese in weitem Frequenzbereich gültigen Formeln ermöglichen in vielen Fällen die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus anderen Materialkonstanten. Sehr häufig sollen jedoch umgekehrt in diesen Formeln vorkommende Größen, wie das Verhältnis der spezifischen Wärmen und der Elastizitätskoeffizient, aus der Schallgeschwindigkeit ermittelt werden, so daß doch die unmittelbare Messung der Schallgeschwindigkeit von großer Wichtigkeit ist.

In gewissen meist hoch liegenden Frequenzgebieten treten in mehratomigen Gasen anomale Schallgeschwindigkeiten bei gleichzeitig erhöhter Absorption auf. Man hat diese Erscheinungen auf die Übertragung der Translationsenergie auf innere Freiheitsgrade der Moleküle zurückführen können (Kneser, Knudsen).

Für die Schallgeschwindigkeit und Schallabsorption in Rohren und akustischen Kettenleitern gelten Gesetze, die weitgehend den Gesetzen für elektrische Kettenleiter entsprechen und daher an Hand der elektrischen Ersatzsysteme am einfachsten berechnet werden können.

Anomale Schallabsorption in Gasen: Kneser, Ann. Phys. (V) **16**, 337, 360, 1933; Z. techn. Phys. **16**, 213, 1935; **19**, 486, 1938; Akust. Z. **5**, 1940; Kneser u. Knudsen, Ann. Phys. **21**, 682, 1934.

Über Analogiegrößen elektrischer und akustischer Systeme s. S. 133; elektrische Siebketten: Wagner, Arch. Elektrotechn. **3**, 315, 1915; **8**, 61, 1919. Theorie akustischer Filter: Stewart u. Lindsay, Acoustics. New York 1930, S. 159ff. Schalldämpfer für Verbrennungsmotore: Kluge, Mitt. Inst. Kraftfahrwesen, T. H. Dresden **9**, 50, 1934. Schalldämpfung in Rohren: Tischner, ENT **7**, 192, 236, 1930; Bürck u. Lichte, Akust. Z. **3**, 259, 1938. Schalldämpfung in wassergefüllten Rohren: Ganitta, Akust. Z. **5**, 87, 1940.

## A. Messung der Schallgeschwindigkeit

**a) Aus Weg und Zeit.** Ein Schallimpuls, der eine bestimmte Strecke des untersuchten Mittels durchlaufen hat, wird von einem Mikrophon aufgenommen und gleichzeitig mit der elektrisch übertragenen Aussendezeit von einem Oszillographen aufgezeichnet. Aus dem zurückgelegten Weg und der Übertragungszeit kann die Geschwindigkeit errechnet werden.

Ist die Schallgeschwindigkeit in dem untersuchten Mittel bekannt und wird die Zeit gemessen, die ein Schallimpuls zur Zurücklegung einer Strecke braucht, so kann hieraus umgekehrt die Länge dieser Strecke bestimmt werden. Alle Echolotverfahren in Luft und Wasser beruhen auf diesem Meßprinzip.

Zur Messung der Schallgeschwindigkeit über große Entfernungen (einige 100 km) müssen starke Sprengladungen am Sendeort zur Explosion gebracht werden. In Abständen von 50 bis 75 km vom Sendeort beobachtet man eine rund 100 km breite Zone des Schweigens, während hinter dieser Zone der Schall wieder gehört wird. Die Erscheinung kann durch eine Schicht größerer Schallgeschwindigkeit (350 m/s) infolge Temperaturinversion oder starkem Gehalt an Wasserstoff in einer Höhe von etwa 50 km erklärt werden. Vielleicht bietet hier auch die beim Übertritt einer Schallwelle in ein Mittel größerer Schallgeschwindigkeit unter dem Winkel der Totalreflexion in das Ausgangsmittel zurücklaufende Grenzwelle (v. Schmidt) eine Erklärung.

Lübcke, Akustische Lotverfahren, Z. VDI **71**, 1245, 1927. Messung der Schallgeschwindigkeit über große Entfernungen: Meißer, Luftseismik, Handb. d. Exp. Phys. **17**, 3, 211, 1930; Angenheister, Z. Geophys. **1**, 314, 1924; **2**, 88, 1926; O. v. Schmidt, Z. techn. Phys. **19**, 554, 1938.

**b) Aus den Kundtschen Staubfiguren.** Die Luft in einer nicht zu engen, waagerecht liegenden Glasröhre, in der ein wenig Lykopodiumsamen, Korkstaub, geglühte Kieselsäure oder Magnesia ausgestreut ist, wird durch starken Schall erregt. Die Erregung kann durch einen Lautsprecher oder, wie dies bei dem ursprünglichen Versuch von Kundt geschehen ist, durch einen Stab erfolgen, der in der Mitte eingeklemmt ist und an einem Ende ($E$) (Abb. 66) gerieben wird. Auf Resonanz kann entweder durch Veränderung der Frequenz des Schalles oder durch Änderung der Rohrlänge mit Hilfe eines in dem Rohr verschiebbaren Kolbens ($S$) abgestimmt werden. Ist so die Rohrlänge genau zu einem Vielfachen der Wellenlänge gemacht, so treten in dem Rohr stehende Wellen auf, wodurch der Staub aus dem Geschwindigkeitsbauch in den Geschwindigkeitsknoten gewirbelt und dort zu kleinen Wällen quer zur Schallfortpflanzungsrichtung aufgehäuft wird. Der Abstand $l$ der Querwälle voneinander ist gleich der halben Wellenlänge des Schalles. Die Schallgeschwindigkeit $c$ ist also bei Kenntnis der Frequenz des erregenden Tones $f$

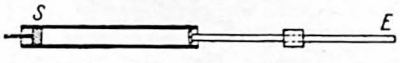


Abb. 66. Kundtsches Rohr

$$c = 2lf.$$

Wird eine Halbwelle von der Länge $l'$ m bei der Temperatur $t'$ beobachtet, so ist

$$f = 331 \frac{\sqrt{1 + 0{,}00367\, t'}}{2l'},$$

also die Schallgeschwindigkeit des Gases bei $t'$

$$c = 331 \frac{l}{l'} \sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\, t'}{1 + 0{,}00367\, t}} \text{ m/s}.$$

Durch Reibung und durch Wärmeaustausch wird die Schallgeschwindigkeit um eine Korrektion verkleinert, die der Rohrweite ($d$) und der Wurzel aus der Schwingungszahl ($\nu$) umgekehrt proportional ist (Helmholtz, Kirchhoff). Für eine Rohrweite von 5 cm und Frequenzen über 100 Hz bleibt diese Korrektur unter 0,5%.

Auch in Flüssigkeiten läßt sich das Verfahren der Kundtschen Staubfiguren zur Schallgeschwindigkeitsmessung verwenden. Als Staubmaterial muß hier Bimssteinerde, Aluminium- oder Magnesiumpulver verwandt werden.

Kundt, Pogg. Ann. Phys. Chem. **127**, 497, 1866. Anregung der Kundtschen Röhre mit Lautsprecher: Hutchisson u. Morgan, Phys. Rec. **37**, 1155, 1931. Theorie der Streifenbildung und unperiodische Gasströmungen im Rohr: Dieselben, Proc. Roy. Soc. London **134**, 445, 1931; Andrade, Phil. Trans. (A) **230**, 415, 1932. In Flüssigkeiten: Busse, Ann. Phys. **75**, 657, 1924; Randall, Bur. Stand. J. Res. **8**, 79, 1932. Über Fehler infolge Mitschwingens der Rohrwände: Lübcke, Handb. d. Phys. **8**, Berlin 1927, Kap. 13 u. 14.

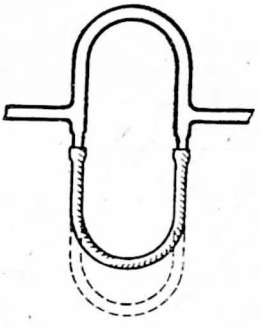


Abb. 67. Schallinterferenzrohr

**c) Mit einem Interferenzrohr.** Ein Ton wird über ein Doppelrohrsystem entsprechend Abb. 67 dem Ohr über einen Hörschlauch zugeleitet. Der eine Zweig des Rohrsystems kann wie ein Posaunenauszug meßbar verlängert werden. Die Summe der beiderseitigen Verschiebungen zwischen zwei Stellungen minimaler Tonstärke gibt die Wellenlänge. Die beiden Wellenzüge interferieren jedesmal abschwächend, wenn ihre Wellenlängen sich um ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge unterscheiden.

Grüneisen u. Merkel, Ann. Phys. **66**, 344, 1921; Torau, Z. Phys. **12**, 48, 1922; s. a. d. ähnl. Quinckesche Resonanzrohr: Quincke, Pogg. Ann. **128**, 177, 1866.

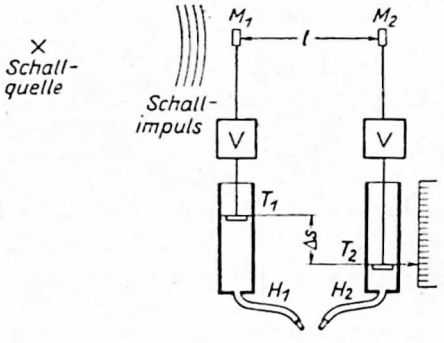



Abb. 68. Richtungshörverfahren

**d) Mit dem Richtungshörverfahren.** Ein Beobachter, der mit beiden Ohren auf einen Schallimpuls achtet, vermag mit großer Genauigkeit anzugeben, aus welcher Richtung der Schallimpuls eintrifft. In erster Linie rührt dieses Richtungshörvermögen von der Fähigkeit des Menschen her, noch die kurze Zeitdifferenz, die zwischen dem Eintreffen des Schallimpulses bei den beiden Ohren liegt, wahrzunehmen und als Richtungseindruck auszuwerten. Der Effekt kann auf folgende Weise zur Schallgeschwindigkeitsmessung benutzt werden: Zwei Mikrophone $M_1$ und $M_2$ (Abb. 68), die in bekanntem Abstand $l$ voneinander in dem zu untersuchenden Mittel aufgestellt sind, empfangen nacheinander den von der Schallquelle ausgehenden Schallimpuls. Die beiden Fernhörer $T_1$ und $T_2$ geben ihn über die Hörschläuche $H_1$ und $H_2$ den beiden Ohren des Beobachters weiter, wobei dieser infolge der Laufzeitdifferenz einen seitlichen Schalleinfall

feststellt. Durch Annähern des Fernhörers $T_2$ an das Ohr kann auf scheinbar senkrechten Schalleinfall eingestellt und aus der Verschiebung $\Delta s$ und der bekannten Schallgeschwindigkeit in dem Rohr, in dem der Fernhörer verschoben wird, die Schallgeschwindigkeit längs der Strecke $l$ gefunden werden.

Kunze, Phys. Z. **21**, 437, 1920; Reich u. Stierstädt, ebd. **32**, 124, 1931.

**e) Mit dem akustischen Interferometer.** Diese von Pierce angegebene Methode gestattet eine sehr genaue Messung der Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten mit Hilfe von Ultraschall. Der strahlenden Fläche eines Piezoquarzes ist eine ebene Reflektorplatte gegenübergestellt. Die reflektierten Schallwellen üben eine Rückwirkung auf den Sender aus, die als Erhöhung oder Verminderung der Leistungsabgabe des elektrischen Senders beobachtet wird. Da die Rückwirkung von der Phase der eintreffenden reflektierten Welle abhängt kann durch Annäherung des Reflektors an die Schallquelle oder durch Entfernung die Wellenlänge und daraus die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden.

Bei den kleinen Wellenlängen des Ultraschalles kann auch in Flüssigkeiten mit großer Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit leicht die Bedingung, daß die Wellenlänge klein gegen die Dimension der Schallquelle, des Reflektors und der durchlaufenen Wegstrecke sind, eingehalten werden.

Pierce, Proc. Amer. Acad. Boston **60**, 271, 1925; Hubbard u. Loomis, Phys. Rev. **31**, 158, 1928.

**f) Durch Verwendung der Schallwelle als optisches Beugungsgitter.** Debye und Sears wie auch Lucas und Biquard haben gezeigt daß eine Schallwelle als optisches Gitter benutzt werden kann. In Abb. 69 ist ihre Versuchsanordnung skizziert. Das möglichst monochromatische Licht der Lichtquelle $L$ wird über den Kondensor $K$ auf einen Spalt $Sp$ konzentriert. Dahinter wird das Licht als paralleles Lichtbündel durch einen Trog $T$ hindurchgeleitet und auf einem Schirm $S$ der Spalt abgebildet. Indem Trog $T$, der mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt ist, läuft eine stehende Ultraschallwelle quer zur Lichtfortpflanzungsrichtung, wodurch gitterartig Dichteschwankungen im Abstand der Wellenlänge entstehen. Infolge dieses Gitters werden also auf dem Schirm zahlreiche Beugungsbilder auftreten aus deren Abstand voneinander nach bekannten optischen Gesetzen (S. 368) die Gitterkonstante und damit die Wellenlänge bzw. bei Kenntnis der Schallfrequenz die Schallgeschwindigkeit gefunden werden kann.

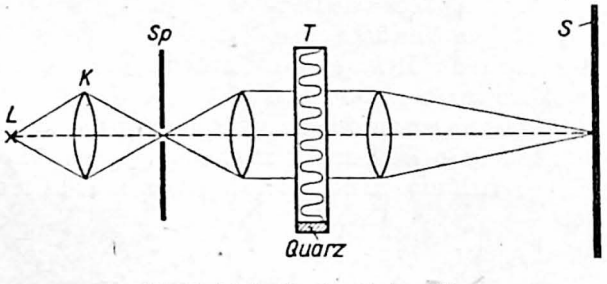


Abb. 69. Schallwelle als optisches Gitter

Das Verfahren hat für die Schallgeschwindigkeitsmessung große Bedeutung gewonnen, da diese bei Verwendung sehr hoher Schallfrequenzen mit kleinsten Materialmengen möglich ist. Natürlich ist es auf durchsichtige Stoffe und hohen Ultraschall beschränkt. Auch sind hier die sog. „Schlierenmethoden" zu nennen, die die von der Schallwelle erzeugten Unterschiede der Brechungsindizes längs der Schallwelle ausnutzen und von Hiedemann und Mitarbeitern zu großer Vollkommenheit entwickelt wurden.

Debye u. Sears, Proc. Nat. Acad. Sci. **18**, 409, 1932; Lucas u. Biquard, C. R. Acad. Sci. Paris **194**, 2132, 1932. Theorie: Brillouin, Ann. Phys. Paris **17**, 88, 1922; La diffraction de la lumière par des Ultra-sons. Paris, 1933; Raman u. Nagendra Nath, Proc. Ind. Acad. 2.

406, 1935; **3**, 75, 119 u. 495, 1936; Nagandra Nath, Akust. Z. **4**, 263, 289, 1939. Schallgeschwindigkeit in Kristallen: Bergmann u. Schaefer, Z. techn. Phys. **17**, 441, 1936. In verflüssigten Gasen: Liepmann, Helv. Physica Acta **11**, 381, 1938. Zusammenfassende Darstellung: Bergmann, Der Ultraschall u. seine Anwendung in Wissenschaft u. Technik. 2. Aufl. Berlin 1939; Hiedemann, Grundlagen der Ergebnisse der Ultraschallforschung. Berlin 1939.

## B. Messung der Schallabsorption von Schallschluckstoffen

Allgemeines Schrifttum: Strutt, Raumakustik in Handb. d. Exp.Phys. **17/2**, 1, 443, 1934. Leipzig; Trendelenburg, Einführung in die Akustik. Berlin 1939; Engel, Raum und Raumakustik. Leipzig 1939. Theorie: Jäger, Wiener Ber. Abt. IIa **120**, 613, 1911; Schuster u. Waetzmann, Ann. Phys. (5) **1**, 671, 1929; H.Cremer u. L.Cremer, Akust. Z. **2**, 296, 1937; L.Cremer, Akust. Z. **5**, 57, 1940. Elektrische Verfahren der Nachhallmessung: Hartmann u. Sommer, Veröff. Nachr. Techn. **1**, 173, 1931; Hollmann u. Schultes, ENT **8**, 387, 1931; E.Meyer u. Jordan, ENT **12**, 213, 1935. Messung der Schallabsorption nach einem Reflexionsverfahren in der freien Welle; L.Cremer, Z. techn. Phys. **16**, 568, 1935; ENT **13**, 36, 1936; Spandöck, Ann. Phys. **20**, 328, 1934; Schluckgradmessungen: E.Meyer. Akust. Z. **2**, 179, 1937; E.Meyer u. Schoch. ebd. **4**, 51, 1939.

Schallabsorptionsmessungen zur Bestimmung des Schallschluckgrades (Absorptionsgrades) von Schallschluckstoffen können im Hallraum d.h. in einem Raum mit sehr gut reflektierenden Wänden ausgeführt werden. Man mißt in einem solchen Raum vor und nach Einbringen des absorbierenden Stoffes die sog. Nachhallzeit, d.h. diejenige Zeit, in der die Schallenergie auf den $10^6$. Teil ihres Anfangswertes abgesunken ist. Die Nachhallzeit kann unmittelbar durch oszillographische Aufzeichnung des nach einem Exponentialgesetz verlaufenden Ausklingvorganges gefunden werden. Zweckmäßig ist auch die Verwendung eines logarithmisch anzeigenden Voltmeters (Braunmühl-Weber), da so die Abklingkurve eine Gerade wird und der Tangens des Winkels dieser Geraden mit der Zeitachse direkt proportional zur Nachhallzeit verläuft. Als Schallsender verwendet man Lautsprecher, die von einem Schwebungssummer angetrieben werden, wobei man zur Vermeidung stehender Wellen die Frequenz der Töne durch einen kleinen umlaufenden Kondensator mehrmals in der Sekunde um einen kleinen Betrag schwanken lassen kann. Auch hat sich eine Knallpistole als Schallquelle, aus deren Klangspektrum durch Oktav- und Dritteloktavfilter nur ein kleiner Frequenzbereich herausgenommen wird, gut bewährt. Sind $V$ das Raumvolum in $m^3$ und $A$ die Gesamtabsorption des Raumes bekannt, so kann die Nachhallzeit $T$ angenähert wie folgt berechnet werden:

$$T = 0{,}16 \cdot \frac{V}{A}.$$

Die Größe $A$ setzt sich aus Summanden für die absorbierenden Wände, Möbel usw. zusammen; jeder Summand ist ein Produkt aus dem Absorptionskoeffizienten, bezogen auf 1 $m^2$ oder 1 $m^3$ bei flächen- bzw. inhaltsabhängiger Schallabsorption und der vorhandenen Fläche bzw. dem Inhalt. Die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten kann in einem Raum bekannten Volums $V$ und Absorptionskoeffizienten $A$ aus der Nachhallzeit $T_1$ geschehen; bei Bedeckung der Wände mit dem Stoff der Größe $F$ (in $m^2$) und des unbekannten Absorptionskoeffizienten $a$ wird die Nachhallzeit

$$T_1 = \frac{0{,}16 \cdot V}{A + aF}.$$

Schallabsorption in Rohren, akustischen Kettenleitern und Gasen s. S. 135.

### C. Messung der Schalldämmung

Zusammenfassende Darstellungen: Schoch, Die physikal. u. techn. Grundlagen der Schalldämmung im Bauwesen. Leipzig 1938; Engl, Raum u. Bauakustik. Leipzig 1939; Berger, Über die Schalldurchlässigkeit. Diss. München 1911; Schalldämmzahlen von Trennwänden: E. Meyer, Berliner Berichte **11**, 166, 1931; Lübcke, Z. techn. Phys. **17**, 54, 1936; Mehrfachtrennwände: E. Meyer, ENT **12**, 393, 1935; Z. techn. Phys. **16**, 665, 1935.

Die Schalldämmung einer Wand ist definiert als das Verhältnis der auf die Wand auftreffenden Schalleistung $N_1$ zu der auf der anderen Seite der Wand abgestrahlten Schalleistung $N_2$. Im logarithmischen Maßstabe bezeichnet man dieses Verhältnis als „Schalldämmzahl" $D$, die in Dezibel (S. 111) angegeben wird.

$$D = \lg \frac{N_1}{N_2}.$$

Im allgemeinen wächst die Schalldämmung einer Wand mit der Frequenz; auch ist sie nach Berger um so größer, je größer das Wandgewicht je Flächeneinheit ist; sie steigt ungefähr mit dem Logarithmus des Gewichts an.

Für die Messung der Schalldämmung benutzt man einen „Senderaum" und einen gegen ihn schallsicheren „Empfangsraum"; der zu prüfende Stoff wird als Platte von etwa $2 \cdot 2$ m² in eine gleichgroße Öffnung eingesetzt, durch die beide Räume verbunden sind. Gemessen wird im Sende- und im Empfangsraum das Verhältnis der Schalldrucke eines im Senderaum aufgestellten Schallsenders. Zur Vermeidung von Interferenzen läßt man die Schallquelle pendeln oder verwendet Heultöne. Werden im Senderaum ein Schalldruck $p_1$ und im Empfangsraum ein Schalldruck $p_2$ gemessen, so wird eine Schalldämmzahl für die untersuchte Trennwand $D = 20 \lg \frac{p_1}{p_2} - 10 \lg \frac{A}{F}$ gefunden, worin $A$ die Gesamtabsorption des Empfangsraumes und $F$ die Fläche der Versuchswand bedeuten.

Nach zur Zeit geltenden Bestimmungen für die Zulassung neuer Bauweisen ist im Frequenzbereich von 100 bis 550 Hz eine mittlere Dämmzahl von mindestens 42 db, für den Bereich von 550 bis 3000 Hz eine solche von mindestens 54 db, im Mittel für beide Bereiche eine solche von mindestens 48 db zu verlangen.

## 6. Schallaufzeichnung

**a) Schallplatte.** Das einfachste und gebräuchlichste Verfahren der Schallaufzeichnung bietet nach Edison die Schallplatte. Ein meist das magnetische Umsetzungsprinzip benutzender Schreiber (Abb. 70) gräbt Rillen in eine rotierende Wachsplatte. Der Schreibstift wird durch den Sprechstrom bei der normalerweise benutzten Berliner Schrift zu Schwingungen senkrecht zur Bewegungsrichtung des Schreibers angeregt. Eine nach dem gleichen Prinzip arbeitende, in dieser Rille geführte Abnahmedose ermöglicht eine elektrische Wiedergabe des derart festgehaltenen Schallvorganges.

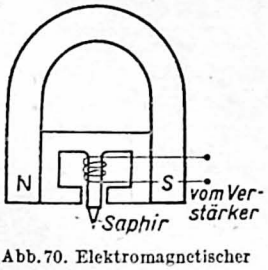



Abb. 70. Elektromagnetischer Schallplattenschneider

Die meisten Schallplattenverfahren arbeiten grundsätzlich in der vorstehenden Weise; je nachdem jedoch, ob der Schall unmittelbar vom Wachs wieder abgenommen, ob auf galvanischem Wege Abzüge gemacht oder ob in härteres Material wie Gelatine, Zelluloid o. ä. geschrieben wird, sind die Schreib- und Abnahmegeräte verschieden. Oberhalb von 250 Hz soll von den

Aufzeichnungsgeräten bei konstanter Erregungsspannung eine für den gesamten Frequenzbereich konstante Schallamplitude aufgeschrieben werden, darunter eine konstante Auslenkungsamplitude, damit bei tiefen Frequenzen keine Überschneidung der einzelnen Rillen eintritt. Die Frequenzkurve eines Schallplattenschneiders kann nach Buchmann und E. Meyer mit Hilfe einer Spiegelerscheinung an einer mit reinen Tönen beschriebenen Schallplatte festgestellt werden.

E. Meyer, Schallplatten u. Magnettontechnik, Handb. d. Exp.Phys. **17|2**, 313, 1934; Maxfield u. Harrison, Bell. Syst. techn. J. **5**, 493, 1926. Tiefenschrift: Frederick, Bell. Syst. techn. J. **8**, 159, 1929; J. acoust. Soc. Amer. **4**, 7, 1932. Optisches Meßverfahren: Buchmann u. E. Meyer, ENT **7**, 147, 1930; Bierl, Akust. Z. **5**, 145, 1940. Störspannung u. Nichtlinearität: v. Braunmühl, ebd. **3**, 250, 1928; Löfgren, ebd. **3**, 350, 1938; Bierl, ebd. **4**, 238, 1939.

**b) Magnetischer Schallträger.** Auf Stahldraht oder -band können auf magnetischem Wege Schallvorgänge aufgeschrieben werden (V. Poulsen). Auch werden neuerdings mit gutem Erfolg mit Eisenpulver belegte Filmbänder als Schallträger verwendet.

Zur Vermeidung eines störenden Grundgeräusches müssen bei dem letztgenannten Verfahren die Eisenteilchen möglichst klein sein, etwa vom Durchmesser 1 bis 5 $\mu$. Die Übertragung der hohen Frequenzen hängt von der Geschwindigkeit des Schallträgers und der Breite des magnetischen Schreib- und Abnahmekopfes ab. Zur Vermeidung nichtlinearer Verzerrungen dürfen gewisse magnetische Feldstärken nicht überschritten werden. Die Aufzeichnungen können ohne Schwierigkeiten auf magnetischem Wege gelöscht und der Träger kann erneut wieder benutzt werden.

Poulsen, Ann. Phys. **3**, 754, 1900; Stille, ETZ **51**, 449, 1930; E. Meyer u. Schüller, Z. techn. Phys. **13**, 593, 1932; mit Eisenpulver belegte Filmbänder: Schüller, ETZ **56**, 1219, 1935; Lübeck, Akust. Z. **2**, 273, 1937.

**c) Tonfilm.** Auf einem 2 mm breiten Streifen wird auf den normalen Film neben das Bild der Ton photographisch aufgezeichnet.

Man unterscheidet eine Aufzeichnung in Sprossenschrift, wobei eine Intensitätsmodulation, d.h. eine der Schallschwingung proportionale Schwärzung des gesamten zur Aufzeichnung zur Verfügung stehenden Tonstreifens stattfindet, eine Zackenschrift, wobei die Grenze zwischen einer vollkommen durchlässigen und einer vollkommen undurchlässigen Schicht im Rhythmus der Schallschwingungen verschoben wird, und eine Vielzackenschrift, die mehrere derartige Zackenschriftspuren nebeneinander enthält. Zur Erzeugung eines modulierten Lichtstrahls werden verwendet: mechanisch gesteuerter Spalt, Glimmlampe, Kerr-Zelle, Braunsche Röhre, Oszillographenspiegel mit Graukeil u.a. Bei der Wiedergabe wird durchweg der Film in der Breite eines sehr feinen Spaltes durchleuchtet und das so modulierte Licht über Photozelle, Verstärker und Lautsprecher wieder in Schallschwingungen zurückverwandelt.

In neuerer Zeit ist ein Tonfilmverfahren, das sog. Philips-Miller-Verfahren, entwickelt worden, das im Gegensatz zu den üblichen ein mechanisches Aufnahmeverfahren benutzt. Ein Stichel in Form eines stumpfen Keiles hebt von dem laufenden Film einen mehr oder weniger breiten Span einer undurchsichtigen Deckschicht ab und erzeugt so eine Doppelzackenschrift, die in der üblichen Weise kopiert und lichtelektrisch wiedergegeben werden kann.

Fischer u. Lichte, Tonfilm, Aufnahme und Wiedergabe. Leipzig 1931; Dieselben, Der Tonfilm, Handb. d. Exp.Phys. **17/3**, 349, 1934; Lichte u. Narath, Physik u. Technik des Tonfilms. Leipzig 1941; Engl, Der tönende Film. Braunschweig 1927; Eggert u. R. Schmidt, Einführung in die Tonphotographie. Leipzig 1932. Vermeulen, Philips-Miller-Verfahren. Akust. Z. **3**, 65, 1938.

## 7. Klanganalyse

**a) Durch Auswertung des Oszillogrammes.** Neben den bekannten Verfahren der mathematischen und graphischen Auswertung eines periodischen Kurvenzuges auf den Gehalt an sinusförmigen Teiltönen seien noch zwei optische Verfahren erwähnt. v. Békésy findet die einzelnen Fourier-Faktoren durch eine photoelektrische Helligkeitsmessung des in Profilschrift aufgeschriebenen Oszillogramms, wobei zwischen dieses Oszillogramm und die Photozelle eine

gleichfalls in Profilschrift aufgezeichnete Sinus- oder Kosinuskurve des zu messenden Teiltones gebracht wird. Schouten benutzt das in Intensitäts- oder Profilschrift auf einen Film aufgezeichnete Schwingungsbild als optisches Gitter und kann aus der Lage, Ordnungszahl und Intensität der beobachteten höheren Seitenfrequenzen auf Tonhöhe und Stärke der harmonisch liegenden Obertöne schließen.

v. Békésy, ENT 14, 157, 1937; Schouten, Philips techn. Rdsch. 3, 310, 1938.

**b) Mit Hilfe von Resonatoren und Filtern.** Die ursprünglich von Helmholtz, Garten, Stumpf u.a. benutzten rein akustischen Filter, die zur Aussiebung der einzelnen Teiltöne und zur Bestimmung nach Tonhöhe und Amplitude dienten, sind zugunsten der erheblich einfacher herzustellenden und umzuschaltenden elektrischen Siebglieder (Wagner) in den Hintergrund getreten. Für viele Untersuchungen hat sich die sog. Oktavsiebanalyse (Trendelenburg), eine Aufteilung des Spektrums in einzelne Oktaven, sehr bewährt, insbesondere wenn der Energieanteil aller Oktaven gleichzeitig von einem Mehrfachoszillographen aufgeschrieben wird.

Eine unmittelbare Beobachtung des Klangspektrums ermöglicht das Klangspektrometer von Siemens & Halske (Freystedt). Hier wird durch elektrische Siebe mit einer Durchlaßbreite einer Dritteloktave das Spektrum in 24 Bereiche aufgeteilt. Alle 24 Siebe liegen parallel zueinander, und die hinter jedem Sieb entstandene Wechselspannung wird durch einen umlaufenden Schalter mehrmals in der Sekunde auf den Schirm einer Braunschen Röhre geworfen, so daß dort unmittelbar das Spektrum, d.h. als Abszisse die Frequenz und als Ordinate die Schallintensität je Dritteloktave abgelesen werden kann. Da die Wiedergabe des Spektrums etwa zehnmal in der Sekunde wiederholt wird, können auch schnellveränderliche Vorgänge mit dem Gerät untersucht werden. Zur Auswertung kann der Vorgang mit einer Schmalfilmkamera fortlaufend registriert werden.

Akustische und mechanische Siebe: Helmholtz, Lehre v. d. Tonempfindungen. 6. Aufl. Braunschweig 1913, S. 72; Garten u. Kleinknecht, Leipzig. Abh. **38**, Nr. 9, 1921; Stumpf, Die Sprachlaute. Berlin 1926. Elektrische Siebe: Wagner, ETZ **45**, 451, 1924; Sivian, Bell. Syst. techn. J. **8**, 646, 1939; J. acoust. Soc. Amer. **2**, 330, 1931; Trendelenburg u. Franz, Z. techn. Phys. **16**, 513, 1935; Freystedt, ebd. 16 533, 1935.

**c) Nach dem Suchtonverfahren.** Dem zu analysierenden Frequenzgemisch *G* (Abb. 71) wird eine sinusförmige kontinuierlich veränderbare Suchspannung elektrisch überlagert (Grützmacher). Nach Gleichrichtung des so entstandenen neuen Gemisches werden die bei Variation der Frequenz der Suchspannung entstehenden Differenztöne durch ein tief abgestimmtes Sieb hindurchgelassen und von einem Registriergerät fortlaufend aufgezeichnet.

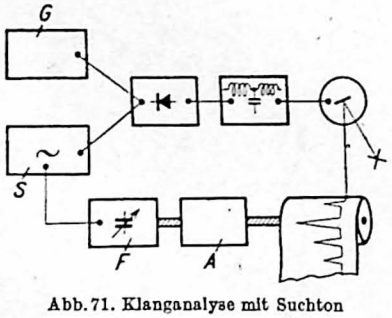


Abb. 71. Klanganalyse mit Suchton

Den Suchton liefert ein Schwebungssummer. Es ist so eine stets konstante, weitgehend sinusförmige und in der Frequenz leicht zu verändernde Spannung über den gesamten Hörbereich gesichert. Die fortlaufende Veränderung der Suchfrequenz erfolgt durch Uhrwerksantrieb *A* des Frequenzkondensators *F*. Überstreicht der Suchton einen Teilton des zu analysierenden Klanges, so ist die Amplitude des entstehenden Differenztones proportional der Amplitude des Teiltones, und bei mechanischer Kopplung des Papiervorschubes

mit der Frequenzänderung des Suchtones kann das Teiltonspektrum unmittelbar aufgezeichnet werden. Eine wichtige Voraussetzung ist dabei die Benutzung des rein quadratischen Teils einer Gleichrichterkennlinie. Auch muß für die Analyse von Geräuschen eine Gegentaktgleichrichtung oder Ringmodulatorschaltung angewandt werden, da sonst falsche Teiltöne durch unmittelbare Gleichrichtung des Geräusches vorgetäuscht werden.

Der Suchton und die Eigenfrequenz des Durchlaßfilters können nach einem Vorschlage von Moore und Courtis auch über den zu analysierenden Frequenzbereich gelegt werden. Man erhält beim Überstreichen eines Teiltones in diesem Falle ein Maximum gegenüber zwei Maxima bei dem oben angegebenen Verfahren. Auch kann die Analysierdauer herabgesetzt werden. Die Bestimmung der Tonhöhe des Teiltones sowie der Aufbau des Filters — meist ein mechanisches, magnetostriktives oder Quarzfilter — werden dagegen komplizierter.

Bei den bisher beschriebenen Verfahren wird der Differenzton auf rein elektrischem Wege durch quadratische Gleichrichtung gebildet. Es sind auch Verfahren angegeben worden, die das Entstehen einer im Rhythmus der Differenzschwingung pulsierenden Kraft zur Analyse ausnutzen. All diesen Verfahren ist notwendigerweise gemeinsam die Verwendung eines mechanischen Filters, das nur sozusagen die Differenzschwingungen anzeigt. Des Coudres und Gerlach verwenden hierzu ein Dynamometer, durch dessen feststehende Spule das Klanggemisch und durch dessen bewegliche Spule die Suchspannung geschickt wird. Der Ausschlag des Instrumentes in der Differenzfrequenz gibt ein Maß für die Stärke der Teiltöne.

Die elektrostatische Lösung der Aufgabe (Grützmacher) zeigt Abb. 72. Die Spannung des Frequenzgemisches $e_1$ und die Suchspannung $e_2$ liegen in einer Art Differentialschaltung an dem Faden $F$ und den beiden Elektroden eines Einfadenelektrometers, wodurch Kräfte im Takte der Differenzfrequenz auf den Faden einwirken. Ist dieser aperiodisch gedämpft oder auf eine tiefe Eigenschwingung abgestimmt, so zeigt sein Ausschlag die Stärke des Teiltones an. Der Ausschlag kann mit Hilfe einer Fernrohrskala $S$ abgelesen oder durch Projektion einem größeren Kreise sichtbar gemacht werden.

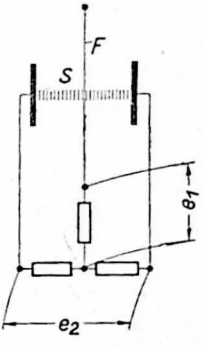


Abb. 72. Klanganalyse mit Einfadenelektrometer

Zu erwähnen bleibt noch ein Verfahren der Suchtonanalyse, das die Verwendung eines Kohlemikrophons zur Aufnahme des Klanges zur Voraussetzung hat (E. Meyer). An Stelle des normalen Speisestromes wird durch das Mikrophon der Suchtonwechselstrom hindurchgeschickt. Da die Ausgangsspannung dem Produkt aus Strom und Widerstand proportional ist, der Widerstand aber durch das Frequenzgemisch moduliert wird, entstehen wie bei dem rein elektrischen Suchtonverfahren Differenzspannungen, die den Teiltönen des Gemisches proportional sind. Zur Untersuchung der Nichtlinearität von Kohlemikrophonen läßt sich dieses Verfahren mit besonderem Vorteil verwenden. Es wird dann das Mikrophon auch akustisch mit einem oder mit zwei reinen Tönen beschickt und aus der Zahl und Stärke der entstehenden Differenz- und Summentöne auf das Maß der Nichtlinearität geschlossen.

Elektrische Suchtonverfahren: Grützmacher, ENT 4, 533, 1927; Z. techn. Phys. **10**, 570, 1929; Moore u. Curtis, Bell. Syst. techn. J. **6**, 299, 1927. Suchtonverfahren mit tief abgestimmten mechanischen Resonatoren: Th. Des Coudres, Verh. Phys. Ges. **17**, 11, 1898; Gerlach, Z. techn. Phys. **8**, 515, 1927; Grützmacher, ebd. **10**, 572, 1929. Suchtonanalyse mit Kohlemikrophon: E. Meyer, ENT 5, 398, 1928.

**d) Mit dem Schallgitterspektroskop.** Ein einem optischen Gitter analoges mechanisches Gitter ergibt Reflexionsmaxima, die entsprechend den einfallenden Frequenzen an räumlich getrennten Stellen liegen und dort ausgemessen werden können. Um nicht zu große Gitteranordnungen benutzen zu müssen, wird der zu analysierende Klang einem Ultraschallträger aufgemodelt.

E. Meyer u. Thienhaus, Z. techn. Phys. **15**, 630, 1934. Klanganalyse mit einem Ultraschall-Platinspektroskop: Mohr, Akust. Z. **6**, 209, 1941.

## 8. Der Mensch als Schallsender und Schallempfänger

**a) Die menschliche Stimme.** Der Frequenzumfang der menschlichen Stimme reicht etwa von 60 bis 12000 Hz. Die abgegebene Schalleistung beträgt für Unterhaltungssprache etwa $7 \cdot 10^{-6}$ (Spitzenleistung $2 \cdot 10^{-3}$) Watt entsprechend einer Lautstärke (s. unten) von 50 phon für Unterhaltungssprache (20 phon Flüstersprache) in 1 m Abstand vor dem Sprecher.

Die tragenden Elemente der menschlichen Sprache sind die Vokale. Die im Kehlkopf sitzenden Stimmlippen modulieren den durch sie hindurchgepreßten Luftstrom und erzeugen so einen obertonreichen Klang. Der Grundton dieses Klanges ist durch die Anzahl der Stimmbandschwingungen gegeben. Der den einzelnen Vokalen charakteristische Klang wird durch die Stellung der Mundhöhle gebildet. Je nach der Eigenschwingung und Dämpfung dieses Resonators werden bestimmte Obertöne bevorzugt. Für den Vokal a ist das Auftreten starker Obertöne um 1000 Hz charakteristisch; man spricht von dem bei 1000 Hz liegenden a-„Formantgebiet". Das Hauptformantgebiet des Vokals o liegt etwa bei 750 Hz, des Vokals u bei 500 Hz. Der Vokal e ist insofern mit dem Vokal o verwandt, als er auch ein tiefes Formantgebiet bei 750 Hz, jedoch noch ein zweites bei 2000 Hz besitzt. Auch i besitzt zwei Formantgebiete, von denen das tiefe an der Stelle des u-Formanten bei etwa 500 Hz und das hohe bei 3000 Hz liegen.

Die Konsonanten sind Übergangs-, Einleitungs- oder Schlußlaute meist geräuschähnlichen Charakters. Das t z. B. erzeugt eine plötzlich auftretende steile Wellenfront, in der bekanntlich Anteile aller Frequenzen enthalten sind. Namentlich die Zischlaute wie s, sch, z, f usw. enthalten hohe Frequenzen bis zu 12000 Hz, die durch Wirbelbildung entstehen.

v. Helmholtz, Lehre v. d. Tonempfindungen, 6. Aufl., S. 73 f. Braunschweig 1913; Stumpf, Berl. Ber. S. 333; 1918, Fletcher, Bell. Syst. techn. J. **1**, 129, 1922; Wagner, ETZ **45**, 451, 1924; Trendelenburg, Klänge u. Geräusche. Berlin 1925; Derselbe, Proc. 3. Int. Congress of Tonetic Sciences **128**, Gent 1938; Thienhaus, Z. techn. Phys. **15**, 637, 1934. Aufzeichnung der Sprachmelodie: Grützmacher u. Lottermoser, Akust. Z. **2**, 242, 1937; **3**, 138, 1938.

**b) Das menschliche Ohr.** Das menschliche Ohr ist ein Schallempfänger besonderer Empfindlichkeit. In Abb. 73 ist die sog. Hörfläche — der Bereich des menschlichen Hörens — dargestellt. Man sieht, daß der Frequenzbereich etwa von 20 bis 20000 Hz reicht und daß ebenso die unterschiedenen Schallstärken innerhalb von rund 12 Zehnerpotenzen liegen, so daß auch diese Variable in logarithmischem Maßstab dargestellt werden mußte. Die unterste der in Abb. 73 wiedergegebenen Kurven ist die sog. Reizschwellenkurve, d. h. diejenige Kurve; unterhalb der Schalldrucke nicht mehr vom Ohr wahrgenommen werden. Die Kurve weist eine starke Frequenzabhängigkeit auf. Während bei 1000 Hz

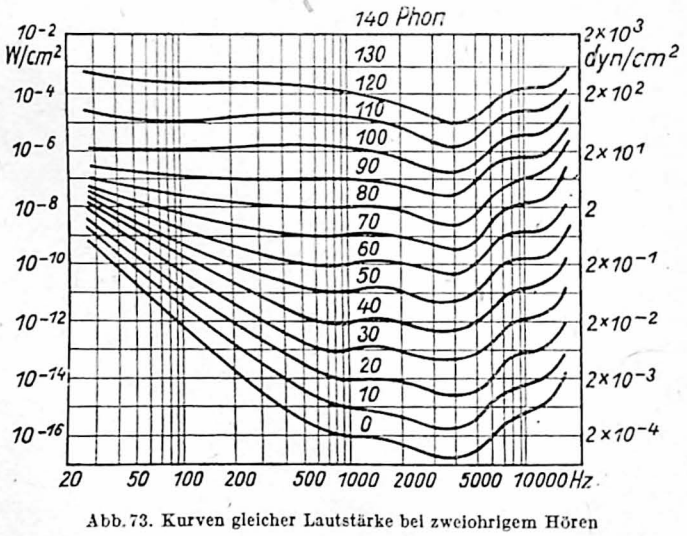



Abb. 73. Kurven gleicher Lautstärke bei zweiohrigem Hören

ein Schwellendruck von etwa $2 \cdot 10^{-4}$ dyn/cm² noch gehört wird, liegt dieser Schalldruck für 50 Hz etwa bei 0,1 dyn/cm². Alle weiteren Kurven sind als Kurven gleicher Lautstärke durch subjektiven Hörvergleich mit der in der Mitte gelegenen Normalfrequenz 1000 Hz gefunden worden. Zu dieser Messung wurde die Schallstärke des tieferen oder höheren Vergleichstones so lange geändert, bis dieser dem Ohr eines Beobachters ebenso laut erschien wie der Normalton 1000 Hz. Die einzelnen Kurven unterscheiden sich durch eine jeweils um 10 db (= Faktor 10) gesteigerte Schallstärke des Vergleichstones 1000 Hz.

Ausgehend von den in Abb. 73 dargestellten Kurven hat man die Lautstärke beliebiger reiner Töne wie auch allgemein die Lautstärke komplexer Klänge und Geräusche durch Bezug auf die Lautstärke eines Tones der Normalfrequenz von 1000 Hz wie folgt definiert:

1. Die Lautstärke eines Schalles wird durch Hörvergleich mit einem Normalschall festgestellt.
2. Als Normalschall dient eine ebene fortschreitende Schallwelle von der Frequenz 1000 Hz, die genau von vorn auf den Kopf des Beobachters auftrifft.
3. Der Angabe der Lautstärke wird der Schalldruck des als gleichlaut empfundenen Normalschalles zugrunde gelegt.
4. Der Schalldruck wird dabei auf den Wert $2 \cdot 10^{-4}\,\mu b = 2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{dyn} \cdot \mathrm{cm}^{-2}$ bezogen.
5. Die Lautstärkenskala für den Normalschall baut sich auf den gewöhnlichen (dekadischen) Logarithmen auf. Sind $P_1$ der Schalldruck des gleichlauten Normalschalles, $P_0$ der Bezugsschalldruck, so beträgt die Lautstärke $20 \cdot \lg \frac{P_1}{P_0}$ „phon". Dem Bezugsschalldruck entspricht die Lautstärke 0 phon.
6. Der Schalldruck des Normalschalles wird in der freien Welle des ungestörten Schallfeldes gemessen. Darauf werden abwechselnd der Normalschall und der zu messende Schall abgehört, und zwar jedesmal mit beiden Ohren. Dabei wird festgestellt, wie der Normalschall zu bemessen ist, damit er, beurteilt von einer größeren Anzahl normaler Beobachter, im Mittel ebenso laut erscheint wie der zu bewertende Schall. Beide Schalle sollen jeweils während gleicher Zeiten und mindestens eine Sekunde lang abgehört werden.

Zur Messung der Lautstärke kann man sich eines von Barkhausen angegebenen Apparates bedienen, der eine elektrisch angetriebene Normaltonquelle besitzt, deren Spannung über einen in „phon" geeichten Spannungsteiler einem Telephon zugeleitet wird. Die Messung geschieht durch subjektiven Abgleich auf gleiche Lautheitsempfindung.

Einfacher gestaltet sich die Messung mit einem objektiven Lautstärke- oder Geräuschmesser. Ein Mikrophon wandelt hier den Schall in elektrische Spannungsschwankungen um. Ein nachfolgender Verstärker, der die in dem Geräusch oder Klang enthaltenen Teiltöne entsprechend den Kurven gleicher Lautstärke bewertet, verstärkt sie und führt sie einem den quadratischen Mittelwert anzeigenden Instrument zu.

Das Gerät zeigt die Lautstärke mit einer für die meisten praktischen Zwecke ausreichenden Genauigkeit an. Namentlich für die Messung des Verkehrslärms und der Geräusche in industriellen Betrieben hat es seine praktische Brauchbarkeit erwiesen.

Aufbau des Ohres: E. Meyer, Hdb. d. Phys. 8, Berlin 1927. Scheinwiderstand des Ohres: Tröger, Phys. Z. 31, 26, 1930; v. Békésy, Ann. Phys. 13, 111, 1932. Hörschwelle und Kurven gleicher Lautstärke: M. Wien, Pflügers Arch. 97, 1, 1903; Fletcher u. Munson, J. acoust. Soc. Amer. 5, 82, 1933. Hörtheorie: v. Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen. Braunschweig 1913; v. Békésy, ENT 12, 71, 1935. AEF-Entwurf über die Lautstärke: Akust. Z. 3, 59, 1938. Subjektiver Lautstärkevergleich: Barkhausen, Z. techn. Phys. 7, 599, 1926. Richtlinien für Geräuschanzeiger und -schreiber, Akust. Z. 2, 54, 1937. Lautstärkemessung durch Verdeckung: Galt, J. acoust. Soc. Amer. 2, 36, 1931. Lautstärke kurzer Schallstöße: v. Békésy, Phys. Z. 30, 118, 1939; Steudel, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. 41, 123, 1933 Lautstärke und Lautheit: Fletcher, Speech and Hearing, London 1929.

## 9. Frequenzband für Sprach- und Musikübertragung

An erster Stelle bei elektrischer, elektroakustischer oder rein akustischer Sprach- und Musikübertragung steht die Frage nach dem benötigten Frequenzband. Im Fernsprechbetrieb, wo es sich nur darum handelt, das gesprochene Wort verständlich zu übertragen, genügt ein Frequenzband von 300 bis 3000 Hz.

Die meisten Fernsprechverbindungen übertragen zur Zeit sogar nur die Frequenzen bis zu 2400 Hz, doch sollen nach neueren Empfehlungen des zwischenstaatlichen beratenden Ausschusses (CCIF) die Übertragungskanäle auf den oben angegebenen Wert erweitert werden. Die Wirksamkeit der Breite und der Grenzen eines Übertragungskanals können durch sog. Silbenverständlichkeits-Messungen festgestellt werden. Es werden sinnlose Silben über die in Frage stehende Leitung gesprochen, und am Ausgang wird von einem Meßtrupp aufgeschrieben, was verstanden worden ist. Das Verhältnis der richtig verstandenen zu den insgesamt übertragenen Silben, die Silbenverständlichkeit, gibt ein Maß für die Güte der Leitung. Eine mittelgute Leitung besitzt eine Silbenverständlichkeit von 70%. Dies entspricht einer fast 100%igen Satzverständlichkeit. Auch Einflüsse der Dämpfung, nichtlinearen Verzerrung und des Leitungsgeräusches u.a. auf die Übertragungsgüte können durch Silbenverständlichkeits-Messungen erfaßt werden.

Für die gute Übertragung von Musik müßte die Übertragung eines Frequenzbandes von 30 bis 12000 Hz verlangt werden. Ein Frequenzband von 50 bis 9000 Hz, wie es von den Rundfunkleitungen und -sendern übertragen wird, reicht jedoch für die meisten praktischen Fälle aus, zumal die Lautsprecher in den seltensten Fällen ein derart breites Band wiedergeben. Namentlich die Erweiterung des übertragenen Bandes bis zu den tiefsten Frequenzen trägt wesentlich zur Steigerung der Natürlichkeit und Fülle der Musik bei.

Frequenzspektren der Musikinstrumente: E. Meyer u. Buchmann, Berliner Ber. 32, 735, 1931. Frequenzband für Sprache: Küpfmüller, Schwachstromtechnik, Hdb. d. Exp.Phys. 11, 3, 1931; v. Braunmühl, Akust. Z. 1, 145, 1936. Silbenverständlichkeits-Messungen: H. F. Mayer, ENT 4, 4, 1927.

# I. Temperatur

## 1. Die Temperaturskala

### A. Gesetzliche Bestimmungen

Als gesetzliche Temperaturskala gilt in Deutschland seit dem 7. August 1924 die thermodynamische Skala mit der Maßgabe, daß die normale Schmelztemperatur des Eises mit 0°, die normale Siedetemperatur des Wassers mit 100° bezeichnet wird. In Übereinstimmung mit den Beschlüssen der Internationalen Generalkonferenz für das Gewichts- und Meßwesen sind folgende Bestimmungen getroffen:
Die gesetzliche Temperaturskala beruht einerseits auf einer Anzahl fester und stets wiederherstellbarer Gleichgewichtstemperaturen (Festpunkte), denen bestimmte Zahlenwerte zuerteilt werden, andererseits auf den Angaben von Interpolationsinstrumenten, die nach bestimmten Vorschriften an die Festpunkte angeschlossen werden.

**a) Die Festpunkte.** Die folgende Zusammenstellung enthält die grundlegenden Festpunkte und die ihnen für den Druck einer normalen Atmosphäre (S. 5) zuerteilten Zahlenwerte nebst den Formeln, die bei den gesättigten Dämpfen die Temperatur $t_p$ in Abhängigkeit von dem Druck $p$ im Bereich von 680 bis 780 mm Quecksilber darstellen.

α) Sauerstoffpunkt (Siedetemperatur)
$t_p = -182{,}97 + 0{,}0126\,(p - 760) - 0{,}0000065\,(p - 760)^2$
β) Eispunkt (Schmelztemperatur) 0,000°
γ) Wasserdampfpunkt (Siedetemperatur)
$t_p = 100{,}000 + 0{,}0367\,(p - 760) - 0{,}000\,023\,(p - 760)^2$
δ) Schwefelpunkt (Siedetemperatur)
$t_p = 444{,}60 + 0{,}0909\,(p - 760) - 0{,}000048\,(p - 760)^2$
ε) Silberpunkt (Erstarrungstemperatur) 960,5°
ζ) Goldpunkt (Erstarrungstemperatur) 1063°.

**b) Interpolationsverfahren.** Entsprechend den Methoden für die Interpolation wird die Temperaturskala in vier Teile zerlegt.

α) Zwischen dem Eispunkt und 660°: Platin-Widerstandsthermometer nach der Beziehung $R_t = R_0(1 + A \cdot t + B \cdot t^2)$. Der Widerstand $R_0$ beim Eispunkt sowie die Konstanten $A$ und $B$ sind durch Anschluß an den Eis-, Wasserdampf- und Schwefelpunkt zu ermitteln (S. 149 ff.). Der Platindraht muß so beschaffen sein, daß das Widerstandsverhältnis $R_t/R_0$ für $t = 100°$ nicht kleiner als 1,390 und für $t = 444{,}60°$ nicht kleiner als 2,645 ist.

$\beta$) Zwischen $-190°$ und dem Eispunkt: Platin-Widerstandsthermometer nach der Beziehung $R_t = R_0[1 + A \cdot t + B \cdot t^2 + C(t - 100) \cdot t^3]$. Nachdem die Konstanten A und $B$ gemäß Regel $\alpha$) bestimmt sind, wird $C$ durch Anschluß an den Sauerstoffpunkt; gewonnen. An diesem Punkt muß für den Gebrauch unterhalb 0° das Widerstandsverhältnis $R_t/R_0$ kleiner als 0,250 sein.

$\gamma$) Zwischen 660° und dem Goldpunkt: Thermoelement mit Schenkeln aus Platin und Platinrhodium (90 Pt + 10 Rh), dessen kalte Lötstelle sich auf der Temperatur des Eispunktes befindet nach der Beziehung $e = a + bt + ct^2$. Die Konstanten $a$, $b$, $c$ werden durch Messung der Thermokraft $e$ bei dem Erstarrungspunkt von Antimon sowie bei dem Silber- und Goldpunkt ermittelt. Die Erstarrungstemperatur des verwendeten Antimons ist mit einem nach den Vorschriften unter $\alpha$) angeschlossenen Widerstandsthermometer zu bestimmen. Sie beträgt für das reine Metall 630,5°. — Das Thermoelement muß so beschaffen sein, daß am Goldpunkt $e$ nicht kleiner als 10200 und nicht größer als 10400 $\mu$V ist. Für den Platindraht darf das Widerstandsverhältnis $R_{100}/R_0$ nicht kleiner als 1,390 sein.

$\delta$) Oberhalb des Goldpunktes: Optische Pyrometrie. Die Temperatur wird durch das bei der Wellenlänge $\lambda$ des sichtbaren Lichtes beobachtete Intensitätsverhältnis $I/I_{Au}$ der Strahlung eines schwarzen Körpers bei den Temperaturen $t$ und der Temperatur des Goldpunktes nach der Beziehung

$$\ln \frac{I}{I_{Au}} = \frac{c}{\lambda}\left[\frac{1}{1336} - \frac{1}{t + 273}\right]$$

bestimmt, falls $\lambda(t + 273)$ kleiner als 0,3 cm · Grad ist. Der Konstanten $c$ ist der Wert 1,432 cm · Grad beigelegt worden.

Reichsgesetzblatt 1924, S. 679; Reichsministerialamtsblatt 1928 Nr. 1.

Auf der 9. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Oktober 1948 in Paris wurde eine „internationale Temperaturskala 1948" (Int 48) angenommen, die gegenüber der „gesetzlichen" folgende Unterschiede aufweist: 1. Statt 660° als Grenzwert der Bereiche $\alpha$ und $\gamma$ wurde die Erstarrungstemperatur des Antimons eingeführt, 2. der Wert der Konstanten $c$ (s. $\delta$) wurde gleich 1,438 cm · Grad gesetzt.

## B. Fortbildung der Skala

Die gesetzliche Skala stimmt so nahe mit der thermodynamischen überein, wie es nach den bis zum Jahre 1927 vorliegenden Versuchsergebnissen möglich war. Im Jahre 1932 haben Heuse und Otto festgestellt, daß im Gebiet tiefer Temperaturen nach der vorgeschriebenen Regel mit dem Platinwiderstandsthermometer zu tiefe Werte gemessen werden, und zwar im Höchstfalle bei — 80° um etwa 0,04°. Bei Platin höchster Reinheit scheint diese Differenz etwas geringer zu sein.

Indessen sollte vorläufig, falls nicht ausdrücklich etwas anderes bemerkt wird, die Temperatur stets in der gesetzlichen Skala gemessen sein.

Unterhalb — 183° bis einige Grade über dem absoluten Nullpunkt sind zuverlässige Temperaturmessungen nur mit dem Gasthermometer auszuführen. Indessen ist 1936 von Henning und Otto für Widerstandsthermometer aus sehr reinem Platin ein gangbarer Weg bis herab zu — 259° vorgeschlagen.

Als sichere Festpunkte in diesem Gebiet dienen der Tripelpunkt des normalen Wasserstoffes $t = -259{,}20°$, der Siedepunkt des normalen Wasserstoffes in der Nähe des Druckes $p = 760$ Torr.

$$t_p = -252{,}78 + 0{,}00449\,(p - 760) - 0{,}8 \cdot 10^{-6}\,(p - 760)^2$$

und der $\beta \rightarrow \gamma$-Umwandlungspunkt des Sauerstoffes $t = -229{,}40°$.

Henning, Wärmetechnische Richtwerte. Berlin 1938; Ders., Handb. d. Phys. 9, 521, 1926; Henning u. Otto, Z. Phys. 49, 742, 1928; Phys. Z. 37, 601 u. 633, 1936; Heuse u. Otto, Ann.

Phys. (5) **9**, 486, 1931; **14**, 185, 1932. Für sehr tiefe Temperaturen: Keesom, Comm. Leiden Suppl. 80, 1936.

Die Temperaturmessung mit dem optischen Pyrometer läßt sich auf beliebig hohe Temperaturen ausdehnen, wenn man die Plancksche Strahlungsformel (S. 290) zugrunde legt.

### C. Amtlich geprüfte Temperatur-Meßgeräte und deren Verwendung

Die Physikalisch-Technische Anstalt prüft auf Antrag alle Instrumente für die Temperaturmessung: Flüssigkeits- und Widerstandsthermometer, Thermoelemente und optische Pyrometer.

Im geschäftlichen Verkehr, insbesondere bei Ausübung eines Berufes und Gewerbes, ferner soweit Behörden oder der Öffentlichkeit dienende Einrichtungen in Erfüllung ihrer Aufgaben Temperaturen zu messen haben, muß die gesetzliche Temperaturskala zugrunde gelegt werden, und es ist verboten, Thermometer zu verwenden, die größere Abweichungen von der gesetzlichen Skala aufweisen, als von der Physikalisch-Technischen Anstalt festgesetzt sind. Diese verhältnismäßig weit gesteckten sog. Verkehrsfehlergrenzen betragen 1° im Bereich von — 20 bis + 50°, 2° im Bereich von + 50 bis + 200° usw. Amtlich beglaubigt werden indessen nur solche Thermometer, deren Fehler wesentlich geringer sind, z. B. bei einem Skalenumfang von — 20 bis + 100° solche Instrumente, die bei Teilung in Zehntelgrade höchstens Fehler von 0,25° und bei Teilung in ganze Grade höchstens Fehler von 0,5° besitzen.

Ein Zwang für die Prüfung bzw. Eichung besteht nur bei Fieberthermometern.

Bei der praktischen Anwendung ist zu beachten, daß ein an sich richtiges Thermometer nur bei zweckmäßigem Einbau die wahren Werte eines gegebenen Temperaturfeldes liefern kann.

Grundsätzlich stört jedes Thermometer das Temperaturfeld durch Wärmeleitung, und bei zeitlich nicht konstanter Temperatur hinken seine Angaben nach. Man muß also dafür sorgen, daß der Temperaturausgleich des eintauchenden Thermometerteiles gut ist gegenüber dem Temperaturfeld und schlecht gegenüber dem herausragenden Thermometerteil.

Besonders schwierig ist es deshalb, Oberflächentemperaturen zu messen, soweit hierfür nicht optische Methoden verwendet werden. Man muß dann den für die Temperatur empfindlichen Teil des Meßgerätes mit einem möglichst großen Stück der Oberfläche in Berührung bringen und durch Überdecken mit einem Isolierstoff gegen Wärmeverluste schützen. Es empfiehlt sich, die Anordnung durch Messung einer bekannten Oberflächentemperatur zu prüfen, indem man die Fläche durch eine siedende Flüssigkeit heizt.

Vgl. den Abschnitt über Temperaturmeßfehler bei Knoblauch u. Koch. Techn.-Phys. Praktikum. Berlin 1934; VDI-Temperaturmeßregeln. Berlin 1940.

## 2. Erzeugung konstanter Temperaturen

### A. Schmelz- und Siedepunkt

**a) Eispunkt.** Man taucht das Thermometer in reines (gewaschenes), fein zerstoßenes oder geschabtes Eis, das mit destilliertem Wasser angefeuchtet ist. Künstliches Eis ist auf Salzgehalt zu prüfen ($AgNO_3$ soll keine weiße Trübung erzeugen). Die erreichbare Genauigkeit ist etwa ± 0,002°. Bei Quecksilberthermometern soll der ganze Faden eintauchen. Einschlußthermometer sind bis über den Nullpunkt einzusenken und nur während der Ablesung oben soweit nötig vom Eise zu befreien (nicht herauszuziehen, da hierbei die Luft einströmt).

Der Tripelpunkt des luftfreien Wassers, der 0,010° höher liegt als der normale Eispunkt, ist nach Moser auf ± 0,00005° sicher. Man läßt einen Teil des Wassers in einem abgeschmolzenen Glasgefäß erstarren, das eine Einstülpung hat, die man mit Quecksilber (als gut leitende Badflüssigkeit) füllt und in die man das Thermometer einführt.

Moser, Ann. Phys. 1, 341, 1929.

Reines Wasser darf nur mit solchem Glas in Berührung gebracht werden, das hydrolytisch hochwertig ist (S. 160). Soll Wasser durch Destillieren gereinigt werden, so ist das zuerst und zum Schluß übergehende Destillat nicht zu verwenden. Das feinste Prüfungsmittel auf gelöste unorganische Stoffe ist das elektrische Leitvermögen. Gutes Wasser besitzt einen spezifischen Widerstand von $10^6\ \Omega\ cm^{-1}$. Durch Entziehen von Kohlensäure kann er auf das Doppelte steigen. Flammengase und Atmungsluft können das Wasser leicht mit Kohlensäure verunreinigen. Man kann sie wieder entfernen, wenn man durch das Wasser in kleinen Blasen einen Luftstrom hindurchperlen läßt, der vorher über Ätzkali oder Natronkalk oder durch eine Waschflasche mit verdünnter Alkalilösung geleitet worden ist.

Kohlrausch, Z. phys. Chem. 42, 198, 1902; Hönigschmidt u. Sachtleben, Z. anorg. u. angew. Chem. 221, 65, 1934.

**b) Siedepunkt des Wassers.** Man bringt das Thermometer in eine von gesättigtem Wasserdampf durchströmte Siederöhre (Abb. 74). Der Dampf wird am besten durch elektrische Heizung erzeugt. Etwaiger Überdruck des Dampfes gegen die Atmosphäre wird durch ein Wassermanometer gemessen. Die ganze Quecksilbersäule des Thermometers soll sich möglichst im Dampf befinden. Die Temperatur des Wasserdampfes ergibt sich aus seinem Sättigungsdruck $p$, der sich als Summe aus dem nach S. 191 mit Hilfe von Tab. 11 reduzierten Barometerstand und dem im Wassermanometer angezeigten Überdruck (die Länge der gehobenen Wassersäule ist durch 13,6 zu dividieren, um ihr Quecksilberäquivalent zu erhalten) zusammensetzt (s. Tab. 30).

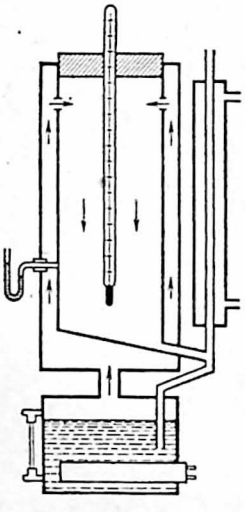


Abb. 74.
Siedeapparat für Wasser

Die störenden Schwankungen des Barometerstandes schaltet man aus, wenn man den von strömendem Wasser umspülten Rückflußkühler (in Abb. 74 wäre er oben rechts angesetzt zu denken) nicht in die freie Atmosphäre, sondern ein geschlossenes Luftvolum von etwa 20 l Inhalt (künstliche Atmosphäre) ausmünden läßt, das vor Temperaturschwankungen geschützt ist.

In jedem Falle muß das Sieden stark genug sein, um alle Reste von Luft oder Fremdgasen aus dem Dampfrohr zu vertreiben, da sonst der Sättigungsdruck unter dem Gesamtdruck bleibt.

Nach der hier beschriebenen dynamischen Methode läßt sich der Hundertpunkt nicht genauer als auf 0,002 bis 0,003° herstellen. Etwa dreifach höher ist die Genauigkeit bei der von Moser erprobten statischen Methode. Hierbei wird reines Wasser im geschlossenen Gefäß durch ein Flüssigkeitsbad auf eine Temperatur von nahe 100° gebracht und der Dampfdruck durch Vermittlung einer sehr dünnen Glasscheidewand und eines mit Luft gefüllten Rohres auf ein Quecksilbermanometer übertragen.

Moser, Ann. Phys. 14, 790, 1932.

Besondere Vorsichtsmaßregeln machen es möglich, die dynamische und die statische Methode bis auf 0,001° in Übereinstimmung zu bringen.

Moser u. Zmaczynski, Phys. Z. 40, 221, 1939. Über eine andere Form des Siedeapparates s. Beattie, Benedict u. Blaisdell, Proc. Amer. Acad. 71, 336, 1937.

**c) Siedepunkte anderer Stoffe, besonders des Schwefels.** Nach der Methode des Wasserdampfes lassen sich durch Sieden anderer Flüssigkeiten auch andere Temperaturen konstant halten, z. B. siedet Azeton bei 56°, Anilin bei 184°, Naphthalin bei 218°, Benzophenon bei 306°, wenngleich deren Verdampfungswärme erheblich (vier- bis fünfmal) geringer ist als diejenige des Wassers. Man verwendet dabei einfache Rückflußkühler, für die bei hochsiedenden Flüssigkeiten Luftkühlung genügt. Für genaue Messungen mit Wasserdampf ist ein Siederohr, das bereits mit anderen Dämpfen beschickt wurde, unbrauchbar.

Schwefel läßt man in einem Rohr aus hartem Glas (z. B. Jenaer Glas 2954) von 4 bis 5 cm Weite und 50 cm Länge, das oben mit einer Asbestscheibe verschlossen ist, sieden (Abb. 75). Die Heizung geschieht am gleichmäßigsten durch einen elektrischen Ofen. Doch genügt vielfach auch ein Bunsenbrenner. Dann wird die Siederöhre durch ein Blechdiaphragma geführt, um die Überhitzung der Schwefeldämpfe durch die Flammengase zu vermeiden. Guter thermischer Schutz der Rohrwand verhindert vorzeitige Kondensation der Dämpfe. Der Schwefelpunkt (444,6°) ist einer der Hauptfixpunkte bei dem Anschluß der Widerstandsthermometer (s. S. 147). Man muß den temperaturempfindlichen Teil des Thermometers, die Platinspule, durch einen Schutzzylinder oder Konus aus Asbest, Aluminium oder Eisen (der für den Durchtritt des Schwefeldampfes mit Löchern versehen ist) gegen Strahlungsverluste und herabfließenden kondensierten Schwefel schützen.

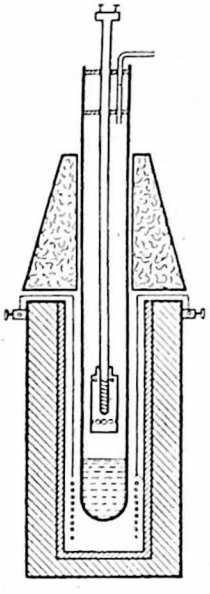


Abb. 75. Siedeapparat für Schwefel

Das Siederohr muß vor dem Erstarren des Schwefels aus dem Ofen entfernt und möglichst horizontal gelegt werden. Gegen Entflammung der Dämpfe an der Luft schützt ein übergeschobenes Becherglas. Von siedenden Flüssigkeiten kommen bei tiefer Temperatur in erster Linie in Frage: Sauerstoff (−183,0°), Stickstoff (−195,8°) und Wasserstoff (−252,8°) (vgl. auch Tab. 31 u. 33). Wasserstoff zeichnet sich dadurch aus, daß er keine Siedeverzüge aufweist. Um einen größeren Temperaturbereich zu gewinnen, läßt man auch bei Drucken unterhalb einer Atmosphäre sieden.

**d) Schmelzpunkte verschiedener Stoffe.** Konstante Temperaturen in Räumen bis zu etwa 50 cm³ lassen sich leicht durch Schmelzen oder Erstarren von Metallen unter Ausnutzung der latenten Wärme erzeugen, und zwar mit Zinn bei 232°, mit Kadmium bei 321°, mit Zink bei 419°, mit Antimon bei 630°. Man schließt die Metalle in Graphittiegel (mit Deckel), wodurch die Oxydation verhindert wird, und heizt sie im elektrischen Ofen. Mit noch kleineren Räumen muß man sich begnügen, wenn man sehr hohe konstante Temperaturen durch Schmelzen oder Erstarren der Edelmetalle herstellt: Silber in Graphit und gut mit Graphitpulver bedeckt bei 960°, Gold in Porzellan bei 1063°, Palladium in Porzellan bei 1555°, Platin in Thoriumoxyd bei 1773°.

Silber nimmt bei freier Berührung mit Luft in flüssigem Zustand viel Sauerstoff auf, den es beim Erstarren wieder abgibt, indem es „spratzt". Zugleich wird der Erstarrungspunkt um etwa 8° erniedrigt. Kupfer schmilzt an Luft etwa 20° tiefer als unter Kohle oder in sauerstoffreier Atmosphäre (1083°).

Nahe gleichwertig mit den Schmelzpunkten sind die Umwandlungspunkte, z. B. festes Natriumsulfat mit 10 Molekülen Wasser geht bei 32,38° in Lösung.

### B. Thermostaten

**a) Räumliche Konstanz der Temperatur.** Räumlich gleichförmig lassen sich am besten Flüssigkeitsbäder temperieren. Man ordnet einen stark wirkenden Turbinenrührer so an, daß die Flüssigkeit abwechselnd an den zu temperierenden Gegenständen und an den Heiz- bzw. Kühlelementen vorbeiströmt (Abb. 76).

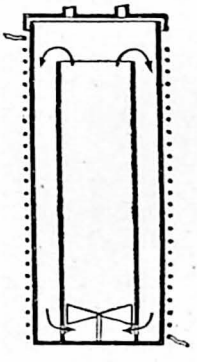


Abb. 76. Elektrisch geheiztes Flüssigkeitsbad

Vorzüglich bewährt hat sich eine von Höppler angegebene Anordnung, bei der die Flüssigkeit in einem besonderen Kessel auf konstanter Temperatur gehalten wird, um von hier aus mittels Schlauchverbindungen in ständigem Kreislauf durch das eigentliche Temperaturbad hindurchgepumpt zu werden.

Ist es nicht möglich, die Badflüssigkeit in ein Vakuumglas zu füllen, so empfiehlt es sich, den Wärmeaustausch des Gefäßes mit der Umgebung durch Hüllen aus Filz, Seide, Wolle, Watte oder in höherer Temperatur durch Asbest zu vermindern. Kann man zwei Gefäße ineinanderstellen, so füllt man den Zwischenraum zweckmäßig mit trockenem Kork- oder Sägemehl, mit Torfmull, Kieselgur usw. Vorzüglich bewährt haben sich Hüllen aus geknitterten Aluminiumfolien (Alfol).

**b) Automatische Einstellung zeitlicher Konstanz.** Die zeitliche Konstanz läßt sich vorzüglich durch Automaten erreichen. Bis auf wenige 0,001° regeln Kontaktthermometer, durch die ein Teil des Heizstromes über ein Relais ein- oder ausgeschaltet wird, sobald das Quecksilber des zweckmäßig mit etwas Wasserstoff gefüllten Thermometers einen in die Kapillare eingeschmolzenen Platindraht erreicht. Die Empfindlichkeit kann in weiten Grenzen durch Vergrößerung des Thermometergefäßes und Verengung der Kapillare erhöht werden. Unerläßlich sind hohe Sauberkeit des Quecksilbers und geringe Potentialdifferenzen an den Kontaktstellen. – Für fast beliebigen Temperaturbereich ist nach Haughton auf Grund des gleichen Prinzips ein Gasthermometer (S. 156) brauchbar, wenn die Kontakte in den Schenkeln des zugehörigen Quecksilbermanometers angebracht werden. Durch Veränderung der Gasmenge wird die Einstelltemperatur verändert.

Eine sehr empfindliche Regelvorrichtung ist von Moser angegeben. Als temperaturempfindlicher Teil dient ein Widerstandsthermometer, das in einer Wheatstoneschen Brücke liegt. Durch Änderung seines Widerstandes wird von einem Galvanometer ein Lichtzeiger auf eine Photozelle geworfen und dadurch ein Relais für den Heizstrom betätigt. Mit dieser Vorrichtung läßt sich z. B. ein Palminbad bei 100° beliebig lange auf 0,001° konstant halten.

Auch in tiefer Temperatur sind derartige Regler anwendbar, wenn außer dem Kältemittel eine zusätzliche elektrische Heizung verwendet wird.

Haughton, J. sci. instr. **9**, 310, 1932; Moser, Z. techn. Phys. **13**, 383, 1932; Scott u. Brickwedde, Bur. Stand. J. Res. **6**, 401, 1931; Winkelmann, Die lichtelektrische Zelle als Steuerorgan. Berlin 1933; Sell, Z. techn. Phys. **15**, 129, 1934.

Für technische Zwecke haben sich die Fallbügel-Temperaturregler bewährt. Mit ihnen kann die Konstanz einer beliebigen Temperatur auf 0,5 bis 1% vom Endwert der Skala des Zeigerinstruments, auf dem die Temperatur abgelesen wird, eingeregelt werden. Mit dem sog. Programmregler kann man einem Ofen einen beliebigen Temperaturgang während des ganzen Heizvorganges automatisch aufzwingen. Beide Geräte werden von der Meßinstrumentenindustrie geliefert

**c) Flüssigkeiten für Bäder oberhalb 0°.** Bis nahe an 100° kann man Wasser verwenden, das gegen das die Temperatur herabsetzende Verdunsten durch Deckel oder unter Umständen durch eine Schicht von Paraffinöl geschützt wird; andere Badflüssigkeiten sind Petroleum, Vaselinöl, Paraffinöl, konzentrierte Lösungen von Chlorkalzium oder Chlorzink (bis etwa 140° brauchbar), geschmolzenes Palmin (bis 230°) oder Paraffin (bis 300°), geschmolzenes Kalium- oder Natriumnitrat oder ein Gemisch von beiden. Das eutektische Gemisch schmilzt bei etwa 218° und ist bis 600° brauchbar. Ein Gemisch von 27,3 % $LiNO_3$, 18,2 % $NaNO_3$ und 54,5 % $KNO_3$ (Gewichtsprozente) ist schon bei 140° flüssig und in Metall bis 450° brauchbar.

Beattie, Rev. sci. instr. 2, 458, 1931.

**d) Kältebäder.** Eutektische Temperatur: 100 g Eis mit 31 g $NaCl \cdot 2H_2O$ gibt $-21{,}2°$, mit 143 g $CaCl_2 \cdot 6H_2O$ gibt $-55°$. Feste Kohlensäure im Überschuß mit Alkohol liefert $-78°$. Durch starke Oberflächenverdunstung entstehen beträchtliche Temperaturunterschiede im Bad, daher ist es notwendig, kräftig zu rühren. Für tiefere Temperaturen ist flüssige Luft unentbehrlich. Anfangs liegt ihre Temperatur meist um $-193°$; sie kann, da Stickstoff bevorzugt abdestilliert, bis zu etwa $-186°$ steigen. Vermindert man den Siededruck von Stickstoff auf 0,5 Atm., so erhält man eine Temperatur von etwa $-201°$ (vgl. Tab. 33).
Alkohol bleibt bis $-50°$, Pentan bis $-150°$ gut flüssig, wenn nicht erhebliche Mengen Feuchtigkeit im Bad kondensieren. Als nicht brennbar wird bis $-75°$ empfohlen die eutektische Mischung von Tetrachlorkohlenstoff (49,4 Gew.%) mit Chloroform (50,6 Gew.%), die bei $-81°$ erstarrt. Flüssigkeitsbäder oder auch Metallblöcke, die durch Vakuummäntel thermisch möglichst isoliert werden, kann man auf eine bestimmte Temperatur bringen, wenn man in einer Kühlschlange flüssige Luft verdampfen läßt, die durch einen Vakuumheber mit einfacher Regelung des Überdruckes tropfenweise zugeführt wird.

Henning, Z. Instrkde. 33, 33, 1913.

**e) Einstellung tiefer Temperaturen durch Regelung eines Vakuums.** Umgibt man das Bad mit einem mit Wasserstoff gefüllten, aber evakuierbaren doppelwandigen Raum, der nun seinerseits von flüssiger Luft umgeben ist, so regelt man die Kühlwirkung durch Einstellung des Wasserstoffdruckes. Bei automatischer Feinregulierung durch elektrische Heizung im Innern des Bades kann man unter Verwendung eines photoelektrischen Relais (s. Abschn. b) zwischen 0 und $-170°$ eine Konstanz von 0,001° erzielen. — Thermostaten dieser Art sind auch für Temperaturen bis $-253°$ verwendbar, wenn flüssiger Wasserstoff als Kühlmittel dient. An Stelle des Flüssigkeitsbades tritt dann ein Metallblock aus Kupfer oder Aluminium. Die Wärmeübertragung durch den nicht vom Metall ausgefüllten Raum geschieht durch Wasserstoffgas. — Im Leidener Kälteinstitut läßt man durch das Metallgehäuse des Thermostaten kalten Wasserstoffdampf strömen, der aus der Flüssigkeit aufsteigt und durch elektrische Heizung beliebig überhitzt werden kann.

Kamerlingh Onnes u. Crommelin, Comm. Leiden 154, Nr. 1921.

**f) Adsorptionsthermostaten.** Ausgehend von flüssiger Luft, die man durch Erniedrigung des Siededruckes zum Erstarren bringt (etwa $-210°$), kann man bis herab zu etwa $-240°$ gelangen, wenn man in Aktivkohle oder in der feinkörnigen Noritkohle Wasserstoff isotherm bei etwa $-210°$ absorbieren läßt und dann adiabatisch, d.h. unter Aufhebung des thermischen Kontaktes mit der Umgebung,

durch Abpumpen wieder aus der Kohle entfernt. Durch Adsorbieren oder Desorbieren kann man die Temperatur erhöhen oder senken und somit beliebig einstellen. Die Kohle muß zunächst mehrere Stunden bei etwa 500° in einem Hartglasgefäß oder kurz bei dunkler Rotglut (unter 800°) im Quarzglasgefäß von Wasser befreit und ausgeheizt und dann nach raschem Einfüllen in den Apparat nochmals möglichst bei 200 bis 300° entgast werden, da sie sonst nicht genügend aufnahmefähig für das zu adsorbierende Gas ist. Zu beachten ist indessen die geringe Wärmekapazität der Kohle in tiefer Temperatur. Jede äußere Wärmezufuhr, z. B. durch Drähte, ist möglichst zu vermeiden. Besonders eignen sich die Adsorptionsthermostaten zur Abkühlung geringer Flüssigkeitsmengen zwecks Bestimmung von Erstarrungspunkten.

Justi, Ann. Phys. (5) **9**, 570 u. **10**, 983, 1931. Thermostat bis 2° abs. Mendelssohn, Z. Phys. **73**, 482, 1931.

### C. Elektrisch geheizte Öfen

Man führt den Stromleiter durch oder um den zu heizenden Raum. Die Drahtstärke usw. ist so zu wählen, daß die verfügbare Spannung nicht voll ausgenutzt wird, um bei Gleichstrom durch Widerstandsballast regeln zu können. Bei Wechselstrom regelt man verlustfrei durch Einschalten von Selbstinduktion. Nach den Enden einer Heizspule hin sind, wenn gleichmäßige Heizung verlangt wird, die Windungen dichter zu legen. Bis 600° ist Konstantandraht geeignet, der auf Tonrohre, z. B. auf Zylinder für galvanische Elemente, gewickelt ist. Bis 1100° genügt Nickel- oder Nickelchromdraht auf Porzellan oder Schamotte, bis 1250° Megapyrdraht; höher hinauf Platin oder Platinrhodium.

Platin wird ökonomisch als dünnes Blech angewendet, für höhere Spannung als schraubenförmig aufgewickeltes Band, für niedere als geschlossener Zylinder; letztere Form wird weniger leicht durchgeschmolzen. Gegen Überhitzen schützt möglichst freie Wickelung, doch muß man die Drähte durch Schamottepulver oder Porzellanmasse, naß zwischen die Windungen gepreßt, oder durch einen Brei aus Specksteinpulver und Natronwasserglas gegen Zusammengleiten schützen. Asbestpappe ist bis 1000° haltbar; sie entwickelt aber meist aus organischen Bestandteilen Gase, die den Thermoelementen schaden.

Für sehr hohe Temperaturen (über 1600°) muß man die Heizelemente aus Molybdän, Wolfram oder Kohle bzw. Graphit wählen. Sie müssen der Einwirkung der Luft durch ein neutrales Gas (das auch die Verdampfung der Metalle zurückhält) oder durch das Vakuum entzogen werden, das aber nur durch ständiges Abpumpen der sich entwickelnden Gase aufrechterhalten werden kann.

Als Baustoffe für solche Öfen kommen Hartporzellan (Pythagorasmasse) bis 1750°, Magnesiumoxyd (Schmelzpunkt 2800°), Aluminiumoxyd (Sinterkorund), Magnesiumsilikate (Steatit, Calit), ferner Berylliumoxyd, Zirkonoxyd, Thoriumoxyd (bis 2400°) in Frage.

Nach Gerdien kann ein Rohr aus Sinterkorund (gasdicht bis 1800°), dessen Inneres mit einer oxydierenden Atmosphäre in Verbindung steht, durch eine außen aufgewickelte Spule aus Molybdändraht bis 1800° C geheizt werden, wenn sich die Heizspule in einer Wasserstoff-Stickstoff-Atmosphäre befindet.

Ein Ofen aus Nernstmasse, der sich an der freien Atmosphäre bis 2000° konstant halten läßt, ist von Tingwaldt angegeben.

Sollen Metalle hoch erhitzt oder geschmolzen werden, so bedient man sich zweckmäßig eines Hochfrequenzofens, bei dem die Stromzuführungen auf gewöhnlicher Temperatur bleiben.

Ruff, Z. Elektroch. **20**, 177, 1914 u. Forsch. Ing.-Wes. Nr. 147, 1914; Fehse, Z. techn. Phys. **5**, 473, 1924; Tingwaldt, Phys. Z. **36**, 627, 1935 u. **37**, 471, 1936; Gerdien, Z. techn. Phys. **13**, 586, 1932 u. Z. Elektroch. **39**, 13, 1933; Pirani, Journ. scient. Instr. **17**, 112, 1940. — Zusammenfassende Berichte über elektrisch geheizte Öfen und sonstige Erzeugung hoher Temperaturen s. bei C. Müller, Handb. d. Phys. **11**, 370, 1926 und v. Wartenberg, Handb. d. Exp. Phys. **9** (1), 1, 1929. Über Hochfrequenzöfen s. z. B. Wever u. Fischer, Mitt. Kais.-Wilh.-Inst. für Eisenforsch., Bd. 8, Abh. 69, 1926; Steinhaus u. Kußmann, Z. Metallkde. **19**, 346, 1927; Wenzel, Roeser, Barbrow u. Caldwell, Bur. Stand. J. Res. **6**, 1103, 1931. Über hoch schmelzende Materialien K. Becker, Phys. Z. **34**, 185, 1933.

## 3. Das Gasthermometer als Grundlage der Temperaturmessung

### A. Allgemeines

Gefäße aus Jenaer Glas Nr. 2954, mit Stickstoff oder Helium gefüllt, sind bis 500° brauchbar, bis 1100° innen und außen glasiertes Porzellan. Bei Gefäßen aus Platin, Platiniridium oder Platinrhodium (bis 1600°), Iridium (bis 2000°) ist jede Art von Heizgasen fernzuhalten. Quarzglas, mit dem Vorzug kleiner Ausdehnung, ist mit Stickstoff bis nahe 1100° brauchbar; für Wasserstoff wird es oberhalb 100° durchlässig, auch für Helium und Neon. Die genannten Metalle sind für Helium undurchlässig. In tiefer Temperatur verwendet man Helium in Glas. Über die Herstellung reiner Gase vgl. S. 168.

### B. Gasthermometer mit konstantem Volum

**a) Die Grundformeln.** Der Zusammenhang zwischen Druck $p$ und Temperatur $t$ ist gegeben durch die Beziehungen

$$p_t = p_0(1 + \beta \cdot t) \quad \text{oder} \quad t = \frac{p_t}{\beta \cdot p_0} - \frac{1}{\beta}. \tag{1}$$

Der Spannungskoeffizient $\beta$ ergibt sich aus den Gasdrucken $p_0$ und $p_{100}$ beim Eispunkt und dem normalen Siedepunkt des Wassers nach der Beziehung

$$\beta = \frac{p_{100} - p_0}{100\, p_0}. \tag{2}$$

$\beta$ hängt von der Art des Gases und dem Druck $p_0$ ab. Da $\beta$ für alle praktisch in Frage kommenden Thermometergase in Abhängigkeit vom Druck bekannt ist (Tab. 26), so braucht man den Druck $p_t$ des Gases außer bei der gesuchten Temperatur $t$ nur noch bei dem Eispunkt $t = 0$ zu messen. Indessen sollte man nicht unterlassen, durch eine Beobachtung am Hundertpunkt die Meßeinrichtung zu prüfen.

**b) Korrektionen.** Da das gasgefüllte Gefäß, das der gesuchten Temperatur ausgesetzt wird, durch ein Rohr mit dem Manometer verbunden werden muß (Abb. 77), so treten zwei unvermeidliche, mit der Temperatur beschleunigt wachsende Korrektionen auf, nämlich infolge der thermischen Volumänderung des Gefäßes (Tab. 65) und infolge der abweichenden Temperatur der Verbindung zum Manometer, dem sogenannten schädlichen Raume. Der letztere Einfluß verschwindet bei Wasserstofftemperaturen praktisch vollständig. Wegen der Ausdehnung des Gefäßes und wegen des schädlichen Raumes darf in Gl. (1) bzw. (2) nicht der beobachtete Druck $p$ eingesetzt werden, sondern statt dessen ein reduzierter Druck $P$,

der für den Fall gilt, daß das gesamte Meßgas sich bei allen Temperaturen in einem Volum von der Größe $V_0$ befindet, den das Gefäß am Eispunkt besitzt. Der reduzierte Druck ist

$$P_t = p\left[1 + \lambda_0{}^t \cdot t + \frac{v}{V_0}\frac{T}{T'}\right], \tag{3}$$

wenn $\lambda_0{}^t$ den thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Gefäßes zwischen 0 und $t°$, $v$ das schädliche Volum und $T'$ dessen absolute Temperatur bezeichnet. Das 2. und 3. Glied in der Klammer verlangen bereits die Kenntnis der gesuchten Temperatur $t$, doch braucht diese nur annähernd bekannt zu sein, da es sich um Korrektionsglieder handelt und man das 3. Glied entsprechend dem Volumverhältnis $v : V_0$ so klein wie möglich bemessen wird.

Beide Volume sind vor der Zusammensetzung des Thermometers durch Auswägen mit Wasser oder besser mit Quecksilber zu bestimmen, soweit dies möglich ist. Das schädliche Volum oberhalb der Quecksilberkuppe des Manometers ist sorgfältig durch Ausmessen oder volumometrisch (S. 53) zu ermitteln. Um die Veränderung des Gefäßvolums $V$ infolge des wechselnden Innendrucks zu bestimmen, stellt man (vor Zusammensetzen des Gasthermometers) nach Füllung des Gefäßes mit Quecksilber den Meniskus in der Kapillare ein und beobachtet seine Verschiebung, wenn der Druck über dem Meniskus vom Vakuum zur vollen Atmosphäre erhöht wird. Dabei ist die Temperatur des Quecksilbers durch ein Bad gut konstant zu halten. Der Druckkoeffizient des Gefäßes ist meist so klein, daß er nur bei sehr genauen Temperaturmessungen berücksichtigt werden muß.

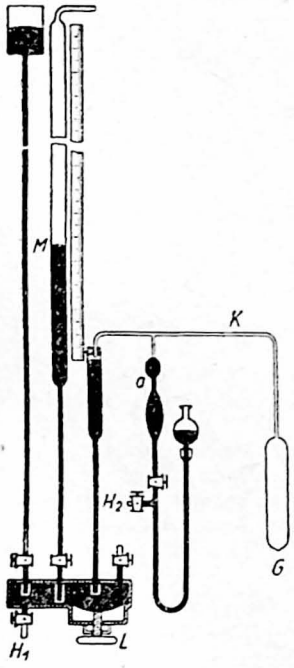


Abb. 77. Gasthermometer

In Gl. (3) bedeutet $p$ den Gesamtdruck des Gases. Die abgelesene Höhendifferenz der Quecksilberkuppen ist auf 0° zu reduzieren (Tab. 11) und um den Barometerstand zu erhöhen, falls der zweite Schenkel des Manometers nach der Atmosphäre offen ist. Indessen ist vorzuziehen, den zweiten Schenkel zu schließen und über seiner Quecksilberkuppe ein Vakuum zu erzeugen, das man durch Verbindung mit einer Pumpe leicht aufrechterhalten kann. Man hat dann weniger Ablesungen und ist von den Schwankungen des Luftdruckes unabhängig. Da in die Gl. (1) und (2) nur Druckverhältnisse eingehen, so ist die Reduktion der Quecksilbersäule auf normale Schwere nicht erforderlich, auch kann man anstatt auf 0° etwa auf 20° reduzieren, was oft bequemer ist.

**c) Das Gasthermometer der Reichsanstalt.** Das Gefäß $G$ (Abb. 77) ist durch die Kapillare $K$ aus Platin mit dem Manometer $M$ verbunden. Im Manometer wird unter Vermeidung aller Schlauchverbindungen die Höhe des Quecksilbers durch Entnehmen aus dem Vorrat $C$ oder durch Ablaß durch den Hahn $H_1$ grob eingestellt, während die Feineinstellung durch Verbiegen der Stahllamelle $L$ geschieht. Die Füllung des Thermometers mit dem Meßgas geschieht durch den Hahn $H_2$ und die Ampullen $a$, die für gewöhnlich mit Quecksilber gefüllt sind. Alle Hähne sind so anzuordnen, daß sie unter Überdruck stehen, um das Eindringen von Luft sicher zu verhindern. — Wenn man bei Temperaturanstieg des Gefäßes $G$ einen abgemessenen Teil des Gases (zu bestimmen durch ausfließendes Quecksilber) in die Ampullen treten

läßt, so kann man erreichen, daß für gewisse Temperaturen die Bedingungen des Gasthermometers konstanten Druckes erfüllt sind. — Die Ampullen bei $a$ können auch dazu dienen, um vor Ansetzen des Gefäßes $G$ und der Kapillare $K$ den schädlichen Raum über der Kuppe des kurzen Schenkels (Abb. 78) volumometrisch zu bestimmen. Beschränkt man sich darauf, die Messungen nur bei einigen ausgewählten Temperaturen vorzunehmen, so kann man besonders hohe Genauigkeit erreichen, wenn man im langen Schenkel des Manometers ebenso wie im kurzen Schenkel (an der Grenze des schädlichen Raumes) Spitzen anbringt, auf die die Quecksilberkuppe eingestellt wird.

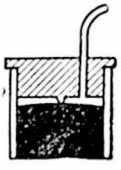


Abb. 78. Kappe am kurzen Manometerschenkel

Mittlere Temperatur: Holborn u. Henning, Ann. Phys. **35**, 761, 1911; Day u. Sosman, ebd. **38**, 849, 1912; Chappuis, Trav. et Mém. Bur. int. XVI, 1914; Eumorfopoulos, Proc. Roy. Soc. London **90**, 189, 1914; Henning u. Heuse, Z. Phys. **5**, 285, 1921; Heuse u. Otto, Ann. Phys. **9**, 486, 1931. Hohe Temperatur: Holborn u. Day, Ann. Phys. **2**, 505, 1900; Holborn u. Valentiner, ebd. **22**, 1, 1907: bis 1600° mit Ir- u. PtIr-Gefäß. A. Day u. Sosman, Sill. J. **29**, 93, 1910: bis 1600° mit PtRh-Gefäß bei gleichem Innen- und Außendruck. Tiefe Temperatur: Kamerlingh Onnes usw., Comm. Leiden Nr. 95, 1906; Suppl. Nr. 18, 1907, Nr. 152, 1918; Henning u. Otto, Phys. Z. **37**, 601, 1936.

### C. Gasthermometer konstanten Druckes

Während die Empfindlichkeit des Gasthermometers konstanten Volums bei allen Temperaturen annähernd gleich bleibt, nimmt diejenige des Gasthermometers konstanten Druckes mit dem Quadrat der absoluten Temperatur ab. Wenn hiernach das Thermometer konstanten Druckes bei tiefen Temperaturen einen Vorzug zu haben scheint, so tritt hier zugleich der Nachteil ein, daß die Gase mit abnehmender Temperatur sich der Kondensationsgrenze schneller nähern, wenn man den Druck konstant hält, als wenn man die Dichte konstant hält. Aus diesem Grunde hat das Gasthermometer konstanten Druckes wenig Anwendung gefunden.

Eumorfopoulos, Proc. Roy. Soc. London **81**, 339, 1908; D. Berthelot, Ann. chim. phys. **26**, 58, 1902, leitete die Temperatur aus dem Brechungsexponenten des Gases ab. Heuse u. Otto, Ann. Phys. **9**, 486, 1931.

### D. Gasthermometrische Messungen in sehr tiefen Temperaturen

Ein Thermometer konstanten Volums wird mit Helium gefüllt, dessen Druck wesentlich tiefer sein muß als sein Sättigungsdruck bei der zu messenden Temperatur. Handelt es sich um Messungen bis unterhalb 1° absolut, so darf der Eispunktsdruck nur noch wenige Torr betragen. Er kann nicht mehr genügend genau mit einem Quecksilbermanometer gemessen werden. Man verwendet statt dessen ein Knudsensches Hitzdrahtmanometer (S. 184), dessen Angaben zuvor z. B. mit einem Mc Leod-Manometer (S. 182) zu vergleichen sind. Der größere schädliche Raum ist bei den sehr tiefen Temperaturen ohne Bedeutung.

Eine wesentliche Korrektion hat der Knudsen-Effekt zur Folge, wenn bei den geringen Gasdrucken die freie Weglänge $\lambda$ der Moleküle mit dem Durchmesser $2R$ der Kapillare zwischen Gefäß und Manometer vergleichbar wird. Zwischen den beiden Enden der Kapillare, deren absolute Temperaturen $T_1$ (Gefäß) und $T_2$ (Manometer) sind, stellt sich ein Druckunterschied $p_1 - p_2$ ein, der für den Grenzfall $2R : \lambda = 0$ aus der Beziehung $p_1 : p_2 = \sqrt{T_1} : \sqrt{T_2}$ abzuleiten ist.

Für andere Verhältnisse $2R : \lambda$ siehe S. Weber, Comm. Leiden Nr. 246, 1936.

### E. Reduktion der gasthermometrischen Angaben auf die thermodynamische Skala

Da die Gesetze des idealen Gases, die der Gasthermometrie zugrunde gelegt werden, für reale Gase nur annähernd gelten, so sind Korrektionen (Tab. 27) erforderlich, die aus den Kompressibilitäts-Isothermen der Gase ableitbar sind. Maßgebend ist die Neigung dieser Isothermen $\varkappa_t = \left(\frac{1}{pv}\right)_n \left(\frac{dpv}{dp}\right)_t$ für die gasthermometrischen Drucke, also praktisch für $p = 0$.

Die Unterschiede zwischen den Angaben der Thermometer konstanten Volums ($t_v$) bzw. konstanten Druckes ($t_p$) gegen die thermodynamische Temperatur $t$ sind für den Eispunktsdruck $p_0$ gegeben durch

$$t_v - t = p_0[2{,}73(t - 100)\varkappa_0 - 3{,}73 \cdot t \cdot \varkappa_{100} + (273 + t) \cdot \varkappa_t],$$
$$t_p - t = p_0 2{,}73[(t - 100)\varkappa_0 - t\varkappa_{100} + 100\varkappa_t].$$

Über die Beziehung zwischen dem Spannungs- bzw. Ausdehnungskoeffizienten $\beta$ bzw. $\alpha$ zu dem Koeffizienten $\gamma = 1/T_0 = 0{,}0036608$ des idealen Gases s. Tab. 26.

Die Isothermenneigungen $\varkappa$ sind für mehrere Gase von Holborn u. Otto im Bereich von 400° bis herab zu tiefen Temperaturen, für Helium bis — 258°, gemessen. Z. Phys. **23**, 77, 1924; **30**, 320, 1942; **33**, 1, 1925; **37**, 359, 1926; **38**, 359, 1926.

## 4. Praktische Temperaturmeßgeräte

### A. Quecksilberthermometer und andere Flüssigkeitsthermometer

**a) Verschiedene Formen der Flüssigkeitsthermometer.** Von den Flüssigkeitsthermometern spielen die mit Quecksilber gefüllten Glasinstrumente die Hauptrolle.

Andere Flüssigkeiten s. bei Moeller, Z. Instrkde. **41**, 152, 1921.

$\alpha$) Luftfreie Thermometer. Luftfreie Quecksilberthermometer können von — 39° bis etwa + 300° brauchbar sein. Luftspuren im Quecksilber, die ein Zerreißen des Fadens verursachen, werden dadurch beseitigt, daß man das Quecksilber durch genügend starke Abkühlung sich ganz in die Kugel zusammenziehen läßt. Endigt die Kapillare oben in eine Erweiterung (Birne), die auch gegen das Zerspringen bei unvorsichtiger zu hoher Erwärmung schützt, so bringt man den am Luftbläschen abgerissenen Faden in die Birne. Das übrige Quecksilber läßt sich dann durch Umkehren des Thermometers oder nötigenfalls durch Anwärmen gleichfalls bis in die Birne bringen. Dort läßt man die Quecksilbermengen zusammenfließen und kühlt nun langsam in vertikaler Stellung ab.

$\beta$) Verschiedene Meßbereiche und Empfindlichkeiten. Die obere Erweiterung dient oft auch zum Abtrennen eines Teiles des Quecksilbers, um dasselbe Instrument in höherer Temperatur gebrauchen zu können, als die Skala angibt. Wenn man $a$ Grade abgetrennt hat, steigt der Gradwert (Grade je Strichabstand) von $G$ auf $G' = G : (1 - 0{,}00016a)$.

Unter dem Namen Beckmannsches Thermometer ist, besonders für die Bestimmung kleiner Temperaturunterschiede, die Form A (Abb. 79) mit sehr weiter Teilung (1° etwa 5 cm) gebräuchlich, bei der sich ein Teil der Quecksilberfüllung in einer schleifenförmigen Erweiterung abtrennen läßt. Bequem ist die Form B von Kühn, bei der man vom Quecksilberfaden beliebige Mengen ohne Klopfen und

nach Bedarf tropfenweise abtrennen kann. — Die Röhre *C* mit noch einer Erweiterung in der Mitte ist zunächst von 0–30° und von 100–130° brauchbar. Die obere Erweiterung läßt Quecksilber abtrennen, um die verwendbaren Intervalle von 30 Graden in höhere Temperatur legen zu können.

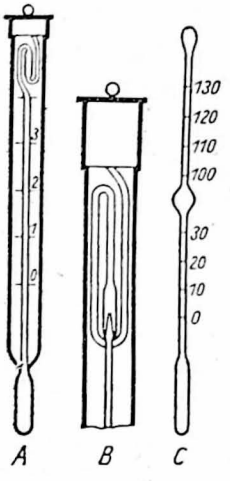


Abb. 79.
Thermometerformen

Die Empfindlichkeit der Quecksilberthermometer kann theoretisch beliebig groß gemacht werden, doch sprechen wichtige praktische Gründe gegen eine sehr enge Kapillare und ein sehr großes Gefäß. Ein Quecksilberthermometer zeigt wegen des toten Ganges bei sinkender Temperatur weniger sicher als bei steigender. Klopfen mit einem Stückchen Holz vor der Ablesung ist besonders bei engen Kapillaren stets anzuraten. Dem Gefäß gibt man zwecks guten Wärmeausgleiches eine möglichst große Oberfläche und geringe Wandstärke. Indessen muß die elastische Volumänderung bei wechselnder Druckänderung (Länge des Hg-Fadens, Neigung des Thermometers, vgl. S. 160, Abschn. b) genügend gering bleiben. Größere Quecksilbermassen sind wegen der zum Wärmeausgleich nötigen Zeit sehr vorsichtig zu gebrauchen. In hoher Temperatur achte man auch auf etwaiges Abdestillieren von Flüssigkeit in den oberen Teil der Kapillaren.

*γ*) Hochgradige Thermometer (für 300° und darüber) enthalten über dem Quecksilber Stickstoff, Kohlensäure oder Argon. Letzteres wird nach einer von Moser angegebenen Methode bei gewöhnlichem Druck in flüssigem Zustand eingefüllt. Mit Hilfe des schwer schmelzbaren Jenaer Glases 2954 werden Thermometer bis 510° ermöglicht, mit Verbrennungsröhrenglas und mit Supremaxglas solche bis 560° und 650°; Thermometer aus Quarzglas werden bis 800° hergestellt; bei allen diesen Thermometern ist auf Explosionsgefahr zu achten, da der Druck über dem Quecksilber zwischen 14 und 100 Atm. liegt.

Moser, Phys. Z. **36**, 152, 1935.

Hochgradige Thermometer ohne zusätzlichen Gasdruck hat man hergestellt, indem das Quecksilber durch Gallium (Schmelzpunkt + 30°, Siedepunkt etwa 2000°) ersetzte. Dies Metall oxydiert stark bei höherer Temperatur.

*δ*) Flüssigkeiten für Temperaturen unterhalb — 39°. Wählt man statt reinem Quecksilber eine eutektische Quecksilberlegierung mit 8,5 % Thalliumgehalt, so sind die damit gefüllten Thermometer bis — 59° vorzüglich brauchbar.

Moser, Phys. Z. **37**, 885, 1936.

Bis etwa — 100° kann Alkohol oder besser Toluol verwendet werden; bis zur Temperatur der siedenden Luft bleiben nach Kohlrausch Petroläther, der durch Fraktionieren auf etwa 15° Siedepunkt gebracht ist, oder nach Hoffmann und Rothe besser noch technisches Pentan hinreichend beweglich. Solche Flüssigkeiten haben aber den Nachteil, daß sie die Wärme schlecht leiten und die Kapillare benetzen. Man tauche anfangs nur die Kugel ein, so daß die Flüssigkeit im Rohre nicht zähe wird, ehe sie ihrem tiefsten Stand nahe gekommen ist. — Wegen der ungleichförmigen Ausdehnung der Flüssigkeiten nehmen die Gradlängen nach unten ab. Die Skala kann nach Ausdehnungsformeln (der Thermometerflüssigkeit gegen Glas) geteilt werden, ist aber mit einem Normal oder nach bekannten thermometrischen Festpunkten zu kontrollieren.

ε) Einschluß- und Stabthermometer. Einfach in der Ablesung sind Einschlußthermometer mit feiner Kapillare vor der Teilung. Für genaue Messungen benutzt man durchsichtige Stabthermometer, die man zwecks Vermeidung der Parallaxe um die Achse dreht und sowohl von vorn als auch von rückwärts mittels Fernrohr abliest.

**b) Veränderlichkeit der Fundamentalpunkte.** α) Neigung und Druck. Die Thermometer werden meist in vertikaler Stellung gebraucht. In anderer Stellung zeigen wegen des verminderten Innendrucks lange Thermometer merklich höher. Der Einfluß wird bestimmt, indem möglichst Eis- und Siedepunkt auch in horizontaler Lage ermittelt werden.

Auf empfindliche Thermometer hat auch die Tiefe des Eintauchens in ein Flüssigkeitsbad oder der wechselnde Barometerstand einen Einfluß. Den Einfluß des äußeren Druckes kann man in der Regel um etwa 10 % kleiner als denjenigen des inneren Druckes ansetzen. Als innerer Druckkoeffizient $\delta$ wird die Gradzahl bezeichnet, um die sich die Ablesung bei einer Druckzunahme von 1 Torr vermindert. Durchschnittlich ist $\delta = \frac{1}{8000}°$, so daß also bei Thermometern von 40 cm Länge die Ablesungen in horizontaler und vertikaler Anordnung bis zu 0,05° verschieden zu erwarten sind.

β) Aufrücken der Fundamentalpunkte. Da sich das geblasene Glas langsam zusammenzieht, rücken die Fundamentalpunkte neu hergestellter Thermometer aufwärts. Um dies zu vermeiden, müssen die Instrumente durch langes Erwärmen auf hohe Temperatur gealtert werden, bis eine spätere Erwärmung auf den höchsten Skalenteil keinen Anstieg des Eispunktes mehr hervorbringt.

Über die Alterung von Thermometern s. Holborn u. Otto, Z. Instrkde. 46, 415, 1926.

γ) Depression des Nullpunktes. Das Glas erreicht auch nach vollständiger Alterung ein durch Temperaturänderung ihm endgültig zukommendes neues Volum erst nach einiger Zeit. In höherer Temperatur, z.B. schon bei 100°, verläuft der Prozeß rasch, in niedriger Temperatur viel langsamer. Es folgt also auf jede Erwärmung zunächst eine zu tiefe Einstellung des Quecksilbers am Eispunkt.

Diese Depression des Nullpunktes ist nach der Glassorte verschieden. Bei guten Thermometergläsern beträgt die Depression nach Erwärmung auf 100° höchstens 0,06°. Sie verliert sich nach etwa einem Tage. Es werden zur amtlichen Prüfung nur Thermometer zugelassen, deren Gefäß aus einem bekannten Glas geringer Nachwirkung besteht. Bei Ansprüchen an hohe Genauigkeit ist die Temperatur immer von demjenigen Nullpunkt an zu rechnen, den man unmittelbar nach der Temperaturmessung findet oder finden würde.

Pernet, Jaeger u. Gumlich, Abh. Phys.-Techn. Reichsanstalt **1**, 1894; Z. Instrkde. **15**, 41, 81 u. 117, 1895.

δ) Thermometergläser. Nach Mylius teilt man die Gläser je nach ihrem hydrolytischen Verhalten, d.h. nach der Menge Alkali, die das Glas bei der Berührung mit Wasser ausscheidet, in 5 Klassen: 1. Wasserbeständige Gläser, 2. Resistente Gläser, 3. Härtere Apparategläser, 4. Weichere Apparategläser, 5. Mangelhafte Gläser. Die Verfahren, nach denen der Alkaligehalt bestimmt wird, sind in allen Einzelheiten vorgeschrieben.

Mylius, Z. angew. Chem. **34**, 281, 1921; DIN Denog 62 s. Glastechn. Ber. **10**, 47, 1932; Fischer u. Tepohl, Glastechn. Ber. **6**, 532, 1928/29.

Thermometergläser sollen keiner höheren als der dritten hydrolytischen Klasse angehören. Die Gefäße solcher Thermometer, die zur abgekürzten Prüfung zugelassen werden, müssen aus einem Glas gefertigt sein, das sich durch eine umfassende Untersuchung auf rein thermometrischem Gebiet als geeignet erwiesen hat und das leicht erkennbar ist. Die Kennzeichnung geschieht meist durch feine Farbstreifen. So bei dem Schottschen Jenaer Normalglas $16^{II}$ (zugelassen bis 460°) durch einen rotvioletten Streifen, bei dem Schottschen Glas $2954^{III}$ (bis 525°) durch einen schwarzen Streifen, bei dem Ilmenauer Normal-Thermometer-

glas „Gege-Eff" des Glaswerkes Gustav Fischer, Ilmenau (460°) durch eine rote und eine blaue Linie, bei dem Glas des Westglaswerkes Ilmenau VVB (Z) (bis 460°) durch zwei orangegelbe Streifen usw. Die Erfahrung lehrt, daß ein gutes Glas nicht zugleich Kalium- und Natriumoxyde enthalten darf.

**c) Herausragender Faden.** $\alpha$) Berechnung der Korrektion. Bei der Herstellung der Thermometerskala wird meist angenommen, daß das ganze Quecksilber die zu messende Temperatur $t$ hat. Bleibt ein Teil des Fadens außerhalb des Temperaturbades auf der Temperatur $t_0$ und ist $k$ der scheinbare Volumausdehnungskoeffizient des Quecksilbers im Glase, so ist zu der Ablesung $t$ hinzuzufügen $k \cdot a \cdot (t - t_0)$, wenn $a$ die in Graden ausgedrückte Länge des herausragenden Fadens ist. Für Jenaer Thermometerglas Nr. 16 ist $k = 0{,}000157$, für Nr. 2954 ist $k = 0{,}000163$, für nichtmetallische Flüssigkeiten ist $k = 0{,}0013$ zu setzen. Bezüglich $t_0$ muß man sich häufig mit einer Schätzung begnügen; am sichersten ist es also, herausragende Fäden zu vermeiden. Die Ermittlung von $t_0$ geschieht durch ein oder mehrere kleine Hilfsthermometer, deren Gefäße man neben dem herausragenden Faden anordnet.

$\beta$) Das Fadenthermometer. Eine größere Genauigkeit liefert die Benutzung des Fadenthermometers. Es ist dies ein gewöhnliches Stab- oder Einschlußthermometer mit sehr enger Kapillare, dessen langgestrecktes Gefäß ungefähr den gleichen äußeren Querschnitt und die gleiche innere Weite hat wie die Kapillare des Hauptthermometers. Das Fadenthermometer wird neben dem Hauptthermometer in das Bad gesteckt und so angeordnet, daß sich das obere Ende seines Gefäßes wenige Millimeter unter der Ablesestelle befindet (streng genommen soll das um den Quecksilberinhalt der eigenen Kapillare verlängert gedachte Gefäß des Fadenthermometers mit seinem oberen Ende in gleicher Höhe mit der Kuppe des Hauptthermometers stehen). Das Fadenthermometer soll so lang sein, daß es wenigstens noch einige Zentimeter in das Bad der konstanten Temperatur eintaucht. Es zeigt dann unmittelbar die mittlere Temperatur eines mit seinem Gefäß gleichlangen Fadens des Hauptthermometers an. $a$ ist also gleich der Anzahl der Grade, die der Gefäßjänge des Fadenthermometers entsprechen.

Über die Anwendung einer Korrektionsröhre neben dem Thermometer und über das Fadenthermometer s. Mahlke, Z. Instrkde. **13**, 58, 1893; **14**, 73, 1894; Adam, ebd. **27**, 101, 1907; Buckingham, Bull. Bur. Stand. **8**, 239, 1912.

**d) Trägheit des Thermometers.** Die Zeit bis zum Ausgleich der Temperaturen von Thermometer und Umgebung wird oft unterschätzt. Sie hängt auch wesentlich von dem Bewegungszustand des umgebenden Mittels ab. — Je höher die Temperatur, desto rascher pflegt, z. B. auch durch Strahlung begünstigt, der Ausgleich zu verlaufen. — Hinter einer schnellen Temperaturänderung bleibt trotz Rührens jedes Thermometer zurück. Nach dem Newtonschen Abkühlungsgesetz ist der Unterschied der angezeigten Temperatur $t$ gegen die gesuchte Temperatur $t_0$ gegeben durch $t - t_0 = -k \cdot \frac{dt}{d\tau}$, wenn man mit $\tau$ die Zeit und mit $k$ die Trägheitskonstante bezeichnet. Die Integration der Gleichung liefert $t - t_0 = A e^{-\frac{\tau}{k}}$. Trägt man $t$ als Funktion von $\tau$ auf, so kann man auf graphischem Wege für zwei Temperaturen $t_1$ und $t_2$ die Tangenten $n_1$ und $n_2$ ermitteln, und man findet dann als Konstante des Thermometers in der gegebenen Anordnung

$$k = \left(\frac{t_1 - t_2}{n_2 - n_1}\right), \quad \text{ferner} \quad t_0 = t_1 + n_1 \left(\frac{t_1 - t_2}{n_2 - n_1}\right).$$

Ist $k$ bereits bekannt, so genügt die Bestimmung einer zur Temperatur $t$ gehörigen Tangente $n = \frac{dt}{d\tau}$. — Die Trägheitskonstante kann man auch dadurch ermitteln, daß man möglichst in der gegebenen Anordnung das betreffende Thermometer, das vorher erwärmt oder abgekühlt ist, mit einem zweiten praktisch trägheitsfreien Instrument vergleicht. Steht eine elektrisch isolierende Badflüssigkeit zur Verfügung, z. B. in tiefer Temperatur flüssige Luft, so kann als trägheitsfrei ein Widerstandsthermometer angesehen werden, dessen Draht man ungeschützt eintaucht.

Die Anwendung des Newtonschen Abkühlungsgesetzes mit nur einer Konstanten ist nicht ohne weiteres statthaft, wenn in dem betrachteten Temperaturgebiet die Thermometerflüssigkeit durch eine Ampulle tritt, weil diese als ein sekundäres Gefäß aufzufassen ist, für das im allgemeinen andere Abkühlungsverhältnisse gelten als für das Hauptgefäß.

Vgl. u.a. Jaeger u. v. Steinwehr, Verh. D. Phys. Ges. 5, 50 u. 353, 1903; Z. phys. Chem. 54, 428, 1906; Lieneweg, ATM V 21 u. Heuse, ATM J 212.

**e) Kalibrierung eines Thermometers.** Früher wurden diejenigen Quecksilberthermometer, die als Hauptnormale dienen sollten, zunächst innerhalb des ganzen Gebietes zwischen den Fundamentalpunkten kalibriert, um festzustellen, wieweit gleichen Skalenteilen gleiche Volume der Kapillare bzw. gleiche Veränderungen der Temperatur entsprechen. Diese langwierige Untersuchung ist heute nicht mehr erforderlich, da das Platinthermometer jetzt als Fundamentalinstrument dient und durch Vergleich mit diesem neben anderen Korrektionen die Kaliberfehler mit umfaßt werden.

Die Kalibrierung, die nur bei luftleeren Kapillaren ausführbar ist, wird heute nur noch bei solchen Quecksilberthermometern angewendet, die mit großer Genauigkeit zur Messung geringer Temperaturunterschiede dienen sollen, wie z. B. bei den Beckmann-Thermometern (S. 158).

Zur Ablösung des Fadens hält man das Thermometer verkehrt und führt einen leichten Stoß gegen das Ende aus. Es löst sich am Ort eines mikroskopischen Luftbläschens entweder ein Faden ab oder es fließt das ganze Quecksilber aus, indem es sich in der Kugel von der Wandung löst. Reißt das Quecksilber in der Kugel ab, so läßt man durch rasches Aufrichten des Thermometers die dort gebildete Luftblase in den Eingang der Röhre aufsteigen, was mit einiger Geduld immer gelingt. Dann reißt die Säule im Eingang der Röhre ab.

Wenn dieser Faden um $p$ Grade länger ist, als gewünscht wird, so erwärmt man, während der Faden abgetrennt ist, die Kugel; die Luft wird vor dem ansteigenden Quecksilber fortgeschoben. Darauf läßt man den Faden rasch zum übrigen Quecksilber zurückfließen und merkt sich die obere Einstellung $E$ im Augenblick des Zusammenfließens. Das Luftbläschen bleibt, wenn die beiden Quecksilbermassen in Berührung getreten sind, im Vereinigungspunkte an der Glasröhre haften. Nunmehr läßt man langsam abkühlen und trennt durch Neigen und Erschüttern einen Faden in dem Augenblick, wo die Einstellung $= E - p$ ist.

Ist umgekehrt ein Faden um $p°$ zu kurz, so vereinigt man ihn mit der übrigen Masse und erwärmt nach der Vereinigung um $p°$, dann reißt beim Erschüttern usw. die gewünschte Länge ab.

Nur für sehr kurze Fäden versagt das Verfahren, so daß man kombinierte Beobachtungen mit verschieden langen Fäden anwenden muß (S. 51).

## B. Widerstandsthermometer

**a) Allgemeines.** Widerstandsthermometer erfordern ebenso wie die Thermoelemente im Gegensatz zu den Quecksilberthermometern erhebliche Mittel an Geräten zur genauen Bestimmung elektrischer Spannungen. Dafür erstreckt sich ihr Anwendungsbereich von — 260 bis + 660° und darüber.

Keinath, Elektrische Temperaturgeräte. München u. Berlin 1932.

Bei reinen Metallen beträgt der mittlere Widerstandskoeffizient zwischen 0 und 100° (relative Änderung für 1°, bezogen auf den Widerstand bei 0°) 0,004 bis 0,005, bei den magnetischen Metallen Eisen, Nickel und Kobalt 0,007 (Tab. 56). Der Widerstand der meisten reinen Metalle steigt bei mittleren und hohen Temperaturen beschleunigt mit der Temperatur, nur der von Platin und Palladium verzögert.

**b) Platinthermometer.** α) Herstellung des Thermometers. Blanker, zuvor eine halbe Stunde bei 900° geglühter Platindraht (0,05—0,2 mm Durchmesser) wird als freie Spirale ohne Unterlage oder möglichst ohne Spannung auf einen mit Rillen versehenen Speckssteinzylinder (den man nach Bearbeitung in 24 Stunden langsam auf 1100° heizt und langsam wieder abkühlt) gewickelt. Als Unterlage für den Draht eignet sich auch ein gezähntes Glimmer- oder Porzellankreuz. Das Thermometer wird so lange bei der extremsten zu messenden Temperatur gealtert, bis der Eispunktswiderstand unverändert bleibt. Wird große Genauigkeit verlangt, so verwendet man nicht dasselbe Thermometer sowohl bei hohen als auch bei sehr tiefen Temperaturen.

Jedes Ende des Platindrahtes wird zwecks Widerstandsmessung (Bd. 2) durch Strom- und Spannungsmessung mit zwei Zuleitungen versehen, am besten aus Gold, an das man bei der Übergangsstelle in Zimmertemperatur Kupferdrähte setzt, die in Kupferklemmen enden (Abb. 80). Die Lötstellen in den Spannungsdrähten müssen dicht beieinander liegen, damit sich etwaige Thermokräfte aufheben.

Als Schutzröhren gegen mechanische Einflüsse und etwaige (den Widerstand dauernd ändernde) Flammengase dienen Glas oder Nickel, in höherer Temperatur Quarzglas oder glasiertes Porzellan. Bei tiefen Temperaturen muß das Schutzrohr gasdicht geschlossen sein, um die Kondensation von Wasserdampf zu vermeiden. Für Messungen unterhalb — 190° ist wegen der Luftkondensation das Rohr mit Helium zu füllen.

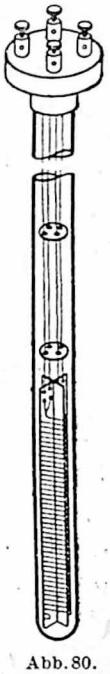


Abb. 80. Widerstandsthermometer

Für besondere Zwecke kann man dem Widerstandsthermometer abweichend von der Normalform jede beliebige Form geben. In Quarzglas fest eingeschlossener Platindraht besitzt sehr geringe Trägheit, ist aber bezüglich des Widerstandes nicht unabhängig von der Vorgeschichte, so daß man mehrere Zehntelgrad falsch messen kann. Bei Instrumenten mit einfachen Zuleitungsdrähten muß man deren Widerstand berücksichtigen. Bei Widerstandsmessung in der Wheatstoneschen Brücke kann man ihn durch eine entsprechende Drahtschleife gleicher Temperatur in einem anderen Brückenzweig kompensieren.

β) Beziehungen zwischen Widerstand und Temperatur. Der Widerstand des Platins ist zwischen — 30 und + 1000° äußerst nahe eine quadratische Funktion der Temperatur.

Für die Berechnung der Temperatur $t$ nach der quadratischen Formel (S. 147) $R_t = R_0(1 + At + Bt^2)$ wird nach dem Vorgang von Callendar vielfach so verfahren, daß man zunächst die

sog. Platintemperatur $t_p$ gemäß $R_t = R_0(1 + \alpha t_p)$ einführt und dann den Unterschied $t - t_p = \delta\left[\left(\frac{t}{100}\right)^2 - \frac{t}{100}\right]$ berechnet. Der Zusammenhang zwischen den Konstanten $A$, $B$ und $\alpha$, $\delta$ ist gegeben durch $A = \alpha\left(1 + \frac{\delta}{100}\right)$, $B = -\frac{\alpha\delta}{100^2}$. Für das reinste Platin ist $100\alpha$ sehr nahe 0,392 und $\delta = 1{,}49$.

Die Meßgenauigkeit läßt sich beim Eispunkt bis $\frac{1}{10000}°$ steigern. Gewöhnlich wird man zwischen 0 und 100° auf einige tausendstel, am Schwefelpunkt auf einige hundertstel Grad genau messen. Mit genügend dicken Drähten kann man am Goldpunkt noch auf 0,1° sicher messen, doch liefert hier die quadratische Formel etwa 1° zu tiefe Werte. Diesem Umstand trägt man nach Moser durch ein kubisches Glied in der Formel Rechnung, dessen konstanten Faktor man durch Messung am Goldpunkt bestimmt. Die etwa infolge von Umkristallisation oberhalb 900° auftretenden geringen Änderungen von $R_0$ berücksichtigt man am besten dadurch, daß man $R_t - R_0$ unter sonst gleichen Bedingungen als unveränderlich betrachtet.

Moser, Ann. Phys. **1**, 341, 1929 u. **6**, 332, 1930.

Bezüglich der Verwendung des Platinthermometers zwischen 0 und — 190° wird auf die gesetzlichen Bestimmungen (S. 148) verwiesen. Für Temperaturen unterhalb — 190°, wo Platindrähte verschiedener Reinheit sehr verschiedene Temperaturkoeffizienten besitzen, liegen die Regeln für den Anschluß noch nicht fest.

Vgl. indessen Henning u. Otto, Phys. Z. **37**, 601 u. 639, 1936.

$\gamma$) Erwärmung durch den Meßstrom. Bei einer Drahtdicke von 0,05 mm darf der Strom einige Milliampere betragen, falls der Draht in gutem Wärmekontakt mit der Umgebung steht; bei größeren Dicken entsprechend mehr. Die Temperaturerhöhung des Drahtes durch die Stromwärme läßt sich berücksichtigen, wenn man bei derselben Badtemperatur (etwa Eispunkt) mit zwei Strömen $i_1$ und $i_2$ beobachtet. Ändert sich hierbei der Widerstand entsprechend einem Temperaturunterschied $\Delta t$, so ist die Messung mit dem Strom $i$ zu korrigieren um $\Delta t \cdot \frac{i^2}{i_1^2 - i_2^2}$.

**c) Widerstandsthermometer aus anderen Metallen.** Einfache Anschlußvorschriften bestehen bisher nicht, man muß also mit bekannten Thermometern vergleichen. Bei mäßigen Ansprüchen an Genauigkeit kann man das Platin durch Nickel ersetzen. Für tiefe Temperaturen ist auch Blei verwendet worden, dessen Widerstand bei sinkender Temperatur langsamer abfällt als der des Platins. Bleidrähte sind durch Spritzverfahren bis herab zu 0,05 mm Dicke herstellbar; man muß sie nach der Wicklung bei 100° altern. Tafeln für die Abhängigkeit des Bleiwiderstandes von der Temperatur: Wärmetabellen der Phys.-Techn. Reichsanstalt, Braunschweig 1919; K. Onnes u. Tuyn, Comm. Leiden Suppl. Nr. 58, 1926; Clusius, Z. phys. Chem. (B) **3**, 73, 1929.

Widerstandsdrähte aus Phosphorbronze mit 2% Zinn und 0,05% Blei sind noch im Bereich von 5 bis 1° abs. geeignet. (W. H. Keesom, Comm. Leiden Suppl. **80**, 11, 1936.) Fäden aus flüssigem Quecksilber in Quarzglaskapillaren verwendeten Jaeger u. v. Steinwehr, Z. Instrkde. **30**, 111, 1910 u. **34**, 119, 1914, um unabhängig von einem bestimmten Thermometer die Temperatur als Funktion des Widerstandes definieren zu können. Aber der Temperaturkoeffizient von Hg ist nur ein Viertel von dem des Pt.

## C. Thermoelemente

**a) Allgemeines.** Man lötet oder schmilzt zwei gleichlange thermoelektrisch wirksame Drähte, die oberhalb der extremsten Gebrauchstemperatur zuvor gealtert sind, aneinander und mit den anderen Enden an Kupferdrähte, bringt die erstere Lötstelle an den Punkt, dessen Temperatur gesucht wird, während die beiden anderen Lötstellen auf einer bekannten Temperatur (etwa durch Eis auf 0° oder durch Ölbad in Thermosflasche auf Raumtemperatur) gehalten werden, und mißt

die entstehende EMK entweder in der Kompensationsschaltung (Bd. 2) gegen ein Normalelement unmittelbar oder mittels der Stromstärke, die die EMK in einem Galvanometer von hohem Widerstande hervorbringt.
Kleinen Temperaturunterschieden sind die Thermokräfte proportional; der Faktor wird durch eine einmalige Beobachtung bei bekannter Differenz gefunden. — Für größere Intervalle werden meist Beobachtungen mit zwei Differenzen und eine daraus bestimmte quadratische Gleichung genügen; allgemein leitet man aus einer Anzahl von Punkten eine Tabelle oder Kurve ab.

Knoblauch u. Hencky, Anleitung zur genauen technischen Temperaturmessung. München u. Berlin 1926; Raisch u. Schropp, Thermoelektrische Temperatur- und Wärmeflußmessungen. Mitt. a. d. Forschungsheim f. Wärmeschutz, Heft 8. München 1930.

Um die Schenkel eines Thermoelementes zusammenzulöten, sind die Drähte zunächst von Oxyden zu reinigen, etwa durch Benetzen mit (reduzierend wirkendem) Lötwasser. Will man säurefrei löten, so verwendet man statt des Lötwassers Salmiakpulver, Stearin oder Kolophonium. Besonders zu empfehlen als säurefreies Flußmittel ist Tinol. — Das gewöhnliche Lötzinn schmilzt bei etwa 180°. Bei 94° schmilzt das Rosesche Metall (2 Teile Wismut und je 1 Teil Blei und Zinn), bei 70° das Woodsche Metall (4 Teile Wismut, 2 Teile Blei und je 1 Teil Zinn und Kadmium). — Dünne Drähte verzinnt man vor dem Löten durch Eintauchen in einen Fingerhut mit geschmolzenem Zinn. — Für hohe Temperaturen lötet man mit Silber oder Gold (Hartlot). Von diesen Metallen wird ein Stückchen Draht mit angefeuchtetem Boraxpulver zwischen den zu verlötenden Flächen in der Stichflamme des Sauerstoffgebläses zum Schmelzen gebracht. — Platindrähte lassen sich miteinander ebenso wie mit Drähten aus Kupfer oder Silber in der Flamme des Sauerstoffgebläses zusammenschmelzen.

Über Löten, auch von Aluminium, sowie über Schweißen s. b. Angerer, Technische Kunstgriffe. Braunschweig 1939.

**b) Thermoelemente für besondere Zwecke.** α) Das Element Pt/PtRh. Besondere Anschlußvorschriften bestehen nur für das Element Platin gegen Platinrhodium mit 10% Rh-Gehalt (S. 148), und zwar zwischen 660 und 1063°. Dies Element ist aber darüber hinaus bis 1600° brauchbar. Für hohe Ansprüche sollen die Drähte nicht unter 0,5 mm Durchmesser haben. Bei Anwendung aller Vorsichtsmaßregeln kann man beim Goldpunkt eine Meßgenauigkeit von 0,2°, am Zinkpunkt 0,1° erreichen.

Roeser, Bull. Bur. Stand. **3**, 343, 1929; Roeser, Schofield u. Moser, Ann. Phys. **7**, 243, 1933.

β) Elemente für mittlere und hohe Temperaturen. Von den zahlreichen außerdem in die Praxis eingeführten Thermoelementen sind die wichtigsten in Tab. 63 aufgeführt.
Konstantan/Kupfer (bis 500°) hat vor anderen den Vorzug eines nahezu linearen Verlaufes der Thermokraft mit der Temperatur und wenig veränderlichen Widerstandes, da dieser bei Cu klein und bei Konstantan nahe temperaturkonstant ist. Etwas empfindlicher ist Chromnickel/Konstantan, auch das amerikanische Element Chromel/Copel (bis 500°). Nickel/Chromnickel ist von 300 bis 1000° brauchbar. Die Meßwerte des Elementes Chromel/Alumel (bis 1200°) stellen die sogenannte Hoskinskurve dar. Heraeus-Hanau liefert neben den in der Technik gebrauchten Elementen aus unedlen Metallen zu dem Pt/PtRh-Element sogenannte Ausgleichsleitungen, die im wesentlichen aus Kupfer-Nickel-Legierungen bestehen. Dieses

Leitungsmaterial hat die gleiche Thermokraft wie das Hauptelement und dient dazu, die Verbindung zwischen den Edelmetalldrähten und dem Anzeigegerät durch billigere Drähte zu ersetzen. Hohe Thermokraft liefert eine Pt-Re-Legierung gegen eine Pd-Au-Legierung, die früher von Degussa-Siebert, Hanau hergestellt wurde.

Rohn, Z. Metallkde. **19**, 138, 1927; Feußner, ETZ **48**, 535, 1927 u. **54**, 155, 1933; Wiebe u. Brevcort, Rev. sci. instr. **2**, 450, 1931 (Cu/Konst. unter 0°).

Bis 1800° ist ein Element aus zwei verschiedenen Platin-Rhodium-Legierungen mit 10 und 40% Rh brauchbar (Brodhun und Hoffmann), bis 2000° Ir/50 Ir, 50 Rh (Heraeus), bis 2300° Ir/90 Ir, 10 Rh oder Ir/90 Ir, 10 Ru (Heraeus), in reduzierender Atmosphäre; bis 2600° W/75 W, 25 Mo (Degussa-Siebert). Meist ändern sich die Legierungen etwas bei längerem Gebrauch in hoher Temperatur.

Brodhun u. Hoffmann, Z. Phys. **37**, 142, 1926. Für Hochöfen Element aus Graphitrohr mit Wolframseele bis 2000°.

Über Thermokraft in Abhängigkeit von der Legierung vgl. z. B. W. Goedecke, Festschrift G. Siebert, S. 72. Hanau 1931. Über zahlreiche Thermoelemente zwischen — 190° und hoher Temperatur vgl. Dannecker, Ann. Phys. **42**, 1504, 1913. Über Elemente aus unedlen Metallen s. auch Hoffmann u. Schulze, ETZ **41**, 427, 1920. Über C/SiC (bis 2000°) s. Fisterer, Trans. Amer. Inst. Min. Metallurg. **105**, 290, 1933.

$\gamma$) Für tiefe Temperaturen. Bei tiefen Temperaturen wird Kupfer/Konstantan verwendet. Für seine Thermokraft $e$ zwischen $t = 0$ und $t = -183°$ gilt nach Keyes ein Ausdruck der Form $e = a(-t)^b + ct$; entsprechend gilt zwischen den absoluten Temperaturen $T = 15{,}5$ und $T = 100°$ nach Nernst $e = a \cdot T \lg\left(1 + \frac{T}{b}\right) + cT$.

Keyes u. Mitarb., J. Massachusetts, Inst. of Technology 1, 242, 1922; Nernst, Grundlagen d. neuen Wärmesatzes, S. 37. Halle 1918.

Über Thermoelemente bei sehr tiefen Temperaturen s. Borelius, Keesom u. Mitarb., Comm. Leiden Nr. 217e, 1932.

In der Nähe des absoluten Nullpunktes verschwinden alle Thermokräfte.

**c) Praktische Handhabung der Thermoelemente.** $\alpha$) Anschluß, Tiegelmethode und Drahtmethode (S. 228). Geschieht der Anschluß der Thermoelemente durch Fixpunkte, so taucht man entweder die elektrisch gut isolierte Hauptlötstelle in den Dampf bzw. die siedende Flüssigkeit oder die Schmelze (Tiegelmethode) oder man fügt, falls der Anschluß bei der Schmelztemperatur eines nicht oxydierbaren Metalles geschehen soll, wie Au oder Pd, ein 5 mm langes Drahtstück dieser Metalle in die Lötstelle ein (Drahtmethode); maßgebend ist bei der Drahtmethode die thermoelektrische Kraft im letzten Augenblick vor dem Durchschmelzen. Zur Vermeidung von Wärmeableitung ist genügend große Eintauchtiefe oder sonst Messung bei verschiedenen Eintauchtiefen erforderlich.

$\beta$) Störende Thermokräfte. Besonders ist darauf zu achten, daß die Drähte an den Stellen starken Temperaturgefälles (Austritt aus dem Ofen) gut homogen sind, da sonst zusätzliche und leicht veränderliche Thermokräfte entstehen. Man findet inhomogene Stellen des Drahtes meist dadurch, daß man die EMK an den Enden des Drahtes mißt, wenn man ihn durch eine Bunsenflamme zieht. Drähte aus Platin, aber auch aus anderen Metallen, werden in hoher Temperatur leicht durch Dämpfe fremder Metalle oder durch Kohledämpfe verunreinigt. Zu vermeiden sind möglichst die Gegenwart von Iridium oder bei reduzierender Atmo-

sphäre (Flammengase) von Silizium- und Eisenverbindungen. Die Verunreinigung, gegen die dünne Drähte am empfindlichsten sind, kann bisweilen durch Ausglühen beseitigt werden.

White, Rev. sci. instr. 4, 142, 1933.

γ) Schutzrohre. In jedem Falle muß man die Drähte durch elektrisch isolierende und möglichst gasdichte Röhren schützen. Quarzglas ist bis 1000°, glasiertes Porzellan bis 1200°, glasierte Marquardtsche Masse oder K-Masse (Berliner Manufaktur) bis 1600° brauchbar. Rohre, deren Glasur flüssig wird (oberhalb 1500°) sind in heißem Zustand aus dem Ofen zu entfernen, da sie sonst haften. Weiter eignet sich zur Isolation Pythagorasmasse, Sillimanit oder Sinterkorund ($Al_2O_3$), das bis 1800° C völlig gasdicht ist. Vorteilhaft sind Porzellanstäbe mit doppelter Längsbohrung für die Aufnahme der beiden Drähte.

Stäblein u. Hinüber, Arch. Eisenhüttenwesen 3, 781, 1930; Roeser, Bur. Stand. J. Res. 7, 485, 1931; Gerdien, Z. techn. Phys. 13, 586, 1932.

Da in hoher Temperatur alle Isolatoren leitend werden, ist es oft schwer, die Elemente vor Fremdstrom zu schützen, falls in Öfen mit Gleichstromheizung gemessen wird. Die Berührung des Elementes mit der Ofenwand läßt sich in einfacher Weise nur bei Vertikalöfen vermeiden.

## D. Dampfdruckthermometer

**a) Allgemeines.** Der Sättigungsdruck von Flüssigkeiten dient nicht nur für technische, sondern auch für wissenschaftliche Zwecke zur Temperaturbestimmung. Einfache Anordnungen für genaue Messungen sind nur unterhalb 0° möglich, da der Sättigungsdruck durch die tiefste Temperatur des Dampfes bestimmt wird. Andernfalls müssen alle nicht in das Bad tauchenden Teile des Gasraumes, z. B. die Zuleitung zum Manometer, besonders geheizt werden. Abb. 81 zeigt die in der Phys.-Techn. Reichsanstalt erprobte Einrichtung. Im Kölbchen $K$, das der gesuchten Temperatur ausgesetzt wird, läßt man einige zehntel Kubikzentimeter Flüssigkeit aus dem in der Anordnung befindlichen Meßgas kondensieren, indem man die Ampulle $A$ mit Quecksilber füllt. $V$ bezeichnet ein Absperrventil, das bei stürmischer Kondensation den Übertritt des Quecksilbers nach $K$ verhindert. Der Vakuumanteil $M$ umhüllt den Dampfraum an der Eintrittsstelle in das Bad, an dessen Oberfläche, falls es sich um eine siedende Flüssigkeit handelt, leicht störende Temperaturschwankungen auftreten. Das Quecksilber im Manometer wird durch Änderung des Luftdrucks gehoben und gesenkt.

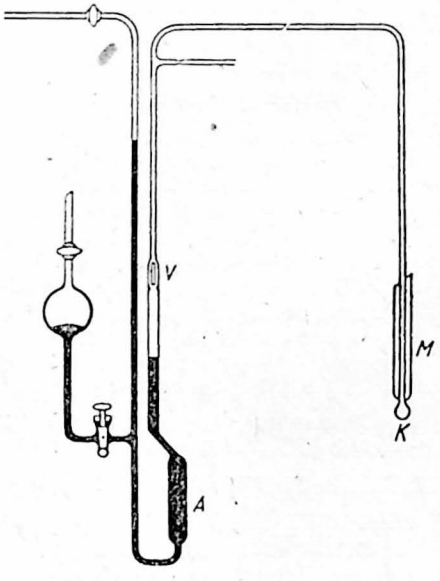


Abb. 81. Dampfdruckthermometer

In der Nähe des normalen Siedepunktes genügt eine rohe Druckmessung, da sich der Dampfdruck stark mit der Temperatur ändert (bei Wasserstoff um etwa 200 mm/Grad).

**b) Füllgas für Dampfdruckthermometer.** α) Eignung. Man kann das ganze Gebiet von 0 bis — 210° durch Dampfdruckthermometer erfassen (vgl. Tab. 33—35).

Henning u. Stock, Z. Phys. 4, 226, 1921; Henning ebd. 40, 775, 1927. Angaben über die Reindarstellung dieser Stoffe bei Stock u. Kuß, Ber. D. Chem. Ges. 54, 1119, 1921.

Die Dampfdrucke von Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff und Helium dienen zur genauen Temperaturmessung bis in die Nähe des absoluten Nullpunktes. Man muß bei $O_2$ und $N_2$ auf hohe Reinheit der verwendeten Gase achten.

β) Herstellung. Man erhält Helium durch Erhitzen von Cleveit, Monazitsand oder Thorianit im Eisenrohr auf 1000° oder zusammen mit Neon aus den Rückständen der flüssigen Luft. Das Gemisch enthält 4—5 mal mehr Neon als Helium. Die Trennung geschieht durch Kondensation des Ne bei der Temperatur des festen Wasserstoffes. Helium aus den amerikanischen Gasquellen ist von Neon frei.

Meißner u. Steiner' Z. Kälteind. 39, 49, 1932; Clusius, Z. phys. Chem. (B) 3, 41, 1929.

Argon gewinnt man aus der Luft, indem man $O_2$ und $N_2$ durch Kalzium bei etwa 500° absorbieren läßt. Nach Ruff und Hartmann muß das Ca nitridhaltig sein, z. B. die Legierung Ca + 5% $Ca_3N_2$, dann erhält man schon unterhalb 320° in wenigen Minuten aus Luft reines Argon.

Ruff u. Hartmann, Z. anorg. Chem. 121, 167, 1922; Fischer u. Ringe, Chem. Ber. 41, 2017, 1908; Claude, C. R. 151, 752, 1910; Bodenstein u. Wachenheim, Chem. Ber. 51, 265, 1918.

Über Abscheidung von Krypton und Xenon s. Ramsay u. Travers, Z. phys. Chem. 38. 641, 1901. In großem Maßstab wird Argon aus den Rückständen bei der Luftverflüssigung gewonnen.

Wasserstoff gewinnt man durch Elektrolyse von angesäuertem oder alkalischem Wasser, wobei es sich am negativen Pol ausscheidet. Man bringt zwischen beide Pole eine poröse Wand, um zu verhindern, daß der in Wasser leicht lösliche Sauerstoff zum negativen Pol diffundiert.

Wasserstoff des Handels enthält weniger als 2‰ Verunreinigungen. Ist flüssiger Wasserstoff verfügbar, so ist es am besten, diesem das Gas zu entnehmen, da bei der tiefen Temperatur alle in Betracht kommenden Verunreinigungen äußerst kleinen Dampfdruck besitzen. Bei gewöhnlicher Temperatur (Normalwasserstoff) steht im Gleichgewichtszustand 25% Parawasserstoff mit 75% Orthowasserstoff, während in tiefer Temperatur der Orthowasserstoff fast völlig verschwindet.

Die Umwandlung geht langsam vor sich. Verflüssigter Normalwasserstoff ändert seine Zusammensetzung anfangs zu nur 0,5% je Stunde. Normalwasserstoff siedet 0,12° höher als Parawasserstoff. Alle Fixpunkte sind auf Normalwasserstoff zu beziehen, der nach vorausgegangener Verflüssigung schnell wieder herstellbar ist, wenn man das Gas bei Zimmertemperatur über Platinmohr strömen läßt.

Henning u. Justi, Z. Instrkde. 50, 343, 1929; Keesom u. Bijl, Rapp. 6. Congrès Intern. du Froid, S. 17. London 1932.

Stickstoff stellt man in sehr reinem Zustande her nach dem von Tiede angegebenen Verfahren, indem man Natriumazid ($NaN_3$) nach gründlicher Trocknung im Vakuum vorsichtig mit der Bunsenflamme auf etwa 330° erwärmt, wobei es ziemlich stürmisch in Natrium und Stickstoff zerfällt. Das entstehende Natrium absorbiert Spuren von Sauerstoff und sonstige Fremdgase.

Tiede, Chem. Ber. 49, 1742, 1916; Justi, Ann. Phys. (5) 10, 983, 1931; Kautsky u. Thiele, Z. anorg. Chem. 152, 342, 1926, geben ein Verfahren an, um gewöhnlichen Bombenstickstoff vollständig von Sauerstoff zu reinigen.

Sauerstoff entsteht ohne wesentliche Verunreinigungen bei Erhitzen von Kaliumpermanganat in einem Glasrohr; Spuren von $H_2O$ und $CO_2$ friert man mit flüssiger Luft aus.
Kohlensäure entsteht durch Erhitzen von Natriumbikarbonat; nach Ausfrieren bei der Temperatur der flüssigen Luft entfernt man Luftreste durch Abpumpen.
Kohlenoxyd entsteht durch Erhitzen einer Mischung von 1 Teil Natriumformiat, 6 Teilen Schwefelsäure und 3 Teilen Wasser in einem großen Kolben (Schaumbildung) oder besser durch Einträufeln von Ameisensäure in 80° heiße Schwefelsäure und anschließende Trocknung.
Ammoniak entsteht aus konzentrierter wäßriger Lösung, die, bei etwa 30° siedend, fast nur Ammoniak abgibt – Schweflige Säure durch Erhitzen konzentrierter Schwefelsäure mit Kupferspänen oder durch Auftropfen von verdünnter Schwefelsäure auf Natriumbisulfatlauge – Chlor durch Einwirken von Salzsäure auf Mangandioxyd oder Kaliumpermanganat.

γ) Reinigung. Bei Gasen, die nur wenig verunreinigt sind und die leicht verflüssigt werden können, ist die beste Methode der Reinigung die fraktionierte Destillation. Man verwirft den zuerst abdestillierten und den zuletzt flüssig bleibenden Teil und verwendet nur das mittlere Destillat. Dies Verfahren ist zu wiederholen, bis die Dampfdrucke des mittleren Destillats nicht mehr geändert werden. – Nur bei groben Beimischungen von Fremdgasen empfiehlt sich chemische Reinigung durch vorgelegte Absorptionsmittel, entweder in Waschflaschen, wobei das Gas in kleinen Mengen langsam durchtreten soll, oder auch in fester Gestalt. Zwecks Trocknung leitet man schwer kondensierbare Gase langsam durch ein in flüssiger Luft oder fester Kohlensäure gekühltes Rohr. Statt dessen kann man das Gas über Phosphorpentoxyd durch ein langes Rohr führen oder über Stücke geschmolzenen Chorkalziums. Das gewöhnlichste Mittel ist Hindurchleiten durch eine Waschflasche mit konzentrierter Schwefelsäure oder die Berührung mit Bimsstein in konzentrierter Schwefelsäure.

Als Vorlagen gegen mitgerissene Salze, Säuren oder Alkalien dienen Waschflaschen mit destilliertem Wasser; gegen Säuren sicherer alkalische Lösungen (doppelkohlensaures Natron, wenn Kohlensäure gewaschen wird); gegen flüchtiges Alkali Schwefelsäure- oder Phosphorsäurelösung; gegen Sauerstoff alkalische Pyrogallollösung (Rezept von Hempel: 5 g Pyrogallol in 15 g Wasser, kurz vor dem Gebrauch gemischt mit 120 g Ätzkali in 80 g Wasser gelöst) oder glühende Kupferspäne oder Phosphor; gegen Wasserstoff glühendes Kupferoxyd; gegen Organisches (z. B. Kohlenwasserstoffe) übermangansaures Kali oder Bleichromat. – Auch Überleiten durch Glasröhren z. B. mit zerkleinertem Ätzkali oder Bimsstein mit Schwefelsäure. – Wasserstoff kann man, nach dem Waschen mit einer alkalisch gemachten Lösung von $KMnO_4$, die Säuren, auch Arsen zurückhält und Kohlenwasserstoffe zerstört, getrocknet von ausgeglühtem Palladiumschwamm absorbieren lassen und durch Erhitzen unter Luftabschluß später wieder frei machen. – Reinigen von Edelgasen (Argon, Helium usw.): die aktiven Gase werden absorbiert bei dem Überleiten über eine Mischung von 1 Teil Mg, 5 Teilen frisch geglühtem CaO und 0,25 Teilen metallischem Na, die in einer evakuierten Verbrennungsröhre auf etwa 700° erhitzt wird, oder durch Überleiten bei 400° über Ca + 5 % $Ca_3N_2$.
Käuflich in Bomben sind: $H_2$, $O_2$, $N_2$, $Cl_2$, $CO_2$, $SO_2$, $NH_3$, $N_2O$; ferner von Edelgasen Argon, Helium und Neon, in kleinen Mengen auch Xenon und Krypton.

Hempel, Gasanalytische Methoden. 4. Aufl. Braunschweig 1913; Ramsay, Noyes u. Guye, Darstellung von Gasen in Stählers Arbeitsmethoden der anorg. Chem. IV, 1. Leipzig 1916. Ferner Moser, Z. anorg. Chem. **110**, 125, 1920, wo die Reinigung verflüssigter und komprimierter Gase beschrieben ist. Ausführliche Behandlung der Edelgase in der 8. Aufl. von Gmelins Handb. d. anorganischen Chemie. Heidelberg 1926.

Über eine rotierende Schlauchpumpe zum Wiederholen der Zirkulation s. Prytz, Z. Instrkde. 25, 193, 1905; auch Bose, Gött. Nachr. S. 280, 1906.

## E. Strahlungsthermometer

Hoffmann u. Tingwaldt, Optische Pyrometrie. Braunschweig 1938.

**a) Allgemeines.** Die Strahlungsthermometer werden an einen schwarzen Körper (S. 292) angeschlossen, dessen Temperatur durch ein Thermoelement gemessen wird. Am gebräuchlichsten sind die optischen Pyrometer, die für diesen besonderen Zweck konstruierte Photometer sind. Der für ein bestimmtes Spektralgebiet ermittelten Helligkeit wird eine Temperatur zugeordnet, die nur dann mit der wahren übereinstimmt, wenn der Strahler ein schwarzer Körper ist. Diese Bedingung kann in der Praxis oft dadurch erfüllt werden, daß man ein einseitig offenes Rohr auf die gesuchte Temperatur bringt und die Helligkeit in seinem Inneren beobachtet. Statt dessen kann man bisweilen den Strahler selbst mit einer kleinen Bohrung versehen, die als schwarzer Körper wirkt (S. 229).

Henning u. Heuse, Z. Phys. **16**, 63, 1923; Hoffmann, ebd. **27**, 292, 1924.

**b) Optische Pyrometrie.** α) Pyrometer von Wanner. Zur Messung dient ein Königsches Polarisationsphotometer mit gerader Durchsicht, dessen Okularblende meist auf eine Wellenlänge im roten Spektralbereich eingestellt ist. Die konstante Lichtquelle besteht aus einer durch eine Glühlampe für 6 V beleuchteten mattierten Prismenfläche, deren Helligkeit man öfters bei derselben Stellung des Okular-Nikols mit einer durch eine Normallichtquelle (Hefnerkerze) beleuchtete Mattscheibe oder besser mit einem schwarzen Körper von der Temperatur des Goldpunktes vergleicht und durch Regelung eines Vorschaltwiderstandes konstant hält. Beim Photometrieren einer Strahlung stellt man die beiden Hälften des Gesichtsfeldes durch Drehung des Okular-Nikols auf gleiche Helligkeit ein und entnimmt die dem abgelesenen Drehungswinkel $\varphi$ entsprechende Temperatur einer Tabelle. Strahlungen unter 1000° sind zu lichtschwach für das Gerät. Tiefere Temperaturen sind meßbar, wenn man statt der spektralen Zerlegung ein farbiges Glas verwendet.

Ist für maximale Helligkeit der einen Hälfte des Gesichtsfeldes $\varphi = 0$, so ist für $\varphi = 45°$ größte Empfindlichkeit vorhanden. Ordnet man diesem Winkel die Temperatur $t = 1200°$ zu, so kann man mit dem Instrument leicht bis $t = 1650°$, entsprechend etwa $\varphi = 80°$ (rotes Licht), beobachten. Die Helligkeiten verhalten sich wie die Werte von $\mathrm{tg}^2\varphi$. Unter Anwendung der auf S. 172 angegebenen Formel genügt darum der Anschluß des Instrumentes an den schwarzen Körper bei einer einzigen Temperatur (z. B. Goldpunkt). Kleine Fehler des Instrumentes werden ohne Einfluß, wenn man den Winkel $\varphi$ in zwei benachbarten Quadranten einstellt und mittelt. Falls der Strahler schon polarisiertes Licht aussendet (Metalle unter kleinem Winkel), können die Messungen gefälscht werden.

Hoffmann u. Meißner, Ann. Phys. **60**, 201, 1919; Hoffmann, Z. Phys. **27**, 285, 1924.

$\beta$) Glühfaden-Pyrometer von Holborn und Kurlbaum (Abb. 82). Hier wird ein meßbar veränderliches Vergleichslicht benutzt, und zwar eine reflexfreie (konische Glashülle) Glühlampe für 4 V mit bügelförmigem Glühfaden aus Kohle oder Wolfram. Die Helligkeit der Lampe regelt man durch Widerstandsänderung ihres Stromkreises so, daß die Spitze des Bügels auf der zu photometrierenden glühenden Fläche verschwindet. Ist dies nicht vollständig möglich, so ist der Öffnungswinkel des Okulars zu groß im Vergleich zu dem des Objektivs. Das Glühlämpchen befindet sich im Innern eines Fernrohrs, dessen Objektiv (Abb. 82 rechts) am Orte des Glühfadens ein Bild der glühenden Fläche entwirft; das Okular (Abb. 82 links) ist scharf auf diesen eingestellt. Homogenes Licht wird durch ein dem Okular vorgeschobenes Jenaer Kupferoxydulglas (RG 2 oder F 4512) ($\lambda = 0{,}65\,\mu$) erzielt. Als Kriterium der Lampentemperatur gilt, nach einer Tabelle, die an einem eingeschalteten Strommesser abgelesene Stromstärke. Das Instrument ist ohne Lichtschwächung (s. unten) etwa von 600° bis 1500° brauchbar. Darüber hinaus wird der Anschluß gewöhnlich nicht durchgeführt, um dauernde Änderungen der Pyrometerlampe auszuschließen. — Will man die unregelmäßige Ablenkung des Lichtstrahls durch die Glashülle gewöhnlicher Glühlampen vermeiden, was namentlich bei Instrumenten mit starker Vergrößerung wünschenswert ist, so werden Glühlampen mit planparallelen Glasflächen benutzt.

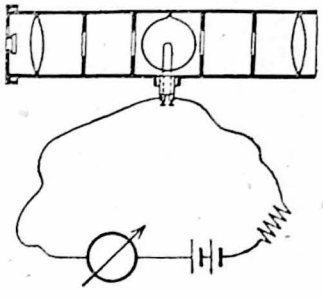


Abb. 82.
Holborn-Kurlbaum-Pyrometer

Holborn u. Kurlbaum, Ann. Phys. **10**, 225, 1903. Spektralpyrometer: Henning, Z. Instrkde. **30**, 61, 1910. Mikropyrometer für kleine Objekte: Henning u. Heuse, Z. Phys. **16**, 63, 1923; Fairchild u. Hoover, J. Opt. Soc. **7**, 543, 1923; Wenzel u. Roeser, Bur. Stand. J. Res. **5**, 1309, 1930.

$\gamma$) Kreuzfaden-Pyrometer. Dieses ist eine Abart des Pyrometers von Holborn und Kurlbaum. Der Glühfaden wird durch einen besonderen Kunstgriff stets auf dieselbe Helligkeit eingestellt, und man schwächt durch einen drehbaren Graukeil zwischen Objektiv und Glühlampe die Strahlungsintensität des Objektes bis auf die Helligkeit des Glühfadens ab. Mit dem Graukeil ist eine empirisch geeichte Temperaturskala verbunden. Die gleichbleibende Helligkeit des Glühfadens wird folgendermaßen erzielt: unmittelbar hinter dem Faden ist innerhalb der Glühlampe ein von dem gleichen Strom durchflossenes Wolframband angeordnet. Da die Helligkeit des Fadens infolge der großen Strahlungsverluste viel langsamer mit der Stromstärke steigt als die Helligkeit des Bandes, das die Wärme wesentlich durch Leitung verliert, so gibt es eine scharf einstellbare Stromstärke, bei der Faden und Band gleich hell sind. Der Strom, den eine Taschenlampenbatterie liefert, wird durch einen Regelwiderstand abgeglichen. Das Gerät benötigt keinen Stromzeiger und ist für technische Messungen bequem.

$\delta$) Erweiterung des Meßbereiches, Lichtschwächung. Besitzt ein schwarzer Strahler von der unbekannten Temperatur $T$ die Strahlungsintensität $H$ bei der Wellenlänge $\lambda$ und liegt $T$ oberhalb des Anschlußbereiches (Pyrometerlampen benutzt man nicht über 1500°, da sie dann leicht Änderungen unterliegen),

so bringt man zwischen den Strahler und das Pyrometer einen rotierenden Sektor, ein Rauchglas oder eine andere Lichtschwächung, durch die $H$ auf den Betrag $H_0 = \frac{H}{\Phi}$ herabgesetzt wird. Ist durch den Anschluß der Helligkeit $H_0$ die Temperatur $T_0$ zuzuordnen, so gilt nach dem Wien-Planckschen Strahlungsgesetz

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{\lambda}{c} \ln \Phi. \tag{1}$$

Auf Grund internationaler Vereinbarungen ist $c = 14320$ zu setzen, wenn $\lambda$ in $\mu$ ausgedrückt wird.

Ist das Glühfadenpyrometer am Goldpunkt $T_0$ angeschlossen, so kann man weitere Anschlußpunkte ohne schwarzen Körper gewinnen, wenn man eine elektrische Bandlampe verwendet, deren Strahlungstemperatur (schwarze Temperatur) $T$ so eingestellt wird, daß man mit einem rotierenden Sektor von gegebener Lichtschwächung $\Phi$ zu der Temperatur $T_0$ gelangt. Stufenweise kann man so zu höheren Temperaturen fortschreiten, wenn man mit und ohne Lichtschwächung auf den Strahler einstellt. – Einfacher ist es, für den Anschluß eine Bandlampe zu verwenden, für die die schwarze Temperatur als Funktion der Stromstärke bekannt ist.

Mit schnell rotierenden Sektorscheiben (S. 510), für die $\Phi$ durch Ausmessen der Winkel bestimmt wird und unabhängig von $\lambda$ ist, läßt sich mit einer Genauigkeit von 0,3% kaum eine Lichtschwächung größer als 100 : 1 herstellen. Benötigt man eine stärkere Lichtschwächung, so kann man mit dem rotierenden Sektor nur arbeiten, wenn man sich eines Hilfsstrahlers von dazwischen liegender Helligkeit bedient, dessen Temperatur zwar unbekannt sein kann, die aber während der Meßreihe genügend konstant sein muß. Man stellt zunächst das Helligkeitsverhältnis des Strahlers der gesuchten Temperatur zu der des Hilfsstrahlers fest, sodann auf dem durch Gleichung (1) gekennzeichneten Weg die schwarze Temperatur bzw. die Helligkeit (relativ zum Goldpunkt) des Hilfsstrahlers.

Roeser, Caldwell u. Wensel, Bur. Stand. J. Res. **6**, 1119, 1931.

Rauchgläser geben stets selektive Lichtschwächung, sie sind meist im Rot am stärksten durchlässig. Durch Zusammenstellung halb durchlässig verspiegelter oder berußter Platten kann man indessen praktisch neutrale Graufilter gewinnen (vgl. S. 512).

Theissing u. Goebert, Z. techn. Phys. **21**, 149, 1940.

Lichtschwächungen bis zu 10000 : 1 und darüber erzielt man, wenn man durch eine Linse ein reelles Bild des Strahlers auf einen mit Magnesiumoxyd (brennendes Metall) angerauchten weißen Schirm entwirft und dies Bild pyrometriert. Hat die Kreisblende zwischen Schirm und Linse den Radius $r$ und ist $b$ der Abstand zwischen Blende und Schirm, so ist $\Phi = \left(\frac{b}{r}\right)^2 \cdot \frac{1}{D \cdot \varrho}$, wenn $D$ die Durchlässigkeit der Linse (bei einfacher Linse etwa $D = 0{,}9$) und $\varrho$ das Reflexionsvermögen des Magnesiumoxyds bedeuten. $\varrho$ hängt unmerklich von $\lambda$, aber deutlich von dem Winkel $\vartheta$ zwischen der optischen Achse des Systems der Lichtschwächung und der Visierrichtung des optischen Pyrometers ab. Es ist $\varrho = 1 - 1{,}3 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$.

Henning u. Heuse, Z. Phys. **10**, 111, 1922.

$\varepsilon$) Schwarze Temperatur. Ein Strahler von der Temperatur $T$, der das Absorptionsvermögen $A(T, \lambda)$ besitzt, hat bei der Wellenlänge $\lambda$ eine Helligkeit, die derjenigen eines schwarzen Körpers von der Temperatur $S < T$ gleich ist. $S$ oder vollständiger $S(T, \lambda)$ wird die schwarze Temperatur bei der Wellenlänge $\lambda$ genannt. Es gilt die Beziehung $\frac{1}{S(T,\lambda)} = \frac{1}{T} - \frac{\lambda}{c} \ln A(T, \lambda)$. Für schwarze Strahler ($A = 1$) ist $S = T$. Bei Metallen hängt $A$ wenig von der Temperatur ab und kann näherungsweise aus dem bei Zimmertemperatur beobachteten Reflexionsvermögen $R = 1 - A$ ermittelt werden. Dann läßt sich $T$ aus dem leicht meßbaren $S$ berechnen. — Gl. (1) gilt auch für beliebige Strahler, wenn man für $T$ oder $T_0$ (oder für beide) die entsprechenden schwarzen Temperaturen $S$ oder $S_0$ einführt.

Henning, Wärmetechnische Richtwerte. Berlin 1938. S. 87; Holborn u. Henning, Berl. Ber. S. 311, 1905.

$\zeta$) Die Farbtemperatur $F$ ist diejenige Temperatur, die ein schwarzer Körper besitzt, wenn er die gleiche Farbe oder im Idealfall das gleiche Helligkeitsverhältnis bei allen Wellenlängen des sichtbaren Gebietes aufweist wie die gemessene Strahlung. Beschränkt man sich auf den Vergleich von nur zwei Wellenlängen $\lambda_1$ und $\lambda_2$ bei derselben wahren Temperatur $T$, denen die schwarzen Temperaturen $S(T, \lambda_1)$ und $S(T, \lambda_2)$ zugehören, so gilt

$$\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \cdot \frac{1}{F} = \frac{1}{\lambda_1 \cdot S(T, \lambda_1)} - \frac{1}{\lambda_2 \cdot S(T, \lambda_2)} \cdot \tag{2}$$

Diese Definition, aus der bei gegebener Temperatur $T$ die Beziehung $\frac{1}{S} = \frac{1}{F} + \lambda \cdot \zeta$ ($\zeta$ eine nur von $T$ abhängige Größe) folgt, beschränkt die Existenz einer Farbtemperatur auf solche Strahler, bei denen $A$ eine bestimmte (allerdings oft nahe geltende) Funktion von $\lambda$ ist (S. 301).

Für graue Strahler (das Absorptionsvermögen $A$ unabhängig von der Wellenlänge $\lambda$) ist die Farbtemperatur $F$ gleich der wahren Temperatur $T$.

Zur Bestimmung der schwarzen Temperatur bei verschiedenen Wellenlängen ist das Spektralphotometer von König-Martens (S. 526) oder das Spektralpyrometer von Henning geeignet.

Henning, Z. Instrkde. **30**, 61, 1910. — Über Messung von Farbtemperaturen z. B. Priest, Bur. Stand. Sci. Pap. **18**, 221, 1922; J. Opt. Soc. **7**, 1175, 1923. Über Farbtemperatur von Wolfram Forsythe u. Worthing, Astroph. J. **61**, 146, 1925; Zwicker, Physica **5**, 249, 1925; Farbtemperatur der Sonne: Kienle, Naturwiss. **29**, 124, 1941.

Ein Farbpyrometer für mäßige Ansprüche an Genauigkeit unter dem Namen Bioptix im Handel, ist von Naeser konstruiert (Mitt. Kaiser-Wilh.-Inst. f. Eisenforsch. **18**, 21, 1936).

$\eta$) Effektive Wellenlänge $\lambda_e$ eines Farbglases. Nach Gl. (1) kann man $\lambda$ aus dem Helligkeitsverhältnis $\Phi$ zweier schwarzer Körper der bekannten Temperaturen $T_0$ und $T$ ermitteln. Da die Farbgläser einen ziemlich breiten Spektralbereich hindurchlassen, so nimmt $\lambda_e$ mit steigender Temperatur des Strahlers (entsprechend der Verschiebung seines Energiemaximums) etwas ab. Die Veränderung von $\lambda_e$ kann man berechnen, wenn man die spektrale Durchlässigkeit $D(\lambda)$ des Filters kennt. Bezeichnet man die Augenempfindlichkeit mit $\varphi(\lambda)$ (Tab. 45) und die Strahlungsintensität des schwarzen Körpers nach der Wien-Planckschen Gleichung mit $E(T, \lambda)$, so ist die durch das Farbglas betrachtete Helligkeit des schwarzen Körpers im Wellenlängenbereich $d\lambda$ proportional mit $E(T, \lambda) \cdot D(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot d\lambda$ und man erhält $\lambda_e$ (in $\mu$) aus der graphisch oder durch Summation auszuwertenden Beziehung

$$\frac{14320}{\lambda_e}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) = \ln \frac{\int_0^\infty E(T_2, \lambda) \cdot D(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot d\lambda}{\int_0^\infty E(T_1, \lambda) \cdot D(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot d\lambda} \cdot \tag{3}$$

Hiernach ist $\lambda_e$ eine Funktion von $T_1$ und $T_2$; statt dessen sind die Farbtemperaturen $F_1$ und $F_2$ zu setzen, wenn der Strahler nicht schwarz ist. Bei Verwendung von Rauchgläsern ist zu beachten, daß es sich um die Farbtemperatur der Strahlung handelt, die auf das Vergleichslicht auftrifft.

Dem Schottschen Rotfilter 4512 ähnelt das amerikanische Corning-Rotglas sehr. Bei einer Durchlässigkeit von $D = 0{,}9$ bei $\lambda = 0{,}68\ \mu$ ändert sich $\lambda_e$ von 0,659 bis 0,654, wenn man $T_1 = 1336°$ (Au-Punkt) setzt und $T_2$ von 1000 bis 3500° steigen läßt. Über Pigmentfilter s. Gutschreiter, Licht **11**, 98, 1941.

Hoffmann u. Tingwaldt, Optische Pyrometrie. Braunschweig 1938, S. 67; Henning, Z. Instrkde. **45**, 530, 1925; de Groot, Physica **4**, 157, 1924; Ribaud, Traité Pyrométrie Optique. Paris 1931; Peychès, J. Phys. **3**, 486, 1932.

$\vartheta$) Durchlässigkeit von Rauchgläsern. Sie hängt wegen der Selektivität dieser Gläser etwas von der Farbtemperatur $F$ des Strahlers ab und ist zu berechnen, wenn man die spektrale Durchlässigkeit $\delta(\lambda)$ des Rauchglases kennt. Die bei der Pyrometrie in Rechnung zu setzende Durchlässigkeit $\Delta$ des Rauchglases folgt, wenn zugleich ein Farbglas ($D_{(\lambda)}$) verwendet wird, aus der Beziehung

$$\Delta \cdot \int_0^\infty E(F, \lambda) \cdot D(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot d\lambda = \int_0^\infty \delta(\lambda) \cdot E(F, \lambda) \quad D(\lambda) \cdot \varphi(\lambda) \cdot d\lambda.$$

**c) Pyrometer für Messung der Gesamtstrahlung.** Geräte, die auf der Messung der Gesamtstrahlung beruhen, sammeln diese durch Spiegel, Linsen aus Flußspat oder auch aus Glas und werfen sie auf eine im Brennpunkt befindliche Lötstelle eines Thermoelementes oder auf ein Bolometer. Da die Gesamtstrahlung mit $T^4$ steigt und die langwellige Strahlung durch Linsen usw. stark absorbiert wird, so sind diese Pyrometer in tieferer Temperatur unempfindlich. Sie haben vor den optischen Pyrometern den Vorzug, daß die Angaben registrierbar sind, jedoch den Nachteil, daß große strahlende Flächen erforderlich sind. Die Instrumente werden empirisch an den schwarzen Körper angeschlossen, liefern aber alsdann große Abweichungen von dem $T^4$-Gesetz. Häufig verwendet wird das „Ardometer" von Siemens & Halske, das Pyrradio von Hartmann & Braun und ein verwandtes Instrument der Pyrowerke in Hannover.

Über Leistungsgrenze s. Dahlke u. Hettner, Z. Phys. **117**, 74, 1940; Keinath, ETZ. 42, 1384, 1921 u. Elektrische Temperaturmeßgeräte. München u. Berlin 1932.

## F. Besondere Probleme der Messung hoher Temperaturen

**a) Temperatur leuchtender Flammen.** Hinter die leuchtende Flamme wird ein schwarzer Körper oder ein glühendes Wolframband gebracht, deren Helligkeit in einem gegebenen Spektralgebiet durch eine Lichtschwächung so eingestellt wird, daß die Anzeige des optischen Pyrometers ungeändert bleibt, wenn man die Flamme entfernt. In diesem Falle absorbiert die Flamme von der Strahlung ihres Hintergrundes ebensoviel, wie sie selbst aussendet. Bezeichnet $A$ und $E'$ das Absorptionsvermögen und die Emission der Flamme, ferner $E$ die Emission des Hintergrundes, so ist also $A \cdot E = E'$, und da nach dem Kirchhoffschen Gesetz $\frac{E'}{A}$ gleich der Emission eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur ist, so ist die schwarze Temperatur des Strahlers mit der Emission $E$ gleich der wahren Temperatur der Flamme. Das Reflexionsvermögen der Flamme ist hierbei unberück-

sichtigt geblieben. Es beträgt bei der Kerzen- und der Azetylenflamme im roten Licht etwa 1 %.

Kurlbaum, Phys. Z. 3, 187 u. 332, 1902; Ribaud, C. R. 205, 901, 1937.

**b) Temperatur nicht leuchtender Flammen.** Man wendet grundsätzlich das gleiche Verfahren an, indem man die Flamme etwa mit Lithium-Carbonat rot färbt und die Helligkeit des Hintergrundes so abgleicht, daß sich die Spektrallinie weder leuchtend noch dunkel abhebt.
Nach diesem Verfahren ist von Henning und Tingwaldt die Temperatur der Azetylenflamme ermittelt worden.

Henning u. Tingwaldt, Z. Phys. 48, 805, 1928; Wolfhard, ebd. 112, 107, 1939; Zeise, Forsch. Ing.Wes. 11, 58, 1940.
Über Temperaturmessung aus dem Bandenspektrum s. z.B. Spier u. Smit, Physica 9, 597, 1942.
Hersley u. Paton, Engng. 137, 623, 1934; Lloyd-Evans u. Watts, Proc. Phys. Soc. 46, 444, 1934.

Die Flammentemperatur $T$ läßt sich berechnen, wenn man die Verbrennungswärme $Q$ (je Mol) sowie die Molwärme $C_p$ bzw. $C_p'$ der Reaktionsteilnehmer $A$ bzw. $A'$ vor und nach der Verbrennung kennt. Verläuft diese nach der Beziehung $\sum nA = \sum n'A'$, wobei $n$ bzw. $n'$ die Zahl der Mole bedeutet, so ist mit $T_0$ als Ausgangstemperatur $Q = \int_{T_0}^{T} \sum (n' C_p' - n C_p)\, dT$. Zerfällt bei der Temperatur $T$ eines der Verbrennungsprodukte und bezeichnet $x$ den zugehörigen Dissoziationsgrad, ferner $Q'$ die Dissoziationswärme, so ist $Q$ um $xQ'$ zu verkleinern.

Dorstbach, Z. Elektroch. 33, 349, 1927; Mannkopf, Z. Phys. 120, 228, 1943; Justi, Spezifische Wärme usw. technischer Gase. Berlin 1938.

**c) Temperatur heißer Gase.** Wenn man ein ungeschütztes Thermoelement in das Gas taucht (Gaspyrometer), so ist die Anzeige wegen der Ausstrahlung der Drähte gegen etwaige kältere Wände zu niedrig. Heizt man das Thermoelement durch einen Wechselstrom auf, so läßt sich dieser so einstellen, daß die Temperatur der Lötstelle weder steigt noch fällt, wenn das heiße Gas in verschieden starkem Strom an der Lötstelle des Thermoelementes vorübergesaugt wird. Diese Temperatur stimmt dann mit derjenigen des heißen Gases überein.

H. Schmidt, Z. techn. Phys. 7, 518, 1926; Schmick, ebd. 10, 146. 1929; Hase, Z. VDI 71, 571, 1937; Jewes, Z. techn. Phys. 22, 160, 1941.

Sollen schnell wechselnde Gastemperaturen gemessen werden, wie etwa diejenigen der Auspuffgase einer Brennkraftmaschine, so muß das Thermoelement eine ausreichende Zerreißfestigkeit besitzen und zugleich so dünne Drähte haben, daß seine thermische Trägheit hinreichend klein ist. Platin- und Platinrhodiumdrähte von 0,03 mm Dicke werden beide Bedingungen meist erfüllen. Die Temperaturschwingungen kann man mittels eines Saitengalvanometers photographisch aufzeichnen.

Bangerter, Forsch. Ing.Wes. 7, 120, 1936; Pfriem, ebd. 7, 85, 1936.

Um ein Urteil über die thermische Trägheit eines Thermoelementes zu gewinnen, empfiehlt es sich, das Element mit Hilfe einer Rotationsvorrichtung schnell durch eine Bunsenflamme hindurchzuführen und das Ergebnis mit der Angabe des Thermoelements zu vergleichen, wenn es in der Flamme ruht.

Petersen, Forsch. Ing.Wes. 143, 37, 1913.

# II. Druck

## 1. Vakuum

Bei kleinen Drucken dient als Maßeinheit das Torr, d.h. der Druck einer Quecksilbersäule von 1 mm Höhe bei 0° unter genormter Schwere (s. S. 5).

### A. Vakuumpumpen

Mit den Vakuumpumpen kann man Drucke bis zu $10^{-8}$ Torr und niedriger erzeugen. Den neueren Modellen dieser Pumpen ist gemeinsam, daß sie nicht mehr unmittelbar gegen Atmosphäre arbeiten, sondern ein Vorvakuum benötigen; dadurch konnte die Saugwirkung erheblich gesteigert werden.
In den meisten Fällen haben die Füllflüssigkeiten dieser Pumpen einen Eigendampfdruck, der höher ist als der von den Pumpen erzeugte Partialdruck des Gases. Zur Beseitigung der Dämpfe verwendet man Kondensgefäße (meist Ausfriertaschen; s. unter vakuumtechnische Hilfsmittel).

Scheel u. Heuse, Handb. Arb.-Meth. anorg. Chem. (Stähler) **2**, 1, 1, 1919; Gehrts, Helios **28**, 577 u. 589, 1922; Gaede, Z. techn. Phys. **4**, 337, 1923; Goetze, Phys. u. Techn. d. Vakuums. Braunschweig 1926; Dushman, Hochvakuum. Berlin 1926; Kaye, High vacua. London 1927; Ebert, Handb. d. Phys. **2**, 372, 1926; Klumb, Elektrot. Z. **57**, 1445, 1936; Michaelis, ETZ **60**, 1019, 1939 (Beschreibung eines Pumpenstandes).

**a) Charakteristik der Vakuumpumpen.** Für die Kennzeichnung einer Vakuumpumpe dienen vor allem drei Größen: Vor- und Endvakuum sowie die Saugeschwindigkeit (Volumdurchfluß); zusätzlich ist in vielen Fällen eine Angabe erwünscht über die Eigenart, die die Pumpe beim Betrieb besitzt, damit die für den besonderen Zweck taugliche Pumpe ausgewählt werden kann. Zur Bestimmung des Vor- und Endvakuums bedient man sich der auf S. 182 ff. beschriebenen Vakuummeter. Der Volumdurchfluß (Sauggeschwindigkeit) $S$ einer Pumpe – also das bei einem bestimmten Druck in der Zeiteinheit abgesaugte Gasvolum – kann nach drei Verfahren gemessen werden:

α) Methode konstanten Druckes. Wird das durch ein Nadelventil bei einem Druck $p$ in der Zeiteinheit eintretende Gasvolum $v$ so geregelt, daß der Druck hinter dem Ventil konstant ist, so ist an der Stelle, wo der Druck $p'$ herrscht, der Volumdurchfluß $S = \frac{p \cdot v}{p'}$.

β) Methode konstanten Volums. Eine Pumpe, die ein Endvakuum $p_0$ erzeugt, erniedrigt bei fest vorgegebenem Volum $V$ in der Zeit $t$ den Druck von $p_1$ auf $p_2$; dann ist $S = \frac{V}{t} \ln \frac{p_1 - p_0}{p_2 - p_0}$.
Hierbei ist zu berücksichtigen, daß die Rohrleitung von der Pumpe bis zum Gefäß eine wesentliche Rolle spielt. Die Verbindungsleitung besitzt einen bestimmten Strömungswiderstand $W$, der von den Abmessungen der Leitung abhängt. Er ist aber unabhängig vom Druck, wenn dieser genügend klein ist, d.h. die freie Weglänge der Moleküle im Vergleich zu den geometrischen Abmessungen der Zuleitung sehr groß ist. Bei kreisförmigem Querschnitt ist $W = \frac{3}{4} \frac{L}{\sqrt{2\pi} \cdot r^3}$, wenn $L$ die Länge und $r$ der Radius ist. Ist $S_0$ der Volumdurchfluß unmittelbar am

Saugstutzen der Pumpe und $\frac{1}{\sqrt{\varrho_1}} \cdot \frac{J}{W}$ ($\varrho_1$ = Dichte des Gases bei einem Druck von 1 dyn/cm²) = $F$, eine mit der Leitfähigkeit der Zuleitung zusammenhängende Größe bei 0° C, so ist

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_0} + \frac{1}{F}.$$

Wird $r$ in Millimetern, $L$ in Metern gemessen, so ist $F$ (in cm³/s) für Luft ungefähr $\frac{r^3}{L}$. Bei zusammengesetzten Leitungen gelten sinngemäß die Kirchhoffschen Regeln für elektrische Verzweigungen. Abschmelzstellen ergeben einen sehr hohen Widerstand!

$\gamma$) Kapillarmethode. Zwischen Vor- und Hauptvakuumseite wird ein Kapillarrohr eingeschaltet, dessen $F$ bekannt ist. Herrscht dann stationär in dem geschlossenen Gasstrom: Vorvakuumseite — Kapillare — Hauptvakuumseite — Vorvakuumseite auf letzterer der Druck $p_2$, auf der Hauptvakuumseite $p_1$, so ist $S = F \cdot \frac{p_2 - p_1}{p_1}$.

Dushman, J. Franklin-Inst. **211**, 689, 1931; Clausing, Ann. Phys. (5) **12**, 961, 1932; Ebert, Phys. Z. **33**, 145, 1932 u. Z. Phys. **35**, 561, 1933 sowie Glas u. Apparat **14**, 169, 1933; Howard, Rev. sci. instr. (NS) **6**, 327, 1935.

**b) Entgasen.** Sofern nicht die ganze Versuchseinrichtung auf sehr tiefe Temperatur gebracht werden kann, ist zum Erreichen eines guten Vakuums eine besondere thermische Vorbehandlung der Apparatur oder einzelner ihrer Teile notwendig. Es muß vor allem der am Glas anhaftende Wasserdampf durch Erhitzen, soweit es die Glassorte aushält, entfernt werden. Zugleich müssen von den im Innern des zu evakuierenden Raumes vorhandenen Metallteilen die adsorbierten Gase, am besten durch Wirbelstromheizung, ausgetrieben werden. Sollen bei späterem Gebrauch (z. B. nach Abschmelzen von der Pumpe) Teile im evakuierten Raum zum Glühen gebracht werden, so sind sie beim Auspumpen über die Gebrauchstemperatur hinaus zu erhitzen. Damit kann zugleich ein Aktivieren z. B. der Getter (s. S. 181) verbunden sein. Es ist aber darauf zu achten, daß andere Stellen der Apparatur dadurch nicht wieder störend beeinflußt werden. Beim Abschmelzen soll der Strömungswiderstand der Leitung zur Pumpe hin kleiner sein als der nach dem abzuschmelzenden Apparateteil.

**c) Mechanische Pumpen.** $\alpha$) Ölluftpumpen. Bei Ölluftpumpen sind zwei Typen gebräuchlich:

Die Kapselpumpen (oder Drehschieberpumpen) haben im Innern ihres Gehäuses einen exzentrisch sich drehenden Kolben, in dessen radialen Schlitzen zwei Schieber ($SS$) (Abb. 83) durch kräftige Federn ($F$) an die Zylinderwand gedrückt werden. Beim Drehen des Kolbens um seine Achse (s. Pfeilrichtung) wird Luft vom Ansatzstutzen ($A_1$) zur Auslaßseite (nach Außenluft) ($A_2$) befördert. Besonders bewährt hat sich das Einsetzen der ganzen Pumpe in Öl. Ein Hintereinanderschalten mehrerer Pumpen erhöht das Endvakuum, das je nach der Form zwischen $10^{-3}$ und $10^{-5}$ Torr liegt.

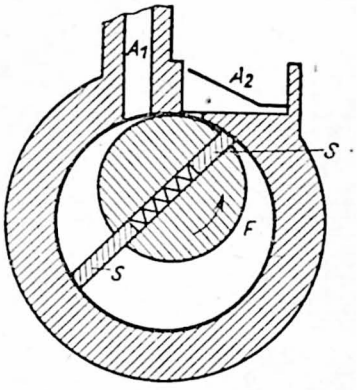


Abb. 83. Drehschieberpumpe

Die Wälzpumpen (Drehkolbenpumpen) haben im Innern ihres Gehäuses $E$ (Abb. 84) einen um die Achse $A$ auf einem Kugellager $B$ sich drehenden Kolben $C$, der bei $D$ am Pumpgehäuse gerade anliegt. Der Flügel $G$ wird durch die Feder $F$ gegen $C$ gedrückt; dadurch wird das Innere der Pumpe in einen Saugraum $H$ und einen Druckraum $J$ geteilt. Die über $K$ angesaugte Luft wird durch das ölbedeckte Ventil $L$ ausgestoßen. Das Endvakuum liegt bei etwa 0,01 Torr.

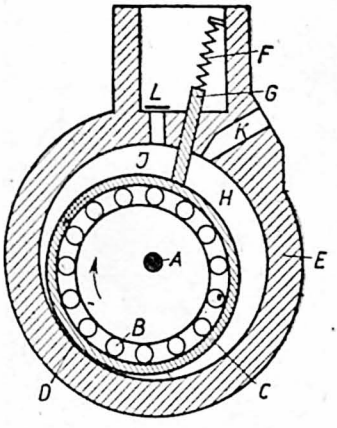



Abb. 84. Drehkolbenpumpe

Besondere Vorrichtungen für diese beiden Arten von Pumpen sind der selbsttätige Verschluß gegen Atmosphärendruck, der Einbau von elektrischer Heizung zur Verhinderung der Kondensation von Dämpfen oder Einlaß von Gasballast in den Schöpfraum, ebenfalls zur Verhinderung von Dampfkondensation.

$\beta$) Quecksilberpumpen. Die rotierende Quecksilberpumpe von Gaede arbeitet nach dem Prinzip einer umgekehrt laufenden Gasuhr. Sie bedarf einer Vorvakuumpumpe (Vorvakuum etwa 15 Torr), die nach Erreichen des Vordruckes selbsttätig von der Hauptpumpe durch ein Vorschaltventil abgeschaltet wird. Das Endvakuum ist, wenn Quecksilber- und Wasserdampf beseitigt sind, etwa $10^{-6}$ Torr bei recht geringem Volumdurchfluß.

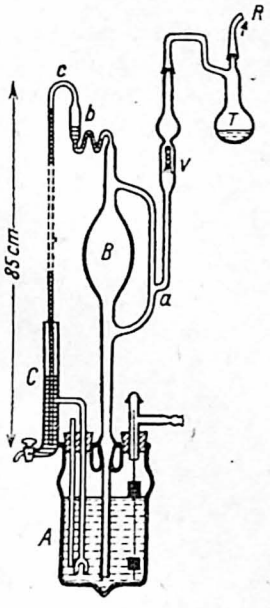



Abb. 85.
Geißlersche Quecksilberpumpe

Die Geißlersche Quecksilberpumpe (1863) kann durch gänzliche Vermeidung des schädlichen Raumes gute Vakua erzeugen. Abb. 85 stellt die bekannteste hahnlose Bauart (Töpler) dar. Während des Hochtreibens des Quecksilbers aus $A$ steigt die Flüssigkeit in den Kolben $B$, wobei ihr Eintritt in den Rezipienten $R$ durch das Schwimmerventil $v$ verhindert wird. Die Luft entweicht durch $b$ und das Barometerrohr $c$ bei $C$, bis das Quecksilber überfließt. Beim Nachlassen des Überdruckes im Gefäß $A$ stellt sich wieder die Verbindung zwischen dem Vakuum in $B$ und dem Rezipienten her. Quecksilber- und Wasserdampf müssen besonders entfernt werden. Die Sauggeschwindigkeit ist nicht sehr groß; das Endvakuum liegt bei etwa $10^{-6}$ Torr.

Eine automatische Vorrichtung s. bei Stock, Z. Elektroch. **2**, 335, 1917; weitere Feinheiten im Ausbau bei Williamson, Rev. sci. instr. (NS) **3**, 782, 1932. Die Geißlersche Pumpe eignet sich vor allem zum verlustfreien Umfüllen von Gasen und wird zu diesem Zweck ebenso wie die Sprengelsche Pumpe (Jolobois, C. R. **200**, 1020, 1935) in Verbindung mit Diffusionsluftpumpen benutzt (Peters, Chem. Fabr. **10**, 292, 1937).

**d) Strahlpumpen.** Sie beruhen auf der Saugwirkung eines aus einer engen Öffnung austretenden Flüssigkeits- oder Dampfstrahles.

$\alpha$) Wasserstrahlpumpe. Es gibt zwei Arten dieser Pumpen. Das Wasser kann aus dem konisch verengten Rohr austreten (Abb. 86) und vom Abflußrohr auf-

gefangen werden. Dann wird von einem seitlichen Ansatz Luft angesaugt. Oder es tritt umgekehrt das Wasser durch den Seitenansatz ein und Luft wird durch das obere Rohr angesaugt. Sie arbeitet gegen Atmosphärendruck bis herab zum Dampfdruck des Wassers (bis 15° etwa 12 Torr).

Heinrich, Wien. Ber. **145** (2a), 219, 1936.

Abb. 86. Wasserstrahlpumpe

β) Dampfstrahlpumpe. Bei der Dampfstrahlpumpe (oder Ejektor) ist Quecksilberdampf das Treibmittel. Sie arbeitet nach dem Stauprinzip. Aus einer Düse – Treibdüse – tritt Dampf mit großer Geschwindigkeit aus, kommt mit Luft in Berührung, stürzt samt der mitgerissenen Luft in eine zweite Düse – Staudüse – und wird hier gestaut, wobei sich das Gemisch Dampf–Luft trennt. Die Luft wird an das Vorvakuum abgegeben. Die Wirksamkeit der Pumpe ist um so größer, je größer die Wucht ist, mit der der Dampf in die zweite Düse eintritt. Hierdurch ist dann die Güte des Vakuums bedingt. Bei verhältnismäßig guter Sauggeschwindigkeit beträgt mit einem Vorvakuum von 1 bis 0,1 Torr das Endvakuum $10^{-3}$ Torr.

**e) Molekularkinetische Pumpen.** Während die bisher besprochenen Vakuumpumpen im allgemeinen ein verhältnismäßig geringes Vakuum erzeugen oder aber bei hohem Vakuum eine verhältnismäßig kleine Sauggeschwindigkeit aufweisen, so daß ihre Verwendung praktisch bei sehr niedrigen Drucken nicht in Frage kommt, ermöglichen die molekularkinetischen Methoden den Bau von Vakuumpumpen, die auch bei den niedrigsten bisher meßbaren Drucken noch beträchtliche Sauggeschwindigkeit haben.

α) Molekularluftpumpe. Quecksilberdämpfe werden vermieden bei der Gaedeschen Molekularluftpumpe, deren Endvakuum bei etwa $10^{-7}$ Torr liegt. Die Pumpe arbeitet etwa von einem Druck der Größe $10^{-2}$ Torr ab. In einem Gehäuse rotiert um eine Welle, die luftdicht gelagert ist, ein Zylinder; in diesen sind Nuten eingeschnitten, in die hinein am Gehäuse befestigte Lamellen ragen. Wird nun der Zylinder sehr schnell gedreht und ist der Druck (durch eine Hilfspumpe erzeugt) genügend klein, so erhalten die an den Wänden diffus zerstreuten Gasmoleküle eine Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Drehung und werden dem Vorvakuumgefäß zugeleitet. Die Pumpe arbeitet um so besser, je niedriger der Druck im Vorvakuumgefäß und je höher die Umdrehungsgeschwindigkeit des Zylinders ist. Das Endvakuum $10^{-7}$ Torr wird beim Vordruck 0,05 Torr und 200 Umdrehungen in der Sekunde erreicht.

Gaede, Ann. Phys. **41**, 337, 1913; v. Friesen, Rev. sci. instr. **11**, 362, 1940; Eklund, Ark. Mat. Astron. och Fys. [A] **27**, Nr. 21, 1941.

β) Diffusionsluftpumpen. Aus einem Siedegefäß verdampft die Füllflüssigkeit, bewegt sich durch ein Steigrohr an Düsen vorbei zum Diffusionsdiaphragma am oberen Ende des Steigrohrs, strömt aus jenen büschelförmig heraus und wird als Kondensat zum Ausgangsgefäß zurückgeführt. Beim Diaphragma kann Luft in das Strahlenbüschel diffundieren. Das Endvakuum der Diffusionsluftpumpen läßt sich mit den zur Zeit bekannten Vakuummetern nicht feststellen. Auch bei den kleinsten noch meßbaren Drucken ist die Sauggeschwindigkeit (Volumdurchfluß) noch sehr groß. Als Baustoff wird Glas, Quarz oder Metall, als Füllflüssigkeit Quecksilber oder Öl (bzw. organische Flüssigkeit, z. B.

Butylphthalat) verwendet. Die dreistufige Pumpe aus Stahl mit Quecksilberfüllung (Abb. 87) arbeitet mit einem Vorvakuum von etwa 20 Torr und hat bei einem Druck von $10^{-7}$ Torr einen Volumdurchfluß von etwa 15 bis 20 l/s. Diese Saugleistung läßt sich erhöhen durch Vergrößern des Diaphragmaquerschnittes, durch besondere Kühlung des Diaphragmas, durch Parallelschalten mehrerer Düsen oder auch durch mehrere dieser Maßnahmen zugleich.

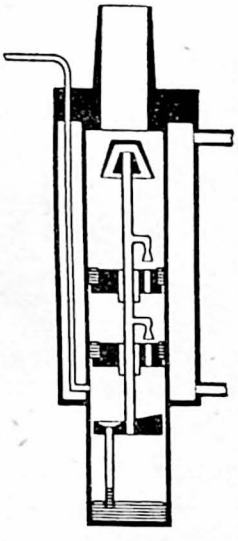


Abb. 87. Dreistufige Diffusions-Luftpumpe

Gaede u. Keesom, Proc. Amst. **31**, 985, 1928: Pumpe mit einem Volumdurchfluß bis zu 300 l/s; Ho, Rev. sci. instr. (NS) **3**, 133, 1932: Pumpe mit 7 parallelgeschalteten Düsen; Copley, Simpson, Tenney u. Philipps, Rev. sci. instr. (NS) **6**, 295 u. 301, 1935: Betrachtungen über die Düsenform.

Die organischen Füllflüssigkeiten haben, zum mindesten in ihrer letzten Funktionsstufe vor dem Hauptvakuumraum, einen sehr niedrigen Dampfdruck, so daß in vielen Fällen ein besonderes Kondensgefäß bei der übrigen Vakuumapparatur nicht notwendig ist.

Henderson, Phys. Rev. (2) **45**, 768, 1934; Rev. sci. instr. (NS) **6**, 66, 1935; Phys. Rev. (2) **50**, 288, 1936; hier eine Pumpe mit wassergekühlter Düse; Hickman, J. Frankl.-Inst. **221**, 215 u. 383, 1936: Warnung vor Überhitzen des Öles; Bearden, Rev. sci. instr. (NS) **6**, 276, 1935: Warnung vor Zersetzung des Öls durch Elektronenbombardement; Lockwitz, Rev. sci. inst. (NS) **8**, 322, 1937: Beschreibung einer siebenstufigen Pumpe, abgestuft geheizt, so daß sie selbst für Automobilöl tauglich wird, Vorvakuum 10 Torr; v. Atta, Phys. Rev. (2) **51**, 377, 1937: Mehrfachdüsenpumpen, so daß selbst Wasser keinen störenden Einfluß ausübt; Holtsmark, Ramm u. Westin, Rev. sci. instr. (NS) **8**, 90, 1937: Angaben über Düsenabmessung. Cornrog, Phys. Rev. (2) **57**, 249, 1940; Jaeckel, Z. techn. Phys. **23**, 177, 1942; Gaede, Gasballastpumpe, Z. Naturf. **2a**, 201, 1945. Alexander, J. sci. Instr. **23**, 11, 1946.

## B. Weitere Verfahren der Evakuierung

**a) Evakuieren durch Adsorption.** Geeignet vorbehandelte Kohle (vgl. S. 240) oder Silicagel (aus Wasserglas durch Salzsäure gefällt) vermögen bei abnehmender Temperatur in wachsendem Maße und in erheblichen Mengen Gase zu binden. Die adsorbierenden Stoffe müssen vor dem Abkühlen durch Aufheizen auf Aktivierungstemperatur gut entgast sein. Der auszupumpende Raum wird durch ein T-Stück mit einem Kolben, der die Adsorbentien enthält, verbunden.

Die einzelnen Gase verhalten sich sowohl den Kohlen gegenüber wie auch in bezug auf die Abhängigkeit von der Temperatur verschieden (z. B. anomal große Adsorption des Sauerstoffs). Über Adsorption von Edelgasen s. Blüh u. Stark, Adsorption. Braunschweig 1929 u. Trans. Faraday Soc. **28**, Nr. 3/4, 1932. Die Evakuierungsgeschwindigkeit ist gering, s. Meißner u. Voigt, Z. Instrkde. **50**, 121, 1930. Kohle ist bei Verwendung von flüssigem Sauerstoff gefährlich (Taylor, J. sci. instr. (NS) **5**, 24, 1928; Ebert, Glas u. Apparat **15**, 9, 1934).

Herstellen der Kohle s. Scheel u. Heuse, Z. Instrkde. **29**, 46, 1909; Hupka, Ann. Phys. **31**, 169, 1910; Hempel u. Vater, Z. Elektroch. **18**, 724, 1912; Ruff u. Backe, Kolloid-Z. **38**, 59, 1926; Aktivieren von Kohle: Krczil, ebd. **68**, 381, 1934; Adsorption verschiedener Gase: Fischer, Kolloid-Beihefte **42**, 125, 1935; Husum, Z. techn. Phys. **17**, 289, 1936. Verschiedene Gase an Graphit: Barrer, Proc. Roy. Soc. London (A) **161**, 476, 1937; Adsorption an Silicagel: Lambert u. Heaven, ebd. **153**, 584, 1936; Siebert, Z. phys. Chem. (A) **180**, 169; 1937. Adsorption an Glas: Shereshefsky u. Weis, J. Amer. Chem. Soc. **58**, 2022, 1936; Itterbeek u. van Dingenen, Physica **4**, 631, 1937. Vakua durch Ausfrieren s. S. 314.

**b) Evakuieren durch Getterung.** Soll nach dem Abschmelzen das Vakuum noch verbessert werden, so bedient man sich der Bindung von Gas an frischen Metall- oder Metall-(Alkali-)Oxyd-Oberflächen (Getterung). Als „Getter" eignen sich Na, Mg, Ca und Ba. Mg bindet keine $CO_2$, Na kein $H_2$; am besten bewährte sich Ba, das alle schwer verflüssigbaren Gase adsorbiert, $O_2$ und $H_2$ aber chemisch bindet. Es ist bei Verwendung von Getterstoffen in Elektronenröhren darauf zu achten, daß die Kathode nicht störend infiziert wird. Das Getter ist auf Kathodenpotential zu halten.

Reimann, Phil. Mag. **18**, 1117, 1934; Benjamin, Cosgreve u. Warren, J. I. E. E. **80**, 401, 1937; M. Littmann, Getterstoffe. Leipzig 1938; Fart, Glas u. Apparat **22**, 97, 1941.

**c) Elektrische Gasaufzehrung.** Bei Entladungserscheinungen wird häufig ein starker Druckabfall (also Vakuumerhöhung) beobachtet. Es wird dabei angenommen, daß positive Gasionen in die negativ geladene Wand hineinstoßen und dort festgehalten werden. Schwarz, Z. Phys. **116**, 23, 1940 u. Z. techn. Phys. **21**, 381, 1940; Bartholomeyczyk, Funk u. Seeliger, Z. Phys. **117**, 651, 1941.

## C. Messung kleiner Absolutdrucke

**a) Vakuummeter auf manometrischer Grundlage.** $\alpha$) Spiegelungsmanometer. Kleine Drucke lassen sich absolut mit dem von Thiessen und Scheel angegebenen Manometer messen. Es stellt im Prinzip ein U-Rohr dar und gestattet durch seine verfeinerte Konstruktion Drucke auf $\pm$ 0,001 Torr abzulesen. Auf zwei mit Hg gefüllten und untereinander verbundenen Kammern läßt man zwei Drucke – z. B. auf die eine Seite Vakuum und auf die andere den zu messenden Druck – wirken. Die beiden Kammern besitzen Glasfenster, die von unten nach oben fortlaufende Strichmarken tragen. Die Stände der beiden ebenen Hg-Menisken – bei genügend großen Kammern – werden mit Mikroskopen durch Messen des Abstandes des eben noch sichtbaren Teilstriches und seines Spiegelbildes bestimmt und hieraus der Druckunterschied ermittelt. Vertauscht man die Drucke in den Kammern, so lassen sich Unsymmetrien beseitigen.

Thiessen u. Scheel, Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **3**, 12 u. 76, 1900; Z. Instrkde. **21**, 177, 1901.

Andere Ablesearten: Mittels Interferenzen Barus. Proc. Amer. Acad. **7**, 71, 1921. Mittels Kapazitätsmessung im elektrischen Schwingungskreis (Veränderung einer Kapazität durch Änderung der Quecksilberhöhe): Simon u. Fehér, Z. Elektroch. **35**, 162, 1929.

$\beta$) Neigungsmanometer von Rayleigh. In zwei kommunizierenden, etwa 25 mm weiten Glaskugeln ist je eine geschliffene Glasspitze eingeschmolzen, die dazu dient, unter Mikroskopbeobachtung die Hg-Oberfläche auf dieselbe Entfernung von den Stutzen einzustellen. Dies wird dadurch erreicht, daß man das auf einer Schneide gelagerte Instrument neigt. Zur leichteren Einstellung ist noch ein Hg-Reservoir vorhanden, dem man eine entsprechende Hg-Menge entnehmen oder wieder zuführen kann. Die Neigung des Instrumentes wird mit aufmontiertem Spiegel, Skala und Fernrohr bestimmt. Bei Verwendung von Glasspitzen müssen Aufladungen infolge Reibung durch Erdung des Quecksilbers beseitigt werden. Der Meßbereich dieses Instrumentes geht bis etwa 5 Torr und gestattet den Druck auf $\frac{1}{2000}$ Torr zu bestimmen.

Eine Abart des Instrumentes mit einem Meßbereich bis 30 Torr bei Scheel u. Heuse. Z. Instrkde. **29**, 344, 1909; heizbares Manometer bis 100 Torr, ebd. **30**, 45, 1910.

$\gamma$) Spitzenmanometer. Beim Heringschen Spitzenmanometer wird die eine der beiden Quecksilberoberflächen (im U-Rohr) durch mikroskopisch meßbare Höhenverstellung eines äußeren Niveaus mit einer festen Platinspitze zur Berührung gebracht. Dadurch wird ein elektrischer Stromkreis geschlossen. Die dazu nötige Niveauverschiebung ist ein Maß für den Druck (bis zu 0,001 Torr), wenn auf der Seite des einen Schenkels Vakuum herrscht.

Hering, Ann. Phys. (4) **21**, 319, 1906.

$\delta$) Barometerprobe. Zur Messung von Drucken, die einige Torr übersteigen, eignet sich ein abgekürztes U-förmiges Manometer. Der nicht mit der Apparatur verbundene Schenkel ist geschlossen und luftfrei. Je nach dem Meßbereich ist er oberhalb eines bestimmten Druckes ganz mit Quecksilber gefüllt. Wird dieser Druck unterschritten, ist der Höhenunterschied in den beiden Schenkeln ein Maß des herrschenden Druckes.

Auerbach, Handb. d. Phys. (Winkelmann) **12**, 1311, 1908. Abgekürztes Manometer mit Scheidewand s. Mönch, Z. techn. Phys. **16**, 236, 1935.

**b) Kompressionsvakuummeter.** $\alpha$) McLeodsches Vakuummeter. Das Prinzip dieses Vakuummeters, häufig kurz McLeod genannt, besteht darin, ein gegebenes Volum $V$ des Gases, dessen Druck $p$ gemessen werden soll, auf ein kleineres, meßbares Volum $v$ zu komprimieren und dessen Druck $p'$ zu beobachten. Unter Voraussetzung der Gültigkeit des Boyleschen Gesetzes erhält man $p = p' \cdot \frac{v}{V-v}$. Die praktische Ausführung zeigt Abb. 88. Das Hauptrohr soll möglichst weit sein, da sonst größere Strömungswiderstände das Ergebnis fälschen. Für die Ablesung der Quecksilbermenisken benutzt man zwei gleich weite Kapillaren, um Fehler durch verschiedene Kapillardepression zu vermeiden.

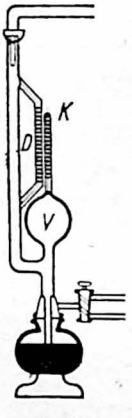


Abb. 88. McLeodsches Vakuummeter

Zwei Ablesearten werden meistens benutzt.

1. Das in der Kugel $V$ eingeschlossene Gas wird so komprimiert, daß das Hg in der Druckkapillare $D$ in gleicher Höhe mit der inneren Glaskuppe der Kompressionskapillare $K$ steht. Dann ist $p' \cdot v = (h + p) \cdot v = p \cdot V$; $p = \frac{h \cdot v}{V - v} = \frac{q}{V} h^2$, wenn $v$ im Verhältnis zu $V$ zu vernachlässigen ist, $q$ den Querschnitt der Kapillaren bedeutet und der Höhenunterschied der Menisken $h$ ist. Bei quadratisch geteilter Kompressionskapillare wird der Druck unmittelbar abgelesen.

2. Die Kapillaren $K$ und $D$ erhalten Millimeterteilungen derart, daß die Teilung auf $K$ am oberen Ende mit 0 beginnt, während der Teilstrich $a$ der Teilung auf $D$ (ebenfalls von oben nach unten zählend) mit dem Nullpunkt der Teilung auf $K$ in gleicher Höhe liegt. Liest man nun auf $K$ (in mm gemessen) den Wert $x$, auf $D$ (in mm gemessen) den Wert $y$ ab, dann ist der Druck

$$p_x = \frac{(x + a - y) \cdot x \cdot q \cdot 0{,}1}{V - x \cdot q \cdot 0{,}1} \text{ in Torr,}$$

wenn $V$ (in $cm^3$) und $q$ (in $cm^2$) gemessen ist.

Der Meßbereich eines McLeodschen Vakuummeters erstreckt sich bis zu $10^{-6}$ Torr. Das McLeod mißt den Hg-Dampfdruck sowie denjenigen leicht kondensierbarer Dämpfe nicht mit. Die Rückdiffusion des Hg-Dampfes in die Apparatur wird durch

Einschalten einer Kühlfalle vermieden. Der Meßbereich kann nach größeren Drucken erweitert werden, wenn man Kapillaren benutzt, die aus mehreren verschieden weiten Teilen bestehen oder verschieden große Kugeln mit passenden Kapillaren zu einem Instrument vereinigt, so daß sich die Meßbereiche der Teilinstrumente überschneiden.

Auch die Erscheinung des „Hangphänomens" (Hagen, Phys. Z. **27**, 47, 1926) des Hg (auch als „Kleben" bezeichnet) kann für die Vakuummessung herangezogen werden; indes ergab sich dabei kein eindeutiges Maß.

Besondere Vorbehandlung der Kapillaren s. Haase, Z. techn. Phys. **24**, 27, 1943.

Es ist ferner vorgeschlagen, ein Wärmeleitungsvakuummeter (S. 186) mit dem McLeodschen Vakuummeter zu verbinden.

Pfund, Phys. Rev. **18**, 78, 1921; Gaede, Ann. Phys. (4) **41**, 297, 1913; Reiff, Z. Instrkde. **34**, 97, 1914; Ebert, Handb. Meßinstr. **1**, 9, 1933.

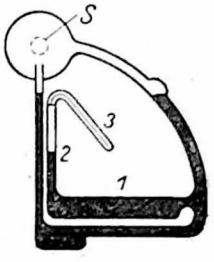


Abb. 89. Mosersches Vakuum-Manometer

$\beta$) Das Mosersche Kompressions-Vakuummanometer (Abb. 89) gestattet Drucke zwischen 700 und 0,0001 Torr näherungsweise schnell zu messen. Das Instrument benötigt zur Füllung 6 cm³ Quecksilber und hat drei Kapillaren (1, 2, 3), die durch Drehen um einen Schliff $S$ eingeschaltet werden können. Die Quecksilberkuppe im Druckrohr muß mit einer dort angebrachten Strichmarke zusammenfallen. Das Vakuummeter kann entweder ähnlich dem McLeodschen Vakuummeter durch Ausmessung der einzelnen Volume oder durch Vergleichung mit diesem Instrument geeicht werden. Wie bei jedem Kompressionsmanometer werden auch hier bei Anwesenheit von Dämpfen, sobald sie kondensieren, zu kleine Drucke gefunden. Man erkennt dies daran, daß sich beim Übergang von einem zum anderen Meßbereich abweichende Werte ergeben.

Moser, Phys. Z. **36**, 1, 1935.

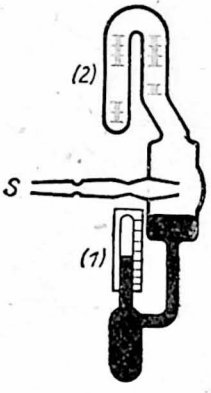


Abb. 90. v. Meyerensches Vakuskop

Das v. Meyerensche Vakuskop (Abb. 90) mit zwei Meßbereichen (1, 2) arbeitet sowohl als abgekürztes Barometer wie als Kompressionsmanometer und ist um $S$ drehbar. Die Kondensation von Dämpfen wird durch Erwärmen des Gerätes vermieden. Der Meßbereich erstreckt sich von 80 bis 0,05 Torr. v. Meyeren, Z. phys. Chem. (A) **160**, 272, 1932.

**c) Elastische Vakuummeter.** $\alpha$) Metallmanometer. Zur Messung von Drucken zwischen 760 und $10^{-5}$ Torr kann die Durchbiegung einer Metallmembran benutzt werden. Die Durchbiegung kann induktiv (Veränderung eines Luftspaltes zwischen zwei Eisenkernspulen) bis $10^{-2}$ Torr oder bei Drucken unterhalb $10^{-3}$ Torr mit Hilfe Fizeauscher Interferenzstreifen gemessen werden. Auch kapazitive Verfahren sind brauchbar.

Brinkmann, Archt. Elektrot. **32**, 59, 1938; Scheel u. Heuse, Z. Instrkde. **29**, 14, 1903.

$\beta$) Quarz- und Glasmembrane. Soll der Druck von Gasen oder Dämpfen, die mit Hg oder einem Metall nicht in Berührung kommen dürfen, bestimmt werden, so verwendet man mit gutem Erfolge Glas- oder Quarzmanometer in der Form von Röhrenfeder- oder Membraninstrumenten an. Die Meßbereiche erstrecken sich von mehreren Atmosphären bis herunter zu 0,001 Torr.

Ein Röhrenfederinstrument stellt Abb. 91 dar. Wegen der elastischen Nachwirkung wird es zweckmäßig als Nullgerät verwendet. Den in der Röhre herrschenden Druck gleicht man durch einen außen wirkenden Gegendruck, der mit einem Hg-Manometer gemessen wird, ab. Quarzapparate sind praktisch ohne Nachwirkung und eignen sich noch zu Druckmessungen bei höheren Temperaturen. Ein empfindliches Membranmanometer (Abb. 92) aus hochschmelzendem Glas erhält bei $M$ eine 0,2 mm dicke Glasmembran. Auf ihr sind an zwei einander gegenüberliegenden Stellen, die bei einer Druckänderung die größten Neigungsänderungen zeigen, zwei versteifte Glasstäbchen von etwa 30 cm Länge angesetzt. Sie enden in zwei gegenüberstehenden Spitzen, die durch einen bei $A$ befindlichen Ansatz mit aufgekitteter Glasplatte mittels eines Mikroskops beobachtet werden. Durch Gegendruck, der mit einem Hg-Manometer bestimmt wird, wird der zu bestimmende Druck kompensiert.

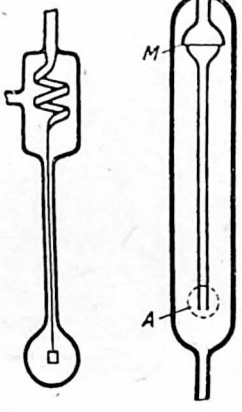



Abb. 91. Glasfederrohr-Vakuummeter

Abb. 92. Glasmembran-Vakuummeter

Über „Quecksilberfreie Druckmesser" s. Ebert, Glas u. Apparat **10**, 105, 1929; Messung der Membrandurchbiegung mittels Kapazitätsänderung: Olson u. Hirrt, J. Amer. Soc. Nav. Eng. 51, 2378, 1929; Sommermeyer, Z. phys. Chem. (A) **155**, 208, 1931; Moser, Ann. Phys. (5) **14**, 790, 1932. Direkte Ablesung: Grigorovici, Z. techn. Phys. **20**, 102, 1939.

**d) Vakuummeter auf gaskinetischer Grundlage.** α) Schwingender Quarzfaden. Man beobachtet nach Langmuir die Zeit, in der die Weite der Pendelschwingungen eines senkrecht hängenden Quarzfadens auf die Hälfte zurückgeht. Es ist $t = \dfrac{b}{p \cdot \sqrt{M} + a}$, wo $M$ das Molekulargewicht des Gases, $p$ der Druck des Gases in Torr ist; die Konstante $a$ hängt von der Elastizität des Fadens und $b$ von seiner Dicke ab. Diese wird zwischen 0,4 und 0,1 mm gewählt. Seine Länge beträgt etwa 8 cm.

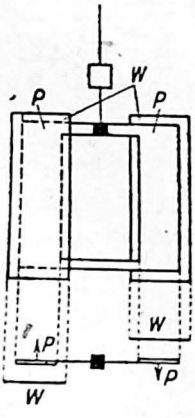



Abb. 93. Vakuummeter nach Knudsen

Haber u. Kerschbaum, Z. Elektroch. **20**, 296, 1914; Brüche, Phys. Z. **26**, 717, 1925; Nikliborc, Acta Phys. Polon. **4**, 85, 1935; Wetterer, Z. techn. Phys. **20**, 281, 1940.

β) Rotierende Scheibe. An einem Faden hängt eine horizontale Scheibe, unter der eine zweite, parallele in einem Abstand, der klein gegen die Weglänge der Gasmoleküle ist, durch einen Elektromotor in Rotation versetzt wird. Erstere erfährt alsdann eine Ablenkung, die der Drehzahl, dem Druck und außerdem $\sqrt{M}$ proportional ist. Die ruhende und rotierende Scheibe schließt ein Glaskolben ein, durch dessen Wand die Drehachse zu dem außerhalb angebrachten Motor führt.

Dushman, Phys. Rev. **5**, 212, 1915.

γ) Radiometer als Vakuummeter. Ein verdünntes Gas übt im Knudsenschen Vakuummeter (Abb. 93) auf eine Platte, die sich einer Wand mit höherer Temperatur gegenüber befindet, einen einseitigen Druck aus. Die abstoßende Kraft $K$ jeder Flächeneinheit zweier

paralleler Platten mit den absoluten Temperaturen $T_1$ und $T_2$ in einem Gasraum vom Druck $p$ beträgt

$$p = \frac{2K}{\sqrt{\frac{T_1}{T_2} - 1}} = 4K \frac{T_2}{T - T_2}$$

bei kleinen Temperaturunterschieden.

Gültig ist die Gleichung für Plattenabstände, die klein gegen die freie Weglänge sind, bis zu einigen $\frac{1}{1000}$ Torr. Für höhere Drucke ist die Vorrichtung kein absolutes Vakuummeter mehr.

Knudsen, Ann. Phys. **32**, 809, 1910; Koenigsberger u. Kutschewski, ebd. **37**, 165, 1912; v. Angerer, ebd. **41**, 10, 1913; Woodrow, Phys. Z. **15**, 868, 1914; Riegger, Z. techn. Phys. **1**, 16, 1920; Hill, Phys. Rev. **18**, 113, 1921; Bricont, C. R. **190**, 733, 1930; Ebert, Glas u. Apparat **15**, 97, 1934; Du Mond u. Pickels jun., Rev. sci. inst. (NS) **6**, 362, 1935; Hughes, ebd. **8**, 409, 1937; Fredlund, Ann. Phys. (5) **30**, 99, 1937; Lockenvitz, Rev. sci. instr. (NS) **9**, 417, 1938; Werner, Z. techn. Phys. **20**, 13, 1939.

*δ*) Gaedesches Molvakuummeter (Abb. 94). Es hat ein dünnes Aluminiumblättchen *aa* und einen leichten Magneten *M*, die beide an einem dünnen Quarzfädchen *Q* aufgehängt sind. Dem Al-Blättchen gegenüber finden sich zwei Heizflächen $H_1$ und $H_2$. Sie bewirken, daß die bei tiefen Drucken von den erwärmten Teilen der Glaswand zurückgeworfenen Moleküle infolge des thermischen Molekulardruckes eine Direktionskraft erzeugen, die das Al-Blättchen *aa* in der Nullage festhält. Durch einen Stromstoß wird der leichte Magnet aus der Ruhelage abgelenkt und vollführt Schwingungen mit der Schwingungsdauer *T*. Diese wird mittels des durch eine besondere optische Vorrichtung beleuchteten Zeigers *Z* gemessen. Die Direktionskraft, die sich aus der Direktionskraft des Quarzfadens und der des thermischen Molekulardruckes zusammensetzt, ist proportional $\frac{1}{T^2}$. Kennt man die reine Direktionskraft des Quarzfadens bei unbeheizten Flächen $\left(\frac{1}{T_0^2}\right)$, so ergibt sich der Druck $p = A\left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T_0^2}\right)$; *A* ist eine empirisch zu bestimmende Apparatekonstante, die von der Stromstärke abhängt, mit der die Fläche beheizt wird. Benutzt werden kann das Instrument bis $10^{-7}$ Torr. Die prozentuale Unsicherheit beträgt 1 %.

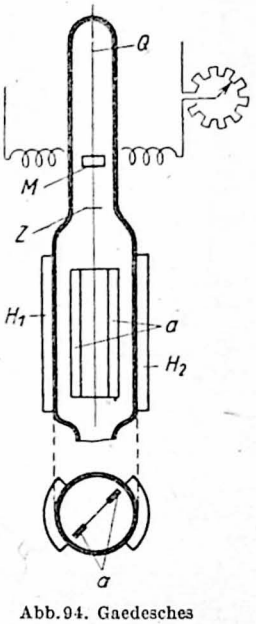


Abb. 94. Gaedesches Molvakuummeter

Nehmen die Amplituden der Schwingungen in der Zeit *t* von $A_0$ bis $A_n$ durch Dämpfung infolge Gasreibung ab, so gilt

$$p\sqrt{M} = B\frac{\lg A_0/A_n}{t}.$$

Es bedeutet *B* eine Apparatekonstante, *p* Totaldruck der Gase und Dämpfe, *M* „wirksames" Molekulargewicht. Somit kann man bestimmen, wie sich beim Pumpvorgang der Gasinhalt durch Ablösen von Gasen und Dämpfen von den Wänden, Schliffen und Hähnen ändert. Der Gültigkeitsbereich liegt zwischen $10^{-6}$ und $10^{-7}$ Torr.

Oberhalb $10^{-4}$ Torr mißt man den Druck, indem ein konstanter Ausschlag durch veränderlichen Strom in der Magnetspule erzeugt wird. Dieser dient als Vakuumkriterium.

Gaede, Z. techn. Phys. **15**, 664, 1934.

$\varepsilon$) Wärmeleitungs-Vakuummeter. Die Energie eines geheizten Drahtes wird außer infolge Strahlung und Konvektion durch druckabhängige Gaswärmeleitung abgegeben, falls die freie Weglänge der Gasmoleküle nicht klein ist gegen den Abstand zwischen dem heißen Draht und den kalten Umhüllungswänden. Wird ein in einem Vakuumgefäß ausgespannter Draht elektrisch geheizt, so ist unterhalb eines bestimmten Gasdruckes seine Wärmeabgabe und damit seine Temperatur und sein elektrischer Widerstand vom Gasdruck abhängig.
Zur Messung dienen drei Verfahren: Man hält 1. die Spannung, 2. den Strom, 3. den Widerstand konstant. Im ersten Falle ist die Änderung des elektrischen Stromes ein Maß für das Vakuum, im zweiten die Widerstandsänderung und im dritten die jeweils erforderliche Energie, die aufgewendet wird. Gewöhnlich bedient man sich dabei der Wheatstoneschen Brückenschaltung. Als Vergleichswiderstand benutzt man ein ähnlich gebautes unveränderliches Vakuummeter, das mit dem druckanzeigenden Instrument in dasselbe Temperaturbad gesetzt wird.

Hale, Trans. Am. Elektr. Soc. **20**, 243, 1911.

Gewöhnlich wird das Instrument im Druckbereich $10^{-1}$ bis $10^{-6}$ Torr benutzt. Halbleiterwiderstände eignen sich besonders als wärmeleitendes Vakuummeter (Weise, Z. techn. Phys. **18**, 467, 1937), dessen Meßbereich von 10 bis $10^{-5}$ Torr reicht. Die Vakuummeter werden mittels McLeod geeicht und sind in der Anzeige abhängig von der Gasart. Dämpfe werden mitangezeigt; darauf ist bei der Eichung zu achten.
Beim Thermoelement-Vakuummeter (z. B. Rohn, Z. Elektroch. **20**, 539, 1914) fällt die Strahlung einer konstant brennenden Glühlampe auf die Lötstelle eines Thermoelementes. Die Thermokraft steigt nahezu proportional mit lg $p$ zwischen 0,07 und 0,001 Torr an. Die Glühlampe läßt sich durch einen unmittelbar mit dem Thermoelement verbundenen Draht ersetzen, der das Thermoelement beheizt (Thermokreuz).

Rumpf, Z. techn. Phys. **7**, 224, 1926.

Das Bimetall-Vakuummeter nach Klumb und Haase (Phys. Z. **37**, 27, 1936) enthält eine durch Joulesche Wärme beheizte Bimetallspirale, deren Aufweitung durch Drehen an ihrem Torsionskopf wieder rückgängig gemacht wird und als Maß für den Druck dient.

**c) Ionisationsvakuummeter.** $\alpha$) Selbständige Gasentladung. Bei einer selbständigen Gasentladung ist die Form der Entladungserscheinung ein Maß für die Güte des Vakuums. Man kann Drucke bis etwa $10^{-3}$ Torr abschätzen. Jedoch ist die Messung nicht genau, weil die Verhältnisse schlecht reproduzierbar und stark von der Eigenart des vorhandenen Gases abhängig sind.

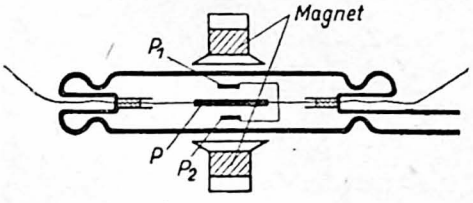


Abb. 95. Philips-Vakuummeter

$\beta$) Philips-Vakuummeter. Wählt man als Kathode zwei Platten $P_1$ und $P_2$, als Anode einen Ring $R$ und legt man ein genügend starkes Magnetfeld (370 $\varnothing$) in Richtung $P_1 \rightarrow P_2$, so bewegen sich die Elektronen in engen Spiralen, häufig zwischen den Kathoden hin und her pendelnd, zur Anode hin. Somit können die Elektronen auch noch bei sehr tiefen Drucken genügend Gasmoleküle treffen und eine zur selbständigen Gasentladung ausreichende Ionisation hervorbringen. Die Schaltung zeigt Abb. 95. Benutzt werden zur Messung Abstimmröhrchen, bei denen

die Länge $l$ des Glimmlichtes als Maß für den Druck dient, oder Mikroamperemeter. Das Instrument arbeitet im Bereich $10^{-3}$ bis $10^{-5}$ Torr, ist in seiner Anzeige abhängig von der Gasart sowie der Anwesenheit von Dämpfen und wird mittels McLeod geeicht.

$\gamma$) Unselbständige Gasentladung (vgl. Bd. II, Elektronenröhren 1, B, c). Schaltung 1. Enthält eine Elektronenröhre noch Gasreste, so bildet sich bei negativem Gitter ein Ionenstrom, der als „verkehrter" Gitterstrom $J_g$ über den Gitterkreis nach der Kathode fließt. $J_g$ ist proportional dem Gasdruck $p$, dem die Ionen erzeugenden Elektronenstrom $J_a$, dem Abstand $d$ zwischen Anode und Kathode und hängt ferner von der Anodenspannung $U_a$ ab:

$$p = k \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{J_g}{J_a}.$$

Über $k$ (Größenordnung $10^{-3}$) s. auch Möller, Arch. Elektrot. **8**, 46, 1920; Kaufmann u. Serowy, Z. Phys. **5**, 319, 1921.

Wird der Gitterstrom $I_g$ und der Anodenstrom $I_a$ nach Schaltung 1 bestimmt, so wird durch $\frac{I_g}{I_a}$ (Vakuumfaktor) das Vakuum gemessen.

Schaltung 2. Hierbei erhält das Gitter eine hohe positive und die Anode eine schwache negative Spannung. In diesem Falle schießen die Elektronen teilweise an den Drähten des Gitters vorbei und besitzen infolge ihres größeren Weges größere Ionisierungsmöglichkeiten, die man mit Hilfe eines Magnetfeldes noch erhöhen kann. Benutzt man die normale Dreielektrodenröhre mit zentrischer Anordnung, so erhält man bei gleicher positiver Spannung nach Methode 2 eine größere Ionisation je Ampere des Elektronenstromes, so daß hier noch Zeiger-Präzisionsinstrumente zur Messung des Ionisationsstromes verwendet werden können.
Der positive Strom ist dem Druck unmittelbar proportional, wenn man durch Wahl der Größe des Elektronenstromes dafür sorgt, daß keine Glimmentladung einsetzt bzw. bei zu starken Elektronenströmen und sehr kleinen Drucken keine Sättigung des Ionenstromes auftritt.

Methode 1 gestattet quantitative Berechnung des Gasdruckes $p$, Methode 2 ist empfindlicher als 1, aber zur Berechnung weniger brauchbar, da die Werte durch mögliches Auftreten von Elektronenschwingungen verfälscht werden können. Infolge Kleinheit von $I_g$ sind Vorsichtsmaßnahmen gegen Kriechströme, wie Verzicht auf Röhrensockel und Aufhängung der Röhre an Fäden, nötig.

Nach Methode 2 lassen sich Drucke bis zu $10^{-9}$ Torr und wohl noch weniger messen. Mit Hilfe eines McLeods wird der Eichfaktor, für jedes Gas besonders, bestimmt. Nach Einlassen von Gas und erneutem Auspumpen ist wegen der unkontrollierbaren Gasbeladung die Röhre in der Regel neu zu eichen.

Simon, Z. techn. Phys. **5**, 221, 1924; Found u. Dushman, Phys. Rev. **17**, 7, 1918 u. **23**, 734, 1924; Teichmann, Z. techn. Phys. **9**, 22, 1928; Jaycox u. Weinhart, Rev. sci. instr. (NS) **2**, 401, 1931; Sewig, Z. techn. Phys. **12**, 218, 1931; Huntoon u. Ellett, Phys. Rev. (2) **49**, 391 u. 417, 1936; Hoag u. Smith jun., Rev. sci. instr. (NS) **7**, 497, 1936.

## D. Technische Hilfsmittel

Vgl. für das Arbeiten bei tiefen Temperaturen S. 310.

**a) Glasverbindungen.** Biegsame Verbindungen werden durch Federn aus dünnen Glasrohren mit zweiseitig ausgebogenen Teilen gebildet, die jedoch einen größeren Strömungswiderstand bieten. Wegen seiner Biegsamkeit und Federung verwendet man in vielen Fällen den Tombakschlauch sowie Federungskörper mit spira-

ligem bzw. ringförmigem Mantel, die bis zu großen Durchmessern lieferbar sind. – Man achte auf etwaige Undichtigkeiten in den Rohrwandungen der Geräteteile infolge feiner Kanäle, die durch Abdichten mit einem Kitt oder Lack behelfsmäßig leicht verschlossen werden können.

Zur Verbindung zweier Teile, die nicht verschmolzen werden können, dient behelfsmäßig die Siegellackkittung. Dabei ist auf genügend große Berührungsflächen wie z. B. bei zwei ineinandergeschobenen Röhren zu achten. Vielfach benutzt man den gefetteten Glasschliff, dessen Dichtheit verbürgt ist, wenn er klar durchsichtig erscheint. Um einen Glasschliff ohne Fett zu dichten, wird unter dem aufrecht stehenden Spitzkonus ein kleines Gefäß eingeschmolzen, das man nach dem Aufsetzen und Andrücken des Hohlkonus bis mindestens etwa 6 mm über den Rand des Hohlkonus mit Quecksilber füllt. Passen die Flächen einigermaßen aufeinander, so leistet der Kapillardruck des Hg dem Atmosphärendruck hinreichend Widerstand. – Einwandfreie Bewegung des Schliffes wird erzielt, wenn man die ineinandergeschliffenen Teile aus verschiedenen Gläsern fertigt. Bei großen lichten Weiten kann man statt konischer Schliffe einen mit Siegellack gedichteten ebenen Schliff benutzen, dessen Flansche etwa 4 mm breit sind. Er wird zweckmäßig durch eine auf das Glas gewickelte elektrische Heizspule erwärmt. Für manche Zwecke sind Kugelschliffe sehr brauchbar.

Soll Glas mit Metall verbunden werden, so sind für große Temperaturbereiche Verbindungen aus Cu, Cr, Ni, Pt, Nickel-Eisen, Fernico geeignet, die mit Gläsern verschmelzbar sind. Glas oder Metalle werden mit Quarz mit Hilfe von Quecksilber gedichteten Schliffen, Lotverbindungen oder Zwischengläsern verbunden oder verschmolzen. In der gleichen Weise lassen sich Keramikglas bzw. Keramikglas-Metall-Verschmelzungen und Einschmelzungen herstellen. Zu elektrischen Untersuchungen im Hochvakuum werden von Hand hergestellte Pt-Drahteinschmelzungen verwandt. Man benutzt vielfach für Einschmelzungen die billigeren Manteldrähte und andere Legierungen, die zu bestimmten Glassorten passen. Sehr geeignet sind Quetschfüße, wie sie in Röhrensockeln usw. verwandt werden. Einschmelzungen gibt es auch für große Stromstärken.

Über Kugelschliffe: Lloyd, J. sci. instr. **13**, 117, 1936; über Zwischengläser: Weber u. Bazzoni, Rev. sci. instr. (NS) **8**, 170, 1937; Handreck, Z. techn. Phys. **17**, 456, 1936; über Ortsänderung im Vakuum s. Braun, Ann. Phys. **17**, 416, 1905; Hering, ebd. **21**, 320, 1906; Scheel u. Heuse, Verh. D. Phys. Ges. **11**, 5, 1909; Bodenstein, Chem. Ber. **51**, 1640, 1918; Fine, Rev. sci. instr. (NS) **7**, 192, 1936.

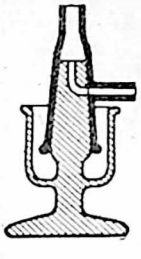


Abb. 96. Vakuumhahn

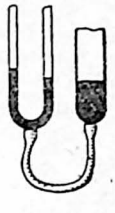


Abb. 97. Quecksilberverschluß

**b) Hähne und Ventile.** Ähnlich wie ein Schliff kann ein verbindender Hahn hergestellt werden (Abb. 96); zum Dichthalten werden Schmiermittel verwendet; auch $P_2O_5$ ist brauchbar.

Skelett, Rev. sci. instr. (NS) **7**, 179, 1936.

Neben diesen Glashähnen verwendet man auch Hähne und Ventile aus Metall, die infolge ihrer großen Bohrung nur einen kleineren Strömungswiderstand besitzen. Eine durch Quecksilber absperrbare Rohrverbindung wird durch ein U-förmig gebogenes Rohr mit Ansatzsteigrohr gebildet, das mit dem unteren Teil in ein Gefäß mit Quecksilber taucht oder durch einen biegsamen Schlauch mit einem Quecksilberbehälter verbunden ist (Abb. 97). Durch Heben oder Senken

des Quecksilbers kann man absperren oder verbinden. In solchen Fällen muß, sofern nicht die verkürzte Form gewählt wird, eine Steighöhe von Barometerlänge verfügbar sein: Barometerverschluß.

**c) Hahnfett.** Vielfach wird das sogenannte Ramsay-Fett bevorzugt. Empfehlenswerter sind Apiezonfette L und N sowie die Apiezonwachse Q und W. Sie zeichnen sich durch besonders kleinen, fast unmeßbaren Dampfdruck aus. Dadurch sind diese Fette auf der Hochvakuumseite der Apparatur besonders gut brauchbar.

Weiter seien vor allem für Vakuumarbeiten empfohlen: weißer Siegellack, Picein, Marineleim, Khotinskyzement, für hohe Temperaturen Silberchlorid, das vorher in einem Porzellantiegel geschmolzen wird (Schmelzpunkt 455°). Allerdings ist Gefahr des Springens des Glases beim Erkalten vorhanden.

Meyer, Z. Phys. **67**, 264, 1931, Z. techn. Phys. **13**, 443, 1932.

**d) Glaslöten.** Um Glas zu löten, trägt man mit einem Pinsel eine zum Platinieren bestimmte Lösung auf und erwärmt über der Flamme langsam zur Rotglut. Das eingebrannte Platin wird galvanisch verkupfert und kann dann mit Zinn gelötet werden. Glasröhren, auf diese Weise mit Metallröhren verbunden, halten auch hohem Druck stand.

Olshewsky, Phys. Rev. (2) 35, 1424, 1930. Lösung zum Platinieren nach Kundt, vgl. Angerer, Technische Kunstgriffe, Braunschweig 1943.

**e) Bindung von Dämpfen.** Um Quecksilber- und andere Dämpfe (Fette usw.) vom Versuchsraum fernzuhalten, wird zwischen ihm und dem die Dämpfe abgebenden Teil eine Kühlfalle eingeschaltet. Meistens hat sie die Form eines U-Rohres. Als Kühlflüssigkeit in einem Dewargefäß dient feste Kohlensäure in Azeton oder Spiritus sowie flüssige Luft bzw. Stickstoff. Ebenfalls werden zwei ineinandergesteckte konzentrische Rohre benutzt. Dabei können wegen des Knudsenschen Effektes Druckdifferenzen auftreten. Man achte besonders, wenn das Ausfriergerät vor einem Vakuummeter angebracht ist, darauf, daß die mittleren Radien der ineinandergesteckten Rohre sich wie 1:1,6 verhalten. Bei frischen Glasrohren tritt, wenn nur mit Kohlensäureschnee gekühlt wird, leicht ein Kondensationsverzug des Hg-Dampfes ein, der sich durch Versilbern oder durch eingebrachte Metallspäne beheben läßt. Hg-Dampf wird zurückgehalten, wenn man in die Vakuumleitung ein Rohr einschaltet, das mit hineindestilliertem Natrium oder Kalium beschickt ist. Ferner ist eine flüssige K-Na-Legierung brauchbar, auf deren Oberfläche der Hg-Dampf ein festes Amalgam bildet, das mittels eines Eisenstückes (elektromagnetisch) zerteilt wird. Auch kann Quecksilberdampf durch Goldfolien oder verdampfendes Gold entfernt werden.

Mit Vorteil verwendet man zwei Kühlfallen. In der ersten kondensiert man die größten Verunreinigungen, schließt sie dann von der Apparatur ab und benutzt dann für den eigentlichen Versuch die zweite, frische Falle. Bei Apparaturen, die keinen Hg-Dampf enthalten sollen, benutzt man Öldiffusionspumpen, bei denen dann in den meisten Fällen ein Ausfriergerät nicht notwendig ist.

More, Humphreys u. Watson, Rev. sci. instr. (NS) **8**, 263, 1937: doppelwandiger Aufsatz unmittelbar an der Pumpe mit innerer Doppelspirale; Harris, ebd. **8**, 478, 1937: ein dreifaches Ausfriergerät; Anderson, Md. **8**, 493, 1937 für Öldämpfe, mit granulierter Kohle gefüllt. Über Kühlfallen: Rusch u. Bunge, Z. techn. Phys. **13**, 77, 1932; Über Bindung von Hg: Hughes u. Poindexer, Phil. Mag. **50**, 423, 1925; Nature **115**, 975, 1925.

## 2. Atmosphärendruck und kleine Druckunterschiede

Die Barometer dienen zur Messung des über der Erde lastenden Luftdruckes oder anderer Gasdrucke gleicher Größenordnung.
Die Höhe einer (auf 0° und die Schwerebeschleunigung 980,665 cm $s^{-2}$ bezogene) Quecksilbersäule, die dem Luftdruck das Gleichgewicht hält, ist der Barometerstand.
Die Geräte für barometrische Messungen beruhen auf dem Prinzip der kommunizierenden Rohre (Füllflüssigkeit Quecksilber; Quecksilberbarometer), der elastischen Durchbiegung einer Membran (bzw. Röhre; Aneroidbarometer) oder der Siedepunkts-Beeinflussung durch Druck (Hypsometer, Siedebarometer).
Diese Instrumente sind in mannigfacher Weise auch für selbsttätiges Aufzeichnen der Anzeige herzurichten; bei den Membranmanometern kann durch Einbau eines Sendegerätes der Barometerstand mittels Radiowellen drahtlos übertragen werden (Radiosonde).

Duckert, Handb. meteor. Instr., Berlin 1936, S. 566; Kleinschmidt, ebd. S. 288f.; Ebert, ATM J. 136 — 5 bis 8; 1941/42.

### A. Quecksilberbarometer

Gebräuchlich sind drei Arten von Quecksilberbarometern (Abb. 98); das Gefäßbarometer und seine durch Fortin abgeänderte Form (A) mit einer Stahl-, Eisen- oder Elfenbeinspitze als Nullpunkt, das Heberbarometer (B) (der Stand der Quecksilberkuppe wird an beiden Schenkeln abgelesen) und das Gefäßheberbarometer (C), eine Vereinigung von A und B.

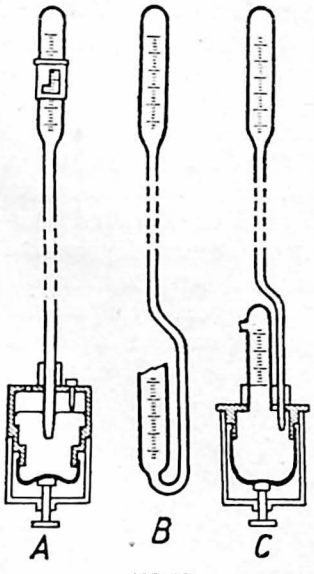


Abb. 98.
Gefäß- Heber- Gefäßheber-
Quecksilberbarometer

Bei der einfachsten Form des Gefäßbarometers (nach festem Einbau auch Stationsbarometer genannt), ist der mit der Außenluft in Verbindung stehende Schenkel so ausgebildet, daß der Luftdruck auf eine große freie Quecksilberoberfläche wirkt. In diesen Schenkeln hinein ragt der oben geschlossene lange dünnere Schenkel. Der zum Ablesen bestimmte Maßstab muß beweglich sein, damit der Nullpunkt bei Schwankungen des Luftdruckes stets auf die Quecksilberoberfläche des weiten Schenkels eingestellt werden kann. Ist aber die Skala fest mit dem Instrument verbunden, so sind die Schwankungen des unteren Quecksilberspiegels rechnerisch zu berücksichtigen, indem man die am geschlossenen Schenkel beobachtete Schwankung mit $1 + \frac{q}{q'}$ multipliziert ($q$ = Querschnitt des langen, $q'$ = Querschnitt des kurzen Schenkels). Häufig ist schon in diesem Sinne der beigegebene Maßstab geteilt.

Über zusätzliche Temperaturkorrektion, bedingt durch das untere Gefäß, Skreb, Meteor. Z. 36, 350, 1919; Irgens, ebd. 194, 1934.
Einrichtung zur Prüfung von Barometern: Blume, Zbl. Opt. u. Mech. 52, 47, 1931.

**a) Ablesung.** Abgelesen wird immer der Scheitel des Meniskus. Zum scharfen Erkennen der Kuppe schirmt man von oben kommendes Licht ab oder bringt Ölpapier mit schrägen Strichen hinter der Kuppe an (Röntgen); kann man dicht über der Oberfläche eine Spitze anbringen, so stellt man auf die Mitte zwischen ihr und ihrem Spiegelbild ein. Sehr gebräuchlich ist die Methode des Lichtspaltes, bei der ein den Glasschenkel umgebendes Metallrohr von oben her so der Quecksilberkuppe genähert wird, daß der Lichtspalt zwischen Kuppe und Überwurf-Rohrkante gerade verschwindet. Wegen der Reibung des Quecksilbers klopft man vor der Ablesung. Wegen der Kapillarität soll das Quecksilber in beiden Schenkeln vor dem Ablesen ansteigen.

**b) Reduktion der Quecksilberhöhe.** Die am Barometer bestimmte Flüssigkeitshöhe ist auf einen Normalzustand zu reduzieren. Diese Korrektion ist auch auf andere Flüssigkeitsmanometer anzuwenden, falls es sich um die Messung absoluter Drucke handelt.

$\alpha$) Temperatur des Quecksilbers. Das Quecksilber dehnt sich für 1° um 0,000 182 seines Volums aus. Ist demnach $l$ der bei der Temperatur $t$ des Barometers abgelesene Barometerstand, so ist der auf 0° reduzierte

$$b = l - 0{,}000\,182\, lt.$$

$\beta$) Temperatur des Maßstabes. Bei genauen Messungen muß auch die Länge des Maßstabes auf seine Normaltemperatur $t_0$ reduziert werden, was durch Addition von $\beta(t - t_0)l$ in der Ablesung geschieht, wenn $\beta$ den Ausdehnungskoeffizienten des Maßstabes (0,000 019 für Messing; 0,000 008 für Glas) bedeutet.

Wenn die Normaltemperatur $t_0 = 0°$ ist, so beträgt also die gesamte Temperaturkorrektion $-(0{,}000\,182 - \beta)lt$. Der Zahlenfaktor wird für Messing 0,000 163, für Glas 0,000 174, für Eisen 0,000 171; bei Berücksichtigung von Gliedern höherer Ordnung hat die Korrektion den Wert: $-\frac{0{,}000\,182 - \beta}{1 + 0{,}000\,182 \cdot t} \cdot l \cdot t$.

Bei dem gewöhnlichen Barometerstande kommt auf 1° nahe $\frac{1}{8}$ mm Hg (Tab. 11).

$\gamma$) Kapillardepression eines Gefäßbarometers. Zu dem an der Kuppe des Meniskus abgelesenen Stande ist der auf Tab. 13 entnommene Wert hinzuzufügen (S. 105). Die prozentuale Unsicherheit der Messung dieser Depression ist etwa 10 % ihres Wertes. Bei Ablesungen von Barometern, die im allgemeinen eine Rohrweite von 8–9 mm haben, ergibt sich hieraus eine Unsicherheit von wenigstens $\frac{1}{20}$ mm Quecksilbersäule. Bei Beobachtungen mit Gasthermometern, bei denen die Rohrweite 15 mm ist, beträgt die Unsicherheit 0,01 bis 0,02 mm Quecksilbersäule.

Süring, Veröff. Preuß. Meteor. Inst. Nr. 292, 1917; Heuse, Z. Instrkde. 47, 324, 1927; Cawood u. Patterson, Trans. Faraday Soc. 29, 514, 1933.

$\delta$) Druck des Quecksilberdampfes. In höherer Temperatur bewirkt dieser eine kleine Depression (Tab. 34), die aber erst oberhalb 40° 0,01 mm erreicht.

$\varepsilon$) Normale Schwere. Der Druck einer Quecksilbersäule ist der Schwere am Orte proportional. Beträgt diese $g$ cm/s², so ist der beobachtete Stand mit $\frac{g}{980{,}665}$ zu multiplizieren (s. auch Bd. II, S. 515, Tab. 18).

ζ) Einfluß meteorologischer Größen. Häufig soll der Partialdruck der trockenen Luft allein angegeben werden, dann muß der besonders ermittelte Partialdruck des Wasserdampfes in Abzug gebracht werden.
Sollen zwei Barometerstände verschiedener Ortshöhen miteinander verglichen werden, so müssen beide Stände auf die gleiche Höhe bezogen werden. Das geschieht am besten, wenn das Gewicht einer Luftsäule so hoch wie die Ortshöhe, ausgedrückt in äquivalenten Millimeter Hg, zu den Barometerständen beider Orte hinzugefügt wird. Zum richtigen Abschätzen der Größe dieser Berichtigung sind die dynamischen Verhältnisse der Luftkörper maßgebend, insbesondere ist der Verlauf der Windgeschwindigkeit, des Druckes und der Temperatur längs einer Stromlinie in Betracht zu ziehen.

Stöcker, Meteor. Z. 46, 435, 1929.

## B. Weitere Geräte zur Messung des Luftdruckes

**a) Aneroidbarometer.** Die Aneroidbarometer bestehen im allgemeinen aus einer Metalldose (Vidie 1847; seltener aus einer Röhre), die verdünnte Luft enthält. Die Abmessungen der Wanddicke sind so gewählt, daß die Wand bei einem bestimmten äußeren Luftdruck entweder selber oder mittels einer Spannfeder eine Ruhelage erreicht, ohne daß die Dose völlig zusammengedrückt wird. Bei Luftdruckänderungen wird diese Ruhelage infolge der elastischen Eigenschaften der Membran gestört. Diese Störung ist ein Maß für die Luftdruckänderung. Dazu ist eine Justierung mit einem Normalbarometer notwendig. Die Justierkurve – aufgenommen unter einem evakuierbaren Rezipienten – zeigt infolge der elastischen Nachwirkung und der elastischen Hystersis für steigenden und fallenden Druck eine Schleife, derart, daß beim Rückwärtsgang, also wieder ansteigendem Druck, die Anzeigen niedriger liegen. Der größte Teil dieser Schleife ist vom Tempo der Druckänderung unabhängig. Durch Verwendung mehrerer miteinander verbundener Dosen, dünner harter Neusilbermembrane und starker Spannfedern kann die Öffnung der Schleife klein gehalten werden. Ferner ist auf toten Gang und Reibung im Werk sowie auf Temperatureinfluß zu achten.

Hergesell u. Kleinschmidt, Beitr. Phys. der freien Atm. 1, 108, 1904/05; Warburg u. Heuse, Z. Instrkde. 39, 41, 1919; Meißner, Samml. Vieweg Nr. 61, 1922; Pfeiffer, Z. Instrkde. 51, 304, 1931.

**b) Hypsometer.** Zur Bestimmung des Barometerstandes aus der Siedetemperatur des Wassers dient das Hypsometer, ein für die besonderen Zwecke von Forschungsreisen gebauter Wassersiedeapparat, Siedebarometer. 1 mm in der Änderung des Barometerstandes bedingt eine Temperaturänderung von etwa $\frac{1}{25}$ Grad. Es werden daher große Vorsichtsmaßregeln der Temperaturbestimmung verlangt. Man hat eine Unsicherheit der Messung des Barometerstandes von etwa $\pm$ 0,02 mm erreicht.

Vgl. z. B. Grützmacher, Z. Instrkde. 17, 193, 1897; Mohn, Vid. Skr. I Math.-nat. Kl. Kristiania Nr. 2, 1899, Meteor. Z. 25, 193, 1908; Hecker, Best. d. Schwerkraft a. d. Schwarzen Meer usw. Berlin 1910.

**c) Variometer.** Zur Messung (bzw. Anzeige) der Luftdruckänderung mit der Zeit dienen die Luftdruckvariometer, von denen das nach Hefner-Alteneck in der von Bestelmeyer vorgeschlagenen Form das bekannteste ist. Es besteht aus einer

gut wärmegeschützten Flasche, die einerseits durch ein Kapillar- und ein Trockenrohr mit der freien Atmosphäre, andererseits durch einen Schlauch mit einem empfindlichen Flüssigkeitsmanometer verbunden ist. Das Manometer ist so bemessen, daß sich sein Koeffizient der Wärmeausdehnung und der Kapillarität gegenseitig aufheben.

Hefner-Alteneck, Wied. Ann. 57, 468, 1896; Bestelmeyer, Phys. Z. 11, 763 u. 855, 1911.

Ein Flügelrad als Indikator für den durch den Druckunterschied erzeugten Luftstrom verwenden Benndorf u. Zimmermann, Meteor. Z. 55, 273, 1938 (Möglichkeit einer photographischen Aufzeichnung).

## C. Barometrische Höhenmessung

Beim Aufsteigen in größere Höhen vermindert sich die Quecksilbersäule, die dem Luftdruck das Gleichgewicht hält, um eine Länge, die sich zu dem Höhenunterschied verhält wie die Dichte der Luft zu der des Quecksilbers, unter gewöhnlichen Umständen also wie 0,0012 : 13,6 oder ungefähr wie 1 : 11000; d.h. auf 11 m Aufstieg sinkt das Barometer um etwa 1 mm. Da die Luft eine dem Barometerstande selbst proportionale, also mit der Höhe kleiner werdende Dichte hat, so ist die Höhe eine lineare Funktion vom Logarithmus des Barometerstandes.

Je nach den zugrunde gelegten Normzuständen erhält man verschiedene Höhenskalen.

**a) Die internationale Höhenskala** (Norm-Atmosphäre, DIN 5450). Nach den Beschlüssen der Commission Internationale de Navigation Aerienne (CINA) sind die grundlegenden Annahmen: Luftdruck am Boden (Meereshöhe) 760 Torr (Jahresmittel); Lufttemperatur am Boden (Meereshöhe) 15° C (Jahresmittel); Temperaturgefälle für $h \leqq 11$ km je km Höhe 6,5°; oberhalb 11 km 0°; Feuchtigkeitsgehalt der Luft 0%; Dichte der Luft mit einem mittleren Kohlensäuregehalt von 0,03 Raum-% bei 15° C 0,0012255 g/cm³. Alsdann ist die zu dem Barometerstand (in Torr) gehörige Höhe $h$ (in Meter) gegeben durch die Beziehung $B = 760\left(1 - \frac{0{,}0065 \cdot h}{288}\right)^{5{,}255}$; oberhalb $h = 11000$ m gilt $\lg B = 2{,}2295373 - \frac{h - 11000}{14594}$.

**b) Andere Höhenskalen.** Unter Berücksichtigung der Änderung der Schwere und der Luftfeuchte ($\varphi$ geographische Breite, $H$ die mittlere Meereshöhe zweier Orte in Meter [Einfluß nur selten bemerkbar], $e_0$ und $e_1$ der Druck des Wasserdampfes an den beiden Stationen) wird, wenn zur Abkürzung $k = \frac{1}{2}\left(\frac{e_0}{b_0} + \frac{e_1}{b_1}\right)$ gesetzt wird, der Höhenunterschied zweier Orte nach Jordan berechnet zu

$$\Delta h = 18450\,(\lg b_0 - \lg b_1)(1 + 0{,}00367 \cdot t)(1 + 0{,}0026 \cos 2\varphi + 0{,}0000003 \cdot H + \tfrac{3}{8}k).$$

Für sehr große Höhe gilt auch diese Gleichung nicht; statt dessen wird dann gesetzt

$$h = 18590\,(\lg b_0 - \lg b_1).$$

Barometrische Höhentafeln s. DIN 5450; Jordan-Hammer, Stuttgart 1917; Wirtz, Berlin 1918; Ebert, Z. Instrkde. 49, 409, 1929 und Tab. 19.

## D. Mikromanometer (kleine Druckunterschiede)

Zur Messung kleiner Druckunterschiede, insonderheit, wenn diese gegen einen höheren Bezugsdruck (etwa 1 at) gemessen werden sollen, dienen Mikromanometer; sie eignen sich auch zur Staudruckmessung. Im wesentlichen sind diese Instrumente dadurch gekennzeichnet, daß die Anzeigevorrichtung in mannigfaltiger Weise verfeinert ist.

Allgemein sind die Mikromanometer bei sorgfältiger Konstruktion bis $10^{-2}$ mm Wassersäule brauchbar.

Viele der unter A aufgeführten Vakuummeter können als Mikromanometer verwendet werden.

Betz, Handb. d. Exp.-Phys. 4, 1, 511, 1931; Bratt, Tekn. T. 60, 573, 1930; Ebert, Chem.-Ing. 2, 3, 1933; Reichardt, Meßtechn. 14, 41, 1938.

Ebenfalls können Membranmanometer (S. 199) als Mikromanometer gebraucht werden: Caton u. Buckingham, Nat. adv. comm. aeron. 1924, Rep. 206. Messung periodisch schwankender Drucke vgl. Zipperer, Gas- u. Wasserf. 73, 581, 1930.

Weiter sind zu erwähnen: Vorrichtung zum Selbstschreiben und Selbststeuern: Ergebn. d. Aerodyn. Versuchsanstalt, Göttingen, 1. Lief. München 1921. Die Verwendung von Schwimmern zur Standanzeige: Wagner, Motorwagen 14, 864, 1911. Schwimmer mit Glasmeßskala, die mittels Okularmikrometer abgelesen wird (Miniskop). Die Umkehrung des U-Rohres zwecks Verlagerung der Flüssigkeitshöhen in passende Lage für leichteres Ablesen: Betz, S. 534; Vielfach-Mikromanometer bei gleichzeitiger Bestimmung mehrerer Druckunterschiede auf photographischem Wege: Reid, Nat. adv. comm. aeron. 1925, Rep. 229.

**a) U-Rohr-Mikromanometer** mit verfeinerter Ablesemöglichkeit. $\alpha$) Gleichweite Schenkel. Sind diese durch eine lange waagerechte Kapillare miteinander verbunden, in der sich eine Luftblase befindet, so ist die Lage der Luftblase ein Maß für den Druckunterschied.

Sind die Schenkel kreisförmig gebogen (Ringwaage, Kreismikromanometer) und ist das ganze Instrument um eine Schneide drehbar aufgehängt, so ist der Drehwinkel ein Maß für den Druck.

Ebert, Chem. Ing. 23, 17, 1933; vgl. auch Hickmann, J. opt. Proc. Amer. 18, 305, 1929; Roberts, Engin. 95, 750, 1913.

Schenkel, 3 mm weit, unter sehr stumpfem Winkel $180° - 2\alpha$ geknickt. Der Flüssigkeitsfaden aus Petroleum oder Xylol von der Dichte $\varrho$ ist etwa $\frac{1}{4}$ m lang. Ein einseitiger Druck, der eine Verschiebung um $l$ cm bewirkt, ist gleich $l \cdot 2 \cdot \varrho \cdot \sin\alpha$ (Drucklibelle von Toepler). Den konstanten Faktor $2\varrho \cdot \sin\alpha$ kann man beliebig klein machen.

Wenn der Abstand der beiden Kuppen $= a$ ist und wenn ein Druck $p$ durch eine Neigung des Rohres um den Winkel $\varphi$ kompensiert wird, so ist $p = \varrho \cdot a \cdot \sin\varphi$. Der Neigungswinkel wird durch eine Drehung einer Fußschraube an der Libelle hervorgebracht und gemessen. Mit mikroskopischer Ablesung ist eine Druckänderung von etwa $10^{-5}$ Torr noch bemerkbar.

$\beta$) Ungleichweite Schenkel. Der eine Schenkel wird sehr viel weiter als der zweite gemacht; an letzterem wird abgelesen.

1. Das Ableserohr steht senkrecht. Nach Prandtl wird vom Meniskus durch einen hinter dem Meßrohr befindlichen Hohlspiegel ein umgekehrtes Bild in der Rohrachse entworfen, das mittels einer starr mit dem Spiegel verbundenen Lupe zusammen mit der wirklichen Flüssigkeitskuppe beobachtet wird; Bild und Kuppe sollen sich gerade berühren.

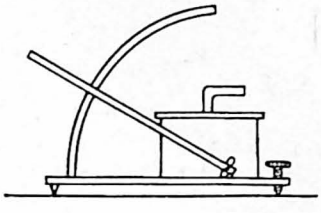


Abb. 99.
Mikromanometer nach Recknagel

Der bewegliche weite Schenkel des mit Wasser gefüllten Mikromanometers (Wasserminimeter) wird so mittels einer Schraubenspindel gehoben, daß eine im schmalen Schenkel unter dem Wasser befindliche Spitze und ihr Spiegelbild sich berühren.

Prandtl, Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen. 1. Lief. S. 44; 1921.

2. Das Ableserohr steht schräg. Der dünne Schenkel wird schwenkbar angeordnet, so daß er unter verschiedenem Winkel gegen die Horizontale geneigt werden kann (Abb. 99). Die Neigung des Schenkels bedingt den Skalenwert.

Recknagel, Wied. Ann. **238**, 291, 1877; Krell, Hydrost. Meßinstr. Berlin 1897; Block, Z. Instrkde. **45**, 220, 1925. Für Druckunterschiede bei höheren Drucken vgl. Stach, Z. VDI **59**, 833, 1915.

Der dünne durchsichtige Schenkel, der sehr kurz gehalten und mit dem weiteren durch eine biegsame Leitung verbunden ist, kann für Einstellung des Meßbereiches senkrecht verschoben werden.

Bacon, Nat. adv. comm. aeron. 1922. Techn. Not. Nr. 81.

3. Das Ableserohr ist gebogen, und zwar mit wechselnder Steigung; der dünne Schenkel erhält z. B. die Form einer Traktrix.

Zahn, J., Franklin-Inst. **198**, 213, 1924; Faber, Meßtechn. **5**, 123, 1929; mit spiraligem Schenkel s. Faber, ebd.

$\gamma$) Es werden zwei Flüssigkeiten mit wenig verschiedener Dichte verwendet. Der Ausschlag für einen Druckunterschied kann dadurch vergrößert werden.

Chattock, Walker u. Dixon, Phil. Mag. **1**, 79, 1901.

**b) Tauchglocke.** An einem Waagebalken hängt eine Glocke, die in ein Gefäß mit einer Sperrflüssigkeit taucht, sie wird mit einem Gegengewicht ausgeglichen. Der Druckunterschied $p$ wird ausgewogen, indem die Kraft $K = \varrho \cdot F$ ($F$ der Querschnitt der Glocke) gemessen wird.

v. Soden u. Dornier, Z. Flugtechn. u. Motorluftschf. **2**, 241, 1911.

**c) Impulsmikromanometer.** Es wird die Kraft gemessen, mit der eine unter einem Überdruck stehende Flüssigkeit beim Austritt aus einer kleinen Öffnung auf eine senkrecht zum Strahl stehende Platte einwirkt.

Edelmann, Z. Ohrenheilkde. **56**, 344, 1908.

**d) Hitzdrahtmikromanometer.** Der in einem kleinen Kanal unter einem Druckabfall zustande kommende Gasstrom kühlt einen in ihm ausgespannten Hitzdraht ab; diese Abkühlung ist ein Maß für den Druckunterschied.

Gerdien u. Holm, Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konz. **1**, 107, 1920.

**e) Kleindruckwaage.** Der zu messende Kleindruck wirkt auf einen in einen Zylinder bestens eingepaßten Kolben. Die Kraft wird mit einer Drehwaage reibungslos bestimmt.

Reichardt, Z. Instrkde. **55**, 24, 1935 u. Meßtechn. **14**, 41, 1938.

## 3. Hochdruck

### A. Druckpressen

**a) Hahn- oder Ventilpumpen.** Ein mittels Hebels (oder durch andere Mittel) bewegter Kolben ist mit Ventilen (bzw. Hähnen) so verbunden, daß ein Ventil (Saugventil) beim Ansaugtakt die Leitung zum Vorratsgefäß öffnet, aus dem Flüssigkeit in den vom Kolben freigegebenen Raum eintritt. Beim Abwärtsbewegen des Kolbens wird dieses Ventil (bzw. der Hahn) geschlossen, während ein zweites (Druckventil bzw. auch -hahn) den Weg zum Kompressionsraum freigibt (Kompressionstakt, Abb. 100, rechter Teil).

**b) Druckerzeugung durch Verkleinerung des verfügbaren Raumes.** $\alpha$) Druckschraube. Ein gut eingeschliffener Kolben wird mittels eines Schraubengewindes

bei abgeschlossener Apparatur (Abb. 100, Mitte oben) in diese hineingedrückt. Durch diese Verringerung des Volums können bei geringer Kompressibilität der Flüssigkeit beträchtliche Drucke erzeugt werden. Druckschraube und Ventilpumpe vereinigt ergeben die Cailletetsche Pumpe (Abb. 100); links befindet sich eine zum Entspannen des Druckes dienende Ventilschraube.

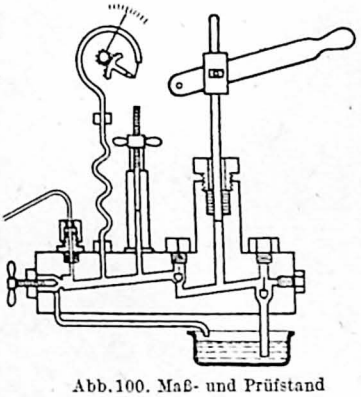


Abb. 100. Maß- und Prüfstand für Drucke bis 2000 kp/cm²

$\beta$) Hydraulische Presse. Statt des Schraubengewindes empfiehlt es sich, besonders bei Drucken über 3000 at das hydraulische Prinzip anzuwenden. Alsdann wird dieser Hochdruckkolben durch einen mit ihm in Berührung stehenden größeren Kolben (Niederdruckseite) vorangeschoben, indem dieser wiederum durch einen im Übersetzungsverhältnis geringeren Druck bewegt wird.

Bridgman, Physics of high pressure. London 1931; J. appl. Phys. **12**, 461, 1941; Rev. Mod. Phys. **18**, 1, 1946; Ebert, Phys. Z. **36**, 390, 1935; Basset, C. R. **185**, 343, 1927 J. phys. **1**, 121, 1941 u. **3**, 62, 1943.

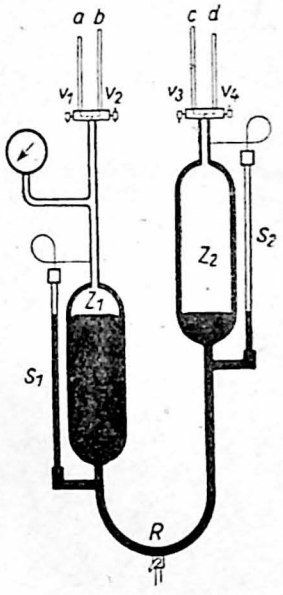



Abb. 101. Quecksilberhochdruckpumpe

**c) Quecksilberhochdruckpumpen.** Zum Komprimieren reiner Gase benutzt man Quecksilberpumpen, die durch Preßluft betätigt werden, die käuflichen Bomben entnommen oder durch die gebräuchlichen Kompressoren hergestellt wird. Abb. 101 stellt eine Hochdruckpumpe dar, die aus zwei Stahlzylindern von je einem Liter Inhalt besteht. Durch die Verbindungsröhre strömt Quecksilber von dem Zylinder $Z_1$, wenn die Druckluft durch $b$ nach Öffnen des Ventils $v_2$ einströmt, nach dem Zylinder $Z_2$ und treibt das komprimierte Gas, das vorher bei Atmosphärendruck durch das Ventil $d$ eingelassen wurde, durch das Ventil $v_3$ und die Röhre $c$ in den damit zu verbindenden Behälter. In den mit den Zylindern kommunizierenden Glaskapillaren $S_1$ und $S_2$ kann man die Bewegung des Quecksilbers und am Federmanometer $M$ den Druck verfolgen. Füllt das Quecksilber den Zylinder $Z_2$, so wird das Ventil $v_3$ geschlossen, die Druckluft durch das Ventil $v_2$ abgelassen, $Z_2$ wieder mit Gas gefüllt und das Quecksilber aufs neue in Bewegung gesetzt. Bei jedem folgenden Pumpenzuge wird das Ventil $v_3$ erst dann geöffnet, wenn der Druck in $Z_1$ das Maximum des vorhergehenden Zuges erreicht hat.

Holborn u. Schultze, Ann. Phys. (4) **47**, 1089, 1915.

### B. Messung hoher Drucke

Genaue Absolutmessungen von Drucken oberhalb einer Atmosphäre können nur mit Flüssigkeitsmanometern vorgenommen werden oder mit solchen Geräten, die an diese angeschlossen sind. Es sind zahlreiche Methoden für die Fernanzeige und das selbsttätige Aufschreiben der Manometerangaben bekannt.

Martens, Z. VDI **53**, 747, 1909.

**a) Quecksilbermanometer.** Bei hohen Drucken kommt als Manometerflüssigkeit nur Quecksilber in Betracht. Für Drucke oberhalb 25 kp/cm² werden Quecksilbermanometer im Gebrauch schwierig, dennoch sind solche Geräte bis zu Drucken von 600 kp/cm² gebaut worden. Viele Mühe verursacht die genaue Bestimmung der Temperatur der langen Quecksilbersäule.

Als besondere Korrektion tritt neben den auf S. 191 genannten der Einfluß der Kompressibilität des Quecksilbers hinzu, da die Dichte der Flüssigkeit durch den Druck merklich erhöht wird. Die hierdurch entstehende Korrektion ist $\Delta = \frac{1}{2} \varkappa \cdot p^2$, wenn $\varkappa$ die Kompressibilität des Quecksilbers ($= 3{,}8 \cdot 10^{-6}$ cm²/kp) bezeichnet; sie wird erst oberhalb $p = 40$ kp/cm² merkbar.

Holborn, Handb. d. Exp.Phys. 1. 1, 1926; Holborn u. Henning, Ann. Phys. (4) **26**, 833, 1908.

Statt der langen offenen Manometer hat man unterteilte verwendet, bei denen nach Art einer Kaskadenschaltung mehrere U-förmige Rohre hintereinander angeordnet sind. Über dem Quecksilber in den einzelnen Schenkeln befindet sich Wasser oder komprimierte Luft. Von der Summe der Drucke der Quecksilbersäulen wird die entsprechende Summe für die Wasser- bzw. Luftsäulen abgezogen.

Thiesen, Z. Instrkde. **1**, 114. 1881; **13**, 125, 1893; bis 60 at: Kamerlingh-Onnes, Comm. Lab. Leiden Nr. 44, 1, 1898 u. Nr. 94b, 1905; bis 100 at ebd. Nr. 146c; Meyers u. Jessup, Bur. Stand. J. Res. **6**, 1061, 1931.

**b) Kolbenmanometer, Druckwaagen.** Der Druck wird auf einen Kolben $K$ übertragen, der, in einem senkrecht stehenden Zylinder $Z$ frei beweglich, etwa wie in der Abb. 102 mittels eines Gehänges $G$ oder auch von oben mit Gewichten $P$ belastet werden kann. Für den Kolbenquerschnitt $q$ ergibt sich der Druck gleich $\frac{P}{q}$. Der Kolben wird in den Zylinder sorgfältig eingeschliffen. Der enge Zwischenraum zwischen beiden wird durch eine zähe, dem Druckbereich jeweils angepaßte Flüssigkeit, wie Rizinusöl, Paraffinöl, Melasse, gedichtet, die gleichzeitig den Druck überträgt und selbst bei großen Drucken nur in geringem Maße hindurchfließt (Amagat). Unter Verwendung von Lederstulpen, die allerdings die Empfindlichkeit und die Betriebsbereitschaft herabsetzen, läßt sich auch eine Dichtung erreichen. Der Stulp wird entweder am Kolben oder am Zylinder befestigt. Im ersten Falle kommt für die Berechnung des wirksamen Querschnittes die Weite des Zylinders in Betracht, weil der Stulp, der sich fest an den Zylinder anlegt, alle Bewegungen des Kolbens mitmacht, im zweiten dagegen ist der Querschnitt des Kolbens maßgebend, während bei dem freien Kolben, der sich in einer zähen Flüssigkeit bewegt, das Mittel aus den Querschnitten von Kolben und Zylinder in Ansatz zu bringen ist. Man läßt den Kolben von Hand oder durch einen Motor beständig hin und her schwingen oder drehen und liest unter Zu- oder Abnahme von Gewichten dann ab, wenn z. B. eine am Kolben angebrachte Marke denselben Stand gegen eine kleine, am Zylinder befestigte Skala beibehält.

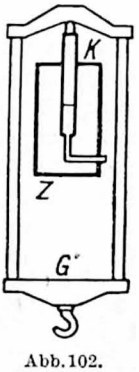


Abb. 102. Druckwaage

Will man an Gewichten sparen oder den Meßbereich vergrößern, so hängt man die Gewichte nicht unmittelbar an den Kolben, sondern vergrößert ihre Wirkung

durch die Anwendung eines ungleicharmigen Hebels. Bei der in Abb. 103 dargestellten Übertragung ist der Druck $\frac{pL}{ql}$. Dasselbe wird erreicht, wenn man den Kolbenquerschnitt verkleinert oder den zu messenden Druck nach dem umgekehrten Prinzip der hydraulischen Presse reduziert (Abb. 104). Man läßt ihn auf den Kolben $k$ (Querschnit $q$) wirken, der die Kraft auf den Kolben $K$ (Querschnitt $Q$) überträgt; unter $K$ tritt der Druck dann im Verhältnis $\frac{q}{Q}$ reduziert auf, so daß er mit einem verhältnismäßig kurzen Quecksilbermanometer gemessen werden kann (Amagat). In dem weiten Zylinder unter $K$ befindet sich außer dem Rizinusöl noch Quecksilber, das mit dem Steigrohr $S$ kommuniziert, während durch die Regulierpumpe $R$ das ausfließende Öl ergänzt wird.

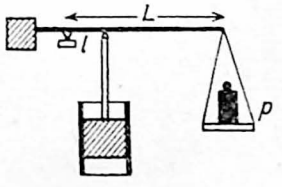


Abb. 103. Druckwaage mit Hebelübertragung der Kraft

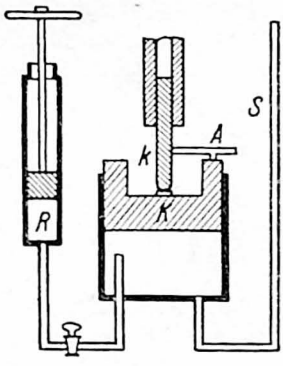


Abb. 104. Druckwaage nach Amagat

Beim Differentialkolben-Manometer (Abb. 105) wirkt der Druck auf zwei miteinander verbundene Kolben $K$, $K'$ verschiedenen Querschnittes. Die an das System angehängten Gewichte haben nur dem auf die Differenz der Querschnitte entfallenden Druck das Gleichgewicht zu halten. Man kann auf diese Weise mit dicken Kolben zu kleinen wirksamen Querschnitten gelangen.

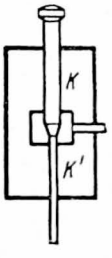


Abb. 105. Differentialkolben

Das Kolbenmanometer wird für Druckbestimmung anwendbar, indem man den wirksamen Querschnitt entweder durch Ausmessung bestimmt, oder genauer, indem man das Instrument bei verhältnismäßig kleinem Druck mit einem Quecksilbermanometer vergleicht. Bei hohen Drucken kommt eine Korrektion in Betracht, die von der elastischen Deformation des Kolbens und Zylinders herrührt. Dieser Einfluß, der durch Rechnung ermittelt wird, erreicht bei der zulässigen Beanspruchung gebräuchlicher Formen nicht $1\,{}^0/_{00}$.

Nach Berücksichtigung dieser Korrektionen ist mit den besten Druckwaagen eine Sicherheit von $0{,}1\,{}^0/_{00}$ erreichbar.

Holborn u. Schultze, Ann. Phys. (4) **47**, 1089, 1915; Vergleich zweier Druckwaagen unter Zwischenschalten eines Quecksilbermanometers: Holborn, ebd. **54**, 503, 1917; Beatie u. Bridgman, ebd. (5) **12**, 827, 1932; Bridgman, Proc. Am. Acad. **47**, 321, 1911: hier eine Vorrichtung, die den Ausfluß der Dichtungsflüssigkeit bei Druck bis 10000 kp/cm² in erträglichen Grenzen hält. Bridgman, The physics of high pressures. London 1931 u. Rev. Mod. Phys. **18**, 1, 1946; Keyes. Ind. a. Eng. Chem. **23**, 1375, 1931: Vergleich einer Druckwaage mit einem Quecksilbermanometer bis 600 kp/cm²; Michels, Proc. Amst. **35**, 994, 1932: bis 40 kp/cm²; Ebert, Phys. Z. **36**, 385, 1937: Vergleich zweier Druckwaagen bis etwa 5000 kp/cm² mit Hilfe einer Differenzdruckwaage; Bridgman, Proc. Am. Acad. **74**, 425, 1942: Versuche bis 100000 kp/cm².

**c) Gasmanometer.** Der Druck wird auf eine abgesperrte Gasmenge in einem kalibrierten Rohr durch Quecksilber übertragen und ist dem Volum umgekehrt proportional. Veränderung der Druckhöhen der Sperrflüssigkeit infolge Temperaturwechsel läßt sich nötigenfalls leicht in Rechnung setzen. Die Empfindlichkeit

der Messung, wobei die Abweichung vom Boyleschen Gesetz zu berücksichtigen ist, nimmt mit dem Druck proportional ab.

Holborn und Otto, Z. Phys. **33**, 1, 1925: Verschoyle, Proc. Roy. Soc. London **111**, 552, 1926.

**d) Membran- und Röhrenfedermanometer.** Zur Druckmessung dient die Verformung einer eingespannten, meist gewellten Membran oder eines dünnwandigen Rohres mit nahezu elliptischem Querschnitt unter Einwirkung des Druckes. Die Verformung, die innerhalb der Gültigkeitsgrenzen des Hookesschen Gesetzes bleiben muß, kann durch Hebel- oder ähnliche Vorrichtungen vergrößert werden.

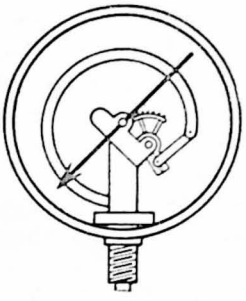


Abb. 106. Röhrenfeder-Manometer

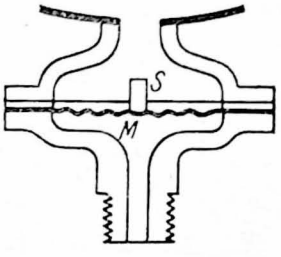



Abb. 107. Membran-Manometer

Über sachgemäße Anordnung der Geräte s. DIN-Blatt 3700.

Man unterscheidet Rohr- (Abb. 106), Platten- und Membran-Federmanometer (Abb. 107). Der Gebrauch der beiden letzten Typen erstreckt sich im allgemeinen nur auf Drucke bis zu etwa 50 kp/cm². Die Membranmanometer eignen sich zur Messung und Aufzeichnung schnell auftretender Drucke (Explosionen, Detonationen). Die Durchbiegung der Membran, die meist nicht mehr als etwa 0,1 mm beträgt, kann auf verschiedene Weise angezeigt werden: entweder trägt die Membran einen Spiegel, der das reflektierte Licht auf einen Photofilm (Abb. 108) wirft, oder die Membran ist selber als Spiegel ausgebildet. Ferner kann die Membran ein Teil eines Kondensators sein, dessen Kapazitätsänderung nach elektrischen Verfahren sehr genau bestimmt werden kann; auch kann die Membran den Anker eines Elektromagneten bilden. Bei ihrer Durchbiegung ändert sich der Abstand, also der Luftspalt Magnet—Anker und damit die Induktivität. Die Röhrenfedermanometer können — insbesondere wenn das Bourdonrohr selber noch eine elastische Versteifung erhält — bis zum Druck von vielen tausend Atmosphären verwendet werden.

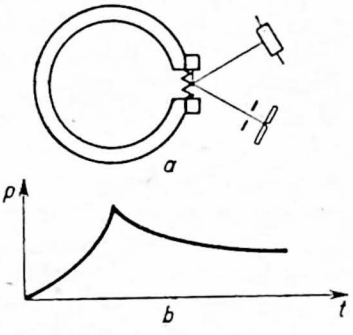



Abb. 108. Membran-Manometer mit photographischer Registrierung

Keinath, ATM V 132—1, 1932; Ebert, Glas u. Apparat **24**, 31, 1943.

Elastische Nachwirkung u. thermischer Einfluß Wagner, Ann. Phys. (4) **15**, 910, 1904; Wiebe, Z. kompr. Gase **13**, 83, 1911; Ebert, Z. Instrkde. **50**, 349, 1930.

Ebenfalls auf elastischer Grundlage und häufig unter Verwendung der bei den Federmanometern gewonnenen Erfahrungen beruhen die mechanischen Indikatoren, die für die Beurteilung der Drucke im Zylinder einer Kolbenmaschine unentbehrlich sind. Man verlangt von ihnen kleine Abmessungen, daher kleine Federwaage, kleine bewegte Massen, Freiheit von Nullpunktsverlagerungen, Unveränderlichkeit im Maßstab in bezug auf Temperatur, Öl, Nässe, Verbrennungsprodukte, Freiheit von Reibung und Hysterese, Unabhängigkeit von der Vorgeschichte der Belastung, möglichst lineare Justierkurve, leichtes Anbringen an der Maschine.

de Juhasz u. Geiger, Indikator. Berlin 1938; dort auch die Indikatoren anderer Grundlage, wie z. B. die elektrischen Indikatoren.

**e) Stauchgeräte.** Ein Körper, etwa aus Blei oder Kupfer, wird über die elastische Grenze hinaus belastet und die bleibende Veränderung als Maß für den Druck benutzt (Stauchapparate). Mit ihnen werden veränderliche, schnell zu einem Maximum ansteigende und dann schnell wieder zu Null abfallende Drucke gemessen und besonders der Höchstwert des Druckes bestimmt.
Bei dem Stauchmanometer von Sarreau und Vieille wird der Druck durch die bleibende Deformation gemessen, die ein kleiner massiver Kupferzylinder erfährt; dieser wird zwischen einen Amboß und einen Kolben gestellt, auf den der zu messende Druck wirkt. Der zeitliche Verlauf der Druckentwicklung wird mittels einer Nadel und eines rotierenden Zylinders gemessen.
Eingemessen werden die Kupferzylinder entweder mit dem statischen Druck einer Presse oder mit dem dynamischen Druck eines Fallhammers; die mit diesem erhaltenen Drucke sind jedoch größer als die statisch gewonnenen. Die wahren Werte sind bis auf 1–2 % genau gleich dem arithmetischen Mittel aus dem Fallhammerwert und dem Hebelpressenwert.

Bollé, Handb. phys.-techn. Mech., Auerbach-Hort 2. Leipzig 1928.

**f) Elektrische Manometer.** Zu den elektrischen Manometern sollen solche Druckmeßgeräte gerechnet werden, bei denen der dem Druck ausgesetzte Teil eine seiner elektrischen Eigenschaften ändert, z. B. seinen Widerstand, Übergangswiderstand oder seine Aufladung.

α) Widerstandsmanometer. Unter Einwirkung des Druckes verändert der elektrische Widerstand eines zur Spule aufgewickelten Drahtes seinen Wert. Im Normalfall nimmt der Widerstand bei Druckerhöhung ab; Manganin aber, das wegen seines geringen Temperaturkoeffizienten bevorzugt wird, hat einen positiven Druckkoeffizient (etwa 2,0 bis $2{,}6 \cdot 10^{-6}$ je kp/cm²). Es ist nötig, die Spule unter Druck zu altern, bis der Nullpunkt unverändert bleibt. Druck und Temperatur ändern darnach den Koeffizienten nicht mehr.

Lafay, Ann. chim. phys. (8) **19**, 289, 1919; Bridgman, Proc. Amer. Acad. **47**, 321, 1911; **52**, 573, 1917; **56**, 61, 1921; Proc. Nat. Acad. Amer. **10**, 572, 1924; Rev. Mod. Phys. **18**, 1, 1946; Michels, Ann. Phys. (4) **85**, 770, 1928.

β) Kohlenplättchenmanometer. Mehrere Plättchen aus künstlichem Graphit werden übereinandergeschichtet und so angeordnet, daß der zu messende Druck etwa mittels Kolbens diese Plättchen belastet. Dadurch wird der elektrische Widerstand verringert. Verlangt wird von einer solchen Anordnung, daß sie frei ist von Hysterese, Nullpunktsverlagerung und Temperatureinfluß. Dazu müssen die Plättchen möglichst zentral und senkrecht zu ihrer Oberfläche belastet werden. Bei Verwendung einer Differentialbrückenschaltung wird der elektrische Aufbau besonders einfach.

Glamann u. Triebigg, Forsch. Ing.-Wes. **4**, 137, 1933; Hoffmann, Elektrotechn. Z. **58**, 1111, 1138, 1937; Niepel, Meßtechn. **17**, 185, 1941; Müller, ATM V 132—19. 1942.

γ) Piezoelektrische Manometer. Eine Quarzplatte, in Form eines rechteckigen Prismas – eine Ebene senkrecht zur elektrischen, eine senkrecht zur optischen Achse – geschnitten, zwischen zwei Elektroden angeordnet (eine geerdet, die andere verbunden mit dem isolierten Quadrantenpaar eines Thomsonschen Elektrometers) und in Richtung der elektrischen oder neutralen Achse belastet, zeigt nach Curie in der Ebene senkrecht zur elektrischen Achse eine Ladung (direkter piezoelektrischer Effekt). Bei Zug kehrt das Vorzeichen der Ladung um.

Die Ladungen sind ein Maß für die Kraft; ist der belastete Querschnitt der Quarzplatte bekannt, so kann nach vorausgegangener empirischer Justierung mittels Gewichtstücken daraus der Druck bestimmt werden. Zur Verstärkung bei Anzeigen der Ladungen kann ein Röhrenvoltmeter dienen.

Die Quarzplatte steht unter elastischer Vorspannung, die durch eine Schraube geregelt werden kann. Infolge Kleinheit der Meßwege der Quarzplatte ist es wichtig, deren Auflageflächen derart auszuführen, daß keine mit Reibung behaftete Schlüpfung in der Belastungsrichtung zustande kommt.

I. u. P. Curie, C. R. **91**, 293, 1880; Kluge u. Linckh, Z. VDI **73**, 1311, 1929; **74**, 887, 1930 u. Forsch. Ing.-Wes. **2**, 153, 1931; Meurer, ebd. **8**, 249, 1937.

Anordnungen dieser Art eignen sich zur Messung der Kräfte, die beim Bearbeiten eines Werkstückes entstehen, zur Messung von Gasdrucken bei schnellumlaufenden Verbrennungsmaschinen und von Massenkräften bei Beschleunigungsvorgängen; Gohlke, Forsch. Ing.-Wes. **13**, 137, 1942; Ullemann, Z. VDI **86**, 136, 1942.

**g) Magneto-elastische Manometer.** Zur Messung des Druckes können auch die durch Druck beeinflußbaren magnetischen Eigenschaften herangezogen werden so der Wiedemannsche Effekt (Verkürzung oder Verlängerung und gleichzeitige Verdrehung eines durch eine Spule longitudinal magnetisierten Stabes bei Stromdurchgang von einem zum anderen Ende) und die Magnetostriktion. Das Verhalten ist selbst bei den einfachen Stoffen Eisen, Nickel und Kobalt ganz verschieden. Besonders eignen sich Fe-Ni- und Fe-Pt-Legierungen (erstere etwa 30 % Ni und letztere mit 60 % Pt), die noch im Gebiet der magnetischen Sättigung eine starke Abhängigkeit der Sättigungs-Magnetisierung zeigen, so daß bei nicht zu hohen Temperaturen und nicht gar zu hohen Drucken aus der Änderung der Magnetisierung linear auf die Größe des Druckes geschlossen werden kann.

Sacerdate, L'Elettrotecnica **19**, 485, 1932; Kobayasr, Jap. J. Phys. V Nr. 1. Tokyo 1928; s. Ber. Nettmann, Z. VDI **74**, 1160, 1930; Janowsky, Z. techn. Phys. **14**, 466, 1933; Ebert u. Kußmann, Phys. Z. **38**, 437, 1937.

**h) Photoelastische (optische) Manometer.** Ein Glasprisma oder -zylinder wird etwa durch Übertragung eines Kolbens gedrückt; dadurch wird es doppelbrechend, spaltet polarisiertes Licht in zwei aufeinander senkrecht stehenden Komponenten auf, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. Diese Komponenten, wieder durch einen Analysator vereinigt und zur Interferenz gebracht (S. 458), ergeben eine Lichtmenge, die, mit einer Photozelle gemessen, ein Maß für die auftretende Kraft und, sobald der Querschnitt bekannt, für den Druck ist.

Marboux 1932, s. de Juhasz u. Geiger a.a.O. S. 136.

### C. Technische Hilfsmittel

In den DIN-Blättern 3700 ff. stehen Anweisungen, wie ein Druckmeßgerät, insbesondere Federmanometer zu behandeln ist (Ausnützen bis zwei Drittel des Meßbereiches bei ruhender, die Hälfte des Meßbereiches bei wechselnder Belastung; Benutzung genau wie auf dem Prüfstand; Schützen vor strahlender und unmittelbarer Wärme; Vermeidung von Druckstößen durch Vorschalten etwa eines Windkessels, Stoßminderers, Drosselventils). Ferner ist auf die Verwendung des richtigen Werkstoffes (bei Ammoniak kein Messing) und des richtigen Gewindes für die Anschlüsse, die zweckmäßig sechskantig ausgebildet werden, zu achten.

**a) Rohrverbindungen.** Für nicht zu hohe Drucke ist eine Rohrleitung nach Abb. 109 ausreichend. Das nach Abb. 109 ausgebildete Rohrende wird mittels einer

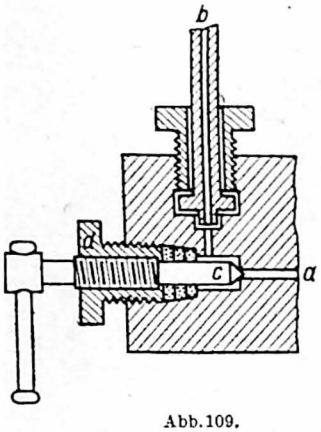



Abb. 109.
Verschluß- und Anschlußstück

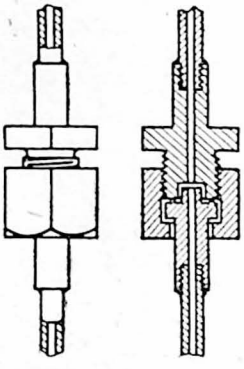


Abb. 110.
Verbindungsstück

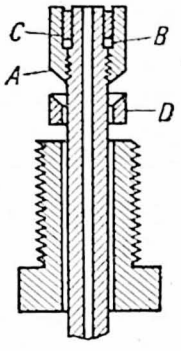



Abb. 111.
Verbindungsstück

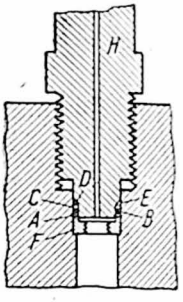



Abb. 112.
Verbindungsstück

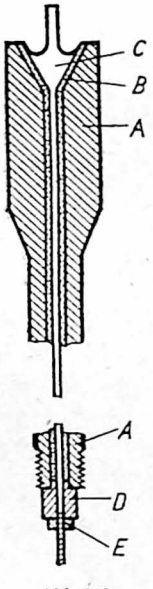



Abb. 113.
Elektrische Durchführung

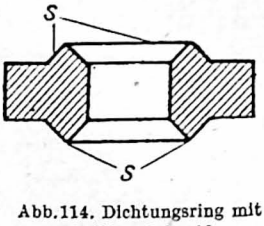



Abb. 114. Dichtungsring mit zweiseitiger Schneide

Schraubenmutter gegen die Unterlage gedrückt. Als Dichtungsmittel dient ein Pergamentscheibchen, das sogleich nach dem ersten Anziehen dicht hält, während eine Lederdichtung immer wieder nachgibt und erst nach längerer Zeit, in der erneut angezogen werden muß, dauernd dicht hält.

Abb. 110 zeigt die Zusammensetzung zweier Leitungen mit Überwurfmutter in Ansicht und Schnitt. Als Dichtung dient auch hier ein Pergamentscheibchen. Bis 700 kp/cm² kann man als Leitungen Kupferkapillaren benutzen, darüber hinaus nur Stahlkapillaren, die sich aber bei kleineren Drucken überall auch da empfehlen, wo Quecksilber- oder Ammoniakdampf auftritt. Einzelne Stücke davon lassen sich durch autogen verschweißte oder verlötete Gewinde zusammensetzen. Röhren aus Glas und aus Metall werden gekittet mit rotem Siegellack (bis 100 kp/cm²), Marineleim oder Wachs-Kolophoniumkitt, oder besser nach vorhergehender Platinierung und Verkupferung der Glasröhren verlötet.

Für Drucke von der Größenordnung 5000 kp/cm² empfiehlt es sich, wenn genügend dickes Material zur Verfügung steht, die Enden der Rohrleitungen mit Gewinde zu versehen, zu verschrauben und hart oder besser weich zu verlöten.

Abb. 111 und 112 zeigen zwei Arten von Abdichtungen der Anschlußrohre. Nach Bridgman können bis 7000 kp/cm² gute Stahlrohre verwendet werden, 1 cm äußeren, 2 mm inneren Durchmesser. Bei Abb. 111 bedeute *A* einen Konus, mit dem die Verbindungsleitung verschraubt und unter Zwischenlegen eines Weichstahlringes *B* bei *C* verlötet wird. *D* ist der Gegenkonus zu *A* mit etwas spitzerem Winkel. Abb. 112 zeigt eine Einrichtung für denselben Zweck bei Drucken über 7000 kp/cm². Das einzusetzende Rohr ist aus einem Chrom-

nickelstab hergestellt, der ausgebohrt wurde. Bei $H$ befindet sich ein Sechskant, bei $D$ eine konische Verjüngung. $A$ und $C$ sind Ringe aus Bessemerstahl; $B$ aus Blei; $E$ stellt einen freien Raum dar und $F$ ein Abschlußstück aus Nickelstahl.

Bei Drucken über 2000 kp/cm² können zwei Rohrverbindungen dadurch gegeneinander abgedichtet werden, daß man zwischen ihren ebenen Enden einen Ring mit zweiseitiger Schneide $SS$ (Abb. 114) legt. Es ist auch möglich, das eine Rohrende $R_1$ konusförmig auszubilden und das dazugehörige $R_2$ mit einer scharfen rechteckigen Kante $K$ zu versehen (Abb. 115). Gerade bei sehr hohen Drucken sind diese Dichtungen Metall auf Metall am wirksamsten. Dabei ist stets darauf zu achten, daß die durch den Druck belastete Fläche möglichst klein bleibt.

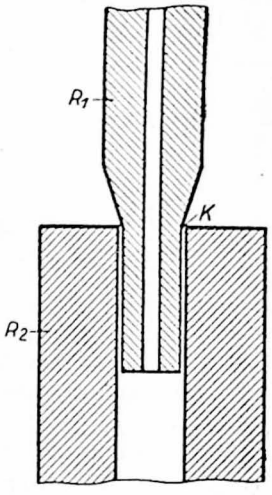


Abb. 115. Rohrverbindung

**b) Absperrvorrichtungen, Durchführungen.** Neben den üblichen Hähnen werden Kegelventile aus Stahl benutzt. Abb. 109 stellt ein solches Ventil dar, das die Leitung $ab$ zu unterbrechen gestattet, die hierfür im rechten Winkel geknickt wird. Durch Drehen der Spindel $c$ verschließt man mit der kegelförmig gehärteten Spitze den Kanal $a$. Die aus verschiedenen gefetteten Lederscheiben bestehende kegelförmige Dichtung, die nach außen hin abschließt, wird durch die Mutter $d$ nach Bedarf zusammengepreßt. Die Gewinde dieser Mutter und der Spindel haben dieselbe Steigung, so daß die Dichtung auch bei angezogener Spindel weiter zusammengepreßt werden kann. Das Ventil ist bis zu Drucken von 2000 kp/cm² brauchbar.

Abb. 116 stellt den Kopf des Kolbens für die Hochdruckseite einer hydraulischen Presse dar. Der dem Druckraum zugekehrte Teil soll beim Übergang zum schmaleren Ende abgerundet sein. $B$ ist ein Kupferring, 1,5 mm dick; er wird am Kopfteil angelötet. $C$ ist ein Gummiring, etwa 3,5 mm dick, $D$ nochmals ein Kupferring, $E$ ein Chromnickelring. Daran schließt sich $F$, das in der Mitte ausgehöhlte Ende des von der hydraulischen Presse kommenden Kolbens. Abb. 117 endlich zeigt den Verschluß einer Öffnung. $A$ ist das eigentliche Verschlußstück, das durch den Gummiring $B$, den Weichstahlring $D$ mit Bleieinlage bei $C$ und den gehärteten Ring $E$ abgedichtet wird. Die Durchführung einer isolierten elektrischen Leitung

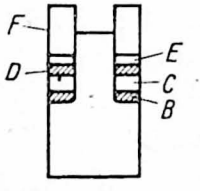


Abb. 116. Kolbenkopf

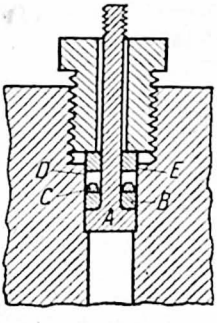


Abb. 117. Verschlußstück

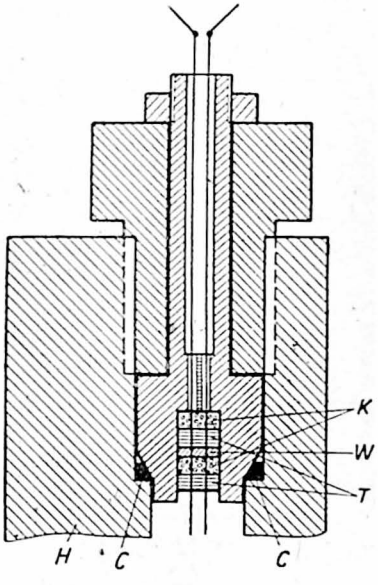


Abb. 118. Elektrische Doppeldurchführung

zeigt Abb. 113. *A* ist die eine Elektrode (aus Chromnickel), die nach der Art der Abb. 111 oder 112 abgedichtet werden kann, *C* die andere (aus gehärtetem Nickelstahl) mit etwas ausgedrehtem kugelförmigem Kopf. Die isolierende Schicht *B* füllt den Zwischenraum zwischen *A* und *C*. *D* ist ein ebenfalls isolierender Teil, der durch die Schraube *E* festgezogen werden kann.

Ein Beispiel für eine Doppeldurchführung gibt Abb. 118. *H* ist eine Hartgummipackung, *K* sind Kalkstein (oft verwendet für Steindruck) und *T* Talksteinscheiben, sowie *W* eine Weichgummischeibe; *C* sind Kupferscheibenecken.

Scott, Bur. Stand. Res. **14**, 106, 1935.

**c) Sicherungen, Fenster und Sonstiges.** Neben den Sicherungen, die in Form der Reduzierventile am bekanntesten sind, gibt es solche, die die verwendete Druckflüssigkeit vor Verunreinigung mit anderen schützen sollen. Oft wird dazu ein im Vollkreis gebogener Teil der Rohrleitung, sogenannter Wassersack, benutzt. Besondere Vorsicht ist bei der Verwendung explosiver Schmiermittel am Platze. Soll ein unter Wasser (meist mit etwas Öl durchsetzt) geprüfter Druckmesser später bei Arbeiten mit Sauerstoff gebraucht werden, so muß er mit einer explosionssicheren, Öl lösenden Flüssigkeit gereinigt werden, z. B. mit Trichloräthylen, das wegen seiner großen Flüchtigkeit stets in einer zugeschmolzenen Flasche aufbewahrt wird.

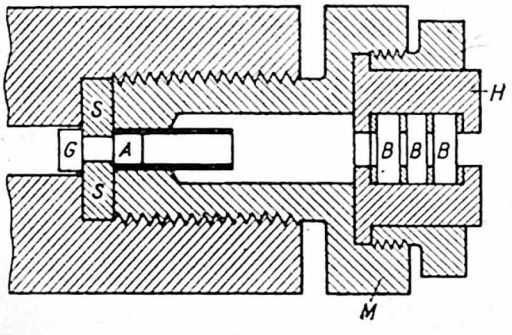



Abb. 119. Fenster zur Durchsicht bei sehr hohen Drucken

Über eine Anordnung zur Prüfung explosionssicherer Schmiermittel für Sauerstoffarmaturen s. Rimarski u. Noack, Autogene Metallbearbeitung **25**, 113, 1932. Halls, Machinist **85**, 3, 1941; Flament, Métall. Constr. mécan. **74**, Nr. 7, S. 15 u. Nr. 8, S. 15, 1942; s. auch Techn. Zentralbl. Metallbearb. **52**, 172, 1942.

Zum Beobachten im Innern einer Druckapparatur dienen besonders hergerichtete Fenster (Abb. 119). Es bedeutet *G* ein Glas- oder Quarzstück, *S* eine Stahlunterlage, die durch *M* gehalten wird (Stahl und Glas in ihren Auflageflächen optisch hochglanzpoliert), *A* eine in ein Metallrohr eingepreßte Glasscheibe, *B* drei Schutzfenster in einem Halter *H*, der durch eine besondere Verschraubung gehalten wird. Zwischen *G* und *A* kann eine Flüssigkeit zum Ausgleich verschiedener optischer Brechung getan werden. Soll durch die Apparatur hindurchgesehen werden, müssen zwei solche Fenster einander gegenüberstehen. Werden zwei je ein Fenster tragende Arme winklig zueinander angeordnet, so kann an einem im Innern der Apparatur befindlichen Prisma z. B. die Brechung beobachtet werden.

Poulter, Phys. Rev. (2) **40**, 870, 1932; ders., Ritchey u. Benz, ebd. **41**, 366, 1932; — Bridgman, Rw. Mod. Phys. **18**, 1, 1946.

Druckregler, Mano- und Piezostaten sind beschrieben: Cohen u. Schut, Piezochemie. Leipzig 1919; Schober, Meßtechn. **5**, 335, 1939; König, Gas- u. Wasserfach **73**, 55, 85, 1930; Frei u. Barkmann, ebd. 967.

# III. Dichte

## 1. Definitionen

Dichte $\varrho$ nennt man die in der Volumeinheit ($cm^3$) enthaltene Masse (g); die Dichte eines Körpers ist demnach das Verhältnis seiner Masse $m$ zu seinem Volum $V$, also: $\varrho = \frac{m}{V}$ (g/cm³). Als Masseneinheit sollte ursprünglich die Masse eines Kubikzentimeters Wasser bei 4° und 760 Torr dienen, so daß Wasser in diesem Zustande die Dichte 1 g/cm³ haben würde. Nach den bisher durchgeführten besten Messungen ist aber der wahrscheinlichste Wert für die Dichte des Wassers von 4° beim Normdruck von 760 Torr 0,999 972 g/cm³. Der Unterschied dieser Zahl gegen 1 kann meistens vernachlässigt werden, wenn es sich darum handelt, Volume durch Auswägen mit Wasser zu bestimmen. Für genaue Messungen ist jedoch zu beachten, daß in solchen Fällen nicht das Kubikzentimeter, sondern das um 28 Millionstel größere Milliliter (ml) die Volumeinheit bildet: 1 l = 1000,028 cm³ (vgl. S. 4).

Proc. Verb. Com. Int. des Poids et Mesures 13, 272, 1929.

Dichtezahl (früher hier spezifisches Gewicht genannt) eines Körpers ist die unbenannte Zahl, die angibt, wievielmal schwerer der Körper ist als ein Vergleichskörper von gleichem Volum bei gegebenem Zustand oder anders ausgedrückt das Verhältnis der Dichte des Körpers zur Dichte des Vergleichskörpers. Sofern keine Gründe dagegen sprechen, wählt man in der Regel als Vergleichskörper Wasser von größter Dichte (4°) bei einem Außendruck von 760 Torr. Dichtezahl und Dichte verhalten sich zahlenmäßig zueinander wie Liter zu Kubikdezimeter, d.h. wie 1 : 0,999 972 oder 1,000 028 : 1.

In der „9. Verordnung über Änderung der Eichordnung" vom 21. März 1939 ist als Dichteeinheit die Dichte des reinen Wassers bei 4° unter dem Druck einer Atmosphäre (Gramm/Milliliter) definiert. In diesem Falle sind Dichte und Dichtezahl als zahlenmäßig gleich angesetzt.

Bei Flüssigkeiten und Gasen heißt das Verhältnis der Dichte eines Körpers zu der Dichte einer Vergleichsflüssigkeit oder eines Vergleichsgases des gleichen Zustandes Dichteverhältnis. So werden wäßrige Lösungen häufig auf Wasser von der Temperatur der Lösung bezogen. $D_{18,18}$ bedeutet in solchem Falle, daß 18° sowohl für die Lösung als auch für das Wasser gilt.

Wichte $\gamma$ eines Körpers ist das Verhältnis seines Gewichtes $G$ zu seinem Volum $V$, also: $\gamma = \frac{G}{V}$. Da die Wichte entsprechend dem Gewicht von der Schwerebeschleunigung $g$ abhängt, ist unter $\gamma$, wenn es die Genauigkeit erfordert, die Wichte an einem Orte zu verstehen, an dem die Schwerebeschleunigung ihren Normwert $g_N = 9{,}806\,65\ m/s^2$ hat.

Dichte und Wichte sind zahlenmäßig gleich, wenn für die Dichte Einheiten des physikalischen Maßsystems (z.B. g/cm³), für die Wichte solche des technischen Maßsystems (z.B. kp/dm³) zugrunde gelegt werden. Soll jedoch die Dichte ins technische bzw. die Wichte in das physikalische Maßsystem umgerechnet werden, so sind die entsprechenden Zahlenwerte durch die Schwerebeschleunigung zu dividieren bzw. mit ihr zu multiplizieren.

Für die Umrechnung vom physikalischen Maßsystem (cm, g, s) ins technische (m, kp, s) und umgekehrt gelten folgende Beziehungen:

$$1\ \mathrm{g/cm^3} = \frac{10^3}{9{,}80665}\ \frac{\mathrm{kp\ s^2}}{\mathrm{m^4}}; \quad 1\ \mathrm{kp/m^3} = \frac{9{,}80665}{10}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s^2\ cm^2}}.$$

In dem gleichen Maßsystem unterscheiden sich Dichte und Wichte um den Faktor $g_y$, also: $\gamma = \varrho\, g_y$. So sind in Normblatt DIN 5450 „Norm-Atmosphäre" Wichte und Dichte der Luft im technischen Maßsystem dargestellt. In Meereshöhe (760 Torr; 15°) ist danach die Wichte der Luft $\gamma = 1{,}2255$ kp/m³ und ihre Dichte $\varrho = 0{,}12497$ kp s²/m⁴.

Wichtezahl heißt das Verhältnis der Wichte eines Körpers zu der Wichte eines Vergleichskörpers von fest gegebenem Zustand. Bei demselben Vergleichskörper haben Dichtezahl und Wichtezahl denselben Zahlenwert.

Sowohl bei Dichte- als auch bei Wichteangaben ist, wenn nötig, der Zustand des Körpers (Temperatur, Druck, bei Gasen Feuchtigkeitsgehalt usw.) anzugeben.

Um eine auf Wasser von der Temperatur $t$ bezogene Dichte $\varrho$ auf Wasser von 4° umzurechnen, hat man $\varrho$ mit der für $t$ geltenden Dichte des Wassers (Tab. 3) zu multiplizieren.

Wenn nötig, ist zwischen Rohdichte und Reindichte und entsprechend zwischen Rohwichte (früher zuweilen Raumgewicht oder Raumeinheitsgewicht) und Reinwichte zu unterscheiden, je nachdem ob bei der Bestimmung des Volums die Poren oder Zwischenräume des Versuchsstückes mitgerechnet werden oder nicht.

Spezifisches Volum nennt man den reziproken Wert der Dichte, also das Volum der Masseneinheit. Molekularvolum oder Molvolum ist dasjenige Volum, das sich rechnungsmäßig durch Multiplikation des spezifischen Volums mit der für das Molekulargewicht geltenden Zahl ergibt; es bedeutet also das in Kubikzentimeter ausgedrückte Volum eines Grammoleküls (eines Mols). Entsprechende Bedeutung haben Äquivalent- und Atomvolum.

## 2. Dichte von Flüssigkeiten

Die hier angegebenen Bestimmungsmethoden sind so beschrieben, als ob die Wägungen im leeren Raum und mit Wasser von 4° ausgeführt worden wären. Die der Wirklichkeit entsprechenden Korrektionen sind nach Abschnitt 4 anzubringen.

### A. Wägemethoden

**a) Meßkolben, Meßzylinder, Pipette, Bürette.** Meßkolben oder -flaschen fassen bis zu einer kreisförmige Marke am Halse den angegebenen Inhalt. Gewöhnlich ist der Fehler bei geeichten Gefäßen kleiner als 0,5‰.

Meßzylinder, die wegen der viel unschärferen Ablesung an der breiten Oberfläche nicht als eigentliche Meßinstrumente dienen sollten, sind nur zu rohen Bestimmungen (einige Prozent Genauigkeit) geeignet.

Für schnelle Messungen von mäßiger Genauigkeit dienen bei kleinen Flüssigkeitsmengen trocken oder auf Ausfluß geeichte Pipetten, deren untere Enden mit einer hinreichend schlanken und engen Ausflußspitze versehen sind. Ist diese mit einem Hahn versehen, so kann die Pipette in mannigfacher Weise verwendet werden. Zur Bestimmung des Volums einer Flüssigkeit spült man sowohl Meßzylinder als auch Pipette mehrere Male vor der Messung mit der Flüssigkeit vor. Die mit guten Pipetten erreichbare Genauigkeit einer Volummessung beträgt etwa 0,5‰.

Zur Abmessung beliebiger Flüssigkeitsvolume zwischen gegebenen Grenzen dienen geteilte Röhren mit Hahn, Büretten. Wegen des größeren Querschnittes sind hier die Ablesungen weniger genau als die an Pipetten. Bei guten Büretten bleiben die Fehler innerhalb einiger hundertstel Kubikzentimeter.

**b) Pyknometer.** Zur Bestimmung von Flüssigkeitsdichten verwendet man am häufigsten Pyknometer (Abb. 120); das sind Wägefläschchen bekannten Inhalts mit einer Marke oder Skala am Hals, bis zu der die zu messende Flüssigkeit mittels eines langhalsigen Trichters eingefüllt wird. Am bequemsten bei der Füllung sind Gefäße der Art *D* oder *E*, bei denen die eine Öffnung zum Einlassen der Flüssigkeit, die andere zum Auslassen oder Absaugen der Luft dient.

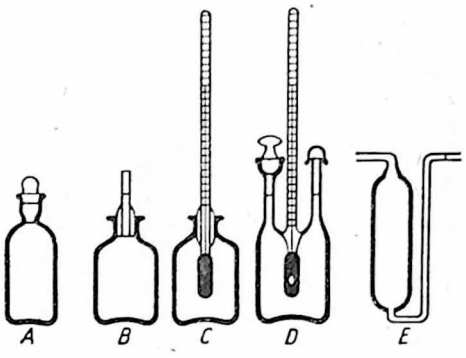


Abb. 120. Pyknometerformen

Da sich das Pyknometer bei Erwärmung ausdehnt, muß für genaue Messungen die Abhängigkeit des Gefäßvolums von der Temperatur vorher bestimmt werden. Für solche Messungen benutzt man Gefäße mit etwa 30 cm³ Inhalt, für Messungen mittlerer Genauigkeit (0,01 %) kann man bis auf 5 cm³ herabgehen.

Über die Anwendung des Pyknometers s. Block, Messen u. Wägen, S. 194ff. Leipzig 1928. Für Dichtebestimmungen bei der Siedetemperatur wird das Pyknometer im Dampf der siedenden Flüssigkeit erwärmt. Für Messungen oberhalb des Siedepunktes s. z. B. Noyes u. Coolidge, Z. phys. Chem. 46, 323, 1903.

### B. Auftriebsmethoden

**a) Hydrostatische Waage.** Wägt man einen Körper mit bekanntem Volum $V$ zuerst in Luft ($p_l$) und dann in der zu untersuchenden Flüssigkeit ($p_f$), so ist der Gewichtsverlust $p_l - p_f$ gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit. Man erhält demnach für die Dichte der Flüssigkeit $\varrho = \frac{p_l - p_f}{V}$. Hat der Verdrängungskörper (z. B. aus Glas) keine einfache geometrische Form, so kann sein Volum vorher dadurch bestimmt werden, daß man seinen Gewichtsverlust in einer Flüssigkeit von bekannter Dichte feststellt. Ist z. B. $p_l$ das Gewicht des Körpers in Luft, $p_w$ in Wasser und $p_f$ in der zu untersuchenden Flüssigkeit, so ergibt sich $\varrho = \frac{p_l - p_f}{p_l - p_w}$.

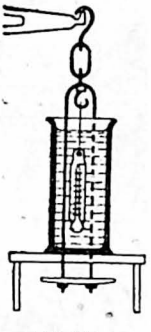


Abb. 121. Hydrostatische Waage

Zur Aufhängung des Verdrängungskörpers dient ein Haken im Bügel der Waagschale (Abb. 121), wobei die Flüssigkeit auf einem Tischchen über der Waagschale innerhalb des Bügels steht. Die Aufhängeschlinge des Senkkörpers soll ganz untertauchen, wobei darauf zu achten ist, daß kein Luftbläschen sitzen bleibt. Die Hauptfehlerquellen (Reibung in der Oberfläche und unregelmäßige Benetzung des Aufhängefadens) können dadurch vermindert werden, daß man schwarz platinierten und dann geglühten Platindraht und ein Tröpfchen Öl verwendet, das in einem vertikal gestellten offenen Glasröhrchen auf der Oberfläche des Wassers schwimmt. Als Senkkörper dient zweckmäßig ein kurzes, dickes Thermometer.

Über sehr genaue Bestimmungen an verdünnten Lösungen s. Block, Z. Instrkde. 38, 40, 1918.
Für hohe Temperaturen werden Senkkörper aus Platin oder Graphit, für leichtere Flüssigkeiten solche aus Quarzglas verwendet.

**b) Mohrsche Waage.** Ein Glaskörper ist mit einem feinen Draht an einem dezimal geteilten Waagebalken äquilibriert (Abb. 122). Der Auftrieb des Körpers in Wasser ist gleich dem Gewichte des größten Reiters; die anderen Reiter sind 10-, 100- bzw. 1000mal leichter. Die Teilstriche des Waagebalkens, auf die die Reiter aufgesetzt werden müssen, um den Auftrieb des in der Flüssigkeit ganz untergetauchten Glaskörpers zu kompensieren, geben die einzelnen Dezimalen der Dichte an, z. B. in der Abbildung den Wert 1,373.

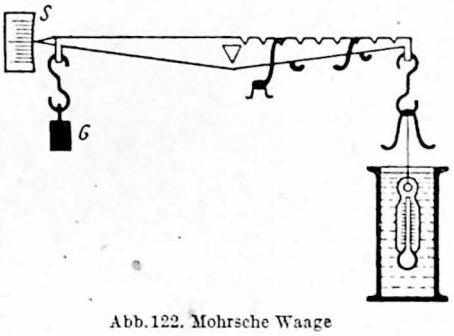


Abb. 122. Mohrsche Waage

Prüfung der Mohrschen Waage. 1. Die Reiter sollen sich wie 1:10:100:1000 verhalten; 2. Die Balkenteilung soll den Horizontalabstand der Mittel- und Endschneide in zehn gleiche Strecken teilen. Dies läßt sich leicht prüfen, wenn der Balken am linken Ende eine Schneide besitzt (Abb. 122); an diese hängt man eine kleine Waagschale, die man an der rechten Endschneide geeignet äquilibriert, setzt dann den größten Reiter der Reihe nach auf die Teilstriche 1, 2 usw. auf und untersucht, ob zur Abgleichung auf die linke Schale Gewichte aufzusetzen sind, die sich wie 1:2 usw. verhalten. 3. Die Waage soll in Wasser von der Temperatur $t$ diejenige Dichte $\varrho$ zeigen, die nach Tab. 3 zu $t$ gehört. Zeigt die Waage $\varrho'$ statt $\varrho$, so sind ihre Angaben sämtlich mit $\frac{\varrho}{\varrho'}$ zu multiplizieren. — Eine gute Mohrsche Waage kann bei Vermeidung von Benetzungsfehlern die vierte Dezimale noch einigermaßen richtig liefern.

Über Verfeinerungen und praktisches Messen mit der Mohrschen Waage s. Block, Chem. Z. 41, 641, 1917.

**c) Gewichtsaräometer.** Die Benutzung einer Waage kann man dadurch umgehen, daß man den Auftrieb in der Flüssigkeit am Senkkörper selbst kompensiert. Der Senkkörper wird so stabilisiert, daß er in der zu untersuchenden Flüssigkeit senkrecht schwimmt. Außerdem ist er über der Flüssigkeitsoberfläche mit einer Waagschale versehen, durch deren Belastung er bis zu einer Marke und damit einem bestimmten Volum eintaucht (Nicholsonsche Senkwaage vgl. Abb. 125). Beträgt das Gewicht des Senkkörpers $P$ g und bedarf er einer Gewichtsauflage von $p$ bzw. $p'$ g, um bis zu einer bestimmten Marke in Wasser bzw. in einer anderen Flüssigkeit einzutauchen, so hat die letztere die Dichte $\varrho = \frac{P + p'}{P + p}$.

Über ganz eintauchende Aräometer (zur Vermeidung von Kapillaritätseinflüssen) mit Kettenbelastung s. Angström u. Pettersson, Z. Instrkde. 37, 177, 1917; ferner Block, Messen u. Wägen. Leipzig 1928. S. 203.

Meßmethoden mit sehr großer Genauigkeit wurden entwickelt von Moser, Phys. Z. 35, 682, 1934; Hofer, Z. phys. Chem. (B) 27, 467, 1935 (Schwimmer mit elastischer Membran); Prang, Ann. Phys. (5) 31, 681, 1938 (Differentialmethode mit zwei Schwimmern zur Bestimmung kleiner Dichteunterschiede)

**d) Skalenaräometer.** Zur schnellen angenäherten Bestimmung verwendet man Aräometer, bei denen der schwimmende Körper so weit einsinkt, daß die verdrängte Flüssigkeit gerade sein Gewicht hat. Der Senkkörper läuft nach oben in einen dünnen Stiel, die sogenannte Spindel aus, die mit einer Teilung versehen ist. An dem Teilstrich, bis zu dem die Spindel einsinkt, liest man die Dichte $\varrho$ oder deren reziproken Wert, das spezifische Volum, den Gehalt einer bestimmten Lösung oder sogenannte Dichtegrade ab.
Bezeichnet $B$ die Angabe in Baumé-Graden, so ist

$$\text{für } \varrho > 1: \varrho = \frac{144{,}3}{144{,}3 - B}; \quad \text{für } \varrho < 1: \varrho = \frac{144{,}3}{144{,}3 + B}.$$

Aräometer werden auch als Sonderinstrumente für die verschiedensten Zwecke gebaut und entsprechend eingeteilt, z. B. zur Ermittlung des Alkoholgehaltes nach Volum- oder Gewichtsprozenten (Alkoholometer), des Zuckergehaltes von Lösungen, des Fettgehaltes von Milch.
Man prüft die Skala in Flüssigkeiten von bekannter Dichte. Die erzielte Genauigkeit reicht bis zur fünften Dezimale.

Domke u. Reimerdes, Handb. Aräometrie, Berlin 1912; Block, Messen u. Wägen. Leipzig 1928, S. 212.

### C. Messung mittels kommunizierender Röhren

Die Höhen zweier Flüssigkeitssäulen, die sich in kommunizierenden Röhren das Gleichgewicht halten, verhalten sich umgekehrt wie die Dichten. Ist demnach der eine Schenkel mit einer Flüssigkeit von bekannter Dichte $\varrho_1$, die sich mit der zu messenden Flüssigkeit nicht mischen darf, gefüllt, während der andere Schenkel die zu messende Flüssigkeit mit der Dichte $\varrho_2$ enthält, so ist $\varrho_2 = \frac{\varrho_1 h_1}{h_2}$. Zur Verringerung der Kapillarfehler gießt man in beiden kommunizierenden Röhren die leichtere Flüssigkeit (Abb. 123) in verschiedenen Höhen auf, deren Differenz dann in die obige Gleichung eingeht: $\varrho_2 = \frac{\varrho_1 h_1}{h_3 - h_2}$. Für Flüssigkeiten, die sich mischen, ist Anordnung Abb. 124 anwendbar.

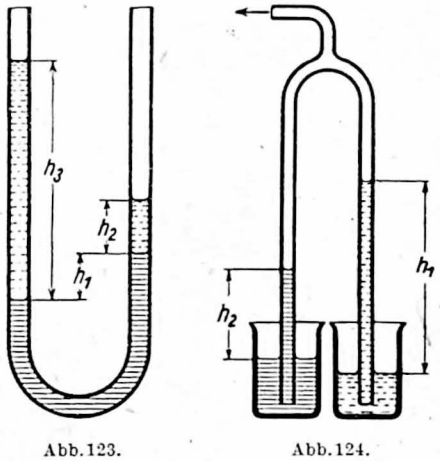



Abb. 123. Abb. 124.
Dichtemessung mittels kommunizierender Röhren

## 3. Dichte fester Körper

Über die Berichtigung der Wägungen auf den leeren Raum usw. vgl. Abschn. 4, S. 212.

### A. Wägemethoden

**a) Wägung und Volumausmessung.** Die Ausmessung mit dem Maßstab ist nur bei Körpern von einfacher Gestalt möglich.
Bei unregelmäßiger Gestalt bestimmt man das Volum, indem man den Körper in ein mit Flüssigkeit gefülltes kalibriertes Gefäß ganz untertaucht und den schein-

baren Volumzuwachs der Flüssigkeit feststellt. Diese nicht sehr genaue Methode ist besonders bei zerkleinerten Substanzen verwendbar. Statt Wasser, das schlecht benetzt und viele Stoffe löst, benutzt man Flüssigkeiten wie z.B. Alkohol, Petroleum oder Toluol, die sich von den untersuchten Stoffen später leicht durch Abdunsten entfernen lassen, oder auch eine gesättigte Lösung der Substanz.

Zur Volumbestimmung von Körpern oder Substanzen, die nicht mit Flüssigkeiten in Berührung kommen dürfen, wie z.B. Kokspulver, Sägespäne usw., wird das Volumeter verwendet (S. 53). Diese Methode hat sich auch bei der Bestimmung der Dichten verflüssigter und fester Gase als brauchbar erwiesen.

Henglein, Z. phys. Chem. **115**, 91, 1925; Heuse, ebd. (A) **147**, 266, 1930.

**b) Pyknometer.** Statt das verdrängte Flüssigkeitsvolum direkt zu messen, kann man es auch durch Wägen mit Hilfe des Pyknometers bestimmen. Man füllt dieses zunächst bis zu einer bestimmten Marke mit Wasser, Gesamtgewicht $P$, bringt dann den zu messenden Körper vom Gewicht $m$ ins Pyknometer, füllt wieder bis zur gleichen Marke mit Wasser, Gesamtgewicht $P'$. Dann ist

$$\varrho = \frac{m}{P + m - P'}.$$

### B. Auftriebsmethoden

**a) Hydrostatische Waage.** Man wägt zunächst den Körper in Luft ($m$), dann an einem Faden oder Draht an einer Waagschale aufgehängt unter Wasser ($p'$). Zieht man von $p'$ das für sich bestimmte Drahtgewicht ab, so ergibt sich $p$. Von dem hiermit ermittelten Auftriebe $m - p$ ist nötigenfalls der Auftrieb des Drahtes abzuziehen, der sich leicht schätzen läßt, indem man aus dem Verhältnis der untergetauchten zur ganzen Länge das Gewicht des untergetauchten Drahtstückes berechnet; dieses, dividiert durch die Dichte des Drahtes (Tab. 65), ergibt seinen Gewichtsverlust im Wasser. Es ist dann $\varrho = \frac{m}{m - p}$. — Ist der Draht oder ein Körbchen, das den Körper bei der Wägung aufnimmt, von vornherein bis zu einer bestimmten Marke untertauchend aufgehängt, so genügt es, diese Hilfsteile vor der eigentlichen Messung zu tarieren und nicht weiter zu berücksichtigen.

Da bei der Wägung im Wasser die Schwingungen der Waage rasch abnehmen, wird man meistens in der Ruhe beobachten müssen. — Über die Behandlung des Aufhängefadens vgl. S. 207. Das Wasser soll nahezu Zimmertemperatur haben; andernfalls sind geschützte Bäder zu verwenden.

In Wasser lösliche Körper wägt man in einer anderen geeigneten Flüssigkeit von bekannter Dichte. Mit dieser ist dann das wie oben berechnete Ergebnis zu multiplizieren.

Körper mit sehr geringer Dichte werden durch Verbindung mit einem anderen von hinreichendem Gewicht zum Untersinken gezwungen, z.B. mit Hilfe einer Metallklemme oder einer Glocke aus Drahtnetz, unter der man den Körper aufsteigen läßt. Der Belastungskörper bleibt bei allen Wägungen unter Wasser.

Zerkleinerte Körper legt man in ein Schälchen, das unter Wasser hängt und tariert wird.

**b) Nicholsonsche Senkwaage.** Ein Schwimmer aus Glas oder Metall besitzt an seinem oberen und unteren Ende Schalen (Abb. 125) und ist so justiert, daß er in Wasser aufrecht schwimmt und zum Teil aus ihm herausragt. Bei den Messungen muß der Schwimmer durch Auflegen von Gewichten bis zu einer bestimmten Marke am Hals eintauchen. Zunächst wird die obere Schale durch Gewichte belastet ($P$), dann durch den zu messenden Körper und die Gewichte ($P'$). Schließlich wird der Körper auf die untere Schale gebracht, Gewichte bleiben oben ($P''$). Dann ist

$$\varrho = \frac{P - P'}{P'' - P'}.$$

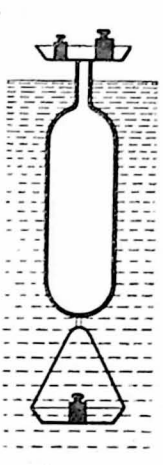


Abb. 125. Nicholsonsche Senkwaage

Abb. 126. Jollysche Federwaage

**c) Jollysche Federwaage.** Eine Drahtspirale trägt zwei übereinander angeordnete Waagschalen (Abb. 126), von denen die untere in ein mit Wasser gefülltes Gefäß taucht. Dicht über der oberen Schale befindet sich eine Marke (Glasperle oder angeklemmter Zeiger), deren Einstellung auf einer Spiegelglasskala (zur Vermeidung der Parallaxe) abgelesen werden kann. 0,1 mm kann man noch schätzen.

Arbeitet man mit einem Gewichtssatz, so ist die Methode der Dichtebestimmung die gleiche wie bei der Senkwaage, indem man die Marke stets auf denselben Teilstrich der Skala bringt.

Man kann die Federwaage ohne Gewichtssatz verwenden, wenn der Einfluß der Belastung auf die Feder bekannt ist. Die Verlängerung $h$ der Feder ist annähernd dem angehängten Gewicht proportional, also $h = A \cdot p$. Der Faktor $A$ kann durch eine einmalige Belastung bestimmt werden. – Da sich bei Dichtebestimmungen die Gewichtseinheit heraushebt, so kann man einen Skalenteil der Federwaage als Einheit nehmen. Senkt sich die Waage durch Auflegen des Körpers auf die obere Schale um $h_1$, dagegen um $h_2$, wenn der Körper auf die im Wasser befindliche untere Schale gelegt wird, so ist $\varrho = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$.

### C. Schwebemethode

Die Dichte $\varrho$ von Substanzen, die nur in kleinen Stücken oder in Pulverform vorliegen, läßt sich dadurch bestimmen, daß man die Substanz in einer Flüssigkeit gerade zum Schweben bringt. Dies gelingt durch Mischung zweier Flüssigkeiten, von denen die eine schwerer, die andere leichter als der zu untersuchende Stoff ist.

Geeignet sind Mischungen von Chloroform ($\varrho_{18°} = 1{,}49$), Bromoform (2,9) oder Methylenjodid (3,3) mit Benzol (0,88), Toluol (0,87) oder Xylol (0,87) oder auch wäßrige Lösungen von Kaliumquecksilberjodid (Thouletsche Lösung: bis 3,2).

Auch Temperaturänderungen kann man zur Abgleichung verwenden, da sich die Flüssigkeiten stärker ausdehnen als die festen Körper. Die Dichte der benutzten Flüssigkeit wird mit Hilfe einer der beschriebenen Methoden ermittelt.

## 4. Berichtigungen bei Dichtebestimmungen fester und flüssiger Stoffe

Soll die Dichte bis zur dritten oder gar vierten Dezimale richtig sein, so ist erstens der Auftrieb zu berücksichtigen, den der Körper in Luft erfährt, und zweitens der Umstand, daß in der Regel Wasser von anderer Temperatur als 4° verwendet wird.

### A. Reduktion auf den leeren Raum und auf Wasser von 4°

**a) Dichtebestimmung durch Wägung und Volummessung.** Die festgestellten Gewichte sind auf den leeren Raum zu reduzieren (S. 1).

**b) Pyknometrische und Auftriebsmethode.** Hier wird von den Gewichten nur ihre relative Richtigkeit in Luft verlangt; ein Umrechnen auf absolute Richtigkeit oder auf das Vakuum erübrigt sich. Alle ermittelten Dichten sind nach folgender Regel auf Wasser von 4° und auf den leeren Raum zu reduzieren:

Bezeichnet

$\varrho_W$ die Dichte des verwendeten Wassers (Tab. 3),

$\varrho_L$ die Dichte der Luft, bezogen auf Wasser von 4° (im allgemeinen genügt der Mittelwert $\varrho_L = 0{,}001\,20$; andernfalls vgl. Tab. 9),

$m$ das scheinbare Gewicht des festen Körpers oder der Flüssigkeit, wie es sich aus den Wägungen in Luft ergeben hat, und

$w$ das scheinbare Gewicht des dem Volum von $m$ entsprechenden gleichen Volums Wasser von der Dichte $\varrho_W$ (für Flüssigkeiten: das beobachtete Gewicht des Wassers im Pyknometer oder des von dem Glaskörper verdrängten Wassers; für feste Körper: der beobachtete Gewichtsverlust des Körpers im Wasser bei den Auftriebsmethoden oder das Gewicht des Wassers, das beim Einbringen des Körpers ins Pyknometer ausfließt),

so beträgt die richtige, korrigierte Dichte

$$\varrho = \frac{m}{w}(\varrho_W - \varrho_L) + \varrho_L \quad \text{oder auch} \quad \varrho = \frac{m}{w} \cdot \varrho_W + \left(1 - \frac{m}{w}\right)\varrho_L . \qquad (1)$$

Bei der Mohrschen Waage ist $\varrho_W$ die Dichte desjenigen Wassers, in dem der Glaskörper den großen Reiter äquilibriert; bei richtig auf 4° abgeglichenem Glaskörper ist demnach $\varrho_W = 1$ und $\frac{m}{w}$ die Ablesung an der Waage.

Die zweite Form der vorstehenden Gleichung (1) zeigt, daß der Einfluß des Luftauftriebs nur verschwindet, wenn die Dichte nahezu 1 ist, z. B. bei verdünnten wäßrigen Lösungen.

### B. Durch Temperaturschwankungen bedingte Korrektionen

Die Wägung mit bzw. im Wasser sei bei der Temperatur $t'$ ausgeführt und habe das scheinbare Nettogewicht bzw. den Auftrieb $w'$ ergeben. Man sucht aber die entsprechende Größe ($w$) für die häufig von $t'$ verschiedene Temperatur $t$, bei der

die Wägung mit bzw. in der zu bestimmenden Flüssigkeit (oder etwa nach Einbringen eines festen Körpers ins Pyknometer) angestellt wurde. Die Dichte des Wassers bei $t'$ und $t$ sei $\varrho'_W$ und $\varrho_W$; der kubische Ausdehnungskoeffizient des Gefäßes oder des Senkkörpers (für Glas im Mittel 0,000 025) heiße $3\beta$. Dann ist in praktisch ausreichender Näherung $w = w' \left[1 + 3\beta(t - t')\right] \frac{\varrho_W}{\varrho'_W}$ oder

$$w = w' + w' \left[(\varrho_W - \varrho'_W) + 3\beta(t - t')\right]. \tag{2}$$

Das $w$ aus der Formel (2) ist in Formel (1) oben einzusetzen.

Oberhalb 4° ist natürlich $\varrho_W - \varrho'_W$ negativ, wenn $t > t'$ ist. – Der ganze in eckige Klammern gesetzte Ausdruck läßt sich für gewöhnliches Glas aus Tab. 3, 2. Teil, als die Differenz der für $t'$ und $t$ gegebenen Zahlen entnehmen, wobei die für $t$ geltende von der für $t'$ geltenden abzuziehen ist.

Besonders bei der Dichtebestimmung fester Körper mit einem relativ großen Pyknometer dürfen diese Korrektionen nicht übersehen werden.

Werden bestimmte Pyknometer oder Glaskörper wiederholt benutzt, so kann man die bei ihnen anzubringenden Korrektionen zusammenfassen und die Berechnungsweise wesentlich vereinfachen:

Hat man bei $t'$ das scheinbare Gewicht der Pyknometerfüllung mit Wasser oder den scheinbaren Auftrieb des Glaskörpers im Wasser gleich $w'$ ermittelt, so kann man mit Hilfe der Beziehung

$$W = w' \frac{1 + 3\beta(t - t')}{\varrho'_W - 0{,}001\,20} \tag{3}$$

für den in Betracht kommenden Temperaturbereich $W$ als Funktion von $t$ in einer Tabelle oder durch eine Kurve darstellen. Für eine bei beliebiger Temperatur $t$ ausgeführte Messung entnimmt man der Tabelle oder Kurve den Wert $W$ und berechnet nun die für $t$ geltende Dichte $\varrho$, wenn $m$ das scheinbare Gewicht der Flüssigkeitsfüllung oder den scheinbaren Auftrieb in der Flüssigkeit bedeutet, nach der Formel

$$\varrho = \frac{m}{W} + 0{,}001\,20\,. \tag{4}$$

$\varrho$ gilt für die Wägungstemperatur $t$. Für einen festen Körper ist $t$ seine Temperatur im Wasser.

Hieraus wird die Dichte $\varrho''$ bei einer anderen Temperatur $t''$ mit Hilfe des kubischen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha$ (oder $3\beta$; Tab. 65 und 66) gefunden:

$$\varrho'' = \varrho\left[1 + \alpha(t - t'')\right]. \tag{5}$$

Für größere Temperaturintervalle muß die Ausdehnung der Flüssigkeiten aus Formeln oder Tabellen entnommen werden. Die Volume derselben Flüssigkeitsmenge seien für die Temperaturen $t''$ und $t$ gleich $V''$ und $V$; dann ist $\varrho'' = \varrho \cdot \frac{V}{V''}$ (Tab. 5, 6 und 66).

## 5. Dichte von Gasen und Dämpfen

### A. Gasgesetze

**a) Gesetz von Boyle und Mariotte.** Bei konstanter Temperatur ist die Dichte $\varrho$ einer bestimmten Gasmasse in erster Näherung dem Druck $p$ direkt und das von ihr eingenommene Volum $V$ dem Druck $p$ umgekehrt proportional, also $\varrho_1 : \varrho_2 = p_1 : p_2$ und $V_1 : V_2 = p_2 : p_1$ oder auch $pV = \text{const}$.

**b) Gesetz von Gay-Lussac.** Bei hinreichender Verdünnung dehnt sich eine bestimmte Gasmasse bei konstantem Druck für jeden Grad Temperaturerhöhung um gleichviel aus, nämlich um $\alpha = \frac{1}{273{,}16}$ ihres Volums $V_0$ bei 0°. Um denselben Betrag $\beta$ steigt der Druck bei konstant gehaltenem Volum.

$$V_t = V_0(1 + \alpha t) = \frac{V_0}{273{,}16}(t + 273{,}16) = V_0 \frac{T}{273{,}16}, \tag{1}$$

$$p_t = p_0(1 + \beta t) = \frac{p_0}{273{,}16}(t + 273{,}16) = p_0 \frac{T}{273{,}16}. \tag{2}$$

$t + 273{,}16$ nennt man die absolute Temperatur $T$.

Die Gesetze (1) und (2) lassen sich für eine bestimmte Gasmasse zusammenfassen:

$$(pV)_t = (pV)_0\left(1 + \frac{1}{273{,}16}t\right) = (pV)_0 \frac{T}{273{,}16} = \text{const} \cdot T. \tag{3}$$

**c) Avogadrosches Gesetz.** Im Falle hinreichender Verdünnung enthalten gleiche Raumteile verschiedener Gase bei derselben Temperatur und bei demselben Druck gleichviel Moleküle. Dementsprechend verhalten sich die Dichten zweier Gase wie ihre Molekulargewichte. Bezieht man demnach Gleichung (3) auf das Grammolekül (Mol) des Gases, so ist $pV = RT$, wo $R$ eine für alle Gase gemeinsame Konstante, die Gaskonstante, bedeutet. $R = 82{,}062$ cm³ Atm/Grad · Mol, wenn der Druck genügend gering und in physikalischen Atmosphären gemessen wird.

**d) Daltonsches Gesetz.** Der von einem Gasgemisch ausgeübte Druck ist gleich der Summe der Einzeldrucke, die die getrennten Gase für sich allein in dem gleichen Raum ausüben würden. In feuchten Gasen ist daher der Druck des trockenen Gases gleich dem Druck des feuchten Gases vermindert um den Sättigungsdruck des Wassers.

**e) Abweichung von den idealen Gasgesetzen.** Die unter a) bis d) genannten Gesetze gelten nur für das ideale Gas. Die wirklichen Gase nähern sich dem idealen Gaszustand mit abnehmender Dichte. Nur für den Grenzfall äußerster Verdünnung sind Ausdehnungs- und Spannungskoeffizient gleich: $\alpha_{\text{ideal}} = \beta_{\text{ideal}} = \gamma = 0{,}0036608$. Mit zunehmender Dichte werden beide Koeffizienten im allgemeinen größer. Das Verhalten der wirklichen Gase wird durch die Zustandsgleichung wiedergegeben. Eine allgemein gültige Zustandsgleichung konnte bisher nicht abgeleitet werden.

Über Zustandsgleichungen s. Kamerlingh Onnes u. Keesom, Die Zustandsgleichung. Enz. math. Wiss. 5, 1, 1912; Otto, Handb. Exp. Phys. 8 [2], 207 ff., 1929.

Im Bereich kleiner Drucke gilt z. B. $(pv)_T = RT + B_t \cdot p$, wobei $B_t$ nur von $t$ abhängt und für alle Stoffe mit wachsender Temperatur von negativen zu positiven Werten übergeht. Diejenige Temperatur, bei der $B_t = 0$ ist, heißt die Boyle-Temperatur, weil dann das Boyle-Mariottesche Gesetz genau erfüllt ist.

## B. Allgemeines über Gas- bzw. Dampfdichte; Molekulargewicht

Die Dichte der Gase und Dämpfe hängt in weit höherem Maße als die der festen Körper und Flüssigkeiten von Druck und Temperatur ab. Im allgemeinen wird die Gas- bzw. Dampfdichte für den Normzustand (0° und 760 Torr) angegeben. Die Umrechnung einer Gasdichte bei dem Druck $p$ (in Torr) und der Temperatur $t$ auf die Normdichte erfolgt mit Hilfe der Beziehung

$$\varrho_{760,0} = \varrho_{p,t} \frac{760}{p} (1 + \alpha t).$$

Da die Dichte des Gases einen sehr kleinen Zahlenwert hat, gibt man meistens seinen tausendfachen Betrag an durch das sogenannte Litergewicht $L$, d.i. die Masse von 1 Liter Gas in Gramm (Tab. 67) bei 0° und 760 Torr. Die technische Masseneinheit von Gasen, das Normkubikmeter-Gewicht (kp/Nm³), stimmt zahlenmäßig mit dem Litergewicht überein. (Der Unterschied von etwa $\frac{1}{40\,000}$ zwischen Liter und Kubikdezimeter kommt bei den Gasdichten kaum in Frage.) Vgl. Normblatt DIN 1871.

Vielfach, besonders in der Chemie, wird die Gasdichte auf Luft, teilweise auch auf Sauerstoff von derselben Temperatur und demselben Druck bezogen. Das Dichteverhältnis $D$ eines Gases ist das Verhältnis der Dichte des betreffenden Gases zu der Dichte der trockenen und kohlensäurefreien Luft unter gleichen physikalischen Bedingungen. Trockene kohlensäurefreie Luft hat unter Normbedingungen die Dichte $\varrho_0 = 0{,}001\,292\,8$; für trockene atmosphärische Luft mit einem Kohlensäuregehalt von 0,06 Volumprozenten gilt entsprechend $\varrho_0 = 0{,}001\,293\,2$, demnach bei $t^0$ und dem auf 0° reduzierten Quecksilberdruck $p$ Torr

$$\varrho = \frac{0{,}001\,2932}{1 + \alpha t} \cdot \frac{p}{760} \text{ (Tab. 9).}$$

Feuchte Luft kann bis zu 1% leichter sein. Da unter gleichen Bedingungen von Druck und Temperatur die Dichte von Wasserdampf nahezu fünf Achtel der Dichte von Luft ist, so ergibt sich die Dichte feuchter Luft, in der der Partialdruck des Wasserdampfes $e$ beträgt, indem man $\frac{3}{8} e$ vom Gesamtdruck abzieht und den so korrigierten Wert $p$ in die obige Formel für $\varrho$ einsetzt.

In geschlossenen Räumen treten durch den erhöhten Kohlensäuregehalt Schwankungen im Dichtewert der Luft auf, die $\frac{1}{1000}$ betragen können, demnach bei genauen Bestimmungen zu berücksichtigen sind.

Die Werte der Ausdrücke $1 + \alpha t$ und $\frac{p}{760}$ sind der Tab. 10 zu entnehmen.

Zur Reduktion auf den idealen Gaszustand sind die für 0° und 760 Torr ermittelten Litergewichte mit $1 + \varkappa_0 = \frac{(pv)_1}{(pv)_0}$ zu multiplizieren, wo $(pv)_1$ bzw. $(pv)_0$ die $pv$-Werte der 0°-Isotherme bei den Drucken 760 bzw. 0 Torr bedeuten und $\varkappa_0$ die Isothermenneigung $\frac{d(pv)}{dp}$ beim Drucke 0 ist. Aus dem auf diese Weise reduzierten Litergewicht $L_0$ folgt der Zahlenwert $M_z$ für das Molekulargewicht $M$ nach der Formel

$$M_z = 22{,}415 \cdot L_0 = 22{,}415 \cdot 1{,}2928 \cdot D.$$

## C. Methoden der Gasdichtebestimmung

**a) Kolbenmethode.** Dieses meistens für wissenschaftliche Zwecke verwendete Verfahren beruht darauf, daß die Masse eines bekannten Volums durch Wägung ermittelt wird. Zur Herstellung des Volums dienen kugel- oder zylinderförmige Glaskolben, die mit einer durch einen Hahn verschließbaren Kapillare versehen sind. Das Volum (einschließlich der Hahnstopfen-Durchbohrung) $V$ eines solchen Kolbens wird durch Auswägen mit Wasser oder Quecksilber ermittelt. Druck- und Temperaturkoeffizient des Gefäßvolums lassen sich aus der Meniskusverschiebung in der Kapillare berechnen. Nach sorgfältiger Reinigung und Trocknung wird der Kolben zunächst ausgepumpt ($m_1$) und dann mit dem zu messenden Gas, das bei 0° und 1 Atm. eingelassen wird, gewogen ($m_2$). Betragen die den Wägungen entsprechenden Kolbenvolume $V_1$ und $V_2$ und die entsprechenden Luftdichten im Wägekasten $\varrho_1$ und $\varrho_2$, so ist

$$\varrho = \frac{1}{V}\,(m_2 - m_1 + \varrho_2 V_2 - \varrho_1 V_1).$$

Um bei der Wägung die Korrektionen für den variablen Luftauftrieb möglichst zu vermindern, verwendet man als Gegengewicht einen zugeschmolzenen Glaskolben von nahezu gleichem Gewicht und gleichem Außenvolum.

Ist das Gas nicht unter Normbedingungen eingelassen worden, so ist $L$ entsprechend zu korrigieren. Da sich der Kolben bei der Gasfüllung zur genauen Bestimmung der Fülltemperatur in Eis oder Wasser befindet und durch den Angriff des Wassers auf die Glasoberfläche unkontrollierbare Gewichtsveränderungen erfahren kann, ist es vorteilhaft, das Glasgefäß mit einem dünnen Gummibeutel zu umgeben. Der mögliche Fehler kann auch dadurch vermindert werden, daß man Wägekolben und Gegengewicht immer gleich behandelt. Die Kolben werden unter Verwendung destillierten Wassers mit Leinenlappen oberflächlich abgewischt und bleiben mehrere Stunden im Wägekasten stehen, bevor man die Wägung beginnt.

Wegen weiterer Einzelheiten sei verwiesen auf die umfangreichen Messungen von Guye und seinen Mitarbeitern, z. B. J. chim. phys. **10**, 332, 1912; **19**, 100, 1921; Batuecas, ebd. **31**, 165, 1934; s. auch Beckers, J. Amer. Chem. Soc. **51**, 2042, 1929.

**b) Absorptionsmethode.** Man füllt ein Glasgefäß von bekanntem Volum (Volumeter) bei etwa Atmosphärendruck und 0° mit dem zu messenden Gas und läßt es dann in einen seinem Gewicht nach bekannten Behälter hinüberströmen, wo ein Absorptionsmittel (z. B. gekühlte Kokusnußkohle) das Gas aufnimmt. Aus der Gewichtszunahme des Absorptionsmittels und aus der Druckabnahme im Volumeter kann das Litergewicht des Gases berechnet werden.

**c) Gaswaage.** Eine Kammer aus Glas oder Metall (Abb. 127) steht mit einem Quecksilbermanometer $M$ in Verbindung und kann durch den Ansatz $a$ evakuiert oder mit dem zu messenden Gas gefüllt werden. In der Kammer befindet sich eine empfindliche zweiarmige Waage, die auf der einen Seite einen Hohlkörper und auf der anderen Seite ein massives Gegengewicht trägt. Je nach der Dichte des die Kammer füllenden Gases wird sich der Hohlkörper infolge des Auftriebes heben oder senken; das Gleichgewicht (Nullstellung) kann alsdann durch Änderung des

Gasdruckes in der Kammer hergestellt werden. Die Dichte des Gases ist dem am Manometer gemessenen Drucke umgekehrt proportional und kann aus Parallelversuchen mit einem Gase bekannter Dichte (z. B. Luft) berechnet werden. Ist die Stellung des Zeigers auf der Skala infolge verschiedenen Auftriebs für einen bestimmten Dichtebereich geeicht, so lassen sich leicht Dichteänderungen feststellen. Ist das Gegengewicht aus Eisen, so kann der Auftrieb durch einen Elektromagneten bis zur Nullstellung kompensiert werden. Nach vorangegangener Eichung der Waage, z. B. mit Luft, kann aus der benötigten Stromstärke unmittelbar auf die Dichte geschlossen werden.

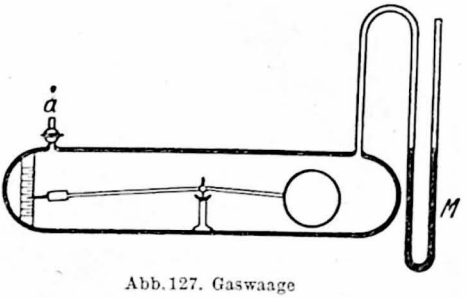


Abb. 127. Gaswaage

Bei Stock u. Ritter, Z. phys. Chem. **119**, 333, 1926; **126**, 172, 1927, besitzt der Waagebalken aus Glas oder Quarz als Mittelschneide zwei feine Nadelspitzen, die in Korundlagern ruhen. Mit einer solchen Waage, die eine magnetische Nullpunktsregelung besitzt, können Gasdichten auf 0,01% genau bestimmt werden.

Über eine Verbesserung dieser Waage mit elekromagnetischer Meßeinrichtung s. Lehrer u. Kuß, Z. phys. Chem. (A) **163**, 73, 1933.

Bei der in der Technik gebräuchlichen Lux schen Gaswaage strömt das zu untersuchende Gas durch den Waagebalken in den Hohlkörper. Je nach der Dichte des Gases im Vergleich zur Luft stellt sich der Waagebalken mehr oder weniger schief ein, so daß nach Eichung mit einem bekannten Gas aus der Zeigerstellung sich ohne weiteres die Dichte ergibt. Vgl. Taylor, Z. Instrkde. **27**, 59, 1907.

**d) Ausströmungsmethode.** Die Dichten verschiedener Gase verhalten sich nahezu umgekehrt wie die Quadrate der Ausströmungsgeschwindigkeiten, mit denen die Gase unter der Einwirkung gleicher Drucke aus engen Öffnungen austreten. Da aber die Ausströmungszeit $t$ einer bestimmten Gasmenge umgekehrt proportional der Ausströmungsgeschwindigkeit ist, folgt

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}.$$

Die von Bunsen und Schilling entwickelten Gasdichtemesser arbeiten nach folgendem Prinzip (Abb. 128): Ein unten offener Zylinder aus Glas befindet sich in einem Flüssigkeitsbehälter. Das zu untersuchende Gas wird durch den Hahn $H_1$ in den Gasraum $G$ gedrückt und befindet sich dann unter dem Druck einer bestimmten Flüssigkeitssäule. Wird nun $H_1$ geschlossen und $H_2$ geöffnet, so strömt das Gas durch die Düse $D$ aus. Sobald die Marke $M_1$ erreicht ist, wird eine Stoppuhr in Bewegung gesetzt und zwar bis zu dem Zeitpunkt, in dem die Marke $M_2$ erreicht ist. Daraus ergibt sich die Ausströmungszeit $t_1$. Ebenso bestimmt man für ein Vergleichsgas bekannter Dichte $\varrho_2$ die Ausströmungszeit $t_2$. Die gesuchte Dichte ergibt sich dann nach obiger Formel. Verwendet man statt Wasser, das durch Absorption oder Abgabe von Gas Fehler verursachen kann, undurchsichtige Flüssigkeiten, z. B. Quecksilber, so benutzt man einen aus der Flüssigkeit herausragenden Schwimmer, der mit zwei Marken versehen ist.

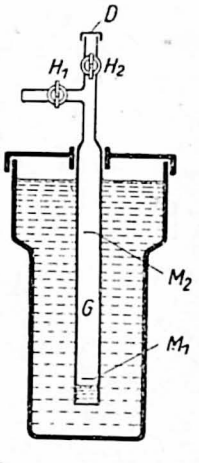


Abb. 128. Ausströmungsmethode nach Bunsen-Schilling

Die Dichteangaben dieser Methode sind im allgemeinen um wenige Prozente verschieden von denen nach genaueren Verfahren, weil der Ausfluß im Bereich sehr kleiner Reynoldsscher Zahlen (S. 56) vor sich geht, wo die Durchflußzahl von den Reynoldsschen Zahlen abhängig wird, und weil ferner die Zähigkeiten der zu vergleichenden Gase teilweise sehr verschieden sind, wodurch ebenfalls die Durchflußzahlen beeinflußt werden.

Kritik der Methode s. Zipperer, Z. Gas- u. Wasserfach **72**, 690, 1929; Kretschmer, Forsch. Ing.-Wes. 3, 150, 1932. Vgl. auch Buckingham u. Edwards, Sci. Pap. Bur. Stand. Nr. 359, 1920 (Methode mit elektrischen Kontakten). Gmelin in Eucken-Jakob, Der Chemie-Ingenieur, Bd. 2. Leipzig 1933, S. 25 ff. hat ein Effusiometer beschrieben (Füllvolum 1 bis 1,3 l, Ausströmöffnung 0,3 mm Durchmesser in einem 0,15 mm dicken Platinblech, Druckflüssigkeit Eismaschinenöl), mit dem eine Genauigkeit von 0,1 bis 0,3% erreicht werden kann.

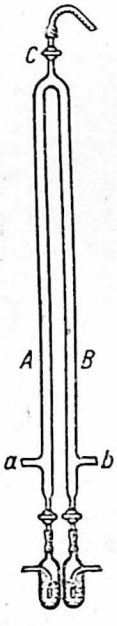


Abb. 129. Gassäulenmethode

**e) Flügelradmethode.** Zwei von einem Elektromotor in entgegengesetzter Richtung angetriebene Flügelräder setzen den Gasinhalt zweier übereinander angeordneter Meßkammern, die das zu untersuchende und das Vergleichsgas enthalten, in wirbelnde Bewegung. Die den Gasen mitgeteilten Drehmomente werden von zwei miteinander verbundenen und in die Meßkammern eingebauten Meßrädern aufgenommen, die über ein Hebelsystem und einen Zeiger das Dichteverhältnis der beiden Gase anzeigen. Bei sorgfältiger Handhabung liefern die nach dieser Methode gebauten Ranarexapparate zur Rauchgasprüfung (auf Kohlensäuregehalt) große Genauigkeit.

Dücker, AEG.-Mitteilungen S. 450, 1930; vgl. auch ebd. S. 673, 1929.

**f) Gassäulenmethode.** Bei dieser Methode, die im Prinzip dem bei Flüssigkeiten beschriebenen Verfahren mit Hilfe kommunizierender Röhren entspricht, wird das Gewicht einer Gassäule von bestimmter Höhe mit dem Gewicht einer gleichhohen Luftsäule verglichen. Die beiden zu vergleichenden Gase werden mit Hilfe einer gemeinsamen Saugvorrichtung (Abb. 129) oberhalb $C$ sehr langsam durch die beiden etwa 1 m langen senkrechten Zweige $A$ und $B$ eines U-Rohres gesogen. Dabei stellen sich in den Rohren bestimmte hydrostatische Drucke ein, die man durch $a$ und $b$ auf ein Differentialmanometer (Mikromanometer) wirken läßt. Betragen die Höhen der Gassäulen $h$ cm mit den Dichten $\varrho_1$ bzw. $\varrho_2$ und ist der Druckunterschied $\Delta p$ (p/cm²), so ist $\varrho_1 - \varrho_2 = \frac{\Delta p}{gh}$ g/cm³ (für $\varrho_1 > \varrho_2$). Diese natürlich nur für rohe technische Zwecke verwendbare Methode findet ebenfalls Anwendung bei der Rauchgasprüfung.

Gramberg, Techn. Messungen bei Maschinen und zur Betriebskontrolle, 5. Aufl. Berlin 1923, S. 125.

## D. Methoden der Dampfdichtebestimmung

Die Messung von Dampfdichten hat im wesentlichen chemisches Interesse und dient insbesondere zur Ermittelung des Molekulargewichts, da sich die Molekulargewichte verhalten wie die Dampfdichten. Bezieht man die Dampfdichte $D$ auf die Dichte von trockener atmosphärischer Luft unter gleichen Bedingungen der Temperatur und des Druckes als Einheit, so ergibt sich durch Multiplikation mit 29,0 sofort das Molekulargewicht.

Bei manchen Dämpfen dissoziieren die Moleküle mit wachsender Temperatur merklich; die gefundene Dampfdichte $D$ wird dann kleiner als die aus dem Molekulargewicht folgende $D_0$. Man nennt bei dem Zerfall in zwei Moleküle $\frac{D_0}{D} - 1$, bei dem Zerfall in $n$ Moleküle $\left(\frac{D_0}{D} - 1\right) \cdot \frac{1}{n-1}$ den Dissoziationsgrad, d.h. das Verhältnis der Zahl der Moleküle, die sich gespalten haben, zu der ursprünglichen Gesamtzahl.

**a) Wägung eines bekannten Dampfvolums** (nach Dumas). In einen leichten Glaskolben von etwa 0,1 bis 0,5 l Inhalt, dessen Ansatzrohr in einer fein ausgezogenen Spitze endigt, werden einige Kubikzentimeter Flüssigkeit, deren Dampfdichte bestimmt werden soll, gebracht, indem man den Kolben erwärmt und beim Abkühlen die Flüssigkeit durch die Spitze einsaugen läßt. In einem Bade, dessen Temperatur 10–20° über der Siedetemperatur der Flüssigkeit liegt, wird nun der Kolben erhitzt, bis keine Flüssigkeit mehr vorhanden ist und ihr Dampf den Kolben völlig ausfüllt. Nach Ablesen der Badtemperatur und des Barometerstandes wird die Spitze zugeschmolzen und der Kolben nach Abkühlung gewogen. Danach wird die Spitze in luftfreiem Wasser (oder Quecksilber) abgebrochen, so daß das Wasser eingesogen wird und den Kolben vollkommen ausfüllt.

Sind die Gewichte des nacheinander mit Luft, Dampf und Wasser gefüllten Kolbens $m_L$, $m_D$ und $m_W$, die Temperatur und der Barometerstand im Augenblick des Zuschmelzens $t$ und $b$, die entsprechenden Größen im Wägekasten bei der Wägung des dampfgefüllten Kolbens $t'$ und $b'$, $\varrho'$ die Dichte der Luft, wie sie zu $t'$ und $b'$ aus Tab. 9 gefunden wird, und $\alpha = 0{,}003\,67$ der mittlere Ausdehnungskoeffizient des Gases, so beträgt die Dampfdichte $D$ (bezogen auf Luft)

$$D = \left[\frac{m_D - m_L}{m_W - m_L} \cdot \frac{1}{\varrho'} + 1\right] \frac{b'}{b} \cdot \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'} .$$

Ist zur Füllung des Kolbens Quecksilber verwendet worden, so ist an Stelle von $\frac{1}{\varrho'}$ der Wert $\frac{13{,}55}{\varrho'}$ bei 18° zu setzen.

Die genauere Formel, die noch die Glasausdehnung des Kolbens ($3\beta = 0{,}000025$) und die genaue Dichte des Wassers $\varrho_W$ bei der Wägung des Kolbens mit Wasser (oder Quecksilber) berücksichtigt, lautet

$$D = \left[\frac{m_D - m_L}{m_W - m_L} \cdot \frac{\varrho_W - \varrho'}{\varrho'} + 1\right] [1 - 3\beta(t - t')] \frac{b'}{b} \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'} .$$

Hat der Dampf die Luft nicht vollständig verdrängt, so daß der Kolben nach Abbrechen der Spitze nicht völlig mit Wasser ausgefüllt ist, dann taucht man den Kolben so weit, bis innen und außen der Wasserspiegel gleich hoch steht. Das Gewicht des soweit gefüllten Kolbens sei $m_{W'}$. Erst dann wird der Kolben mittels einer Spritzflasche vollständig gefüllt und nochmals gewogen ($m_W$). Die Dampfdichte ist dann

$$D = \frac{(m_D - m_L)\frac{\varrho_W}{\varrho'} + m'_W - m_D}{(m_W - m_L)\frac{b}{b'}\frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}[1 + 3\beta(t - t')] - (m_W - m'_W)} .$$

Schulze, Phys. Z. 14, 922, 1913 beschreibt eine vorteilhafte Methode, nach der der im Kolben befindliche Dampf mit Hilfe flüssiger Luft in ein angesetztes Kügelchen kondensiert und mit diesem gewogen wird.

**b) Messung des Dampfvolums einer bekannten Flüssigkeitsmenge** (nach Gay-Lussac und Hofmann). Diese Methode hat den Vorzug, daß mit ihr Substanzen unter vermindertem Druck untersucht, also leicht flüssige Stoffe bei relativ niedrigen Temperaturen verdampft werden können.

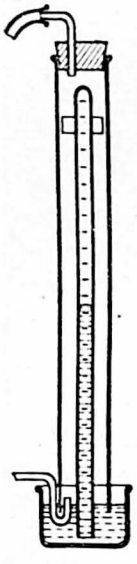


Abb. 130. Dampfdichtebestimmung nach Hofmann

Zunächst wird ein dünnwandiges Glaskügelchen mit zuschmelzbarem Ansatzröhrchen oder ein Fläschchen mit eingeschliffenem Glasstopfen von etwa 0,1 bis 0,2 $cm^3$ Inhalt leer und darauf mit einigen Gramm der Flüssigkeit, deren Dampfdichte bestimmt werden soll, gewogen, woraus sich das Gewicht der Flüssigkeit ergibt. Das Meßvolum besteht aus einer kalibrierten Röhre von 2–3 cm Durchmesser und etwa 90 cm Höhe (Abb. 130), die mit einer Millimetereinteilung versehen ist. Sie wird mit trockenem und luftfreiem Quecksilber gefüllt und in einer Quecksilberwanne umgekippt, so daß über dem Hg-Meniskus ein Torricellisches Vakuum entsteht. Bringt man nun das Glaskügelchen von unten in das Meßvolum hinein, so wird, um ein Zertrümmern des Meßgefäßes zu verhindern, das Rohr zunächst so schräg gehalten, daß es vollständig mit Quecksilber gefüllt ist. Hierauf wird das Meßrohr von dem Heizmantel umgeben und durch Dampf so weiterwärmt, daß die zu untersuchende Flüssigkeit gerade verdampft ist. Ist $m$ das Gewicht der verdampften Flüssigkeit in Gramm, $t$ die Temperatur, $V$ das Volum des Dampfes in Kubikzentimeter, $b$ der Barometerstand, $h$ die Höhe der Quecksilbersäule, über der sich der Dampf befindet ($b$ und $h$ auf 0° reduziert), und $e$ der Dampfdruck des Quecksilbers bei $t°$, alles in cm Hg gerechnet, so ergibt sich für die Dampfdichte (bezogen auf Luft)

$$D = \frac{m}{V} \frac{76}{b - h - e} \frac{1 + \alpha t}{0{,}001293}.$$

Um die träge Bildung des Quecksilberdampfes zu beschleunigen, ist eine seitliche Ausbauchung am oberen Ende des Barometerrohres zweckmäßig, in der beim Umkippen ein Quecksilbertropfen liegenbleibt.

Ramsay u. Steele, Z. phys. Chem. 44, 348, 1903.

Zur Berücksichtigung der Abweichung des Dampfes vom idealen Gaszustand beobachtet man das Dampfvolum $V$ bei mehreren Drucken $p$. Stellt man $pV$ als Funktion von $p$ graphisch dar, so genügt meistens eine geradlinige Extrapolation zweier Beobachtungswerte nach $p$ gleich 0.

Bei Anwendung aller Vorsichtsmaßregeln ist die Methode für Präzisionsbestimmungen sehr geeignet. Ihre Anwendbarkeit ist jedoch wegen der Hg-Dampfspannung auf Temperaturen bis etwa 220° beschränkt.

Drucker u. Ullmann (Z. phys. Chem. 74, 567, 1910) haben den Einfluß der Adsorption an der Glaswand auf Dampfdichtebestimmungen quantitativ untersucht (s. auch Eucken u. L. Meyer, Z. phys. Chem. (B) 5, 452, 1929).

**c) Messung des Dampfvolums durch Luftverdrängung.** Das Verdampfungsgefäß (Abb. 131) besteht aus einem etwa 2 cm weiten, kurzen Glasrohr, das nach oben in ein engeres Rohr von etwa 0,5 cm Weite ausläuft. Auf der einen Seite befindet

sich am oberen Ende ein Ansatzstutzen, durch den mit einem luftdicht eingeführten Stäbchen das Glaskölbchen mit der zu untersuchenden Substanz gehalten werden kann. Auf der anderen Seite führt ein kurzes, etwa 1 mm weites gebogenes Rohr nach dem Gasmeßzylinder. Das zum Einführen des Kölbchens oben offene Versuchsrohr kann mit einem Gummistopfen luftdicht verschlossen werden. Zur Ausführung des Versuchs wird das zunächst offene Rohr in einen Thermostaten der gewünschten Temperatur gebracht, der vollständig mit Wasser gefüllte Meßzylinder über den Ausgang des gebogenen Rohres gestülpt und das abgewogene Substanzkölbchen auf die Fallvorrichtung gelegt. Ist die gewünschte Temperatur erreicht und konstant, so wird das Versuchsrohr geschlossen. Der Wasserstand im Verbindungsrohr muß nun unverändert bleiben. Läßt man dann das Kügelchen in den Verdampfungsraum fallen, so springt die Hülle und die vom Dampf verdrängte Luft tritt in den Meßzylinder über. Sobald sich der Wasserstand nicht mehr ändert, kann aus der veränderten Meniskushöhe das Volum des gebildeten Dampfes ermittelt werden.

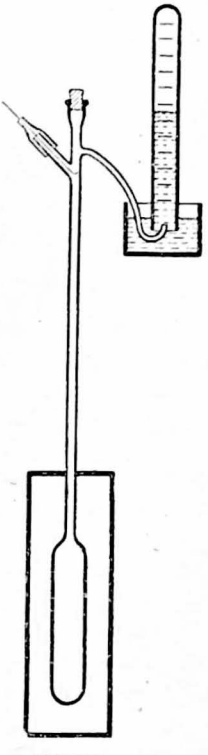


Abb. 131. Dampfdichtebestimmung nach V. Meyer

Ist $m$ die hineingebrachte Substanz in Gramm, $V$ das gemessene Luftvolumen in Kubikzentimeter, $t$ die Temperatur der im Meßzylinder aufgefangenen Luft, $H$ der Druck, unter dem sich die gemessene Luft befindet, in Torr, so ist die gesuchte Dampfdichte (bezogen auf Luft)

$$D = \frac{m}{V}\,\frac{760}{H}\,\frac{1 + 0{,}004\,t}{0{,}001293} = 587\,800\,\frac{m}{HV}\,(1 + 0{,}004\,t).$$

Durch den Ausdehnungskoeffizienten 0,004 an Stelle von 0,00367 ist der Luftfeuchtigkeit Rechnung getragen unter der Annahme, daß die Luft im Kolben zu zwei Dritteln, die im Meßzylinder dagegen ganz gesättigt ist. $H$ ist gleich dem Barometerstand $b$, vermindert um die in Quecksilberdruck umgewandelte Höhe $h$ (in Millimeter) der Wassersäule des Meßzylinders: $H = b - \frac{h}{13{,}6}$.

Die Methode liefert nur bei schnellem Verdampfen auf einige Prozent genaue Werte, was dadurch erreicht wird, daß man die Verdampfungstemperatur beträchtlich höher als die Siedetemperatur der Substanz wählt. Wirkt der Dampf chemisch auf die Luft ein, so benutzt man statt dessen Stickstoff oder Argon.

Menzies, Z. phys. Chem. **76**, 355, 1910. Eine Anordnung zum Messen bei vermindertem Druck hat u.a. Erdmann, Z. anorg. Chem. **32**, 425, 1902 beschrieben. Über gleichzeitige Temperatur- u. Dampfdichtebestimmung s. Biltz, Z. phys. Chem. **19**, 385. 1896.

Für Messungen bei hohen Temperaturen verwendet man für das Verdampfungsgefäß an Stelle von Glas Porzellan, Iridium oder Zirkonoxyd. So benutzte Nernst (Z. Elektroch. **13**, 623, 1903) bei Temperaturen bis 2000° ein kleines Iridiumgefäß von 3 cm³ Inhalt. Die Substanzmengen betrugen nur wenige Milligramm.

**d) Einfluß der Dissoziation.** Für dissoziierende Dämpfe, die meist in hoher Temperatur zu beobachten sind, bestimmt man Druck und Volum. Als Gefäß benutzt man z. B. einen Zylinder aus Quarzglas, der durch einen kapillaren Fortsatz mit dem Manometer verbunden ist. Da dieses sich zur Vermeidung der Kondensation auf hoher Temperatur befinden muß, benutzt man ein Federmanometer aus Quarzglas. Nachdem der Apparat mit dem zu verdampfenden Stoffe beschickt ist, wird

er von Luft befreit, zugeschmolzen und erhitzt. Das Manometer gibt nur den Druckunterschied gegen die Atmosphäre an, so daß nach Erreichung der gewünschten Temperatur noch das Barometer abzulesen ist. Die verdampfte Menge wird nach dem Erkalten durch Wägung oder Analyse ermittelt. Der schädliche Raum der Kapillare und des Manometers läßt sich so klein halten, daß er keinen Einfluß ausübt.

Ein Gefäß vom Volum $V$ (in dm³) würde ohne Dissoziation bei der Temperatur $t$ und dem Druck $p$ (in Torr)

$$\frac{V}{22{,}415} \cdot \frac{p}{760(1+\alpha t)} = a$$

Mole Dampf enthalten. Verdampft man also $\mu$ Mole eines Stoffes und ergibt sich, daß $\mu$ kleiner als $a$ ist, so hat Dissoziation stattgefunden, die gewöhnlich mit der Temperatur zunimmt.

Starck u. Bodenstein, Z. Elektroch. **16**, 961, 1910.

## E. Gasdichte bei hohen Drucken, Isothermen

Die thermischen Zustandsgrößen, wie Dichte, Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten, spezifisches Volum usw. bei hohen Drucken lassen sich aus dem Isothermenverlauf (z. B. im $pv$-$p$-Diagramm) ableiten. Man unterscheidet zwei Hauptverfahren zur Bestimmung der $pv$-Werte.

**a) Konstantes Hochdruckvolum.** Ein Druckgefäß (Piezometer) aus Glas oder Stahl mit bekanntem Volum wird bei einer bestimmten Temperatur mit dem zu untersuchenden Gas gefüllt. Ist der gewünschte Druck erreicht, dann wird das komprimierte Gas in verschieden große Glaskolben von Zimmertemperatur auf etwa Atmosphärendruck entspannt. Aus den sechs beobachteten Werten des Drucks, der Temperatur und des Volums bei Hoch- und Niederdruck kann jedesmal ein $pv$-Wert, bezogen auf eine Normeinheit (z. B. $pv = 1$ bei 0° und 760 Torr), erzielt werden. Mit zunehmendem Druck wächst die erforderliche Gasmenge, so daß die Genauigkeit der einzelnen $pv$-Werte im erreichbaren Druckbereich überall dieselbe bleibt.

Holborn u. Schultze, Ann. Phys. **47**, 1087, 1915; Holborn u. Otto, Z. Phys. **23**, 77, 1924.

**b) Veränderliches Hochdruckvolum.** Das Piezometer besitzt an seinem oberen Ende ein engeres kalibriertes Rohr. Zunächst wird das Gesamtvolum mit dem zu untersuchenden Gas bei Atmosphärendruck und Zimmertemperatur gefüllt und das Normvolum ermittelt. Mit Hilfe von Quecksilber wird darauf das Gas in den kapillaren Teil, der sich nunmehr auf der gewünschten Temperatur befindet, komprimiert und bei zunehmender Drucksteigerung zu bestimmten Drucken das zugehörige Hochdruckvolum ermittelt. Bei dieser Methode kann mit dem einmal ermittelten Normvolum eine Isotherme gemessen werden, deren Ausdehnung von der Größe des kalibrierten Teils abhängt. Bei steigendem Druck wird jedoch das Hochdruckvolum allmählich kleiner, so daß damit auch etwaige Fehler der Volummessung mit steigendem Gewicht in die Berechnungen eingehen.

Amagat, Ann. ch. phys. **29**, 68, 1893; Kam. Onnes u. Mitarbeiter, Comm. Leiden Nr. 69, 1901; Nr. 97a, 1906; Michels u. Gibson, Ann. Phys. (4) **87**, 850, 1928 (Platinkontakte zur Ermittlung der Hochdruckvolumina). Für Drucke bis 15000 kp/cm² s. Bridgman, Proc. Amer. Acad. **9**, 310, 1923.

# IV. Ausdehnung durch Wärme

## 1. Allgemeines, Definitionen

Der lineare Ausdehnungskoeffizient $\beta$ ist die Zunahme je Längeneinheit bei einer Temperaturerhöhung um ein Grad. Die entsprechende Änderung des Volums wird als kubischer Ausdehnungskoeffizient $\alpha$ bezeichnet. Da die Ausdehnungskoeffizienten mit steigender Temperatur im allgemeinen größer werden, ist es zweckmäßig, mittlere Ausdehnungskoeffizienten einzuführen, die auf eine bestimmte Ausgangstemperatur (meistens 0°) bezogen werden:

$$\beta = \frac{1}{L_0}\frac{L_t - L_0}{t}; \quad \alpha = \frac{1}{V_0}\frac{V_t - V_0}{t}.$$

Bei isotropen Körpern kann $\alpha = 3\beta$ gesetzt werden. Für nicht reguläre Kristalle ist die Ausdehnung in verschiedenen Richtungen im allgemeinen ungleich. Der kubische Ausdehnungskoeffizient ist dann gleich der Summe dreier linearer Ausdehnungskoeffizienten, die in beliebigen aufeinander senkrecht stehenden Richtungen ermittelt worden sind.

Sofern bei größeren Temperaturunterschieden das lineare Ausdehnungsgesetz $L_t = L_0(1 + \beta t)$ nicht mehr gilt, wird die Länge durch die Formel $L_t = L_0(1 + \beta_1 t + \beta_2 t^2)$ ausgedrückt, deren Konstanten $L_0$, $\beta_1$ und $\beta_2$ durch mindestens drei Beobachtungspunkte ermittelt werden. Der Ausdehnungskoeffizient bei der Temperatur $t$ ist dann in Teilen der Länge bei 0° ausgedrückt:

$$\beta_t = \frac{1}{L_0}\frac{dL}{dt} = \beta_1 + 2\beta_2 t.$$

Über die Ableitung theoretisch begründeter Beziehungen, z. B. daß sich der Ausdehnungskoeffizient proportional der spezifischen Wärme $c_v$ ändert, s. Grüneisen, Ann. Phys. **39**, 257, 1912; **55**, 371, 1918; s. auch Handb. d. Phys. **10**, 39ff., 1926; Ebert, Die Wärmeausdehnung fester und flüssiger Stoffe, Braunschweig 1940.

## 2. Ausdehnung fester Körper

### A. Längenausdehnung

**a) Komparatormethode.** $\alpha$) Absolute Messung. Man erhitzt den Stab ($\frac{1}{2}$ m lang) in einem längeren horizontalen, elektrisch geheizten Porzellanrohr. Durch zwei feststehende, zweckmäßig auf einer Schiene aus Invar befestigte Mikroskope mit Okularmikrometern werden kurze Teilungen an den Stabenden durch kleine Öffnungen des elektrischen Ofens anvisiert; die Temperatur wird längs des Stabes mit einem Thermoelement abgetastet. Ähnlich läßt sich die Längenänderung in Bädern tiefer Temperatur beobachten.

Holborn u. Day, Ann. Phys. **2**, 505, 1900; **4**, 104, 1901; Scheel u. Heuse, Verh. D. Phys. Ges. **9**, 449, 1907. — Eine Anordnung, bei der von den Enden des Stabes dünne, ein wenig belastete Drähte als Markenträger herabhängen, siehe bei Gray, Chem. and Metallurg. Engin. **21**, 327, 1919. Bei Messungen zwischen — 150° und 650° wurde eine Unsicherheit von $\pm$ 2,6 $\mu$/m erzielt. Vgl. auch Hidnert, Sci. Pap. Bur. Stand. **17**, 91, 1922.

$\beta$) Relative Messung. In einem langen vertikalen, unten geschlossenen Rohr $U$ aus einer gut definierten Glassorte (Jena 2954 III) oder aus Quarzglas (Abb. 132) ruht auf einer Spitze $S$ der Stab $A$; auf ihm, wieder mittels einer Spitze, ein Stab $B$

mit einer Teilung am oberen Ende. $U$, $S$ und $B$ bestehen aus demselben Material. Die Teilung auf $B$ wird mit der auf $U$ zunächst bei Zimmertemperatur und dann bei der gewünschten Temperatur verglichen. Um die Messungen auf absolute Zahlen zurückzuführen, muß die Ausdehnung des Vergleichsmaterials bekannt sein.

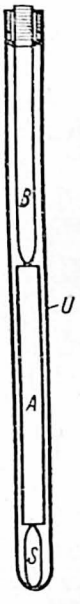


Abb. 132. Relative Messung der Längenausdehnung

Henning, Ann. Phys. **22**, 631, 1907; Holborn u. Henning, Z. Instrkde. **32**, 122, 1912; Ebert, Z. Phys. **47**, 712, 1928 (bis — 253° C).

**b) Hebelmethode.** Das eine Ende des Versuchsstabes wird festgelagert, während das andere Ende gegen einen kleinen Hebel drückt, an dem ein Spiegel befestigt ist. Die durch die Wärmeausdehnung des Stabes hervorgerufene Drehung des Spiegels wird mittels Fernrohr und Hilfsskala gemessen. Aus dem Abstand $r$ des Berührungspunktes von der Drehachse und dem Drehungswinkel $\varphi$ kann die Stabverlängerung $\delta$ berechnet werden nach der Formel $\delta = r \cdot \sin \varphi$, sofern bei einer der beiden Temperaturen der Hebelarm zur Stabrichtung senkrecht ist. Für den Ausdehnungskoeffizienten ergibt sich dann $\beta = \frac{\delta}{l t}$.

Diese Methode kann wesentlich verbessert werden, wenn man die Ausdehnung des Versuchsstabes relativ zu einem Vergleichsstab (in der Regel aus Quarzglas) mißt. An einem Ende sind die Stäbe fest miteinander verbunden. Die infolge Temperaturänderung eintretende Verschiebung der beiden anderen Enden gegeneinander kann mit Hilfe eines Hebels mit Spiegel auf einer Hilfsskala beobachtet werden.

Sieglerschmidt, Mitt. a. d. Materialprüf.-Amt **40**, 215, 1922; Stäblein, Stahl u. Eisen **46**, 101, 1926; Gerdien u. Jubitz (Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konz. **4**, 59, 1925) erreichten für den Ausdehnungskoeffizienten eine Genauigkeit von $3 \cdot 10^{-8}$. Der Vergleichsstab bestand aus Invarstahl.

**c) Interferenzmethode.** Die Ausdehnung wird durch die Verschiebung Newtonscher Streifen in Wellenlängen homogenen Lichtes gemessen. Als Lichtquellen können längsdurchsichtige Geißlersche Röhren mit etwas Quecksilber und Wasserstoff oder besser Helium verwendet werden. Von den emittierten Linien wird eine durch Farbfilter oder spektrale Zerlegung ausgesondert. Die Hg- und He-Linien zeigen bis zu hohen Gangunterschieden scharfe Interferenzen.

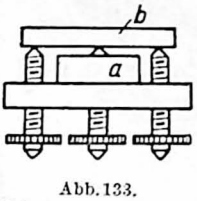


Abb. 133. Interferenz-Dilatometer nach Fizeau

α) Methode nach Fizeau. Eine Stahlplatte ist von drei Stahlschrauben durchsetzt, die eine Glasplatte $b$ mit planpolierter Unterfläche tragen (Abb. 133). Der zu untersuchende Körper $a$, der die Gestalt einer Platte oder eines Zylinders hat und dessen Oberfläche poliert ist, befindet sich zwischen den Schrauben, die so weit herausgedreht werden, daß die beiden benachbarten Flächen von $a$ und $b$ nur geringen Abstand haben und einander fast parallel sind. Beleuchtet man die Flächen von oben her mit homogenem Lichte, so erscheinen sie dem von oben beobachtendem Auge mit Newtonschen Interferenzstreifen durchsetzt, die beim Erwärmen oder Abkühlen der ganzen Anordnung wegen der verschiedenen Ausdehnung der Schrauben und des Probekörpers und der dadurch bewirkten Dickenänderung des Luftzwischenraumes wandern. — Wegen der thermischen Nachwirkung des Stahles ist es besser, ihn durch Platiniridium zu ersetzen.

$\beta$) Quarzringmethode nach Pulfrich (Abb. 134). An die Stelle der wirksamen Länge der Stahlschrauben tritt ein 10 bis 15 mm hoher Hohlzylinder aus Quarzkristall oder Quarzglas, der mit drei Vorsprüngen auf einer ebenen Bodenplatte ruht und gleichfalls auf drei Vorsprüngen die Deckplatte trägt. Boden- und Deckplatte bestehen aus demselben Werkstoff wie der Ring. Der zu untersuchende, schraffiert gezeichnete Körper steht inmitten des Ringes; seine Höhe soll nur wenig niedriger als diejenige des Ringes sein.

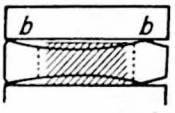



Abb. 134. Interferenz-Dilatometer nach Pulfrich

Aus einer Verschiebung der Streifen um $p$ Streifenbreiten ergibt sich eine Abstandsänderung der Flächen unterhalb $b$ um $\delta = \frac{p}{2}\lambda$, worin $\lambda$ die Wellenlänge des benutzten Lichtes in Luft ist. Die Verschiebung wird an Marken auf der Unterfläche der Deckplatte mikrometrisch gemessen.

In den beiden Fällen $\alpha$) und $\beta$) mißt man nur den Unterschied zwischen den Ausdehnungen des Probekörpers und der Schrauben oder des Ringes. Will man die Ausdehnung des Probekörpers selbst haben, so muß man diejenige der Schrauben oder des Ringes in Rechnung setzen. Man bestimmt sie mit der gleichen Anordnung, indem man den Probekörper entfernt und die Verschiebung der Interferenzstreifen beobachtet, die an der unteren Fläche der Deckplatte und der oberen Fläche der Bodenplatte entstehen. — Die Ausdehnung von Quarz ist mehrfach gemessen worden und kann deshalb als bekannt vorausgesetzt werden (Tab. 65).

Die Wellenlänge in der Luftschicht wird durch die Änderungen der Temperatur und durch etwaige Luftdruckschwankungen beeinflußt. Dies wird folgendermaßen berücksichtigt: Im Zustande 1 sei die Wellenlänge $\lambda_1$ und die Dicke der Luftschicht an der Marke $d_1$, im Zustande 2 entsprechend $\lambda_2$ und $d_2$. Dann ist $d_2 = d_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{p}{2}\lambda_2$ ($p$ mit seinem richtigen Vorzeichen einsetzen!) und demgemäß $\delta = d_2 - d_1 = \frac{p}{2}\lambda_2 + d_1 \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1}$. Bei größerem Abstand $d_1$ der beiden Flächen $a$ und $b$ wird daher die Genauigkeit durch Messung im Vakuum ($\lambda_0$) erhöht, weil dann $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$ und somit einfach $\delta = \frac{p}{2}\lambda_0$ ist.

Fizeau, Pogg. Ann. **119**, 87, 1863; **128**, 564, 1866; Benoît, Trav. et Mém. Bur. int. I, 1881 u. VI, 1888; Pulfrich, Z. Instrkde. **13**, 365, 401, 437, 1893; Scheel, Ann. Phys. **9**, 837, 1902; Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **4**, 33, 1904; Verh. D. Phys. Ges. **9**, 3, 718, 1907; Valentiner u. Wallot, Ann. Phys. **46**, 837, 1915. Arnulf, Rev. d'Opt. **3**, 270, 1924 hat die Methode durch eine photographische Registriereinrichtung vervollkommnet.

$\gamma$) Neigungsänderung. Die Deckplatte wird durch eine Schneide aus einem Stoffe bekannter Ausdehnung und einen Stift aus dem zu untersuchenden Material getragen. Bei einer Temperaturerhöhung wird die gegenseitige Neigung von Boden- und Deckplatte, zwischen denen die Interferenzen erzeugt werden, um den Winkel $\Delta\varphi$ geändert. Damit ändert sich auch die Anzahl der Streifen zwischen zwei um $a$ voneinander entfernten Marken der Deckplatte um $\Delta p$, und es wird $\Delta\varphi = \Delta p \frac{\lambda}{2a}$. Hierbei wird die Korrektion wegen Änderung der Luftschicht praktisch eliminiert.

Einen auf dies Prinzip gegründeten Ausdehnungsapparat, der vorteilhaft ist, wenn sich der zu untersuchende Stoff nicht beliebig formen läßt, s. bei Priest, Sci. Pap. Bur. Stand. **15**, 6669, 1920.

### B. Volumausdehnung

**a) Ausdehnung eines Gefäßes.** Der Ausdehnungskoeffizient von Glas läßt sich bequem und genau durch Wägung der Quecksilberfüllungen ermitteln, die bei zwei verschiedenen Temperaturen von einem aus der betreffenden Glassorte hergestellten Gefäß aufgenommen werden. Dem Gefäß gibt man die Form eines Kolbens mit ausgezogener und umgebogener Spitze (Abb. 135), die man, damit das Quecksilber glatt abreißt, zunächst zuschmilzt, dann in der Flamme abrundet und bis zu einer feinen Öffnung abschleift. Nach Wägung des leeren Kolbens füllt man ihn mit Quecksilber, indem man ihn erwärmt und die Spitze in Quecksilber taucht; beim Erkalten wird Quecksilber eingesaugt. Dies wiederholt man, indem zuletzt das Quecksilber zum Sieden gebracht wird, bis zur vollständigen Füllung. Endlich läßt man den Kolben unter Quecksilber bis zu einer Temperatur $t_1$ abkühlen. Die Wägung des so ganz gefüllten Kolbens ergebe nach Abzug des Leergewichts das Reingewicht $m_1$ des Quecksilbers. Dann erwärmt man bis zu einer Temperatur $t_2$, wobei Quecksilber ausfließt, und bestimmt wieder das Reingewicht $m_2$.

Abb. 135. Gefäß zur Messung der Volumausdehnung

Der kubische Ausdehnungskoeffizient des Glasgefäßes ist dann

$$\alpha = \frac{1}{t_2 - t_1}\left(\frac{m_2}{m_1}\frac{\varrho_1}{\varrho_2} - 1\right),$$

wobei $\varrho_1$ und $\varrho_2$ die den Temperaturen $t_1$ und $t_2$ entsprechenden Quecksilberdichten bedeuten.

**b) Ausdehnung eines Vollkörpers.** Die Volumausdehnung eines anisotropen Vollkörpers, die oft schwierig aus den linearen Ausdehnungen zu berechnen ist, ermittelt man aus Dichtebestimmungen (S. 209). Sind für $t_1$ und $t_2$ die Dichten $\varrho_1$ und $\varrho_2$ beobachtet, so ist der kubische Ausdehnungskoeffizient

$$\alpha = 3\beta = \frac{1}{t_2 - t_1}\left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2} - 1\right).$$

### 3. Ausdehnung von Flüssigkeiten

**a) Gefäßmethoden.** α) Wägungsmethode. Ein Gefäß (meistens aus Glas) nach Art der Pyknometer (S. 207), das bei $t_1$ bis zu einer Marke mit der Flüssigkeit gefüllt ist, habe das Flüssigkeitsgewicht $m_1$. Nun erwärmt man das Gefäß in einem Bade auf $t_2$ und entfernt die sich ausdehnende Flüssigkeit etwa durch Austupfen mit Fließpapier bis zu der genannten Marke; erkaltet sei das Flüssigkeitsgewicht $m_2$. Der mittlere Ausdehnungskoeffizient $\alpha$ der Flüssigkeit zwischen $t_1$ und $t_2$ beträgt dann

$$\alpha = 3\beta' \frac{m_1}{m_2} + \frac{1}{t_2 - t_1}\frac{m_1 - m_2}{m_2}, \tag{1}$$

wobei $3\beta'$ der kubische Ausdehnungskoeffizient des benutzten Gefäßmaterials ist.

$\beta$) Dilatometer. Hier wird die Volumänderung der Flüssigkeit in der an einem Glasgefäß angesetzten Kapillare beobachtet. Sind die bei den Temperaturen $t_1$ und $t_2$ abgelesenen Volume $v_1$ und $v_2$, so beträgt der mittlere Ausdehnungskoeffizient

$$\alpha = 3\beta' \frac{v_2}{v_1} + \frac{1}{t_2 - t_1} \frac{v_2 - v_1}{v_1}. \qquad (2)$$

Das Gefäß kalibriert man mit Quecksilber oder Wasser, die Kapillare mit Quecksilberfäden, die man wägt. Anstatt zu kalibrieren, kann man auch zuerst eine Flüssigkeit von bekannter Ausdehnung in dem Apparat untersuchen und daraus die Volumverhältnisse ableiten. — Sehr geeignet ist das Pyknometer Abb. 120D (S. 207), wenn die Steigrohre geteilt und kalibriert sind.

Bei Flüssigkeiten mit großer Dampfspannung muß das Verdampfen, auch innerhalb des Dilatometers, beachtet werden.

Für hohe Temperaturen u. Drucke vgl. Amagat, Ann. ch. phys. **29**, 68, 505, 1893; auch Bornemann u. Siebe, Z. Metallkde. **14**, 329, 1922.

**b) Auftriebsmethode.** Mit Hilfe einer hydrostatischen Waage wird ein Glaskörper bei den Temperaturen $t_1$ und $t_2$ in der zu untersuchenden Flüssigkeit gewogen. Betragen die entsprechenden Auftriebe $m_1$ und $m_2$, so gilt die oben angegebene Formel (1).

Vgl. Lambertz, Chem.-Z. **60**, 755, 1936.

**c) Methode der kommunizierenden Röhren.** Sie beruht darauf, daß sich die Höhen zweier miteinander kommunizierender Flüssigkeitssäulen $h_1$ und $h_2$ umgekehrt wie die Dichten der Flüssigkeiten bei den zugehörigen Temperaturen $t_1$ und $t_2$ verhalten. In der praktischen Ausführung wurden die Längen der zu vergleichenden Säulen nahezu gleich gemacht und die an den nicht kommunizierenden unteren Enden auftretende Druckdifferenz durch ein Differentialmanometer gemessen, dessen beide Schenkel auf gleicher Temperatur gehalten wurden. Der Ausdehnungskoeffizient ist dann $\alpha = \frac{1}{t_2 - t_1} \frac{h_2 - h_1}{h_1}$.

Thiesen, Scheel u. Diesselhorst, Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **3**, 1, 1900; Thiesen, ebd. **4**, 1, 1904.

Diese Methode ist als einzige unabhängig von der Ausdehnung des verwendeten Hilfsmaterials, erfordert jedoch eine so umfangreiche Versuchsanordnung, daß sie nur zur fundamentalen Bestimmung der wichtigsten Flüssigkeiten (Wasser, Quecksilber) verwendet worden ist.

## 4. Ausdehnung von Gasen

Die Ausdehnungskoeffizienten von Gasen im Druckbereich bis etwa 1000 Torr werden mit dem Gasthermometer gemessen (S. 155).

Die Wärmeausdehnung von Gasen im Gebiet höherer Drucke kann sehr genau aus den Isothermen berechnet werden (Messung der Isothermen S. 222).

# V. Gleichgewicht verschiedener Phasen

## 1. Schmelzpunkt, Erstarrungspunkt reiner Stoffe

### A. Allgemeines

Bei reinen Stoffen ist dieser Punkt mit großer Genauigkeit meßbar, da die Temperatur bei Wärmezufuhr bzw. Wärmeabgabe infolge der latenten Wärme eine Zeitlang konstant bleibt. Die meisten physikalischen Eigenschaften, wie z. B. das spezifische Volum, die elektrische Leitfähigkeit, das Lösungsvermögen für Gase, erleiden am Schmelzpunkt eine diskontinuierliche Änderung. Geht die Zustandsänderung in der Richtung flüssig-fest vor sich, so kann es vorkommen, daß der Beginn der Erstarrung infolge Unterkühlung wesentlich tiefer liegt als der Schmelzpunkt. Gemische mehrerer Stoffe, wie die meisten Fette, Paraffine und Glas, haben im allgemeinen keinen scharfen Schmelzpunkt, sondern erweichen innerhalb eines Temperaturintervalles.

### B. Bestimmungsmethoden

**a) Haltepunktmethode.** Sie wird von den tiefsten Temperaturen bis zum Iridiumschmelzpunkt angewendet, liefert die genauesten Werte und gestattet außerdem, Aussagen über den Verlauf des Schmelzens bzw. Erstarrens zu machen. Die zu untersuchende Substanz wird in einem geeigneten Behälter langsam erhitzt bzw. abgekühlt und gleichzeitig die Temperatur (mit Thermoelement, Widerstandsthermometer oder optischem Pyrometer) beobachtet. Der Schmelz- bzw. Erstarrungspunkt macht sich am „Haltepunkt" der Temperaturkurve bemerkbar. Es ist von Vorteil, zur genauen Orientierung die Ofentemperatur außerhalb des Behälters zu verfolgen. Die zu untersuchende Substanz bringt man bei tiefen Temperaturen in ein doppelwandiges Glasgefäß, bei mittleren und hohen Temperaturen in ein Porzellangefäß, für sehr hohe Temperaturen in einen Thoriumoxydtiegel oder in Fällen, in denen es chemisch zulässig ist, in einen Graphittiegel. Bei optischen Temperaturmessungen wird ein Röhrchen oder eine Kugel, deren Inneres durch eine Bohrung mit angesetztem Trichter beobachtet werden kann (schwarzer Körper, s. S. 293), in die Schmelze eingetaucht.
Fehlerquellen bei der Ermittlung des Haltepunktes können kleine Verunreinigungen sein, die den Schmelzpunkt besonders bei hochschmelzenden Stoffen herabsetzen, ferner mangelhafter Temperaturausgleich innerhalb des Schmelzkörpers infolge schlechter Wärmeleitung und bei der Erstarrung Unterkühlung. Der letzte Fehler läßt sich durch kräftiges Rühren weitgehend beseitigen.

Henning, Temperaturmessung, S. 224 ff. Braunschweig 1915; Moser, Ann. Phys. (5) 1, 341, 1929 (Tripelpunkt von $H_2O$ mit einer Genauigkeit von $\pm 0{,}5° \cdot 10^{-4}$). Über die Bestimmung von Umwandlungspunkten bei tiefen Temperaturen s. Clusius, Z. phys. Chem. (B) 3, 41, 1929.

**b) Drahtmethode** (s. auch S. 166). Sie ist für elektrisch leitende Substanzen, z. B. Metalle, bis zu beliebig hohen Temperaturen anwendbar. Das zu untersuchende Metall wird in Form eines etwa 5 mm langen Drahtes (0,1–0,6 mm

Durchmesser) unter Vermeidung mechanischer Beanspruchung in einen Stromkreis geschaltet und neben einem Thermoelement in einem Ofen, gegebenenfalls in indifferenter Atmosphäre, erhitzt. Beim Durchschmelzen des Drahtes wird der Stromkreis unterbrochen. Aus der gleichzeitig abgelesenen Thermokraft des Thermoelementes ergibt sich die Schmelztemperatur. Wenig oxydierbare Drähte können in die Lötstelle des Elementes eingefügt werden, dessen eigene Thermokraft dann zur Beobachtung dient.

Holborn u. Day, Ann. Phys. **2**, 523, 1900; Hoffmann u. Meißner, ebd. **60**, 201, 1919. Über Fehler der Methode u. ihre Beseitigung s. Mendenhall u. Utterback, J. Opt. Soc. Amer. **15**, 62, 1927. Über Öfen für Messungen oberhalb 2000° s. Fehse, Elektrische Öfen mit Heizkörpern aus Wolfram. Braunschweig 1928.

**c) Bohrlochmethode.** Diese Methode ist ebenfalls für hohe Temperaturen geeignet, ja für höchste Temperaturen sogar die einzig anwendbare. In die Schmelzprobe wird in der Weise ein Loch gebohrt, daß das Verhältnis Tiefe zu lichter Weite mindestens 7 : 1 beträgt. Die entstandene Öffnung kann für eine mikropyrometrische Temperaturmessung als hinreichend schwarzer Körper angesehen werden. Handelt es sich um einen Stab, der in einer geeigneten Atmosphäre elektrisch erhitzt wird, so schmilzt das Material zuerst in der Nähe der Bohrung, weil wegen des kleineren Querschnitts die Erwärmung dort am größten ist. Der Augenblick des Schmelzens wird dadurch bemerkbar, daß sich die Strahlungseigenschaften des Bohrlochs plötzlich ändern. Anlaß zu Fehlern gibt eine ungenügende Schwärzung. Dies gilt besonders für stark reflektierende Metalle (s. auch S. 291).

Pirani u. Alterthum, Z. Elektroch. **29**, 6, 1923.

Nach entsprechender Modifikation ist die Methode auch für nichtleitende Substanzen anwendbar. Vgl. Agte, Beiträge zur Kenntnis hochschmelzender Stoffe. Diss. Berlin 1931. — Schmelzpunkte unter hohem Druck bei Johnston u. Adams, Z. anorg. Chem. **80**, 281, 1913; Bridgman, Handb. Exp. Phys. **8** [2], 1929, S. 336ff.

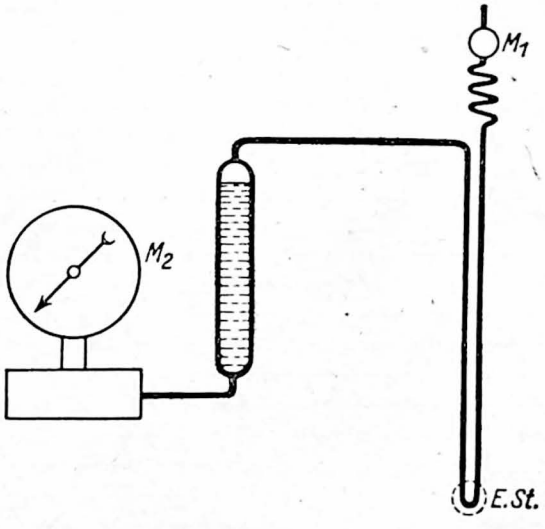


Abb. 136. Einfriermethode

**d) Einfriermethode.** Sie ist dazu geeignet, die Abhängigkeit der Erstarrungstemperatur vom Druck bei tiefen Temperaturen zu untersuchen. Zwischen zwei Manometern $M_1$ und $M_2$ (Abb. 136) wird ein kurzes Stück der Verbindungskapillare, die Einfrierstelle *E. St.*, auf eine bestimmte Temperatur gebracht. Wird der Druck allmählich erhöht, so hört bei Verfestigung des Kapillarinhalts das Kommunizieren der Manometer auf. Um den Raum mit der zu untersuchenden Substanz möglichst klein zu halten, wird für $M_1$ ein Spiralmanometer verwendet. Die Temperatur wird mit Thermoelement oder Dampfdruckthermometer gemessen.

Simon, Ruhemann u. Edwards, Z. phys. Chem. (B) **6**, 62, 1929, untersuchten Helium bis 5600 Atm.

## 2. Siedepunkt und Sättigungsdruck reiner Stoffe

### A. Allgemeines

Unter Sättigungsdruck einer Flüssigkeit (oder eines festen Körpers) versteht man den Druck, bei dem sich für eine gegebene Temperatur die flüssige (oder feste) Phase mit der gasförmigen im Gleichgewicht befindet. Die Temperatur, bei der der Sättigungsdruck einer Flüssigkeit 1 Atm (760 Torr) beträgt, ist ihr normaler Siedepunkt.

Reduktion auf 760 Torr. Siedet die Flüssigkeit bei $b$ Torr und beträgt die Zunahme der Siedetemperatur auf 1 Torr Drucksteigerung $\delta°$, so korrigiert man durch Addition von $\delta \cdot (760 - b)$ zum beobachteten Siedepunkt. — Als empirische Näherungsformel gilt $\delta = (0{,}030 + 0{,}00011\, t)$ Grad/Torr, wenn $t$ den Siedepunkt bedeutet.

Genauer ist die Craftssche Regel, nach der bei chemisch verwandten Stoffen $\delta$ nahezu der absoluten Temperatur $T$ des Siedepunktes proportional ist. Ist also für einen verwandten Körper vom Siedepunkt $T'$ die Zahl $\delta'$ bekannt, so berechnet man sie für den Versuchskörper $\delta = \delta' \frac{T}{T'}$.

Die Dampfentwicklung beim Sieden geht von der geheizten Gefäßwand aus. Wird die Bildung von Dampfblasen z. B. bei entlüfteten Flüssigkeiten in gut gereinigten Gefäßen mit glatter Oberfläche verzögert, so können Siedeverzüge und damit besonders bei langsamem Sieden beträchtliche Überhitzung der flüssigen Phase auftreten.

Über den Verdampfungsvorgang vgl. Jakob u. Fritz, Forsch. Ing.-Wes. **2**, 435, 1931; Jakob, Z. VDI **76**, 373, 1932.

Siedeverzüge lassen sich durch Siedeerleichterer, z. B. poröse Körper oder Platinstückchen, weitgehend beseitigen. Lokale Erhitzung durch einen in den Boden des Gefäßes eingeschmolzenen Platindraht oder einen kleinen elektrisch geheizten Widerstandsdraht hat dieselbe Wirkung.

### B. Bestimmungsmethoden

**a) Statische Methoden.** Ihr Prinzip besteht darin, daß die zu untersuchende Substanz auf die gewünschte Temperatur gebracht und der entsprechende Sättigungsdruck an einem geeigneten Manometer abgelesen wird. Zur Erzielung großer Genauigkeit werden bei diesen Methoden große Anforderungen an die Reinheit der Substanz gestellt. Leicht flüchtige Verunreinigungen haben besonders bei kleinen Drucken falsche Werte zur Folge; schwer flüchtige Verunreinigungen bewirken eine Dampfdruckerniedrigung. Schon geringe flüchtige Verunreinigungen lassen sich dadurch feststellen, daß sie beim Zurückgehen von höheren Temperaturen die Kondensation hemmen und die zu bestimmten Temperaturen gehörigen Drucke höher erscheinen lassen als beim Temperaturanstieg. Manometer und Rohrleitungen müssen sich mindestens auf gleicher, besser auf höherer Temperatur befinden als das Kondensat, da sich die Substanz sofort an der kältesten Stelle kondensiert (S. 166).

$\alpha$) Mit Quecksilberbarometer. Für orientierende Messungen bei Zimmertemperatur stellt man zunächst ein Torricellisches Vakuum her, indem man ein etwa meterlanges, einseitig geschlossenes Glasrohr mit trockenem Quecksilber füllt und das gefüllte Rohr mit dem Finger verschlossen im Quecksilber umstürzt. Den luftfreien Stoff bringt man dann von unten — Flüssigkeit mit einem Spritzchen oder in einem kleinen leichten Fläschchen, das mit aufsteigen darf — in das Vakuum.

Der Sättigungsdruck des Stoffes ist dann bei der gemessenen Temperatur gleich der Differenz des Barometerstandes und der Hg-Höhe im Rohr (beides auf 0° reduziert).

Um den Dampfdruck auch bei einer anderen Temperatur messen zu können, muß man das Barometerrohr mit einem zylindrischen Glasrohr als Mantel umgeben, durch das man Wasser der betreffenden Temperatur oder Dampf hindurchleitet. Bei höherer Temperatur ist der Dampfdruck des Quecksilbers zu berücksichtigen. Flüssigkeiten von größerem Sättigungsdruck kann man über Quecksilber im geschlossenen kürzeren Schenkel eines umgekehrt stehenden Heberrohres untersuchen. Der Sättigungsdruck ist gleich dem äußeren Luftdruck ± Höhendifferenz des Quecksilbers in beiden Schenkeln. Verunreinigungen durch schwer flüchtige Körper werden hier bedenklicher, weil der verdampfende Bruchteil der zu untersuchenden Substanz groß und der Rest der Flüssigkeit also stärker verunreinigt ist.

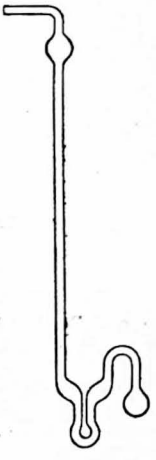


Abb. 137. Isoteniskop nach Smith und Menzies

*β*) Isoteniskop. Eine verbesserte Form ist das von Smith und Menzies entwickelte statische Isoteniskop (Abb. 137). Die zu untersuchende Substanz wird in das kugelförmige Gefäß gebracht und füllt auch noch das untere U-Rohr. Ist der Apparat auf die gewünschte Temperatur erhitzt, dann werden zunächst mittels einer angesetzten Hilfsapparatur leichtflüchtige Verunreinigungen und Luft weggepumpt und der Druck mittels der Hilfsapparatur so eingestellt, daß die Flüssigkeit in beiden Schenkeln des U-Rohres gleichhoch steht. Der Druck kann an einem Quecksilbermanometer abgelesen werden. Diese Methode ist auch geeignet, die Sättigungsdrucke fester Stoffe zu untersuchen, falls eine Sperrflüssigkeit verwendet wird, die keine merkliche Dampfspannung besitzt und mit dem Körper nicht reagiert.

Smith und Menzies, Ann. Phys. **33**, 971, 1910.

Fischer u. Rahlfs, Z. anorg. u. allg. Chem. **205**, 1, 1912, verwendeten bei höheren Temperaturen als Sperrflüssigkeit des Nullmanometers geschmolzenes Zinn und kompensierten den auftretenden Druck durch Wasserstoff. Über die Anwendung des statischen Verfahrens zur Messung des Sättigungsdruckes von Wasser oberhalb 200° bis zur kritischen Temperatur s. Holborn u. Baumann, Ann. Phys. **31**, 945, 1910; unterhalb 50° s. Scheel u. Heuse, ebd. **29**, 723, 1909 u. **31**, 715, 1910.

*γ*) Mit Glas- und Quarzmanometern. Greifen die zu messenden Dämpfe das Quecksilber an oder werden sie durch das Quecksilber zersetzt, so verwendet man Glas- oder Quarzmanometer, die zum Teil nach dem Prinzip der Bourdonschen Feder gebaut sind. Durch einen aufgesetzten Spiegel kann die Druckänderung verfolgt werden.

Flache Glasrohrspiralen als Manometer sind von Johnson, Z. phys. Chem. **61**, 457, 1908, und Preuner u. Brockmöller, ebd. **81**, 129, 1913 (aus Quarz bis 1200°) verwendet worden. Scheffer u. Treub, ebd. **81**, 313, 1913 u. Moser, Ann. Phys. (5) **14**, 790, 1932, verwendeten Membranmanometer aus Glas, bei denen die durch Druckänderung hervorgerufene Durchbiegung der Membrane mit Hilfe passend angeordneter Glaszeiger meßbar verfolgt werden konnte (Empfindlichkeit 0,01 mm Hg). Vgl. auch Moser u. Zmaczynski, Phys. Z. **40**, 221, 1939.

**b) Dynamische (Siede-) Methoden.** Das dynamische Verfahren eignet sich vorzüglich zum Reproduzieren von Fixpunkten bei höheren Temperaturen. Über die Siedetemperaturen von Wasser und Schwefel vgl. S. 150 und 151.

α) Siedeapparat mit Rückflußkühler. Mit einer Gasflamme oder in einem geeigneten Flüssigkeitsbade wird die Flüssigkeit langsam zum Sieden gebracht. Das Thermometer, das sich nicht in der Flüssigkeit, sondern im Dampfraum befinden soll, gibt dann die Siedetemperatur an.
Durch entsprechendes Regulieren von Hähnen an der Manometerflasche (künstliche Atmosphäre) kann man die Flüssigkeit bei jedem beliebigen Unterdruck sieden lassen. Das Manometer ist immer unmittelbar am Siedegefäß anzubringen, da namentlich bei kleinen Drucken der strömende Dampf in längeren Rohrleitungen an Druck verliert.

Beschreibung der ebulliometrischen Methode nach Swietoslawski s. Wojciechowski, Bur. Stand. J. Res. **17**, 453, 721, 1936. Vgl. auch Moser u. Zmaczynski, Phys. Z. **40**, 221, 1939.

β) Methode für geringe Mengen (Abb. 138). Die Substanz befindet sich in einem Glaskügelchen, dessen nach unten gebogenes Ansatzrohr an einem Thermometer festgebunden ist und mit diesem in ein Flüssigkeitsbad taucht. Der Siedepunkt ist erreicht, wenn bei sinkender Temperatur das Entweichen von Dampfblasen aus der Kapillare plötzlich aufhört oder wenn die Badflüssigkeit bis zu einer bestimmten Marke in der Kapillare gestiegen ist. Der Siededruck ist dann gleich dem Atmosphärendruck, vermehrt um den Druck der Flüssigkeitssäule über dem Ende der Kapillare oder dem Flüssigkeitsstand in der Kapillare. Schließt man die Anordnung in ein evakuierbares Gefäß, dann kann man die Siedekurve bei Unterdrucken verfolgen.

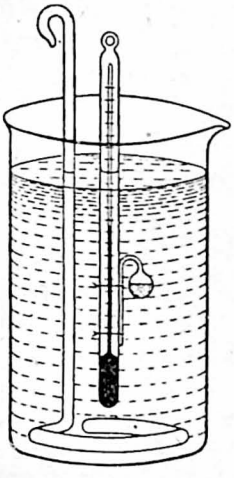


Abb. 138. Siedepunktbestimmung für kleine Stoffmengen

Smith u. Menzies, Z. phys. Chem. **75**, 494, 1911. Nach dem gleichen Prinzip arbeitet das dynamische Isoteniskop derselben Verfasser (Ann. Phys. **33**, 189, 1910).

γ) Hochsiedende Metalle. Die Siedetemperatur hochsiedender Stoffe (Metalle, Metalloxyde, Salze) beobachtet man an der Blasenbildung oder durch Messung der Mengen, die in einem elektrischen Ofen bei gleichmäßig steigender Temperatur in gleichen Zeiten verdampfen. Der heiße Tiegel mit dem zu verdampfenden Stoffe hängt zu diesem Zwecke mit einem Quarzglas- oder Wolframfaden an einer Federwaage, an der der zeitliche Gewichtsverlust sehr genau abgelesen werden kann. Bis gegen 1500° ist der Siedepunkt leicht zu erkennen an der ziemlich scharf einsetzenden Erhöhung der Gewichtsabnahme. Die hohen Temperaturen können durch ein Kohlewiderstandsrohr erzeugt werden; die Temperaturmessung erfolgt auf pyrometrischem Wege.

Greenwood, Z. Elektroch. **18**, 319, 1912; Ruff u. Mitarbeiter, Z. anorg. Chem. **117**, 147, 172, 1921; **219**, 376, 1934; Fischer, ebd. **219**, 1, 367, 1934. Vgl. auch Baur u. Brunner, Helv. Chim. Acta **17**, 958, 1934.

**c) Indirekte Methoden zur Messung sehr geringer Dampfdrucke.** α) Mitführen im Gasstrom. Ein bekanntes Volum eines indifferenten Gasstromes wird durch die zu untersuchende Flüssigkeit oder über eine große Oberfläche des zu untersuchenden festen Körpers geleitet. Bei genügend langsamer Strömung stellt sich der Sättigungsdruck der Substanz als Partialdruck ein. Die so mitgeführte Dampfmenge wird durch Absorption und Wägung quantitativ gemessen. Aus der

in der Volumeinheit mitgeführten Substanzmenge kann der Dampfdruck berechnet werden nach der Formel $p = \varrho \frac{RT}{M}$, wobei die Dichte $\varrho$ des Dampfes über der untersuchten Substanz aus dem Verhältnis der verdampften Menge zu dem durchgeleiteten Gasvolum ermittelt werden kann. Mit dieser Methode kann man Sättigungsdrucke bis unter $10^{-4}$ mm Hg ermitteln.

Über Ausführung und Rechnung s. z.B. Gahl, Z. phys. Chem. 33, 178, 1900; Gauß, Z. anorg. Chem. 25, 238, 1900. Anwendungen dieser Methode auf Sättigungsdrucke von Metallen bei v. Wartenberg, Z. Elektroch. 19, 482, 1913; Braune, Z. anorg. Chem. 111, 109, 1920.

$\beta$) Molekularströmung von Gasen. Diese Methode läßt sich nur auf sehr niedrige Drucke, wie die des Quecksilbers bei gewöhnlicher Temperatur, anwenden. Es wird der Unterschied der Sättigungsdrucke in zwei durch eine dünne Wand getrennten Räumen, die die zu untersuchende feste oder flüssige Substanz auf verschiedenen Temperaturen enthalten, aus der Geschwindigkeit beurteilt, mit der die Substanz aus dem Raume höherer Temperatur in den Raum niederer Temperatur durch ein kleines Loch in der Wand hinüberdestilliert. Ist $g$ die in der Zeit $\tau$ durch das Loch hindurchströmende Dampfmenge, so kann der Unterschied der Sättigungsdrucke in den beiden Räumen $p_1 - p_2$ berechnet werden nach der Beziehung

$$g = \sqrt{\varrho_1}\,\frac{p_1 - p_2}{W_1 + W_2}\,\tau,$$

in der $\varrho_1$ die Dichte des Dampfes bei der Versuchstemperatur und dem Druck von 1 dyn/cm², bezogen auf Sauerstoff bei 0°, und $W_1$ bzw. $W_2$ die Strömungswiderstände im Ausgangsraum bzw. im Loch sind. $W_1$ und $W_2$ lassen sich aus den entsprechenden Dimensionen berechnen. Für einen zylinderförmigen Raum ist

$$W_1 = \frac{3}{4\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{L}{R^3},$$

wo $L$ die Länge und $R$ den Radius bedeuten ($L \lesseqgtr 6R$; freie Weglänge der Moleküle groß im Verhältnis zum Röhrendurchmesser). $W_2 = \frac{\sqrt{2\pi}}{a}$, wo $a$ die Fläche des Lochs bezeichnet. Wird $g$ in Gramm, die Dimension von Loch und Röhre in Zentimeter und $\tau$ in Sekunden gemessen, so ergibt sich $p$ in dyn/cm².

Knudsen, Ann. Phys. 47, 697, 1915; Volmer u. Kirchhoff, Z. phys. Chem. 115, 233, 1915; Harteck, ebd. 134, 1, 1928; Fischer, Festschr. Techn. Hochsch. Breslau 1910—1935, S. 172.

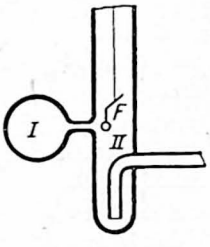


Abb. 139. Messung von Druckunterschieden mittels Molekularströmung

Auch Sättigungsdrucke schwer flüchtiger Metalle (z.B. Wolfram, Molybdän, Platin) sind nach diesem Prinzip untersucht worden. Ein Tiegel, dessen verschließbarer Deckel ein Loch von einigen Quadratmillimetern besitzt und in dem sich das zu untersuchende Metall befindet, wird in eine evakuierbare Apparatur eingeführt. In der Nähe des Tiegels befindet sich ein Thermoelement. Ist die Apparatur durch elektrisches Heizen auf die gewünschte Temperatur gebracht, wird das indifferente Füllgas ausgepumpt und die Apparatur auf Hochvakuum gehalten. Das Metall beginnt zu verdampfen und schlägt sich an den kälteren Stellen nieder. Sättigung des Dampfes kann durch

Variieren der Lochweite kontrolliert werden. Ist $g$ die Gewichtsabnahme des Tiegels, $O$ die Lochweite des Deckels, $\tau$ die Versuchsdauer und $M$ das Molgewicht, so ergibt sich der Dampfdruck nach der Formel

$$p = \frac{g}{\tau \cdot O}\sqrt{\frac{2\pi RT}{M}}.$$

Egerton, Proc. Roy. Soc. (A) **103**, 469, 1923. Langmuir, Phys. Rev. (2) **2**, 230, 1913; **30**, 201, 1927, ließ Drähte im Hochvakuum glühen und bestimmte sowohl aus dem Gewichtsverlust der Drähte als auch aus der Widerstandszunahme die verdampfte Metallmenge.

Mayer, Z. Phys. **67**, 240, 1931 hat eine Apparatur entwickelt (Abb. 139), bei der Druckdifferenzen von $10^{-7}$ bis $10^{-2}$ mm Hg zwischen den Kammern I und II durch den Ausschlag des Flügelchens $F$ mit Spiegel infolge der Molekularströmung meßbar verfolgt werden können.

### 3. Kritischer Punkt

**a) Meniskusmethode.** α) Geschlossene Röhren. Die Versuchsröhrchen bestehen meist aus schwer schmelzbarem Glas. Es empfiehlt sich für sie etwa eine Länge von 10 cm, eine lichte Weite von 1 cm und eine Wandstärke von 1–2 mm. Durch Eintauchen eines Ansatzrohres in die zu untersuchende Flüssigkeit, abwechselndes Erwärmen und Abkühlen, wird das Versuchsrohr teilweise gefüllt. Mittels einer Quecksilberluftpumpe werden darauf nach Abkühlung des Röhrchens in flüssiger Luft die letzten Luftreste ausgepumpt, wobei nur wenig Flüssigkeit verdampft, und das Röhrchen abgeschmolzen. Da die Substanzfüllung nahezu die kritische Dichte haben muß, füllt man mehrere gleichgroße Röhrchen verschieden hoch und beobachtet, in welchem Röhrchen der Meniskus bei Erwärmung im mittleren Teil (also nicht am oberen oder unteren Ende) verschwindet. Die Temperatur, bei der das Verschwinden des Meniskus im Innern des Rohres eintritt, ist die kritische. Ein Rohr, bei dem der Meniskus in der Mitte verschwindet, hat eine Füllung, aus deren Volum und Masse sich die kritische Dichte und das kritische Volum angenähert berechnen lassen. Der kritische Druck bleibt unbestimmt. Zur Erzielung guter Ergebnisse muß die Badflüssigkeit gut durchgerührt werden.

Hein, Z. phys. Chem. **86**, 385, 1914. Geeignete Flüssigkeits- bzw. Dampfbäder s. Centnerszwer, ebd. **46**, 426, 1903; Drucker, ebd. **74**, 612, 1910. Eck, Phys. Z. **40**, 3, 1939, benutzte elektrisch geheizte Metallzylinder zur Aufnahme der Kapillaren.

β) Offene Röhren. Eine bekannte Menge flüssiger Substanz wird in das senkrecht stehende kalibrierte Versuchsrohr eingeführt und durch Quecksilber nach unten abgeschlossen. Mit Hilfe eines Thermostaten, der den Dampfraum und einen Teil der Flüssigkeit einschließt, wird allmählich bis zur kritischen Temperatur erhitzt. Gleichzeitig wird der Versuchsdruck so geregelt, daß der Meniskus stets in der Mitte des von der Versuchssubstanz eingenommenen Volums bleibt. Wenn der Meniskus verschwindet, kann man die kritische Temperatur und den zugehörigen kritischen Druck ablesen. Aus der Größe des von der Substanz eingenommenen Volums kann außerdem das kritische Volum berechnet werden.

Kamerlingh Onnes, Dorsman u. Holst, Comm. Leiden Nr. 145b, 1914. Eine einfache Anordnung zur Bestimmung des kritischen Druckes hat Altschul, Z. phys. Chem. **11**, 577, 1893 beschrieben.

**b) Isothermen-, Isopyknenmethode.** In undurchsichtigen Gefäßen lassen sich die kritischen Größen entweder mit Hilfe der Isothermenmethode (vgl. Isothermen-

messung S. 222) oder der Isopyknenmethode bestimmen. Nach der letzteren verfolgt man den Verlauf des Sättigungsdruckes einer Flüssigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur in der Nähe des kritischen Punktes. Solange das System zweiphasig ist, fallen sämtliche Isopyknen mit der Dampfdruckkurve zusammen. Verschwindet jedoch bei der Erwärmung eine der Phasen, so weist bei graphischer Darstellung die Dampfdruckkurve einen Knick auf, und zwar steigt der Sättigungsdruck dann steiler an als zuvor, wenn nur Flüssigkeit, dagegen schwächer, wenn nur Dampf vorhanden ist. Wählt man die mittlere Dichte einmal etwas kleiner, das andere Mal etwas größer als die kritische, so fallen die Knickpunkte praktisch aufeinander und damit mit dem kritischen Punkt zusammen. Um das Volum bei steigenden Temperaturen und Drucken konstant halten zu können, verwendet man eine isoliert eingeführte Platinspitze, deren Kontakt mit dem als Kompressionsflüssigkeit benutzten Quecksilber gerade aufrechterhalten wird.

Cailletet u. Collardeau, J. phys. **10**, 333, 1891. Holborn u. Baumann, Ann. Phys. (4) **31**, 945, 1910, bestimmten die kritische Temperatur des Wassers, indem sie nach Einstellung eines höheren Anfangsdruckes den isothermen Verlauf des Sättigungsdruckes in Abhängigkeit von der Versuchsdauer in der Nähe der kritischen Temperatur beobachteten. Am kritischen Punkt fehlt der horizontale Teil der Isotherme (Tangente im Wendepunkt der Isotherme parallel zur Zeitachse).

**c) Methode der orthobaren Dichten von Flüssigkeit und Dampf.** Sie besteht darin, zu einer bis zur kritischen Temperatur aufsteigenden Reihe von Temperaturen die Dichten von Flüssigkeit und gesättigtem Dampf zu bestimmen. Trägt man diese Dichten auf einem Temperaturdiagramm ein, so nähern sich die Dichtewerte der beiden im Gleichgewicht stehenden Phasen bei Annäherung an die kritische Temperatur immer mehr. Aus dem Schnittpunkt der Dichtekurve mit der Verbindungslinie der arithmetischen Mittelwerte zusammengehöriger Phasendichten („gerade Mittellinie" nach Mathias) lassen sich kritische Dichte und Temperatur sehr genau ermitteln.

Über die umfangreiche Versuchsanordnung zur Messung der erforderlichen Werte vgl. Mathias u. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden Nr. 117, 1911.

## 4. Gefrierpunkt, Siedepunkt und Sättigungsdruck von Lösungen

### A. Allgemeines

Die Ermittlung des Gefrierpunktes oder des Siedepunktes einer Lösung dient vorzugsweise der Bestimmung des Molekulargewichtes des gelösten Stoffes. Die Erstarrungstemperatur einer Lösung liegt tiefer, ihre Siedetemperatur höher als bei dem reinen Lösungsmittel. Bei gegebener Temperatur ist der Dampfdruck über der Lösung geringer als über dem reinen Lösungsmittel.

Die Gefrierpunktserniedrigung verdünnter Lösungen ist ebenso wie die Siedepunktserhöhung proportional der Molarkonzentration der Lösung, d.h. der in 1000 g des Lösungsmittels enthaltenen Anzahl von Grammolekülen, „Molen", des gelösten Stoffes.

Sind in 1000 g des Lösungsmittels $m$ g des Stoffes vom Molekulargewicht $M$ gelöst, so gilt für die Gefrierpunktserniedrigung $\Delta T_f$ die Beziehung

$$\Delta T_f = 0{,}001\,98\,\frac{T_f^2}{L_f}\,\frac{m}{M} = G\frac{m}{M}. \qquad (1)$$

($T_f$ = abs. Schmelztemperatur, $L_f$ = Schmelzwärme des reinen Lösungsmittels je Gramm.)
Die Konstante $G$ beträgt für

Wasser 1,86; Benzol 5,07; Essigsäure 3,60; Phenol 6,75 Grad/Mol.

Die entsprechende Beziehung für die Siedepunktserhöhung $\Delta T_d$ lautet

$$\Delta T_d = 0{,}001\,98\,\frac{T_d^2}{L_d}\,\frac{m}{M} = S\,\frac{m}{M}\,. \qquad (2)$$

($T_d$ = abs. Siedetemperatur, $L_d$ = Verdampfungswärme des reinen Lösungsmittels je Gramm.)
$S$ beträgt für Wasser 0,51; Benzol 2,62; Chloroform 3,76; Äthyläther 2,18; Äthylalkohol 1,22 Grad/Mol.

Aus den Beziehungen (1) und (2) ergibt sich $M = G\,\frac{m}{\Delta T_f}$ bzw. $= S\,\frac{m}{\Delta T_d}$.
Bei Elektrolyten ist die Gefrierpunktserniedrigung größer, als dem Molekulargewicht entspricht, weil die Moleküle in der Lösung dissoziiert sind.

## B. Bestimmungsmethoden

**a) Gefrierpunktserniedrigung.** α) Anordnung von Beckmann (Abb. 140). Der innere Zylinder enthält das Beckmann-Thermometer und einen Rührer, der durch ein Uhrwerk oder elektromagnetisch bewegt werden kann. Von dem äußeren Zylinder, der sich in einer Kältemischung befindet, ist er durch eine Luftschicht getrennt. Die durch das Verhältnis von Eis zu Kochsalz regulierbare Temperatur der Kältemischung soll nicht mehr als 3° unter der Gefriertemperatur des Lösungsmittels liegen. Der innere Zylinder wird mit etwa 20 g des Lösungsmittels beschickt und dessen Gefrierpunkt bestimmt. Ebenso, nachdem eine gewogene Menge des aufzulösenden Stoffes eingeführt wurde, der erniedrigte Gefrierpunkt. Man erniedrigt um einige Zehntelgrad, wenn man etwa 0,001 bis 0,002 g-Molekül zu 10 g des Lösungsmittels hinzusetzt. Einen Versuch mit einer zweiten vorher abgewogenen Dosis kann man sofort anschließen.

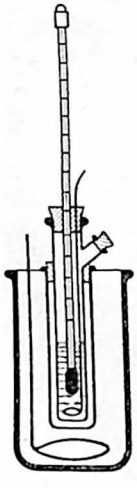


Abb. 140. Bestimmung der Gefrierpunktserniedrigung nach Beckmann

Da es darauf ankommt, die Gefrierpunktserniedrigung einer Lösung gegen ihr Lösungsmittel mit großer Genauigkeit zu bestimmen, und da der Gefrierpunkt des Lösungsmittels durch geringfügige Ursachen etwas geändert werden kann, so ermittelt man die Gefrierpunkte des Lösungsmittels und der Lösung mit demselben Thermometer in gleicher Eintauchtiefe kurz nacheinander. Die Einstellung des hochempfindlichen Thermometers kann schon durch veränderten Außendruck beeinflußt werden.

β) Vorsichtsmaßregeln. Man bestimmt den Gefrierpunkt durch langsames Abkühlen der Lösung unter stetem Umrühren mit leichtem Klopfen des Thermometers. Die Temperatur pflegt zunächst ohne Erstarren der Lösung unter den Gefrierpunkt zu sinken; beginnt die Ausscheidung, so steigt die Temperatur plötzlich auf den Gefrierpunkt, der nun abgelesen wird. Das Gefrieren wird zweckmäßig durch Impfen mit einer Spur von gefrorenem Lösungsmittel eingeleitet.

Fehlerquellen bei der Anordnung sind folgende: 1. Man setzt bei der Berechnung der Konzentration die gesamte Menge des Lösungsmittels ein, obwohl ein Teil bereits ausgefroren, also nicht mehr Lösungsmittel ist; 2. wenn man zu kalte Außenbäder verwendet, ergibt sich eine zu tiefe Gefriertemperatur, da die Konvergenztemperatur, d.h. diejenige Temperatur, der die Lösung zustreben würde, wenn kein Gefrieren einträte, zu niedrig liegt. Den unter 1. genannten Fehler kann man vermeiden, wenn man die Unterkühlung mißt, aus der spezifischen Wärme der Lösung und der Erstarrungswärme des Lösungsmittels die Menge des gebildeten Eises berechnet und diese von der Menge des Lösungsmittels abzieht. Wegen 2. wähle man die Außentemperatur nahe der Gefriertemperatur.

γ) Genaue Messung. Hier hat stets eine genaue Analyse der mit dem Eis im Gleichgewicht befindlichen Lösung zu erfolgen. Man arbeitet ferner mit größeren Mengen Lösung, am besten 0,5 bis 1 l, außerdem mit großen Mengen feinverteilten Eises.

Über die Korrektion für den Einfluß des Außenbades und der Eismenge s. Nernst u. Abegg, Z. phys. Chem. **15**, 681, 1894.

Ist der gelöste Körper analytisch leicht zu bestimmen, z.B. durch eine einfache Titration, so empfiehlt sich folgendes Verfahren: Man füllt ein Vakuummantelgefäß von 0,25 bis 0,5 l mit Wasser und gut gewaschenen kleinen Eisstückchen (am besten reinem Schnee), setzt einen Korken mit drei Bohrungen für das Thermometer, einen Glasrührer und zum Einsenken der Pipette auf und bestimmt den Gefrierpunkt des Lösungsmittels, der bei sorgfältiger Beobachtung nur innerhalb der Ablesungsfehler schwanken darf. Dann ersetzt man einen Teil des Wassers durch das gleiche Volum einer Mutterlösung, bestimmt wieder unter Rühren den Gefrierpunkt, pipettiert genügend Lösung zur Analyse heraus, fügt ein gleiches Volum Mutterlösung hinzu und kann so hintereinander eine ganze Reihe von Konzentrationen untersuchen.

Prytz, Ann. Phys. **7**, 882, 1902; Richards, Z. phys. Chem. **44**, 563, 1903. Weitere Literatur u.a.: Beckmann, ebd. **2**, 638 u. 715, 1888; **44**, 161, 1903. Über Vorsichtsmaßregeln: Abegg, Wied. Ann. **64**, 486, 1898; Jahn, Z. phys. Chem. **50**, 129, 1905; Roth, ebd. **43**, 537, 1903 u. **79**, 599, 1912. Über den Gang der Depression in konzentrierten Lösungen z.B. Abegg, ebd. **15**, 209, 1894; Jones u. Mitarbeiter, z.B. Amer. Chem. J. **38**, 683, 1907.

Es ist vorteilhaft statt eines Thermometers ein Differentialthermoelement zu verwenden, dessen eine Lötstelle in das gefrierende Lösungsmittel und dessen andere in die gefrierende Lösung einzutauchen ist. So benutzten Abel, Redlich u. Lengyel, Z. phys. Chem. **132**, 189, 1928, eine Thermosäule von 30 hintereinandergeschalteten Einzelelementen.

**b) Siedepunktserhöhung.** Bei der Bestimmung der Siedepunktserhöhung können die Fehler weit größer sein als bei der Gefrierpunktserniedrigung, weil der Siedepunkt stark vom Luftdruck abhängt, die Temperaturen von derjenigen der Zimmertemperatur stärker abweichen und die zu messenden Temperaturunterschiede kleiner sind als bei kryoskopischen Messungen. Außerdem haben die Siedeverzüge eine Unsicherheit der Temperaturangaben zur Folge.

α) Alte Methode von Beckmann. Die Ermittlung der Siedepunktserhöhung geschieht in der Weise, daß man mit demselben Thermometer unmittelbar nacheinander die Siedepunkte des reinen Lösungsmittels und der Lösung bestimmt. Das Thermometer muß beide Male gleich tief in die Flüssigkeit eintauchen. Abb. 141 zeigt die Anordnung von Beckmann. Das Siedegefäß *a* trägt zwei seitliche Ansätze, deren erster *k* einen von Wasser durchströmten Kühler aufnimmt, an

dem der Dampf des Lösungsmittels kondensiert, während der zweite *d* zum Einbringen des zu lösenden Stoffes dient. Um Überhitzung zu vermeiden, werden Siedeerleichterer (S. 230) benutzt. Das Siederohr steht über einem Drahtnetz auf dem passenden Ausschnitt einer Asbestpappe *b*, die die Heizgase von den Seitenwänden des Siedegefäßes fernhält, und ist von einem aus Glimmer hergestellten Luftmantel *c* oder auch von einem Ringgefäß mit siedendem Lösungsmittel umgeben.

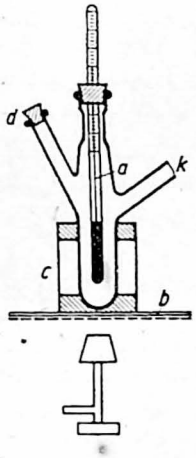



Abb. 141. Messung der Siedepunktserhöhung nach Beckmann

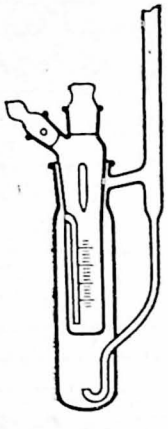


Abb. 142. Bestimmung der Siedepunktserhöhung

Man bringt die abgewogene Menge des reinen Lösungsmittels in das Gefäß, erhitzt bis zum Sieden und stellt das Beckmann-Thermometer so ein, daß der Siedepunkt in die untere Hälfte der Skala fällt. Dann regelt man die Heizung, bis das Sieden flott und gleichmäßig bei hinreichend konstanter Temperatur stattfindet. Darauf bringt man durch den seitlichen Ansatz *d* derart abgewogene Mengen des zu lösenden Stoffes hinein, daß der Siedepunkt um etwa 0,5° erhöht wird.

Vgl. Beckmann, Z. phys. Chem. **63**, 177, 1908; **88**, 23, 1914. Swietoslawski, ebd. **130**, 286, 1927 hat ein Differentialebullioskop beschrieben, mit dem in einfacher Weise bei dem gleichen Druck die Siedetemperatur der Lösung und seines reinen Lösungsmittels gleichzeitig beobachtet werden kann.

*β*) Genauere Messungen lassen sich mit einem ursprünglich ebenfalls von Beckmann entwickelten Gerät ausführen, das meistens in einer einfachen Anordnung (Abb. 142) verwendet wird. Der Dampf des reinen Lösungsmittels wird in dem Mantelgefäß erzeugt und kann bei entsprechender Drehung des Schliffes entweder durch den Kühler in die Luft oder durch ein eingeschmolzenes Rohr ins Innere des Meßgefäßes geleitet werden. In diesem läßt man zunächst so viel des Lösungsmittels kondensieren, daß die Hg-Kugel des im Innern befindlichen Beckmann-Thermometers bedeckt ist und dadurch eine genaue Ablesung der Siedetemperatur gewährleistet wird. Nach der Abkühlung bringt man durch den seitlich angebrachten Stutzen die zu lösende Substanz in das Meßgefäß. Die Siedetemperatur der Lösung wird auf dieselbe Weise wie vorher gemessen. Die Temperatur, die im allgemeinen nur wenige Zehntelgrad höher als vorher liegt, wird in diesem Falle durch überhitzten Dampf erzielt. Das Meßgefäß trägt Marken, die man nach Einsetzen des Thermometers in Kubikzentimeter auswertet, falls man die Konzentration nach Volum bestimmen will; andernfalls wägt man das aus dem Schliff herausgenommene Meßgefäß mitsamt dem Thermometer leer und nach erfolgter Siedepunktsbestimmung.

Beckmann, Z. phys. Chem. **53**, 137, 1905; Rupp, ebd. **53**, 693, 1905. Über Fehlerquellen dieser Methode vgl. Beckmann, ebd. **63**, 210, 1908.

**c) Erniedrigung des Sättigungsdruckes.** Man kann die Erniedrigung des Sättigungsdruckes ohne weiteres aus den Siedekurven der Lösung und des reinen Lösungsmittels berechnen. Zur direkten Bestimmung lassen sich grundsätzlich die auf S. 230 beschriebenen Methoden verwenden, doch sind die gesuchten kleinen Druckdifferenzen im allgemeinen schwierig zu ermitteln.

α) Statisches Verfahren. Ein empfindliches Manometer wird durch Hahnverbindungen abwechselnd mit den auf derselben Temperatur gehaltenen Dampfräumen der Lösung und des Lösungsmittels verbunden und zeigt so die gesuchte Differenz an. Die übrigen Geräteteile werden auf einer höheren Temperatur gehalten. Die Reduktionskonstante des Manometers wird empirisch ermittelt. Das statische Verfahren konnte für gewöhnliche Temperaturen empfindlich gemacht werden, ist jedoch recht umständlich, da die Geräte luftleer gemacht werden müssen.

Menzies, J. Amer. Chem. Soc. **42**, 1951, 1920.

β) Dynamisches Verfahren. Man verbindet den Beckmannschen oder einen ähnlichen Siedeapparat mit Pumpe, Windkessel und Manometer und mißt den Druckunterschied, der erforderlich ist, damit Lösung und Lösungsmittel bei gleicher Temperatur sieden.

Goddwin u. Burgers, Z. phys. Chem. **28**, 99, 1899.

γ) Mitführungsmethode. Diese beruht auf der Tatsache, daß die Löslichkeit einer Flüssigkeit in einem indifferenten Gase proportional ihrem Dampfdruck ist. Man läßt einen Gasstrom nacheinander durch zwei Sättigungsrohre mit der zu untersuchenden Lösung und darauf durch zwei ebensolche Rohre mit dem reinen Lösungsmittel treten. Das Gas sättigt sich zuerst auf den Dampfdruck der Lösung und nimmt dann aus dem Lösungsmittel den zur vollständigen Sättigung fehlenden Anteil Dampf auf.

Bredig, Ber. D. Chem. Ges. **22**, 1084, 1889; Derby, Daniels u. Gutsche, J. Amer. Chem. Soc. **76**, 793, 1914.

## 5. Sorption

### A. Definition

Die Erscheinung, daß feste Körper Gase und Dämpfe aufnehmen, bezeichnet man allgemein als Sorption. Insbesondere spricht man von Adsorption, wenn das Gas an äußeren oder inneren Oberflächen des Körpers haftet, von Absorption dagegen, wenn es molekular verteilt ist. Von der Betrachtung wird hier ausgeschlossen die Chemosorption, bei der anschließend an die Sorption eine chemische Reaktion stattfindet, die die Grundlage der Katalyse bildet.

Der sorbierte Stoff heißt Sorbat (Adsorbat, Absorbat), der zu sorbierende Sorptiv, der sorbierende Sorbens (Adsorbens, Absorbens). Entfernung des Sorbats aus dem Sorbens heißt Desorption. Bei gegebener Art und Menge von Sorbens und Sorptiv erreicht der Druck des Sorptivs über dem Sorbens einen von der Temperatur des Sorbens abhängigen Gleichgewichtswert, der aber im Gegensatz zum Sättigungsdruck über einem Kondensat erst nach längerer Zeit (Stunden) erreicht wird; auch hängt er nicht nur von der Temperatur $t$, sondern auch vom Beladungsgrad (Sorptiv zu Sorbens) ab. Messungen über Sorptionsvorgänge werden daher als isotherm, isobar oder isopyknisch, isoster bezeichnet, wenn man dabei die Temperatur des Sorbens, den Druck oder die Dichte des Sorptivs, den Beladungsgrad, konstant hält. Da die aufgenommene Gasmenge mit sinkender Temperatur steigt, muß die Sorption mit einer positiven Wärmetönung verbunden sein, Sorptionswärme (S. 239).

Hückel, Adsorption u. Kapillarkondensation. Leipzig 1928; Glaser, Handb. d. Exper. Phys. **8**, 2, 401ff.; Blüh u. Stark, Die Adsorption. Braunschweig 1929.

### B. Bereitung von Sorbentien

Gute Adsorptionskohle erhält man durch mehrstündiges Glühen von Kokosnußschale oder Aprikosenkernen bei etwa 600°; zu hohe Verkohlungstemperaturen zerstören die Adsorptionsfähigkeit. Eine „aktivierte" Holzkohle, nach Art der käuflichen, erhält man, wenn man Erlenholzkörner erst verkohlt und dann bei 850° mit Wasserdampf nachbehandelt. Silicagel fällt aus einem schwach alkalischen $SiO_2$-Sol aus, wird gründlich gewaschen und stufenweise getrocknet. Chabasit, ein Mineral aus der Reihe der Hydrosilikate, Gemisch von $CaAl_2Si_4O_{12} \cdot H_{12}O_6$ und $Na_2Al_2Si_4O_{12} \cdot H_{10}O_5$, gibt bei mäßigem Erwärmen sein Kristallwasser stufenweise ab, ohne daß der Kristall zerfällt, und nimmt statt $H_2O$ dann sehr große Gasmengen auf.

Ruff, Kolloid-Z. 32, 227, 1923.

### C. Bestimmung der thermischen Sorptionsgleichung

Sorbierte Menge ist die Zahl $A$ der Mole des Sorptivs, die nach Eintritt des Gleichgewichtes im Sorptionsgefäß aus dem freien Gasraum verschwunden sind; anzugeben ist $a = \frac{A}{g}$ ($g$ = Masse des Sorbens) oder $\mathfrak{a} = \frac{A}{O}$ ($O$ = wirksame Oberfläche des Sorbens). Statt mit dem Druck $p$ rechnet man oft mit der Moldichte $n$; $a = f(n, T)$ bzw. $f(p, T)$; $\mathfrak{a} = f(n, T)$ heißt die thermische Sorptionsgleichung. Die Isothermen sind logarithmisch aufgetragen annähernd Gerade; Knicke unterhalb der kritischen Temperatur zeigen Kapillarkondensation des Sorptivs an.

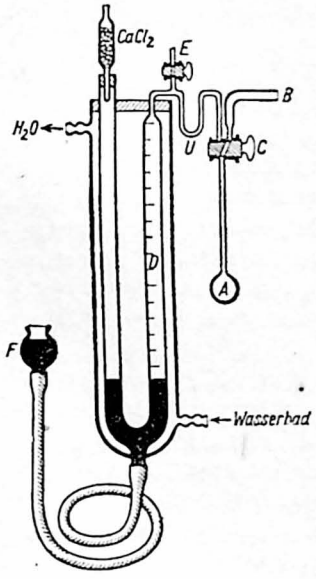



Abb. 143. Absorptiometer

**a) Im Absorptiometer** (Abb. 143). Im angeblasenen Hartglas- oder Quarzgefäß $A$ befindet sich die bekannte Menge des Sorbens, das zunächst unter dauerndem Pumpen durch $B$ ausgeheizt wird. Hat man dann $A$ auf die gewünschte Temperatur gebracht, so läßt man bei geschlossenem Hahn $C$ durch $E$ das Gas in $D$ ein. Nach Öffnen von $C$ bestimmt man die sorbierte Menge durch die Druckabnahme im kalibrierten Rohr $D$, dessen Volum und Temperatur wie das der Kapillaren und von $A$ bekannt ist. Der gewünschte Enddruck wird mit der Niveaukugel $F$ eingestellt; das $U$-Rohr kann gekühlt werden, um das Sorbens vor Hg- und Fettdämpfen zu schützen.

Sieverts, Z. phys. Chem. **66**, 131, 1907; Langmuir, J. Amer. Chem. Soc. **40**, 1361, 1918.

**b) Dynamisches Verfahren.** Man läßt das an einem dünnen Faden aufgehängte Sorbens Torsionsschwingungen ausführen, zuerst im Vakuum, dann im Sorptiv. Bezeichnet $\varepsilon$ in Gewichtsprozenten des Sorbens die aufgenommene Gasmenge,

$J_0$ das Trägheitsmoment der Aufhängung, $J_k$ das des Sorbens und $dt$ die Zunahme der Schwingungsdauer $t$ nach der Beladung, so ist $\varepsilon = 2\,dt\,\frac{\left(\frac{1+J_0}{J_k}\right)}{t}$ aus zwei Zeitmessungen durch Koinzidenzen zu bestimmen, wenn man $J_0$ klein gegen $J_k$ macht.

Seeliger, Phys. Z. 22, 563, 1921.

c) **Sorptionswaage.** In einem Glasgefäß hängt an einem 0,2 mm dicken Quarzfaden, der zu einer Spirale gewickelt ist, unten ein leichtes Eimerchen, das das Sorbens aufnimmt. Mit einem Mikroskop wird die Höhe des Eimerchens vor und nach der Beladung bestimmt; die Federwaage wird mit bekannten Gewichten geeicht. Meßgenauigkeit $\sim 10^{-4}$ g.

McBain u. Bakr, J. Amer. Chem. Soc. 48, 690, 1926.

d) **Strömungsverfahren.** Die beschriebenen Verfahren eignen sich nicht zur Untersuchung von Gasgemischen, weil das Gemisch an dem stärker sorbierbaren Anteil nahe dem Sorbens verarmt. Man läßt daher das Sorptiv dauernd durch das Sorbens strömen. Eine solche Versuchsanordnung besteht aus Gasometern, Manometern, Strömungsgeschwindigkeits-Messern, Niveaugefäßen, Gasanalyse-Geräten, Hähnen und Pumpen.

Lorenz u. Wiedbrauck, Z. anorg. u. allg. Chem. 134, 251, 1924; 136, 147, 1924.

# VI. Mischung von Gasen und Flüssigkeiten

## 1. Feuchtigkeit der Luft

### A. Allgemeine Begriffe

a) **Die absolute Feuchtigkeit.** ($f$) gibt an, wieviel Gramm Wasserdampf in einem Kubikmeter enthalten sind.

b) **Die relative Feuchtigkeit.** ($\varphi$) ist das Verhältnis der bei einer Temperatur wirklich vorhandenen Masse des Wasserdampfes ($f$) zu der ($f_0$), die bei derselben Temperatur die Luft sättigen würde: $\varphi = \frac{f}{f_0}$.

1 m³ feuchte Luft enthalte bei einer Temperatur $t$ und dem Gesamtdruck $P$ im ganzen $N$ Mole, und zwar $Z$ Mole Luft (Molekulargewicht $M$) und $Z'$ Mole Wasser (Molekulargewicht $M'$), so daß $N = Z + Z'$. Es wiegt also hiernach 1 m³ feuchte Luft $G = Z\,M + Z'\,M'$ g. Ist unter sonst gleichen Bedingungen die Luft mit Feuchtigkeit gesättigt, so gelten entsprechend die Zahlen $Z_0$ und $Z_0'$, so daß $N_0 = Z_0 + Z_0'$ und $G_0 = Z_0\,M + Z_0'\,M'$. Dann ist $f = Z'\,M'$; $f_0 = Z_0'\,M'$ und $\varphi = \frac{Z'}{Z_0'}$.

Die spezifische Mengenfeuchtigkeit ($\psi'$) ist das Mengenverhältnis vom Dampf zur Luft, also die im Kilogramm ausgedrückte Wassermenge, die auf 1 kg trockene Luft entfällt.

Die relative Mengenfeuchtigkeit ($\psi$) ist das Verhältnis der Wasserdampfmassen, die unter den tatsächlichen Verhältnissen und bei Sättigung auf die gleiche Masse trockener Luft entfallen:

$$\psi' = \frac{Z' M'}{Z M}; \quad \psi_0' = \frac{Z_0' M'}{Z_0 M}; \quad \psi = \frac{\psi'}{\psi_0'} = \frac{Z'}{Z_0'} \cdot \frac{Z_0}{Z} = \varphi \frac{Z_0}{Z} = \varphi \frac{N - Z_0'}{N - Z'}.$$

c) **Der Partialdruck** ($p_d$) des Wasserdampfes (Dampfdruck) wird in Millimeter Quecksilbersäule (Torr) oder Millibar gemessen; $p_0$ ist der Dampfdruck bei Sättigung, so daß die relative Feuchtigkeit – das Boyle-Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz vorausgesetzt – definiert werden kann zu $\varphi = \frac{p_d}{p_0}$. Es ist ferner

$$\psi = \frac{p_d}{p_0} \cdot \frac{1 - \frac{Z_0'}{N}}{1 - \frac{Z'}{N}} = \frac{p_d}{p_0} \cdot \frac{1 - \frac{p_0}{P}}{1 - \frac{p_d}{P}} = \frac{p_d}{p_0} \cdot \frac{P - p_0}{P - p_d} \text{ und } \psi' = 0{,}622 \cdot \frac{p_d}{P - p_d} = 0{,}622 \frac{\gamma_D}{\gamma_L},$$

wo $\gamma_D$ und $\gamma_L$ die Dichten des Wasserdampfes und der trockenen Luft sind.

Über die Abweichungen vom idealen Gaszustand s. Ebert, Z. Phys. **76**, 163, 1932; betreffs des Wertes 0,622 s. Kornatz, Diss. Königsberg 1908.

Bequem für das Gedächtnis ist, daß (Tab. 28) $p_d$ in mm Hg und $f$ in g/m³ nahe gleich sind; außerdem entfernen sich die Werte in mittlerer Temperatur (von 6 bis 30°) im Fall der Sättigung nicht weit von der in Celsiusgraden ausgedrückten Temperatur.

d) **Der Taupunkt** ist diejenige Temperatur, bei der die Luft mit dem vorhandenen Wasserdampf gesättigt ist.

e) **Wasserdampf-Luft-Gemisch-Diagramme.** Unter der Annahme des idealen Gasgesetzes und der strengen Gültigkeit des Daltonschen Gesetzes sind für Wasserdampf-Luft-Gemische Diagramme ausgearbeitet. Mollier (Z. VDI **67**, 869, 1923 u. **73**, 1009, 1929) bedient sich im wesentlichen der Größe $\psi'$; er hat für verschiedene Feuchtigkeitsgehalte Wärmeinhalt, Entropie u.a. bis zur Sättigung (Grenzkurve) aufgetragen. Kamei (J. Soc. Chem. Ind. Japan **35**, 51 B, 1932) geht von der Größe $\psi$ aus und erfaßt in seinem Diagramm im wesentlichen dieselben Größen wie Mollier.

Weitere Tafeln s. Koch, München u. Berlin 1937; Havliček u. Miskovski, Helv. Acta **9**, 161, 1936; Bosnjakovic, Forsch. Ing.Wes. **4**, 280, 1933; Ebert, Physik in regelm. Ber. **6**, 47, 1938; **12**, 1, 1944 (weitere Literatur).

## B. Meßmethoden

Zusammenfassende Darstellungen: Bongards, Feuchtigkeitsmessung. München u. Berlin 1926; Robitzsch, Handb. d. Phys. **11**, 190, 1926; Wolpert, Die Luft und d. Methoden d. Hygrometrie. Berlin 1899; Grüß, Chem.-Ing. **2**, 3, 125, 1933; Ebert, Physik in regelm. Ber. **2**, 123, 1934; **6**, 47, 1938; **12**, 1, 1944; Kleinschmidt, Handb. d. meteorol. Instr. Berlin 1935.

a) **Wägemethode.** Unmittelbar erhält man den Wassergehalt, wenn man ein gemessenes Volum der Luft durch eine mit Chlorkalzium, Schwefelsäure oder Phosphorpentoxyd gefüllte oder mittels Kältebad abgekühlte Röhre saugt und das absorbierte bzw. ausgefrorene Wasser wägt.

Obermiller, Z. phys. Chem. **106**, 178, 1923; Lampitt u. Bushill, J. sci. instr. **6**, 369, 1929; Reifferscheid, Beitr. Phys. fr. Atm. **27**, 23, 1940.

Andere, auf das Daltonsche Gesetz gegründete Verfahren sind: an einer abgeschlossenen Luftmenge zu messen, nämlich

die Druck- oder Volumverminderung beim Austrocknen (z. B. durch Schwefelsäure)
oder die Druck- oder Volumzunahme bei isothermer Sättigung mit Wasser.

Findeisen, Wiss. Abh. RA. f. Wetterdienst 2, Nr. 11. Berlin 1937; Sondén, Met. Z. 9, 81, 1892.

**b) Taupunktsmethode.** In Tab. 28 findet man den zum Taupunkt $\tau$ gehörigen Wassergehalt $f$ von 1 m³ Luft sowie den Druck $p_d$ des bei $\tau$ gesättigten Wasserdampfes; und zwar ist $p_d$ ohne weiteres der in der Atmosphäre vorhandene Dampfdruck. $f$ dagegen verlangt eine Berichtigung, weil die Luft an der Taufläche abgekühlt und dadurch verdichtet worden ist. Das aus der Tabelle zu $\tau$ entnommene $f$ ist also zu groß und muß mit $\frac{1 + 0{,}00367\tau}{1 + 0{,}00367t} = \frac{273 + \tau}{273 + t}$ multipliziert werden, wenn $t$ die Lufttemperatur bedeutet. Man läßt den Wasserdampf niederschlagen an einer gut reflektierenden Fläche, die künstlich gekühlt wird, etwa durch Beträufeln eines äußeren Tuchbelages mit Äther (Abb. 144) oder durch Verdampfen des im Inneren des Kühlgerätes vorhandenen Äthers mittels Durchsaugen von Luft (Abb. 145). Es wird beim Taupunktsverfahren diejenige Temperatur bestimmt, die zwischen der des Erscheinens und der des Verschwindens des Taues liegt. Man achte dabei darauf, daß die Atmungsgase des Beobachters von der Taufläche fern bleiben. Inniger Kontakt zwischen dem abgekühlten Körper und dem benutzten Thermometer wird bei den Konstruktionen von Dufour, Nippoldt, Alluard, Bongards u. a. gewährleistet. Ein bereits von Bache (1840) vorgeschlagenes Verfahren bestimmt die Feuchtigkeit dadurch, daß auf einem hochglanzpolierten Körper ein Temperaturgefälle hergestellt wird; dann wird diese Metallfläche nur teilweise mit Tau bedeckt sein. Die Temperatur der Grenzlinie gibt den Taupunkt.

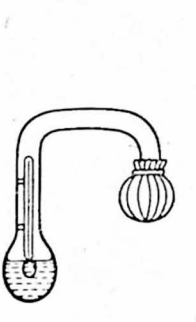


Abb. 144. Daniellsches Hygrometer

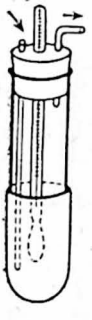


Abb. 145. Regnaultsches Hygrometer

Repburn, Proc. Phys. Soc. 40, 249, 1928, auch weitere Literatur; Williams, Rev. sci. instr. (N. S.) 5, 549, 1933, kleiner Konkavspiegel; Gmelin, Chem. Fabr. 3, 458, 1930 u. Moß, Proc. Phys. Soc. 46, 450, 1934, Verwendung einer Photozelle; Holtzmann, Phys. Z. 25, 443, 1924. Apparatur zum gleichzeitigen Beobachten nach den Methoden a, b und c bei Awbery u. Griffiths, Proc. Phys. Soc. 44, 132, 1932, insonderheit für tiefe Temperaturen 47, 688, 1935; Ebert, Z. Kälteind. 44, 127, 1937.

**c) Verdunstungsmethode.** Eine freie Wasseroberfläche gibt je nach dem vorhandenen Feuchtigkeitsgrad der Luft Wasserdampf ab. Es ist möglich, die in einer bestimmten Zeit verdunstete Wassermenge als Maß für den Feuchtigkeitsgehalt heranzuziehen (Verdunstungsmesser von Wild, Piche u. a.). Bei dieser Bestimmung hat der Bewegungszustand der Luft entscheidenden Einfluß.

Dörffel, Veröff. Geoph. Inst. Leipzig (2) 6, 177, 1935; Wegener, Met. Z. 52, 342, 1935; Oswatisch, Phys. Z. 42, 343, 1941.

**d) Psychrometrische Methoden.** Zuverlässiger sind die Methoden, bei denen die mit der Verdampfung verbundene Abkühlung zur Ermittlung des Feuchtigkeitsgehaltes verwendet wird. Es werden in diesem Falle gleichzeitig zwei Thermometer beobachtet, von denen das Gefäß des einen mit Seidengaze überzogen ist. Diese

wird während der Dauer des Versuches ständig feucht gehalten (Psychrometer nach August 1828). Die Angaben des feucht gehaltenen Thermometers hängen von der Luftbewegung ab. Es ist daher für zuverlässige Messungen unerläßlich, künstlich an den Thermometern einen konstanten Luftstrom zu erzeugen (Aspirations-Psychrometer nach Assmann, s. Abb. 146). Außerdem werden Temperaturbeobachtungen der Luft durch Strahlung gefährdet, besonders im Freien. Deswegen sind die Thermometerkugeln hier von einem polierten doppelten Metallschutzrohr umgeben, durch das mittels eines durch Uhrwerk oder Elektromotor betriebenen Ventilators ein Luftstrom mit etwa 2 m/s Geschwindigkeit gesaugt wird. Es ist darauf zu achten, daß die Hülle des befeuchteten Thermometers nirgends das Metallrohr berührt.

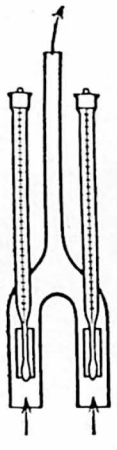


Abb. 146. Aspirations-Psychrometer nach Assmann

Ist $t$ die Temperatur des trockenen Thermometers (Lufttemperatur), $t'$ die des befeuchteten, $p_0'$ der Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei $t'$, wie er aus Tab. 28 entnommen wird, $b$ der Barometerstand in mm Hg, so ist $p_d = p_0' - 0{,}00066 \cdot b \cdot (t - t')$ und unter gewöhnlichen Verhältnissen nahe $= p_0' - 0{,}5 \cdot (t - t')$. Bei Temperaturen unter 0° C muß für $p_0'$ der Wert für Eis oder Wasser eingesetzt werden, je nachdem das Wasser am befeuchteten Thermometer gefroren war oder nicht. Bei zu dicker Eisschicht werden die Angaben ungenau.

Sprung, Das Wetter **5**, 105, 1888. Über d. Theorie d. Aspirations-Psychrometers s. Gramberg, Techn. Messungen. Berlin 1923; Svenson, Ark. Mat. Astron. och Fys. (A) **22**, 23, 1931; Robitzsch, Z. Instrkde. **52**, 80, 1932; Meteorol. Z. **58**, 286, 1941. Dazu Tabellen, Tafeln vom Reichsamt f. Wetterdienst. Braunschweig 1937, auch für höhere Temperaturen bei Ebert, Z. Phys. **35**, 689, 1926; **43**, 335, 1927; Ebert u. Pfeifer, ebd. **46**, 420, 1928; Holtzmann, Met. Z. **53**, 327, 1936; Findeisen, ebd. **51**, 89, 1932. Für tiefe Temperaturen s. Ebert, Z. Kälteind. **44**, 127, 1937; Robitzsch, Ausführliche Tafeln zur Berechnung der Luftfeuchtigkeit, Leipzig 1941; Flohn, Meteorol. Z. **58**, 300, 1941.

Psychrometer, mit manometrischer Temperaturmessung (Quecksilber in Stahl), bei denen die Teilung für beide Thermometer auf einer Skala angebracht ist, s. bei Griffiths, Proc. Phys. Soc. **41**, 426, 1929.

In Fernpsychrometern sind die Quecksilberthermometer durch Widerstandsthermometer oder Thermoelemente ersetzt.

Cartus, Z. VDI **65**, 767, 1921; auch ETZ **42**, 1176, 1921. Ein Feuchtigkeit anzeigendes, registrierendes Psychrometer mit Widerstandsthermometern bei Behr, J. Opt. Soc. Amer. **12**, 623, 1926; Lieneweg, Siemens-Z. **10**, 534, 1930 u. Wiss. Veröff. Siemens-Werke **14** (2), 20, 1935. Mit Thermoelementen, besonders Beobachtung sehr niedriger Feuchtigkeiten: Simons, Proc. Phys. Soc. **48**, 135, 1936. Für hohe Temperaturen und Fernanzeige s. Lüth, Arch. Eisenhüttenwes. **3**, 397, u. **4**, 185 u. 281, 1929/1931. Mit Umkippthermometern Böhnecke, Ann. d. Hydr. **61**, 259, 1933.

Diejenige Wassermenge, die die Raumeinheit der Luft bei konstanter Temperatur aufzunehmen vermag, wird bisweilen mit „Dampfhunger" oder „Sättigungsfehlbetrag" bezeichnet.

Wild 1875; Xerometer, Baker, J. sci. instr. **12**, 214, 1935.

Diese Wassermenge ist von derjenigen zu unterscheiden, die verdampft, wenn der Wärmebedarf der Verdampfung der umgebenden Luft entnommen wird. Dann tritt eine Abkühlung ein, die der am befeuchteten Thermometer entspricht. Der Wärmeinhalt vor und nach der Verdampfung ist derselbe und kann ausgedrückt werden durch das Produkt einer Konstanten (angenähert 0,3) mit einer Größe, die man äquivalente Temperatur nennt. Will man daher den Wärme-

inhalt von zwei Wasserdampfluftgemischen vergleichen, so kann das mit einem befeuchteten Thermometer geschehen, das in Einheiten der äquivalenten Temperatur geteilt ist.

Bei einem Barometerstand von etwa 755 mm Hg-Säule ist diese äquivalente Temperatur näherungsweise gleich $t' + 2p_0'$ (aus der Sprungschen Gleichung abzuleiten). Diese Größe spielt bei Trocknungsvorgängen und bioklimatischen Fragen eine Rolle. Großmann, Ann. d. Hydrographie u. mar. Meteorol. 44, 592, 1916). Letzterer führt den Begriff der „relativen Sättigung" ein; s. auch Möller, Met. Z. 56, 1, 1939. Einem ähnlichen Zweck soll das Katathermometer, Liese, Ges.-Ing. 56, 615, 1933, dienen.

**e) Hygroskopische Methode.** Die Gestalt (Länge, Torsion, Krümmung) hygroskopischer Körper (insbesondere pflanzlicher und tierischer Herkunft) hängt von der Luftfeuchtigkeit ab. Die Einstellung $s$ des Zeigers an der Skala soll die relative Feuchtigkeit in Prozenten geben, also $s = 100\,\frac{f}{f_0}$ oder $f = \frac{1}{100}\,s \cdot f_0$, wo $f_0$, der Sättigungswert zu der Lufttemperatur, aus Tab. 28 genommen wird. Der Druck $p_d$ wird aus $f$ berechnet: $p_d = 0{,}945 \cdot f \cdot \frac{T}{T_0}$.

Als hygroskopischer Körper wird im allgemeinen ein besonders vorbehandeltes Menschenhaar genommen.

Saussure, Ostwalds Klassiker, Bd. 115 u. 119. Leipzig 1900.

Um den 100 %-Punkt zu prüfen, stellt man das Instrument einige Zeit neben Wasser unter eine gut schließende Glocke. Es empfiehlt sich das Einhängen feuchter Tücher. Bei konstanter Sättigung soll sich das Haar nach etwa 1 Stunde nicht mehr ändern; es darf weder rückgängig sein, noch immer länger werden. Das Einbringen der Haarhygrometer in gesättigte Luft soll von Zeit zu Zeit wiederholt werden (Regenerierung). Wird eine Ruhelage erreicht, so ist das Haar noch in Ordnung, das Instrument kann, wenn nötig, neu eingeregelt und mit der alten Fehlertabelle weiter benutzt werden. Der Nullpunkt wird unter einer Glocke mit konzentrierter Schwefelsäure kontrolliert; die meisten Hygrometer erleiden aber durch das Austrocknen Schaden.

Andere Punkte der Teilung werden am einfachsten durch gleichzeitiges Beobachten eines anderen bereits geeichten Hygrometers eingestellt.

Über Hysteresis-Erscheinungen in der Wasseraufnahme des menschlichen Haares: Chamberlain u. Speakman sowie Fricke u. Lüke, Z. Elektrochn. 37, 374, 1931. Eine gute Ventilation auch bei Haarhygrometern empfiehlt Schmidt, Z. Instrkde. 49, 504, 1929. Es ist auf Trägheit, gelegentlich auch auf Temperaturabhängigkeit zu achten. Nyberg, Medd. Stat. Meteol. Hydr. Anst. Stockholm Sér. Uppsatser Nr. 32, 1940.

Auch Nitrozellulose- (und Gelatine-) Filme sind als Feuchte-Indikatoren vorgeschlagen. Durch Kombination von Haar und Folie gelingt der Bau eines Hygrographen, dessen Ausschlag linear zur relativen Feuchtigkeit ist; das Längenverhältnis Haar zu Folie muß etwa 3,85 zu 1 sein. (Charrion-Valette, C. R. 198, 2161, 1934.)

**f) Sonstige Methoden.** Neben diesen im allgemeinen gebräuchlichen Methoden sind gelegentlich auch andere Erscheinungen, die vom Feuchtigkeitsgehalt abhängig sind, zur Messung herangezogen, nämlich:

α) Gewichtsänderung eines Stückes Seidenpapier, mit Chlorkalzium getränkt, mittels Torsionswaage feststellbar (als Zeigerhygrometer verwendbar).

Hertz, Verh. Berlin. Phys. Ges. 1, Nr. 1, S. 18, 1882.

β) Änderung des Tones einer gespannten Saite von bestimmter Länge (Tonhygroskop, Mersenne).

$\gamma$) Änderung des Brechungsindex von Glyzerinlamellen (Griffith u. Awbery, Proc. Phys. Soc. **39**, 79, 1926).

$\delta$) Änderung der Farbe von Oberflächen, die mit einer Kobaltchlorür-Lösung getränkt sind (Schwartz, Meßtechn. **9**, 87, 1933; **17**, 123, 1941, mit Photozelle zur Fernanzeige); als Unterlage verwenden Schweitzer (Naturwiss. **21**, 784, 1933) u. Loeser (Z. Instrkde. **57**, 398, 1937) Viskosefolie; s. dort auch weitere Anwendungsmöglichkeiten.

$\varepsilon$) Änderung einer Kapazität, eingeschaltet in einen Schwingungskreis, s. Büll, Z. VDI **79**, 133, 1935; Schupp u. Make, Z. Elektrotechn. **51**, 40, 1948.

$\zeta$) Änderung des elektrischen Widerstandes, bedingt durch den Feuchtigkeitsgehalt der Luft, z. B. von Oberflächen- und Gelatineschichten, auch Schwefelsäureschichten, Findeisen, s. S. 239; Keinath, ATM 1281—4, 1935; Neitzert, Getreide, Mehl und Brot, März 1948.

Die Methoden $\varepsilon$ und $\zeta$ dienen auch zur Bestimmung des Feuchtigkeitsgehaltes fester Stoffe (Berliner u. Rüter, Kolloid-Z. **47**, 251, 1929; Davies, Proc. Phys. Soc. **44**, 231, 1932; Phys.-chem. Psychrometrie s. Döring, Veröff. Met. Inst. Berlin **2**, 1937, Heft 2; Mahlo, Z. VDI **85**, 961, 1941).

## C. Herstellen bestimmter relativer Feuchtigkeiten

**a) Wäßrige Lösungen.** Zum Eichen von Feuchtigkeitsmessern oder für Versuche, die bei einem bestimmten Feuchtigkeitsgrad durchgeführt werden sollen, ist die Herstellung einer bestimmten Feuchtigkeit notwendig. Dazu eignen sich wäßrige Lösungen von Schwefelsäure oder Salzen. Nach Herstellung des Gleichgewichtes, das durch Rühren mit einem Schaufelrad beschleunigt werden kann, beträgt über $H_2SO_4$-Lösung die relative Feuchtigkeit $\varphi$

| bei | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 % $H_2SO_4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi$ | 100 | 97 | 87 | 75 | 56 | 35 | 17 | 5 | 2 %. |

Kempf, Z. Instrkde. **37**, 193, 1917; Ebert, ebd. **50**, 43, 1930; dort auch Angaben über $CaCl_2$-, $Ca(NO_3)_2$-, KCl-, NaCl-, $PHO_3$-Lösungen und Hinweis auf die für die Zwecke der Eichung von Feuchtigkeitsmessern gebauten Hygrostaten von Obermiller u. Bongards; Collins ($H_2SO_4$), J. ch. phys. **37**, 1191, 1933; Wegener u. Niederdorfer (NaCl, $MgSO_4$, $MgCl_2$), Ann. Hydr. **62**, 415, 1934; Weir (KCl), Coll. Trav. ch. Tchécosl. **8**, 159, 1936; Harkness, J. sci. instr. **13**, 288, 1936; Davis ($K_2SO_4$; $Na_2SO_4$; KCl, NaCl, CsCl, Diagramme), Ind. Eng. Chem. ind. Edit. **33**, 1278, 1941; Keevil (NaCl, NaBr, NaJ, $Na_2CO_3$, $Na_2SO_4$, KCl, KJ, $Ca(NO_3)_2$, $H_3BO_3$ z. T. bis 600°), J. Am. Ch. Soc. **64**, 841, 1942; Feuchte 100% s. Lethersich, J. sci. instr. **12**, 388, 1935.

**b) Mischung von trockener und feuchter Luft.** Zur Aufrechterhaltung eines Feuchtezustandes, besonders in großen Räumen, werden zwei Gasströme — der eine trocken, der andere möglichst gesättigt — gemischt. Durch Drosseln oder Freigeben der Durchflüsse können verschiedene Feuchtigkeitsgrade, auch selbsttätig, über längere Zeit erhalten werden.

Seth, Nature **128**, 638, 1931; Stoughton, J. sci. instr. **8**, 164, 1931; Webster, ebd. **13**, 412, 1936; Ebert, Heiz. u. Lüft. **11**, 5, 1937.

**c) Hygrostaten für besondere Zwecke.** Zur Untersuchung elektrischer Eigenschaften Mead, J. sci. instr. **12**, 394, 1935. Radioaktivität (Nebelkammer, Wilson), Bauer u. Neuert, Phys. Z. **37**, 627, 1936. Statt Wasser andere Füllung Kip u. Einarsson, Phys. Rev. (2) **51**, 142, 1938; Vollbrath, Rev. sci. instr. (N. S.) **7**, 471, 1936. Eigenschaften des Glases: Seddon, J. S. Glass Techn. **21**, Tr. S. 350, 1937.

**d) Durchsaugen von Luft durch Waschflaschen.** Zum Durchsaugen und zugleich zum Messen der durchgesaugten Luft dient ein Aspirator, der auch in Form eines Doppelaspirators verwendet wird. Letzterer besteht aus zwei einfachen Aspiratoren mit Abfluß unmittelbar aus dem Boden; beide Teile sind durch eine mittels eines Hahnes verschließbare kurze Röhre verbunden. Nur eine Hälfte ist mit Wasser gefüllt; aus ihr fließt es in die andere leere. Ist alles Wasser übergetreten, ermöglicht eine Drehung um 180° ein störungsfreies Weiterarbeiten, da eine Neufüllung überflüssig ist.

Wolpert, Die Luft und d. Methoden d. Hygrometrie, Berlin 1899. S. 88 u. 148ff.; Bongards, Feuchtigkeitsmessung, München u. Berlin 1926, S. 44 u. 45.

**e) Trocken- (Absorptions-) Gefäße.** Die Gefäße sollen folgende Bedingungen erfüllen: möglichst innige Berührung der zu trocknenden Gase mit dem Trockenmittel, leichtes Auswechseln bzw. Abnehmen von der Apparatur, sowie sicheres und bequemes Wägen.

Obermiller u. Goertz, Z. angew. Chem. 36, 429, 1923.

## 2. Diffusion

### A. Allgemeines

An der Grenze zweier Stoffe findet stets Diffusion statt, d.h. Moleküle des einen Stoffes wandern in den anderen hinein, gleichgültig, welcher Phase die beiden Stoffe angehören. Der Vorgang kann allerdings so langsam verlaufen, daß man ihn nur qualitativ nachweisen kann, wie z.B. die Diffusion eines Gases in ein Metall; durch geeignete Maßnahmen (z.B. Temperatursteigerung) kann man ihn aber häufig bis zur quantitativen Meßbarkeit beschleunigen. Auch zwischen zwei gleichen Stoffen von verschiedener Temperatur findet einseitig gerichtete Diffusion statt (thermische Diffusion, Thermosmose). Ebenso verläuft der Übergang vom flüssigen in den gasförmigen Zustand (Verdunsten) nach den Diffusionsgesetzen, solange nicht eine molare Strömung (Aufsteigen von Dampfblasen) den Ablauf des Vorganges beherrscht.

Soweit der Ausgleich von Unterschieden irgendwelcher Art (z.B. Temperatur, Bewegungsgröße, Konzentration) durch die thermische Eigenbewegung der Moleküle bewirkt wird, gilt die Laplacesche Differentialgleichung, die für den einfachsten, eindimensionalen Fall lautet

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}, \tag{1}$$

worin $k$ ein Stoffwert von der Dimension $l^2 \cdot t^{-1}$ ist.

Setzt man für $\varphi$ die Konzentration $c$ ein, so beschreibt die Gl. (1) einen Diffusionsvorgang und $k$ ist die Diffusionszahl, die außer von der Natur des Stoffes auch von dessen Zustand (Phase, Temperatur, Druck, Konzentration) abhängig ist.

Eine Lösung der Gl. (1) ist das Integral

$$\varphi = A \int_0^{\frac{z}{2\sqrt{kt}}} e^{-x^2} dx + B, \tag{2}$$

worin $A$ und $B$ Integrationskonstante sind, die durch die Grenzbedingungen bestimmt werden müssen. Diese lauten für den einfachen Fall, daß zur Zeit $t = 0$ zwei Flüssigkeiten längs einer

horizontalen Ebene ($z = 0$) zur Berührung gebracht werden und die Diffusion nur in der $z$-Richtung (senkrecht zur Grenzebene) vor sich geht:

$$\left.\begin{array}{lll} c = c_0 & \text{für} & z < 0 \\ c = 0 & \text{für} & z > 0 \end{array}\right\} \quad \text{für} \quad t = 0.$$

Damit erhält man die Konzentration $c$ in der Ebene $z$ zur Zeit $t$:

$$c = \frac{c_0}{2}\left[1 - \psi\left(\frac{z}{2\sqrt{kt}}\right)\right] = \frac{c_0}{2}\left[1 - \psi(\xi)\right], \tag{3}$$

worin $\psi$ die Gaußsche Fehlerfunktion

$$\psi\left(\frac{z}{2\sqrt{kt}}\right) = \psi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\xi} e^{-x^2} dx \tag{4}$$

ist (Tab. 77).

Zur Berechnung des Diffusionskoeffizienten $k$ entnimmt man der Tafel der Gaußschen Fehlerfunktion den Wert $\xi$ des Argumentes von $\psi$, durch den Gl. (3) erfüllt ist. Diese Ableitungen gelten nur, wenn die Diffusion noch nicht so weit fortgeschritten ist, daß sie die Grenzen des Diffusionsraumes erreicht hat. Ist letzteres der Fall, so ist die Lösung wesentlich komplizierter (vgl. Fürth im Handb. d. phys. u. techn. Mechanik **7**, 650, 1931).

Lautet — bei sonst unveränderten Bedingungen — die Grenzbedingung so, daß für $t > 0$ und $z < 0$ die Konzentration $c = c_2$ dauernd aufrechterhalten bleibt (z. B. ein Salz, das mit einem Lösungsmittel überschichtet ist), so tritt an Stelle von Gl. (3) die Gleichung

$$c = c_0\left[1 - \psi\left(\frac{z}{2\sqrt{kt}}\right)\right] = c_0[1 - \psi(\xi)]. \tag{5}$$

Fürth im Handb. phys. u. techn. Mechanik **7**, 635, 1931; Eucken u. Magnus, Müller-Pouillets, Lehrb. d. Physik **3, 1**, 660, 1926; Jellineck, Lehrb. d. phys. Chemie **2**, 608, 1928.

## B. Versuchsanordnungen

**a) Vorsichtsmaßregeln.** Da Diffusionsversuche im allgemeinen sehr langsam verlaufen, ist erste Bedingung die Ausschaltung aller molaren Strömungen, besonders thermischer Konvektionsströmungen. Jede Störung verursacht einen systematischen Fehler in dem Sinne, daß die Diffusionszahl zu groß gemessen wird. Auch Erschütterungen müssen von der Versuchseinrichtung unbedingt ferngehalten werden.

**b) Zylindermethode.** Man bevorzugt als Diffusionsraum einen Hohlzylinder, weil man darin am leichtesten einen eindimensionalen Vorgang verwirklichen kann, indem man die Zylinderachse als Diffusionsrichtung wählt. Zur Untersuchung der Diffusion von Flüssigkeiten kann man dann so vorgehen, daß man das Gefäß zunächst etwa bis zur Hälfte mit der leichteren Flüssigkeit füllt und dann die schwerere vorsichtig darunterschichtet. Da dies ziemlich lange Zeit in Anspruch nimmt, während der bereits die Diffusion einsetzt, ist der Zeitpunkt des Versuchsbeginnes schlecht bestimmt. Man muß dann entweder die Konzentrationsänderung während zweier später gelegener Zeitpunkte bestimmen oder den Diffusionsraum bis zum Beginn des Versuches durch dünne Schieber oder andere geeignete Absperrvorrichtungen in zwei (oder mehrere) Teile trennen.

**c) Diffusiometer.** Sehr genau arbeitet das in Abb. 147 dargestellte „Diffusiometer". Es besteht aus sechs einzelnen, genau aufeinander geschliffenen kreisförmigen Glasplatten, die um eine gemeinsame Achse einzeln gedreht werden können. Die vier mittleren enthalten je drei symmetrisch zur Achse liegende kreisrunde Bohrungen, die bei entsprechender Stellung der Platten aufeinander zu liegen kommen und so drei Diffusionszylinder bilden. Durch weitere Drehungen können die Zylinder nach Ablauf des Versuches wieder in Schichten zerlegt werden. Die Füllung und Entleerung der Schichten erfolgt durch engere, in der Abb. 147 ebenfalls gezeigte Bohrungen.

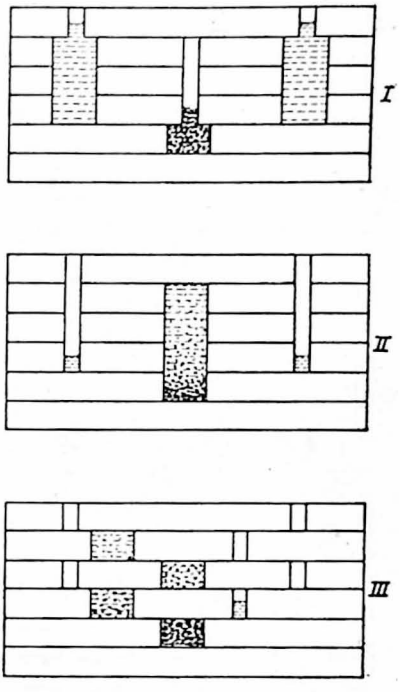


Abb. 147. Diffusiometer

Cohen u. Bruins, Z. phys. Chem. **103**, 349, 1923; **113**, 157, 1924; vgl. auch Schuhmeister, Wiener Ber. (II) **78**, 603, 1879.

**d) Mikromethode.** Um die Beobachtungszeit bei Diffusionsversuchen zu verkürzen, sucht man die Diffusionsräume möglichst klein zu machen. Fürth hat eine Mikromethode ausgearbeitet, die in Abb. 148 dargestellt ist. Die Diffusionskammer besteht aus einem auf einen Mikroskop-Objektträger gekitteten Rahmen *a* aus Glas oder Hartgummi von etwa 1 mm Dicke, der an der Vorderseite wieder durch ein aufgekittetes Deckglas abgeschlossen ist. Die Kammer ist durch eine sehr dünne Zwischenwand *b* aus Glas oder Zelluloid geteilt in eine linke Hälfte, die eigentliche Diffusionskammer, und eine rechte Hälfte, die die Vergleichsflüssigkeit enthält. Die linke Hälfte kann durch einen Schieber *c* aus Zelluloid in eine untere, mit der schwereren, und eine obere, mit der leichteren Diffusionsflüssigkeit gefüllte Hälfte geteilt werden. Zur Einleitung des Versuches wird der Schieber mit der Hand oder mit einer kleinen elektromagnetischen Hilfsvorrichtung zurückgezogen.

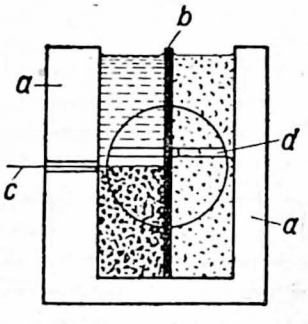


Abb. 148. Diffusionskammer

Beobachtet wird das Fortschreiten einer bestimmten Verdünnung, indem man den im Bildfeld verschiebbaren Spalt *d* so einstellt, daß die Lösungen auf beiden Seiten der Trennwand *b* gleich hell erscheinen.

Fürth, Phys. Z. **26**, 719, 1925; Kolloid-Z., **41**, 300, 1927; Ullmann, Z. Phys. **41**, 301, 1927.

**e) Diffusion fester Körper.** Die Diffusion fester Körper untersucht man meistens auf die Weise, daß man Scheiben aus den Versuchsstoffen aufeinanderpreßt und nach Beendigung des Versuches entweder wieder auseinandernimmt, um den Gehalt an diffundiertem Stoff zu bestimmen, oder die zusammengepreßten Körper senkrecht zur Grenzfläche zerschneidet und untersucht, wie weit die diffundie-

rende Substanz eingedrungen ist. Letzteres Verfahren kann man besonders leicht auch durch photometrische Auswertung photographischer Aufnahmen bei der Diffusion in Gele anwenden.

Fricke, Z. Elektrochem. **31**, 432, 1925; Ostwald, Kleines Praktikum d. Kolloidchemie S. 19. Dresden 1920.

## C. Methoden der Konzentrationsbestimmung

Man kann die zeitliche Veränderung der Konzentration (d. i. das Gewichts- oder Volumverhältnis der beiden Stoffe) entweder laufend ohne Störung des Versuches oder einmalig nach Abschluß des Versuches beobachten. Die Verfahren der ersteren Methode können auch im zweiten Fall angewendet werden, während die umgekehrte Regel nicht gilt.

**a) Mechanische Konzentrationsbestimmung.** Man hängt an einer hydrostatischen Waage einen — gegenüber den Gefäßdimensionen kleinen — Körper in die Flüssigkeit und mißt deren Dichteänderung durch Austarieren des Körpers. Oder man bringt kleine Körper in die Flüssigkeit, deren Dichte so abgestimmt ist, daß sie in einer bestimmten Konzentration schweben, und verfolgt die Ortsveränderung der Schwebekörper. Trennt man nach Abschluß des Versuches die Diffusionssäule in einzelne Stücke, so kann man deren Dichte nach einer der üblichen Methoden messen (S. 206).

**b) Chemische Konzentrationsbestimmung.** Man setzt der Flüssigkeit einen Indikator zu, der eine bestimmte Konzentration durch Farbumschlag oder Niederschlagsbildung anzeigt, und beobachtet das Fortschreiten der Grenzfläche. Oder man bestimmt nach Abschluß des Versuches durch Titration oder Analyse die Konzentration.

Fürth, Bauer u. Piesch, Biochem. Z. **100**, 31, 1919.

**c) Elektrische Konzentrationsbestimmung** (nur bei Elektrolytlösungen oder ionisierten Gasen anwendbar). Man mißt die elektrische Leitfähigkeit durch passend angeordnete Sonden oder bestimmt die gesamte mit den Ionen transportierte Elektrizitätsmenge elektrometrisch.

Vgl. Höltzenbein, Z. Phys. **24**, 1, 1924; Townsend, Trans. Roy. Soc. (A) **195**, 259, 1900.

**d) Konzentrationsbestimmung durch Lichtabsorption.** Da nach dem Beerschen Gesetz (S. 534) der Absorptionskoeffizient einer verdünnten Lösung ihrer Konzentration proportional ist, kann man aus der durch subjektive oder objektive Photometrie (S. 513 und 523) ermittelten Lichtabsorption die Konzentration berechnen (vgl. z. B. die Mikromethode von Fürth, Abb. 148).

Auch die Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Konzentration kann zur Messung der Diffusion herangezogen werden.

Wiener, Wied. Ann. **49**, 105, 1893; Heimbrodt, Ann. Phys. **13**, 1028, 1904; Eicke, Diss. Leipzig 1914.

**e) Konzentrationsbestimmung durch optische Interferenz.** Entsprechend dem bekannten Zusammenhang zwischen Brechungsexponenten und Fortpflanzungs-

geschwindigkeit des Lichtes (S. 386) ist auch die Wellenlänge des Lichtes in einer Flüssigkeit von deren Konzentration abhängig. Teilt man nun einen Lichtstrahl und läßt den einen Teil durch einen Diffusionsraum, den anderen Teil durch den ungestörten Vergleichsstoff laufen, so erhält man bei der Wiedervereinigung der beiden Teile Interferenzstreifen, aus deren Verschiebung man die zeitliche Konzentrationsänderung berechnen kann. Diese Methode ist besonders empfindlich.

Waitz, Wied. Ann. 17, 201 u. 351, 1882.

## 3. Osmose

### A. Allgemeines

Osmose heißt der Diffusionsvorgang durch eine Wand hindurch. Befindet sich zwischen zwei Flüssigkeiten oder Gasen, die miteinander im Diffusionsaustausch stehen, eine Scheidewand, so ist im allgemeinen ein Druckunterschied zwischen beiden Seiten vorhanden (osmotischer Druck). Die Osmose besitzt besondere Bedeutung für die Diffusion von echten oder kolloiden Lösungen.

**a) Die Wand ist für beide Stoffe durchlässig.** An Stelle der Gleichung (3) tritt dann eine wesentlich kompliziertere Formel, in der außer dem Diffusionskoeffizienten noch eine weitere Größe vorkommt, die von der Temperatur und Zähigkeit der Flüssigkeiten bzw. Lösungsmittel, der Größe der diffundierenden Teilchen und der Beschaffenheit der Trennwand abhängig ist.

Vgl. Fürth im Handb. d. phys. u. techn. Mechanik, S. 722ff. Leipzig 1931.

**b) Die Wand ist nur für einen Stoff durchlässig.** Wände, durch die nur eine der beiden Flüssigkeiten oder nur ein Teil der Flüssigkeiten (z. B. das Lösungsmittel) geht, nennt man „halbdurchlässig, semipermeabel"; meistens bestehen sie aus quellfähigen Stoffen (z. B. Pergamentpapier, tierische Blasen, Kollodiumhäutchen). Sie sind durchlässig für das reine Lösungsmittel, aber die (kolloid oder echt) gelösten Stoffe bleiben in dem Maschenwerk der Membranen hängen. Es gibt solche Membranen in allen Abstufungen der Durchlässigkeit, so daß man damit verschiedene Kolloide voneinander trennen kann, oder Kolloide und auch echte Lösungen von ihrem Lösungsmittel. In der Technik spielt die Verwendung halbdurchlässiger Membranen in der bereits auf Graham (1854) zurückgehenden „Dialyse" eine große Rolle.

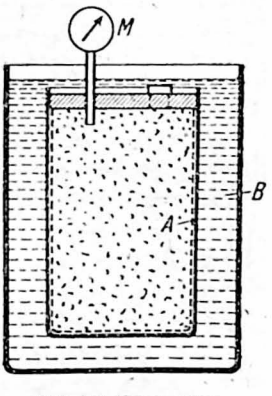


Abb. 149. Osmometer

### B. Messung des osmotischen Druckes

Eine einfache Versuchsanordnung ist das „Osmometer", das bereits von Pfeffer angegeben wurde. Es gelang Pfeffer, eine halbdurchlässige Wand von genügender mechanischer Festigkeit dadurch zu erzeugen, daß er Ferrozyankupfer auf einem porösen Tonzylinder $A$ (Abb. 149) niederschlagen ließ. Füllt man einen so präparierten geschlossenen Zylinder mit der Lösung, deren osmotischen Druck man messen will, und stellt ihn in ein Gefäß $B$, das mit

dem reinen Lösungsmittel gefüllt ist, so diffundiert dieses so lange in den Zylinder hinein, bis der darin entstehende Überdruck der Differenz der osmotischen Drucke von Lösung und Lösungsmittel das Gleichgewicht hält. Man bezeichnet den am Manometer $M$ im Gleichgewichtszustand abgelesenen Druck (der viele Atmosphären erreichen kann) als „osmotischen Druck der Lösung".

Pfeffer, Osmotische Untersuchungen. Leipzig 1877.

Die Erscheinungen der Osmose spielen in der Biologie eine große Rolle, da auf ihnen zum großen Teil der Stoffwechsel der Zellen beruht.

Über Osmose von ionisierten Lösungen und Osmose unter dem Einfluß einer elektrischen Potentialdifferenz (Elektroosmose) s. z. B. Handb. d. phys. u. techn. Mechanik **7**, 705 u. 740, 1931; Der Chemie-Ingenieur **1**, 4, 1, 1934.

# VII. Wärmemenge

## 1. Allgemeines

### A. Aufgaben der Kalorimetrie, Einheiten

Die Kalorimetrie befaßt sich mit der Messung von Wärmemengen. Ihre Hauptaufgabe besteht einerseits in der Bestimmung der spezifischen Wärme von Substanzen in den verschiedenen Aggregatzuständen unter konstanten äußeren Bedingungen, wie Druck und Volum, andererseits in der Messung von Wärmetönungen (z. B. Schmelzwärmen, Verbrennungswärmen), die bei physikalischen oder chemischen Änderungen in der Zusammensetzung materieller Körper auftreten. Die Wärmemengen werden in den sogenannten Kalorimetern gewöhnlich durch die Temperaturänderung eines Stoffes bekannter Wärmekapazität gemessen. Andere kalorimetrische Methoden beruhen auf einem Vergleich der zu messenden Wärmemenge mit einer bekannten Wärmetönung (z. B. Schmelzwärme des Eises) oder mit einer anderen der Messung leicht zugänglichen Energieform (z. B. elektrische Energie).

Einheit der Wärmemenge ist die Kalorie (cal), durch die 1 g Wasser bei Atmosphärendruck von 14,5° auf 15,5° erwärmt wird. Die Wärmekapazität oder der Wasserwert eines Körpers ist gleich der Anzahl Wärmeeinheiten, die zu seiner Erwärmung um 1° erforderlich sind. Die Wärmekapazität eines Körpers bezogen auf seine Masseneinheit nennt man spez. Wärme. Bei genauen thermischen Messungen ist es vorteilhaft, die Messung einer Wärmemenge auf eine elektrische Energiemessung zurückzuführen (elektrische Wasserwertbestimmung), da sich die elektrischen Einheiten (1 int. Joule = 1 int. Wattsekunde = 0,23900 cal) zur Zeit mit größerer Präzision verwirklichen lassen als die kalorische Einheit der Energie. Für technische Untersuchungen wird als Einheit die Kilokalorie (1kcal = 1000 cal) benutzt, die nach deutschem Reichsgesetz $\frac{1}{860}$ Kilowattstunden gleich zu erachten ist (S. 6).

## B. Fundamentale Geräte

**a) Flüssigkeitskalorimeter.** α) Mit Luftmantel. Ein Flüssigkeitskalorimeter mit Luftmantel-Isolation ist in Abb. 150 dargestellt. Der äußere doppelwandige Kupferbehälter $J$ (Isoliergefäß, Schutzmantel), dessen Zwischenraum mit Wasser gefüllt ist, hält äußere Temperaturschwankungen von dem in seinem Inneren aufgestellten Kalorimetergefäß $K$ fern. Es wird verlangt, daß die Temperatur der inneren Oberfläche des Behälters $J$ während der Versuchsdauer konstant ist. Durch einen Deckel aus starkem Kupferblech, der mit dem Gefäß $J$ in wärmeleitendem Kontakt steht (Metallansätze $a$), kann diese Bedingung auch an der Oberseite hinreichend erfüllt werden. Das Kalorimetergefäß $K$ aus dünnem Blech (z. B. Kupfer vernickelt, Silber, Platin) wird auf einer schlecht leitenden Unterlage (z. B. Ebonitspitzen, Korkschneiden) aufgestellt. Als Kalorimeterflüssigkeit dient gewöhnlich Wasser, doch können auch andere Flüssigkeiten, z. B. Anilin oder Kreosin (geringere Verdunstung), Verwendung finden. Eine Rührvorrichtung (z. B. Flügelschraube) sorgt für rasche und gleichmäßige Durchmischung der Flüssigkeit. Es ist darauf zu achten, daß die in der Zeiteinheit entwickelte Rührwärme während der Versuchsdauer konstant ist (Motor mit konstanter Umdrehungszahl als Antrieb für die Rührvorrichtung).

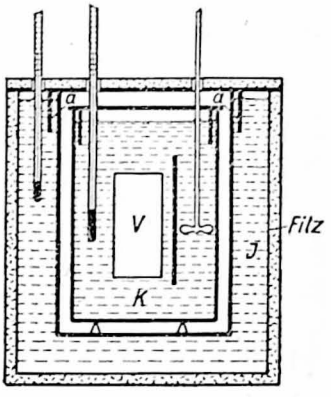


Abb. 150. Flüssigkeitskalorimeter mit Luftmantel

Die Temperaturänderungen werden gewöhnlich mit Beckmann-Thermometern gemessen, die in hundertstel Grade geteilt sind, und bei denen Gradwert, Kaliberfehler und Fehler des herausragenden Fadens berücksichtigt werden müssen (S. 159). Für feinere Untersuchungen kommen auch elektrische Thermometer (z. B. Platinwiderstandsthermometer) in Betracht, die nicht zu träge sein dürfen. Man arbeitet im allgemeinen mit Temperaturänderungen von wenigen Graden und richtet den Versuch zweckmäßig so ein, daß die Umgebungstemperatur ungefähr in der Mitte zwischen Anfangs- und Endtemperatur der Kalorimeterflüssigkeit liegt.

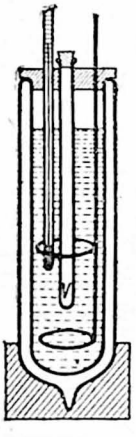


Abb. 151. Flüssigkeitskalorimeter mit Vakuummantel

β) Mit Vakuummantel. Einfacher ist das Kalorimeter nach Abb. 151, bestehend aus einem verkupferten oder versilberten Vakuummantelgefäß, bei dem ein Hubrührer Verwendung finden kann. Es ist hier darauf zu achten, daß das Flüssigkeitsniveau immer gleich hoch steht, da sonst verschiedene Teile der inneren Gefäßwand an der Temperaturänderung teilnehmen. Um die Außentemperatur dieses Kalorimeters scharf zu definieren, wird es zweckmäßig oben mit einem wasserdicht schließenden Metalldeckel mit Rohransätzen für Rührer, Thermometer usw. versehen und in ein Wasserbad untergetaucht, dessen Temperatur nötigenfalls mit einem Temperaturregler konstant gehalten wird.

Über konstruktive Einzelheiten und sonstige Hinweise für präzise kalorimetrische Arbeiten s. White, J. Amer. Chem. Soc. 48, 1151, 1926; Rev. sci. instr. 5, 269, 1934; Phys. Rev. 47,

797, 1935. Ein Flüssigkeitskalorimeter ohne Rührer nach Favre-Silbermann, bei dem der gesamte Flüssigkeitsinhalt gewissermaßen als Thermometergefäß dient, bei Andress u. Berl, Z. phys. Chem. 122, 81, 1926.

**b) Metallkalorimeter.** α) Wärmezufuhr durch den Versuchskörper. Statt der Kalorimeterflüssigkeit kann ein gut wärmeleitendes Metall (z. B. Kupfer, Silber) als Wärmeempfänger dienen, wobei man den Vorteil hat, daß eine Rührvorrichtung nicht mehr nötig ist. Man benutzt gewöhnlich einen zylindrischen Metallblock, der in der Mitte eine Bohrung besitzt, in die der Versuchskörper eingeführt werden kann. Abb. 152 zeigt das Kupferkalorimeter nach Nernst-Lindemann. Der Kupferblock $K$ ist mittels Woodscher Legierung in einem Vakuummantelgefäß befestigt. Die Temperaturänderungen werden mit Thermoelementen gemessen, deren Hauptlötstellen in den Kupferblock $K$ eingelassen sind, während sich die Nebenlötstellen in dem Kupferring $C$ auf konstanter Temperatur befinden. Die zu untersuchende Substanz wird durch das Glasrohr $R$ eingeführt, das oben durch einen Schieber $S$ verschlossen werden kann. Die ganze Anordnung wird in ein Bad konstanter Temperatur eingetaucht.

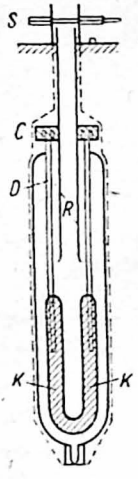



Abb. 152. Kupferkalorimeter

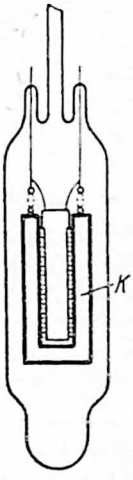



Abb. 153. Nernstsches Vakuumkalorimeter

Nernst, Koref u. Lindemann, Berl. Ber. S. 247, 1910; Roth, Z. angew. Chem. 40, 734, 1927. Für höhere Temperaturen: Kangro u. Grau, Z. phys. Chem. (Bodenstein-Festband), 85, 1931; Jaeger u. Rosenbohm, Proc. Amsterdam 30, 905, 1927. Ein Metallblockkalorimeter, bei dem die Temperaturänderung aus der Ausdehnung des Blockes mit Hilfe elektrischer Kapazitätsmessung festgestellt wird, bei Esser u. Graß, Arch. Eisenhüttenwes. 6, 353, 1933.

β) Wärmezufuhr durch elektrische Heizung im Kalorimeter. Während die bisher beschriebenen Kalorimeter dazu dienen, um sekundär die Wärmemenge zu messen, die infolge einer Zustandsänderung des Versuchskörpers in Erscheinung tritt, kann umgekehrt auch primär die (elektrische) Energie bestimmt werden, die aufgewendet werden muß, um eine solche Zustandsänderung hervorzurufen. Das letztere Verfahren kommt bei dem in Abb. 153 dargestellten Nernstschen Vakuumkalorimeter zur Anwendung. Das Silbergefäß $K$ ist an den Zuleitungen zur Heizspule in einem hochevakuierten Glasgefäß aufgehängt, das von einem Bad konstanter Temperatur umgeben ist. Der zu untersuchende Körper wird in das Gefäß $K$ gebracht, das zum besseren Temperaturausgleich mit Wasserstoff gefüllt werden kann. Bei der Untersuchung von festen Metallen kann das ganze Kalorimeter aus dem betreffenden Material hergestellt werden. Geheizt wird mittels einer innen oder außen isoliert angebrachten Wicklung aus Platindraht, die vor und nach der Heizung auch als Widerstandsthermometer benutzt werden kann. Diese Kalorimeterform eignet sich besonders zur Messung von wahren spez. Wärmen in tiefen Temperaturen, wo sich die Temperatur wegen der Zunahme der Wärmeleitung und der Abnahme der spez. Wärme rasch ausgleicht und wo die Strahlung gering ist.

Nernst, Ann. Phys. 36, 395, 1911 (bis — 250°); Clusius u. Harteck, Z. phys. Chem. 134. 243, 1928 (bis 10° abs.).

Dasselbe Verfahren kann auch für Messungen in höheren Temperaturen (bis 700°) angewendet werden, wobei meistenteils ganz andere Gesichtspunkte für die Konstruktion des Kalorimeters maßgebend sind.

Vgl. hierzu Moser, Phys. Z. **37**, 737, 1936.

**c) Isotherme Kalorimeter.** α) Eiskalorimeter (Bunsen). Der Raum *b* (Abb. 154) ist mit reinem luftfreiem Wasser gefüllt, das unten mit Quecksilber in Berührung steht. Letzteres erfüllt den übrigen Raum und endigt in der mit Teilstrichen versehenen Kapillare *m*. Um den unteren Teil des Rohres *a* wird ein Eismantel erzeugt (gestrichelte Linie), indem man eine Kältemischung (z. B. Eis mit kristallisiertem Chlorkalzium) in einem dünnwandigen Probierrohr in *a* einführt. Das ganze Kalorimeter wird durch eine Eispackung und durch eine weitere Isolierung gegen äußere Temperatureinflüsse geschützt.

Wird in dem Raume *V* eine Wärmemenge von *Q* (cal) entwickelt, so schmilzt ein Teil des Eismantels und es tritt wegen der Dichteverschiedenheit von Eis und Wasser eine Volumverminderung von $0{,}001\,137 \cdot Q\ \mathrm{cm}^3$ ein. Diese kann aus der Verschiebung des Quecksilberfadens in der Kapillare *m* bestimmt werden, wenn letztere nach einem auf S. 51 beschriebenen Verfahren ausgemessen ist. Eine Kalibrierung der Kapillare kann umgangen werden, wenn der Wärmewert eines Skalenteils empirisch ermittelt wird, was am besten durch Zufuhr einer bekannten elektrischen Energiemenge geschieht.

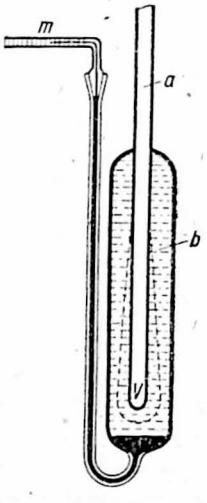


Abb. 154. Eiskalorimeter nach Bunsen

Bei genauesten Versuchen wird das Wägungsverfahren vorgezogen. An Stelle des Skalenrohres wird ein kurzes abwärts gebogenes Rohr mit gut definierter Spitze, die in ein kleines Gefäß mit Quecksilber taucht, angebracht. Man bestimmt die während des Versuches eingesaugte Quecksilbermenge durch Differenzwägung. $0{,}0154_6$ g Quecksilber entspricht 1 cal.

Im unbenutzten Kalorimeter zeigt die Quecksilberkuppe in der Kapillare *m* gewöhnlich eine geringe Wanderung (z. B. durch geringe Wärmezufuhr von außen), die durch Gangbeobachtungen vor und nach dem Versuch berücksichtigt werden muß. Nach Dieterici kann der Gang des Eiskalorimeters dadurch ausgeschaltet werden, daß man durch Druckvermehrung oder -verminderung (Verlängerung oder Verkürzung der vertikalen Quecksilbersäule) den Schmelzpunkt des Eises so lange erniedrigt bzw. erhöht, bis der Gang Null wird.

Eine Zusammenstellung von Werten über spezifisches Volum und Schmelzwärme des Eises bei Smith, J. Amer. Opt. Soc. **10**, 711, 1925. Beziehung zwischen Wärme und Quecksilbermenge beim Eiskalorimeter bei Behn, Ann. Phys. **16**, 653, 1905; Griffith, Proc. Phys. Soc. London **26**, 1, 1913. Beschreibung verschiedener Ausführungen des Eiskalorimeters bei Dieterici, Ann. Phys. **12**, 154, 1903; Richter, Z. Instrkde. **32**, 182, 1912; Swietoslawski u. Mitarb., C. R. **196**, 1970, 1933. Kalorimeter mit schmelzendem Anetol (21,6°) und Orthokresol (31,1°) bei Grassi, Cim. **7**, 260, 1914. Von Schükarew u. Mitarb. wird Diphenylmethan (24,68°) empfohlen, von Holmberg Diphenyläther (Comm. Phys. Math. Fenn. **9**, 8, 1938).

β) Verdampfungskalorimeter. Die zu messende Wärmemenge *Q* wird einer auf konstanter Siedetemperatur g haltenen Flüssigkeit (z. B. Äthyläther, flüssiger Sauerstoff, Wasserstoff) zugeführt und bringt bei konstantem äußerem Druck eine bestimmte Flüssigkeitsmasse (z. B. *m* g) zum Verdampfen, die volu-

metrisch oder gravimetrisch bestimmt wird. Ist die Verdampfungswärme der Flüssigkeit bei der betreffenden Siedetemperatur $r$ cal/g (Tab. 66), so wird $Q = r \cdot m$ cal. Als Fehlerquellen kommen in Betracht: Inkonstanz der Außentemperatur und des Außendruckes, Siedeverzug, Wärmeverluste. Die Beseitigung dieser Fehlerquellen ist oft nicht einfach und kann die Messung erheblich erschweren.

Das Verdampfungskalorimeter hat besonders in tiefen Temperaturen Anwendung gefunden, wo andere Methoden zum Teil versagen und wo dieses Verfahren sehr einfache Formen annehmen kann. So benutzen z. B. Forch und Nordmeyer ein mit flüssiger Luft (besser definiert ist flüssiger Sauerstoff) gefülltes Vakuumglas, das mit der Atmosphäre in Verbindung steht und auf einer Waage aufgestellt ist, so daß aus der Gewichtsabnahme während des Versuches unmittelbar auf die verdampfte Luftmenge und damit auf die zugeführte Wärmeenergie geschlossen werden kann. Äußere Wärmeeinflüsse werden durch Gangbeobachtungen vor und nach dem Versuch ausgeschaltet.

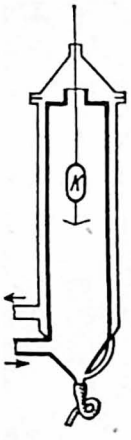



Abb. 155. Dampfkalorimeter

Verdampfungskalorimeter mit Ätherfüllung bei Körösy, Z. physiol. Chem. **86**, 383, 1913. Für tiefe Temperaturen: Forch u. Nordmeyer, Ann. Phys. **20**, 423, 1900 (flüssige Luft); Dewar, „Collected Papers", S. 1399, Cambridge 1927 und frühere Arbeiten (flüssiger Wasserstoff). Dampfdruckkalorimeter (nichtisotherm) für tiefe Temperaturen bei Simon u. Ruhemann, Z. phys. Chem. **129**, 321, 1927.

$\gamma$) Kondensationskalorimeter. Dieses Kalorimeter wird hauptsächlich zur Bestimmung der mittleren spez. Wärme eines Stoffes zwischen 100° und etwas tieferer Temperatur (bis 20°) verwendet, wobei als kondensierendes Gas gesättigter Wasserdampf benutzt wird, dessen Kondensationswärme ($r$) bei Atmosphärendruck (760 mm Hg) 538,9 cal/g beträgt. Der zu untersuchende Körper $K$ wird vermittels eines feinen Drahtes an einer empfindlichen Waage aufgehängt und befindet sich im Inneren des Kalorimeterraumes (Abb. 155). Leitet man plötzlich gesättigten Wasserdampf, der durch Filter (Drahtnetze) von tropfbarer Flüssigkeit befreit ist, in diesen Raum ein, so kondensiert eine bestimmte Dampfmenge auf dem anfangs kälteren Körper, bis dieser die Temperatur des Dampfes angenommen hat. Dabei ist eine Wärmemenge $Q = r \cdot m$ cal auf den Körper übergegangen, wenn $m$ die durch Differenzwägung bestimmte Masse des kondensierten Dampfes bedeutet.

Gegen Abtropfen von Wasser schützt ein unten am Körper befestigtes dünnwandiges Platinschälchen. Berücksichtigt werden muß der statische und dynamische Auftrieb in der Dampfströmung. Die Methode muß mit großer Umsicht gehandhabt werden, kann dann aber sehr genaue Werte liefern.

Verdampfungswärme des Wassers bei Henning, Ann. Phys. **29**, 441, 1909 u. **58**, 759, 1919. Beschreibung der Methode bei Bunsen, Wied. Ann. **31**, 9, 1887; Joly, Proc. Roy. Soc. **41**, 352, 1886; **47**, 218, 1889. Neuere Form bei Carlton-Sutton, ebd. **93**, 155, 1917.

## C. Fundamentale Methoden

**a) Wasserwert (Wärmekapazität) des Kalorimeters.** Als Wasserwert eines Körpers bezeichnet man diejenige Wassermasse in Gramm, die bei einer Temperaturänderung von 1° (und Atmosphärendruck) dieselbe Wärmemenge aufnimmt (bzw. abgibt) wie der betreffende Körper. Sofern sich der Wasserwert auf Wasser

von 15° bezieht, ist er zahlenmäßig gleich der Wärmekapazität des betreffenden Körpers in Kalorien/Grad. Dies sei im folgenden vorausgesetzt.

α) Berechnung. Der Wasserwert ist gleich dem Produkt aus Masse $m$ und spez. Wärme $c$ des Körpers bei der betreffenden Kalorimetertemperatur. Arbeitet man mit einem Flüssigkeitskalorimeter mit Wasserfüllung, so muß die Abweichung der spez. Wärme des Kalorimeterwassers von dem Wert 1,0000 bei genauen Versuchen berücksichtigt werden.

Hierzu diene die folgende Tabelle, deren Zahlenwerte im wesentlichen aus Beobachtungen von Jaeger und v. Steinwehr (Berl. Ber. S. 424, 1915) berechnet sind.

Spezifische Wärme des Wassers zwischen 0° und 50°

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0° | 1,0049 | 25° | 0,9983 |
| 5° | 1,0030 | 30° | 0,9979 |
| 10° | 1,0013 | 35° | 0,9979 |
| 15° | 1,0000 | 40° | 0,9981 |
| 20° | 0,9990 | 50° | 0,9996 |

Der Wasserwert $W$ eines Kalorimeters ist gleich der Summe der Wasserwerte aller Kalorimeterteile, die an der Temperaturänderung teilnehmen ($W = \sum m \cdot c$). Bei der Wasserwertbestimmung des Thermometers oder des Rührers wird daher nur der in die Kalorimeterflüssigkeit eintauchende Teil berücksichtigt, dessen Masse z. B. durch eine Volummessung bei bekannter Dichte angenähert ermittelt werden kann.

Dieses Verfahren kann bei Kalorimetern mit Wasserfüllung, bei denen diese mitunter neun Zehntel der gesamten Wärmekapazität ausmacht, auf einige Tausendstel genau sein. Bei anderen Kalorimetern dient es jedoch gewöhnlich nur zur ersten Orientierung über die Größe des Wasserwertes.

β) Die elektrische Methode zur Bestimmung des Wasserwertes ist die genaueste und wird besonders bei Absolutmessungen angewendet. Für die elektrische Energiezufuhr bei Flüssigkeitskalorimetern genügt in einfacheren Fällen ein im Handel käuflicher Tauchsieder mit Hohlzylinder. Für genauere Messungen kann ein ähnlich geformter Heizkörper mit besserer Isolation, größerer Oberfläche und geringerem Zuleitungswiderstand zur Heizspule verwendet werden. Die elektrische Energie wird bestimmt aus der Stromstärke $I$ (int. A), der Endspannung $E$ (int. V) und der Zeit des Stromdurchganges $t$ (s) zu $E \cdot I \cdot t$ int. Wattsekunden $= 0{,}2390 \cdot E \cdot I \cdot t$ cal. Wird durch diese Energie die Kalorimetertemperatur um $\Delta\vartheta$ Grad erhöht, so gilt für den Wasserwert $W$ des gesamten Kalorimeters (einschl. Heizkörper) die Beziehung

$$W = \frac{0{,}2390 \cdot E \cdot I \cdot t}{(\Delta\vartheta - \varepsilon)} \ (\text{g Wasser}_{15} = \text{cal/°}). \qquad (1)$$

Die Temperaturkorrektion $\varepsilon$ ist nach den unter b) angegebenen Verfahren zu ermitteln. Die Endspannung $E$ wird zweckmäßig mittels besonderer Potentialdrähte in der Nähe der Oberfläche der Kalorimeterflüssigkeit an den Stromzuführungsdrähten abgegriffen.

Präzise Ausführung des Verfahrens bei Jäger u. v. Steinwehr, Ann. Phys. **64**, 630, 1921. Auslösevorrichtung für den Heizstrom bei Eucken u. Donath, Z. phys. Chem. **124**, 191, 1926; Lange u. Schwartz, ebd. **133**, 136, 1928. Heizrührer bei Fischer, Z. anorg. Chem. **78**, 41, 1912. Glaskapillarheizer bei Lange u. Schwartz, Z. phys. Chem. **134**, 134, 1928.

$\gamma$) Andere experimentelle Bestimmung. Der Wasserwert eines Kalorimeters kann auch durch Zufuhr irgendeiner anderen Wärmeenergie bestimmt werden; z. B. mittels eines eingeführten, auf bestimmte Temperatur erwärmten Körpers von bekannter spez. Wärme (Tab. 65) oder mit Hilfe einer im Kalorimeter stattfindenden chemischen Reaktion von bekannter Wärmetönung (S. 269). Man kann auf diese Weise die Wasserwertbestimmung unter annähernd den gleichen Versuchsbedingungen durchführen wie die späteren kalorimetrischen Messungen und hat den Vorteil, daß sich die systematischen Fehler aufheben. Dieses relative Verfahren verdient daher immer dann den Vorzug, wenn die betreffenden Eigenschaften der Vergleichssubstanz, durch die die Wärmeenergie zugeführt wird, genügend genau bekannt sind.

**b) Temperaturkorrektion $\varepsilon$ bei Kalorimetern mit konstanter Umgebungstemperatur.** Man unterscheidet bei einer kalorimetrischen Messung drei Versuchsstadien, die man mit Vor-, Haupt- und Nachversuch bezeichnet. Der Vorversuch beginnt, sobald (ohne Wärmezufuhr) die Kalorimetertemperatur sich ausgeglichen hat und ihre zeitliche Änderung annähernd linear verläuft. Die Temperaturen werden etwa sechsmal in gleichen Zeitabständen (z. B. alle ganze Minuten) aufgeschrieben. Mit der letzten Ablesung des Vorversuches, die zugleich als erste des Hauptversuches dient, wird die Wärmeentwicklung (z. B. chemische Reaktion, elektrische Heizung) in Gang gesetzt. Während des Hauptversuches werden die Temperaturablesungen in gleicher Weise fortgesetzt. Sein Ende ist dann erreicht, wenn die zeitliche Temperaturänderung nach dem Aufhören der Wärmeentwicklung und nach erfolgtem Temperaturausgleich wieder linear verläuft. Während eines Nachversuches werden die Temperaturen noch etwa sechsmal in gleichen Zeitabständen beobachtet.

Zur Berechnung der Temperaturkorrektion $\varepsilon$ dient die Regnault-Pfaundlersche Formel, die zweckmäßig in folgender Form geschrieben wird:

$$\varepsilon = x \cdot \Delta_n - (\Delta_n - \Delta_v) \cdot F, \tag{2}$$

wobei

$$F = x - \frac{1}{\vartheta_n - \vartheta_v} \cdot \left( \sum_1^{x-1} \vartheta + \frac{\vartheta_0 + \vartheta_x}{2} - x \cdot \vartheta_v \right). \tag{3}$$

Es bedeuten: $x$ Anzahl der Intervalle im Hauptversuch; $\Delta_v$ bzw. $\Delta_n$ mittlerer Temperaturanstieg zwischen zwei Ablesungen des Vor- bzw. Nachversuches (bei Temperaturabfall ändern $\Delta_v$ und $\Delta_n$ ihr Vorzeichen!) $\vartheta_v$ bzw. $\vartheta_n$ mittlere Temperatur des Vor- bzw. Nachversuches; $\sum_1^{x-1} \vartheta$ Summe der Temperaturen des Hauptversuches außer der ersten und letzten; $\vartheta_0$ erste, $\vartheta_x$ letzte Temperatur des Hauptversuches. Der korrigierte Temperaturanstieg des Kalorimeters ist dann gleich $\vartheta_x - \vartheta_0 - \varepsilon = \Delta\vartheta - \varepsilon$.

Der Faktor $F$ kann bei allen Versuchen, die im Hauptversuch einen gleichen oder ähnlichen Temperaturverlauf zeigen, in erster Annäherung als Konstante angesehen werden, so daß z. B. bei Reihenuntersuchungen gleicher oder nur wenig verschiedener Stoffe eine ein- bis zweimalige Bestimmung von $F$ genügt. In vielen Fällen, bei denen die größte Temperatursteigerung in der ersten Minute des Hauptversuches eintritt, kann erfahrungsgemäß $F = 1$ gesetzt werden.

Umformung der Regnault-Pfaundlerschen Formel bei Moser, Phys. Z. **37**, 529, 1936. Exakte und zum Teil graphische Verfahren bei Jaeger u. v. Steinwehr, Ann. Phys. **21**, 23, 1906; Roth, Lieb. Ann. **373**, 254, 1910. Konvektionsströme im Raume zwischen Kalorimetergefäß und Schutzmantel können die Gültigkeit der Korrektionsformeln einschränken; vgl. hierzu White, J. Amer. Chem. Soc. **40**, 379, 1918.

**c) Experimentelle Verfahren zur Ausschaltung von Wärmeverlusten.** $\alpha$) Kompensationsverfahren. Die Anfangstemperatur im Kalorimetergefäß wird so eingestellt, daß der Wärmeverlust an die Umgebung möglichst gering ist. Wegen der Rührwärme und der geringen Wasserverdunstung ist die Kalorimetertemperatur in diesem Falle im allgemeinen von der Umgebungstemperatur etwas verschieden. Der zu messende Wärmeeffekt wird durch eine entgegengesetzt gerichtete, genau zu dosierende und der Messung leicht zugängliche Wärmemenge kompensiert, so daß die Kalorimetertemperatur während des Versuches nach Möglichkeit konstant bleibt. Zur Temperaturkontrolle dient ein Nullinstrument, dessen Empfindlichkeit nur so weit bekannt zu sein braucht, daß die geringfügigen Korrektionen wegen unvollständiger Kompensation angebbar sind. Beträgt das Zeitintegral über alle Temperaturdifferenzen $(\vartheta - \vartheta')$ während der $x$ Minuten langen Versuchsdauer $\int_0^x (\vartheta - \vartheta')\,dz$ und der Temperaturgang bei 1° Temperaturdifferenz in der Minute $a$, so ist die Korrektion gleich $a \cdot \int_0^x (\vartheta - \vartheta')\,dz$. Dieses isotherm arbeitende Verfahren eignet sich besonders zur Messung von stark temperaturabhängigen Wärmetönungen (z. B. Verdampfungswärme in der Nähe des kritischen Punktes).

Kompensation negativer Wärmemengen durch Zusatz von konzentrierter Schwefelsäure zum Kalorimeterwasser bei Mathias, J. phys. **9**, 459, 1890; durch elektrische Heizung bei Brönstedt, Z. phys. Chem. **56**, 663, 1905. Kompensation positiver Wärmemengen durch Zusatz von Ammoniumnitratlösung bei v. Wartenberg u. Lerner-Steinberg, Z. phys. Chem. **122**, 113, 1926; durch Verdampfen von $CCl_4$ bei Coon u. Daniels, J. phys. chem. **37**, 1, 1933; durch den Peltier-Effekt bei Tian, J. chim. phys. **30**, 665, 1933.

$\beta$) Adiabatisches Kalorimeter. Die Anfangstemperatur des Kalorimeters wird wie beim Kompensationsverfahren eingestellt. Während des Versuches wird der äußere Schutzmantel in demselben Tempo erwärmt, wie die Temperatur des Kalorimeters steigt, so daß die Temperaturdifferenz zwischen beiden möglichst konstant (nahezu Null) bleibt. Für diesen Zweck sind verschiedene spezielle Verfahren ausgebildet worden, die zum Teil mit automatischer Regelung arbeiten. Die Korrektion wegen unvollständiger Adiabasie wird in ähnlicher Weise ermittelt wie bei dem Kompensationsverfahren. Das adiabatische Kalorimeter eignet sich besonders für solche Versuche, die sich über große Zeitabschnitte erstrecken (z. B. biologische Arbeiten) oder für Messungen in hoher Temperatur, wo die Temperaturkorrektion bei nicht-adiabatischem Arbeiten wegen der Zunahme der Wärmestrahlung verhältnismäßig hohe Werte annimmt.

Richards, Z. phys. Chem. **52**, 551, 1905; Cohen u. Moesveld, ebd. **95**, 305, 1920; Barrys, J. Amer. Chem. Soc. **44**, 899, 1922. Verschiedene Regelvorrichtungen für den äußeren Schutzmantel: Daniels, J. Amer. Chem. Soc. **38**, 1473, 1916; **46**, 906, 1924 (elektrolytische Stromwärme); Fries, ebd. **34**, 643, 1912 (elektrisch heizbarer Metallmantel); Wüst u. Lange, Z. phys. Chem. **116**, 171, 1925 (Zufuhr von warmem oder kaltem Wasser). Automatische Regelvorrichtung: z. B. Moser, Z. techn. Phys. **13**, 383, 1932; Rieche, ebd. S. 498. Messung sehr geringer Wärmeleistungen von radioaktiver Strahlung herrührend bei Sanielevici, J. chim. phys. **30**, 513, 1933.

$\gamma$) Zwillings-Kalorimeter (Differentialkalorimeter). Zwei Kalorimetergefäße von möglichst gleicher Beschaffenheit sind voneinander thermisch isoliert in demselben Schutzmantel untergebracht, der sich auf konstanter Temperatur befindet. Durch eine genau symmetrische Aufstellung wird dafür gesorgt,

daß beide Gefäße demselben Wärmeverlust unterworfen sind. Die zu messende Wärmemenge wird dem einen Kalorimetergefäß zugeführt, während in dem anderen eine gleich große und leicht meßbare (z. B. elektrische) Wärmeenergie entwickelt wird, so daß zwischen beiden Gefäßen möglichst keine Temperaturdifferenz besteht. Falls sich die obigen Bedingungen genügend genau verwirklichen lassen, sind die in beiden Kalorimetern entwickelten Wärmemengen einander gleich. Andernfalls sind entsprechende, meist aber sehr geringfügige Korrektionen anzubringen, die empirisch ermittelt werden. Zur Messung der Temperaturdifferenzen werden mit Vorteil mehrere hintereinandergeschaltete Thermoelemente benutzt. Das Zwillingskalorimeter eignet sich besonders zur Messung sehr kleiner Wärmetönungen (z. B. Verdünnungs-, Peltierwärmen) und kann zu hoher Empfindlichkeit ausgebildet werden. Auch zur Messung von Wärmeleistungen (bei Prozessen, bei denen in gleichen Zeiten gleiche Wärmemengen entwickelt werden, z. B. radioaktive Vorgänge) ist das Zwillingskalorimeter sehr geeignet.

v. Steinwehr, Z. phys. Chem. **38**, 185, 1901; Rümelin, ebd. **58**, 450, 1907; Randall u. Bisson, J. Amer. Chem. Soc. **42**, 347, 1920; Nernst u. Orthmann, Berl. Ber. S. 51, 1926 u. S. 136, 1927; Z. phys. Chem. **135**, 199, 1928; Eucken u. Mitarb., J. Amer. Chem. Soc. **58**, 2118, 1936 und frühere Arbeiten. Adiabatisches Differentialkalorimeter bei Lange u. Monheim, Z. phys. Chem. **149**, 51, 1930. Differential-Dampfdruckkalorimeter bei Douane, Le Radium **7**, 260, 1910.

## 2. Spezifische Wärme

Schrödinger, Handb. d. Phys. **10**, 275, 1926; Scheel, ebd. **10**, 321, 1926; Eucken, Handb. d. Exp.Phys. **8**, 1, 1929.

### A. Definition und theoretische Beziehungen

**a) Allgemeines.** Als spezifische Wärme $c$ bezeichnet man den Ausdruck

$$c = \frac{Q}{m(\vartheta_e - \vartheta_a)}, \tag{1}$$

worin $Q$ die Wärmemenge (ausschließlich latenter Wärme) in Kalorien bedeutet, die ein Körper von der Masse $m$ (g) aufnimmt (bzw. abgibt), wenn er von der Anfangstemperatur $\vartheta_a$ auf die Endtemperatur $\vartheta_e$ erwärmt (bzw. abgekühlt) wird. Wenn man mit sehr kleinen Temperaturänderungen $\vartheta_e - \vartheta_a$ arbeitet (z. B. bei elektrischer Erwärmung des Versuchskörpers von nur wenigen Graden), erhält man aus Gl. (1) die wahre spez. Wärme ($c$) bei der Temperatur $\vartheta = \left(\frac{\vartheta_a + \vartheta_e}{2}\right)$. Bei größeren Temperaturänderungen (Mischungsmethoden) spricht man von mittlerer spez. Wärme ($\bar{c}$) zwischen $\vartheta_a$ und $\vartheta_e$.

Ferner hat man zu unterscheiden zwischen spez. Wärme bei konstantem Druck $c_p$ und konstantem Volum $c_v$.

Das Produkt aus spez. Wärme und der für das Atomgewicht oder Molekulargewicht geltenden Zahl nennt man Atomwärme bzw. Molwärme ($C$).

**b) Feste Körper.** Bei festen Körpern wird fast ausschließlich $c_p$ gemessen. $c_v$ ist gewöhnlich etwas kleiner, da die innere Arbeitsleistung gegen die molekularen Anziehungskräfte hier wegfällt. Es gilt allgemein die Beziehung

$$c_p = c_v + \gamma^2 \cdot \frac{T}{\varrho \cdot \chi}, \tag{2}$$

worin $\varrho$ die Dichte, $\gamma$ der thermische (kubische) Ausdehnungskoeffizient, $\chi$ die kubische Kompressibilität und $T$ die absolute Temperatur bedeuten.
Die Atomwärme konstanten Volums hat bei festen Elementen und gewöhnlicher oder höherer Temperatur mit einigen Ausnahmen (z.B. B, C, Si) durchschnittlich den Wert $3R = 6{,}0$ cal/Grad (Dulong und Petit; $R$ = Gaskonstante). Bei tieferen Temperaturen sinkt die Atomwärme und strebt beim absoluten Nullpunkt dem Nullwert zu (Nernst), und zwar mit der dritten Potenz aus der abs. Temperatur (Debye). In verschiedenen durch Bearbeitung oder chemische Allotropie bewirkten Modifikationen desselben Körpers hat die spez. leichtere Form in der Regel die kleinere spez. Wärme. Die Molwärme einer festen Verbindung ist nahezu gleich der Summe der Atomwärmen der Komponenten (Neumann u. Kopp).

**c) Flüssigkeiten.** Zwischen $c_p$ und $c_v$ besteht dieselbe Beziehung wie bei festen Körpern (vgl. Formel 2). $c_p$ läßt sich im allgemeinen nur von solchen Flüssigkeiten empirisch bestimmen, die bei der betreffenden Meßtemperatur keinen zu hohen Dampfdruck besitzen. Wird die Flüssigkeit in einem starkwandigen Gefäß vollständig (ohne Luft- und Dampfreste) eingeschlossen, so kann auch $c_v$ direkt bestimmt werden. Gewöhnlich läßt man aber über der Flüssigkeit einen Dampfraum bestehen, so daß sie sich während des Erwärmens ausdehnen kann. Man mißt in diesem Falle die spez. Wärme $c_s$ unter dem Sättigungsdruck $p_s$. Es besteht allgemein die Beziehung

$$c_s = c_p - \frac{\gamma \cdot T}{\varrho} \cdot \frac{dp_s}{dT} \tag{3}$$

($\gamma$ = thermischer Ausdehnungskoeffizient, $\varrho$ = Dichte). Außerdem ist hier zu berücksichtigen, daß ein Teil der Flüssigkeit beim Erwärmen in den Dampfraum verdampft, der sich wegen der Ausdehnung der Flüssigkeit gleichzeitig verkleinert. Bei sehr kleinem Dampfraum und Dampfdrucken unterhalb einer Atmosphäre werden diese Korrektionen im allgemeinen kleiner als 0,1 %, so daß hier $c_s = c_p$ gesetzt werden kann.
Die Atomwärme konstanten Volums einatomiger Flüssigkeiten (z.B. Hg) liegt in der Nähe des Dulong-Petitschen Wertes 6,0.

**d) Gase.** Die Molwärmen $C_p$ und $C_v$ nichtidealer Gase sind vom Druck abhängig, und zwar gilt nach der Thermodynamik allgemein, wenn $v$ das Molvolum bezeichnet,

$$C_p = C_{p0} - T \int_0^p \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p dp \quad \text{und} \quad C_v = C_{v0} + T \int_\infty^v \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v dv, \tag{4}$$

wobei $C_{p0}$ und $C_{v0}$ die Molwärmen im idealen Gaszustand bedeuten. Um die Integration ausführen zu können, muß die Beziehung zwischen $p$, $v$ und $T$ für das reale Gas in Form einer Zustandsgleichung bekannt sein (S. 215). Ferner gilt die Beziehung

$$C_{p0} - C_{v0} = R = 1{,}986 \text{ cal/Grad}. \tag{5}$$

Jeder voll erregte Freiheitsgrad liefert zur Molwärme $C_v$ den Beitrag $R/2$. Man unterscheidet dabei außer den translatorischen Freiheitsgraden ($F_t$) noch rotatorische ($F_r$), die bei Zimmertemperatur im allgemeinen voll angeregt sind, und oszillatorische, die erst bei höheren Temperaturen einen merklichen Beitrag zur Molwärme liefern. Daher beträgt $C_v$ bei Zimmertemperatur angenähert bei $3F_t$ (einatomige Gase) $3R/2$, bei $3F_t + 2F_r$ (zweiatomige Gase und gestreckte mehratomige Moleküle) $5R/2$ und bei $3F_t + 3F_r$ (drei- und mehratomige Gase) $6R/2$.

Der genaue Betrag, den ein oszillatorischer Freiheitsgrad bei verschiedenen Temperaturen zur Molwärme liefert, kann berechnet werden, und zwar ist er nach der Quantentheorie

$$C_\Theta = \frac{R \cdot \left(\frac{\Theta}{T}\right)^2 \cdot e^{\frac{\Theta}{T}}}{\left(e^{\frac{\Theta}{T}} - 1\right)^2}, \tag{6}$$

worin $\Theta$ die von der Frequenz der Schwingung abhängige sog. charakteristische Temperatur bedeutet.

Näheres hierüber bei Justi, Spezifische Wärme, Enthalpie, Entropie und Dissoziation technischer Gase. Berlin 1938.

## B. Experimentelle Methoden für feste Körper

**a) Mischungsmethode.** Der zu untersuchende Körper wird gewogen (Masse $m$) und in einem Vorwärmer auf die Anfangstemperatur $\vartheta_a$ gebracht. Alsdann läßt man den Körper in ein Flüssigkeitskalorimeter (S. 253) fallen und mißt die Wärmemenge $Q = (\Delta\vartheta - \varepsilon) \cdot W$ ($\Delta\vartheta$ = Temperaturanstieg, $W$ = Wasserwert des Kalorimeters, $\varepsilon$ = Temperaturkorrektion; S. 208), die der Körper an die Kalorimeterflüssigkeit abgibt, bis beide dieselbe Endtemperatur $\vartheta_e$ angenommen haben. Die mittlere spez. Wärme der Versuchssubstanz zwischen $\vartheta_a$ und $\vartheta_e$ ist

$$\bar{c} = \frac{(\Delta\vartheta - \varepsilon) \cdot W}{m \cdot (\vartheta_a - \vartheta_e)}. \tag{1}$$

Als Vorwärmer kann in einfachster Weise eine Siederöhre in der Form eines Vakuummantelgefäßes dienen, die außen mit einer Wärmeisolation versehen ist und durch deren „Mantel" gesättigter Wasserdampf geleitet wird. Nachdem der Versuchskörper die Temperatur des Dampfes angenommen hat, wird der Verschluß entfernt und der Körper durch rasches Umkippen des Vorwärmers in das Kalorimeter gebracht. $\vartheta_a$ kann dann mit Hilfe einer Siedetabelle (Tab. 29) aus dem Barometerstand berechnet werden.

Pulverförmige Stoffe oder solche, die nicht mit der Kalorimeterflüssigkeit in Berührung kommen dürfen, werden in ein kleines dünnwandiges Metall- oder Glasgefäß (von der Masse $m_g$ und der mittleren spez. Wärme $\bar{c}_g$) eingeschlossen. In diesem Falle muß von dem $\bar{c}$-Wert nach Formel (1) der Betrag $\frac{m_g}{m} \cdot \bar{c}_g$ in Abzug gebracht werden. Wird $\bar{c}_g$ in derselben Weise empirisch ermittelt wie $\bar{c}$, indem man zwei gleichartige Versuche mit leerem und gefülltem Metallgefäß anstellt, so werden verschiedene systematische Fehler, z.B. der Wärmeverlust des Versuchskörpers während des Herabfallens, ausgeschaltet.

An Stelle eines Flüssigkeitskalorimeters kann auch ein Metallkalorimeter (S. 254) oder ein isothermes Kalorimeter (S. 255) verwendet werden, wobei $Q$ nach den jeweils dort angegebenen Verfahren zu bestimmen ist.

Elektrischer Ofen als Vorwärmer für höhere Temperaturen bei Weiß, Piccard u. Carrard, Arch. Genève **43**, 33, 1917. Vorrichtung zum Abkühlen des Versuchskörpers auf tiefe Temperaturen bei Richards u. Jackson, Z. phys. Chem. **70**, 414, 1910. Auffangevorrichtung für den Versuchskörper bei Magnus, Ann. Phys. **31**, 601, 1910. Vollständige Versuchsanordnung mit Flüssigkeitskalorimeter z.B. Weiß, Piccard u. Carrard, s.o.; mit Metallkalorimeter großer Genauigkeit bei Jaeger u. Rosenbohm, Proc. Amsterdam **30**, 905 u. 1069, 1927 (0—1625°); mit Verdampfungskalorimeter für tiefe Temperaturen z.B. Simon u. Ruhemann, Z. phys. Chem. **129**, 321, 1927.

**b) Elektrische Methoden.** α) Heizung im Kalorimeter. Der Versuchskörper von der Masse $m$ wird in einem Flüssigkeits- oder Metallkalorimeter (S. 253) untergebracht, das mit einer elektrischen Heizung versehen ist und dessen Wasserwert $W$ (S. 252) kleiner ist als die Wärmekapazität des betreffenden Körpers. Wird dem Kalorimeter in $t$ Sekunden die elektrische Energie $E \cdot I \cdot t$ Wattsekunden (S. 252) zugeführt, die eine Temperatursteigerung von $\Delta\vartheta^\circ$ hervorruft, so ist die wahre spez. Wärme des Versuchskörpers

$$c = \frac{1}{m}\left(0{,}2390\,\frac{E \cdot I \cdot t}{\Delta\vartheta - \varepsilon} - W\right) \qquad (2)$$

($\varepsilon$ = Temperaturkorrektion, S. 258).

Vollständige Anordnungen z.B. bei Griffiths, Phil. Trans. **213**, 119, 1913 (0 bis 100°); für tiefe Temperaturen: Lange, Z. phys. Chem. **110**, 343, 1924; Clusius u. Harteck, ebd. **134**, 243, 1928; Clusius, ebd. **3**, 41, 1929 (Messungen an verfestigten Gasen bis 10° abs.); für höhere Temperaturen (bis 700°) z.B. Moser, Phys. Z. **37**, 737, 1936; Sykes u. Jones, J. Inst. Metals **59**, 257, 1936. Andere Wärmezufuhr: durch langsame Kathodenstrahlen bei Klinkhardt, Ann. Phys. **84**, 167, 1927; durch Wirbelstromenergie bei Davies u. Thomas, Phil. Mag. **24**, 600 u. 713, 1937.

β) Heizung von Metallstäben oder Drähten durch den elektrischen Strom. Der in einem Leiter vom spez. Widerstand $\sigma(\Omega \cdot \mathrm{cm})$ der Dichte $\varrho$ und der spez. Wärme $c$ durch die Stromdichte $i(\mathrm{A/cm^2})$ hervorgerufene Temperaturanstieg beträgt ohne Wärmeableitung in $t$ Sekunden $0{,}2390 \cdot t \cdot i^2 \cdot \frac{\sigma}{\varrho \cdot c}$. Man mißt die Temperaturerhöhung in Abhängigkeit von der Zeit durch Thermoelemente, die in den Metallstab eingelassen sind, und extrapoliert, um die Wärmeverluste auszuschalten, auf die Zeit des Stromschlusses.

Jaeger u. Diesselhorst, Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **3**, 269, 1900. Ähnliche Methoden, bei denen der Temperaturanstieg meistens indirekt aus der Widerstandsänderung eines Drahtes mit bekanntem Temperaturkoeffizienten von $\sigma$ bestimmt wird, bei Corbino, Phys. Z. **11**, 413, 1910; Pirani, Verh. D. Phys. Ges. **14**, 1037, 1912; Behrens u. Drucker, Z. phys. Chem. **113**, 79, 1924; Zwikker, Z. Phys. **52**, 668, 1928 (Wolfram bis 2600°).

**c) Wärmezufuhr durch chemische Reaktionen:** v. Wartenberg u. Wietzel, Z. Elektroch. **25**, 209, 1919 (mittlere spez. Wärme bis 2000°).

## C. Experimentelle Methoden für Flüssigkeiten

**a) Mischungsmethoden.** α) Einschluß der Flüssigkeit in ein Gefäß. In diesem Falle sind die für feste Körper angegebenen Methoden (S. 262) grundsätzlich auch auf Flüssigkeiten anwendbar (Gefäße aus Platin, Quarz, Jenaer Glas). Die Flüssigkeit kann auch durch eine wärmeisolierende Rohrverbindung vom Vorwärmer in das Kalorimeter gebracht werden, wobei der Wärmeverlust im Rohr berücksichtigt werden muß.

Vgl. z.B. Lussana, Cim. **4**, 207, 1912 (spez. Wärme unter hohen Drucken).

β) Austauschkalorimeter. Die zu untersuchende Flüssigkeit strömt von dem Vorwärmer in den Austauscher, d.i. z.B. eine Kühlschlange, die außen von einem Wasser-Gegenstrom umspült wird. Man mißt im stationären Zustand die Temperaturdifferenz zwischen den Ein- und Austrittsstellen des Austauschers für die zu untersuchende Flüssigkeit ($\Delta\vartheta_F$) und für das Kühlwasser ($\Delta\vartheta_K$). Sind die

in gleichen Zeiten durch den Austauscher strömenden Flüssigkeitsmassen $m_F$ bzw. $m_k$, so wird die spez. Wärme der Flüssigkeit $c = -\frac{\Delta\vartheta_K \cdot m_K}{\Delta\vartheta_F \cdot m_F}$ (vollkommene Isolation des Austauschers und Kühlwasser von 15° vorausgesetzt). Diese Methode kann in etwas modifizierter und vereinfachter Form dazu benutzt werden, um das Verhältnis der spez. Wärmen derselben Flüssigkeit bei verschiedenen Temperaturen zu messen.

Vgl. z. B. Romberg, Proc. Amer. Acad. **57**, 377, 1922.

**b) Elektrische Methoden.** α) Kalorimeterflüssigkeit. Die auf S. 262 beschriebene Methode kann auch für Flüssigkeiten benutzt werden. Flüssigkeiten mit einem Dampfdruck von nur wenigen Millimetern Hg können dabei an Stelle der Kalorimeterflüssigkeit in ein offenes Gefäß gebracht und gerührt werden. Flüssigkeiten mit höheren Dampfdrucken werden in ein entsprechendes Gefäß von bekanntem Wasserwert luftdicht eingeschlossen, wobei der Wärmeausgleich durch eingebrachte Metallamellen beschleunigt werden kann.

Spezielle Apparaturen für Flüssigkeiten: z. B. Williams u. Daniels, J. Amer. Chem. Soc. **46**, 903, 1924 (adiabatisches Kalorimeter); Richards u. Gucker, ebd. **47**, 1878, 1925 (Differentialmethode); Nernst u. Schlesinger, Phys. Z. **10**, 210, 1909 (Favre-Silbermannsches Meßprinzip). $c_p$ bei hohen Drucken und Temperaturen: Bennewitz u. Wendroth, Z. phys. Chem. **125**, 11, 1927. Universalmethode (auch für höhere Drucke und andere thermische Eigenschaften, z. B. Verdampfungswärme bei Osborne, Stimson u. Fiock, Bur. Stand. J. Res. **5**, 411, 1930.

β) Strömungsmethode (Callendar). Die durch ein Glasrohr $R$ (etwa 0,5 m lang 2 mm weit, Abb. 156) strömende Flüssigkeit wird durch einen elektrischen Strom erwärmt, der in einem zentrisch durch die Röhre gezogenen Platindraht fließt. Das Rohr ist von einem Vakuummantel $M$ umgeben, der außen von Wasser konstanter Temperatur umspült wird. Man mißt im stationären Zustand die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen Ein- und Austrittsstelle des Rohres mit Thermoelementen oder Platinwiderstandsthermometern, sowie die im Platindraht entwickelte elektrische Leistung $I \cdot E$ (S. 252). Bezeichnet $m$ die in einer Sekunde durch das Rohr strömende Flüssigkeitsmasse, so gilt $(c \cdot m + K) \cdot \Delta\vartheta = 0{,}2390 \cdot I \cdot E$. Der Wärmeverlust an die Umgebung $K \cdot \Delta\vartheta$ wird durch Veränderung von $m$ und $I \cdot E$ unter Konstanthaltung von $\Delta\vartheta$ ausgeschaltet.

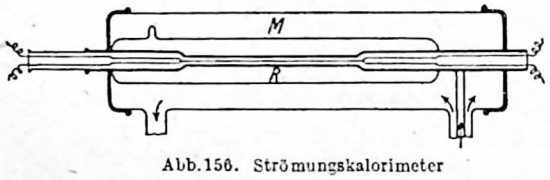


Abb. 156. Strömungskalorimeter

Callendar u. Barnes, Phil. Trans. **199**, 149, 1902. Neuere abgeänderte Form, bei der sich der Wärmeverlust fast vollständig vermeiden läßt, bei W. R. u. W. E. Bousfield, ebd. **218**, 119, 1919; Koch, Forsch. Ing.Wes. **5**, 138, 1934 (Wasser bis 350°).

**c) Wärmezufuhr durch erhitzte Körper oder chemische Reaktionen.** Über Thermophore vgl. Wiebe u. Gumlich, Wied. Ann. **66**, 530, 1898; Pfaundler, ebd. **67**, 439, 1899. Wärmezufuhr durch chemische Reaktionen (z. B. Neutralisationswärme) bei Richards u. Rowe, Z. phys. Chem. **84**, 585, 1913.

**d) Erkaltungsmethode** (Dulong und Petit). Man bringt der Reihe nach zwei verschiedene Flüssigkeiten von der Masse $m_1$ und $m_2$ und der spez. Wärme $c_1$ und $c_2$ ($m_2$ etwa Wasser, also $c_2 = 1$) in dasselbe Metallgefäß vom Wasserwert $W$ (S. 256)

Während sich das vorher erwärmte Gefäß in temperaturkonstanter Umgebung abkühlt, bestimmt man die Zeiten $t_1$ und $t_2$, in denen die Temperatur des Gefäßes unter denselben Umständen (von derselben Temperatur ab gerechnet) um denselben Betrag sinkt. Dann ist

$$c_1 = \frac{1}{m_1}\left\{(W + m_2 \cdot c_2) \cdot \frac{t_1}{t_2} - W\right\}.$$

### D. Experimentelle Methoden für Gase

**a) Spezifische Wärme bei konstantem Druck.** α) Mischungsmethode. Man leitet die erhitzten Gase in starkem Strome durch ein Wasserkalorimeter. Der aus dem Gasometer austretende Gasstrom, mit Hilfe eines Manometers durch einen Regulierhahn möglichst konstante rhalten, wird in einem von einem Heizbade umgebenen engen Schlangenrohr erhitzt. Er tritt von hier in das Schlangenrohr (oder in weitere, mit Metallspänen gefüllte Rohre; Abb. 157) des Wasserkalorimeters durch eine Verbindung, die dem Gasstrome wenig Wärme entziehen, dem Kalorimeter von dem Erhitzungsapparat aus wenig Wärme zuleiten soll. In der Figurenskizze nach Holborn und Henning besteht die Wand der gasdichten Kapsel $K$, durch die das Zuleitungsrohr $R$ tritt, aus einem dünnen, mit einem schlechten Wärmeleiter (Magnesia) ausgekleideten Platinblech. Im Zuleitrohr sitzt dicht vor der Ausmündung die Lötstelle $Th$ eines Thermoelementes. Durch Änderung der Strömungsgeschwindigkeit kann man sich überzeugen, ob das Gas allen Wärmeüberschuß an das Kalorimeter abgegeben hat.

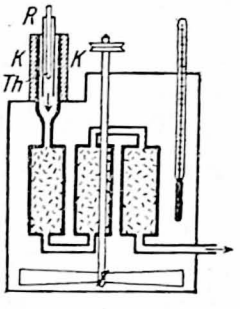


Abb. 157. Wasserkalorimeter

Bezeichnet $Q$ die während des Versuches an das Kalorimeter abgegebene Wärmemenge [$Q = (\Delta\vartheta - \varepsilon) \cdot W$, $\Delta\vartheta$ = Temperaturanstieg des Kalorimeters, $\varepsilon$ = Temperaturkorrektion, $W$ = Wasserwert; S. 258], $m$ die Masse des durchgeströmten Gases, $\vartheta_a$ die Anfangs- und $\vartheta_e$ die mittlere Endtemperatur des Gases, so wird die mittlere spez. Wärme zwischen $\vartheta_a$ und $\vartheta_e$ berechnet zu

$$\bar{c}_p = \frac{(\Delta\vartheta - \varepsilon) \cdot W}{m \cdot (\vartheta_a - \vartheta_e)}.$$

Näheres bei Holborn u. Henning, Ann. Phys. **18**, 739, 1905; **23**, 809, 1907 (zwischen 100 und 1400°). Messungen in kleinerem Temperaturintervall (Zimmertemperatur bis 100°) bei Collum, J. Amer. Chem. Soc. **49**, 28, 1927. Anordnung mit Metallkalorimeter für tiefe Temperaturen bei Millar, ebd. **25**, 874, 1924.

β) Elektrische Methode. Die auf S. 264 beschriebene Strömungsmethode ist grundsätzlich auch auf Gase angewandt worden. Sie eignet sich besonders zur Messung von wahren spez. Wärmen und ist als eine der zuverlässigsten Methoden zur Bestimmung von $c_p$ zu betrachten.

Methoden für Wasserdampf bei hohen Drucken: Koch, Forsch. Ing.Wes. **3**, 1. 1932. Für Gase bis 1000 at: Krase u. Mackey, J. Amer. Chem. Soc. **52**, 108, 1930. — Henry, Proc. Roy. Soc. London **133**, 492, 1931.

γ) Aus der Verdampfungswärme. Über ein Verfahren zur Ermittlung von $c_p$ aus der Verdampfungswärme bei kleinen Dampfdrucken und tiefen Temperaturen s. Eucken u. Donath, Z. phys. Chem. **124**, 181, 1926.

**b) Spezifische Wärme bei konstantem Volum $c_v$.** $\alpha$) Elektrische Methode. Man führt einer in einem größeren Gefäß eingeschlossenen Gasmenge eine bekannte elektrische Energie vermittels eines kurzen Stromstoßes von 0,1 bis 0,01 Sekunden (in einer Heizung von großer Oberfläche und geringer Masse) zu, so daß nur das Gas selbst und nicht auch die Gefäßwand erwärmt wird, und bestimmt den Temperaturanstieg des Gases durch Druckmessung mit einem empfindlichen Membranmanometer, indem man die Gasmasse als Gasthermometer benutzt.

Vgl. z. B. Giacomini, Phil. Mag. **50**, 146, 1925.

Trautz und seine Mitarbeiter haben dieses Verfahren unter Verwendung des Differentialprinzips zu großer Genauigkeit ausgebildet. Näheres bei Trautz u. Grosskinsky, Ann. Phys. **67**, 463, 1922; Trautz, ebd. **83**, 457, 1927.

In tiefen Temperaturen, wo die spez. Wärme der Metalle klein ist, kann auch ein elektrisch heizbares Metallkalorimeter (S. 254) von kleiner Masse benutzt werden, das mit verdichtetem Gas gefüllt wird und die Temperaturänderung des Gases mitmacht.

Vgl. Eucken, Berl. Ber. S. 141, 1912 ($H_2$ zwischen 35 und 273° abs.).

$\beta$) Explosionsmethode (Bunsen). Ein entzündbares Gemisch aus den Mengen $m_1$ und $m_2$ zweier Gase (z. B. $H_2 + \frac{1}{2} O_2$), die sich in diesem Verhältnis verbinden, wird in einer Bombe durch elektrische Zündung explosionsartig (adiabatisch) zur Verbrennung gebracht; $Q$ sei die bekannte Verbindungswärme. $m_3$ bedeute die Menge eines dritten inerten Gases oder den Überschuß eines der beiden verbrennenden Gase. Beobachtet werde die Ausgangs- und die höchste Temperatur ($\vartheta_0$ bzw. $\vartheta_m$). Wenn dann $\bar{c}_v$ für das Verbrennungsprodukt und $\bar{c}_v'$ für das übrige Gas die mittlere spez. Wärme zwischen $\vartheta_0$ und $\vartheta_m$ bedeuten, so gilt:

$$(\vartheta_m - \vartheta_0)\,[(m_1 + m_2)\,\bar{c}_v + m_3\,\bar{c}_v'] = Q\,.$$

Aus mehreren Versuchen, bei denen $m_3$ verändert wird, lassen sich $\bar{c}_v$ und $\bar{c}_v'$ einzeln bestimmen. $\vartheta_m$ wird aus dem maximalen Explosionsdruck berechnet, den man mit einem registrierenden Membranmanometer aufzeichnet.

Die Explosionsmethode hat den Vorzug, daß mit ihr mittlere spez. Wärmen bis zu sehr hohen Temperaturen (etwa 2500°) gemessen werden können. Die mit ihr erreichbare Genauigkeit ist jedoch sehr vorsichtig zu beurteilen, da die Messung durch verschiedene Fehlerquellen (z. B. unvollständige Verbrennung, Dissoziation der Gase, Wärmeverluste vor Erreichung der Maximaltemperatur), die sich oft nur schwer berücksichtigen lassen, gefälscht werden kann, wodurch sich leicht zu hohe $c_v$-Werte ergeben.

Wohl, Z. Elektroch. **30**, 36 u. 54, 1924; Z. phys. Chem. **113**, 460, 1925; David, Nature **129**, 942, 1932 (Bomben verschiedenen Inhalts ergeben verschiedene $c_v$-Werte); Wohl u. Magat, Z. phys. Chem. **19**, 117, 1932 (Zusatz von Wasserdampf zum Knallgas vermindert die Wärmeverluste). Grundsätzlich abgeändertes Verfahren bei Lewis u. v. Elbe, J. Chem. Phys. **2**, 291 u. 890, 1934.

$\gamma$) Mit dem Kondensationskalorimeter. Das auf S. 256 beschriebene Kalorimeter ist von Joly zur Messung der spez. Wärme $c_v$ von Gasen benutzt worden, wobei er sich mit Vorteil des Differentialprinzips (S. 259) bediente. Die Gase wurden unter erhöhtem Druck (bis etwa 30 Atm.) in Kupferhohlkugeln eingeschlossen.

Joly, Phil. Trans. (A) **185**, 943 u. 961, 1894.

$\delta$) Aus der Wärmeleitfähigkeit. Ein Verfahren zur Messung von $c_v$ aus der Wärmeleitfähigkeit bei sehr kleinen Drucken (bis 0,01 Torr) und tiefen Temperaturen bei Schreiner, Z. phys. Chem. **112**, 1, 1924; Eucken u. Bertram, ebd. (B) **31**, 361, 1936.

**c) Indirekte Methoden aus dem Verhältnis $\varkappa = \frac{c_p}{c_v}$.** Bei einer adiabatischen (d.h. innerhalb wärmeundurchlässiger Wände gedachten; $q$ = konst.) Volumänderung eines Gases vom Anfangszustand $v_0$, $p_0$, $T_0$ zum Endzustand $v_1$, $p_1$, $T_1$ ($v$ = Volum, $p$ = Druck, $T$ = abs. Temperatur) gilt allgemein

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_q = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v \cdot \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \tag{1}$$

und für ideale Gase

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right) = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}} \tag{2}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right) = \left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\varkappa}. \tag{3}$$

Aus der Messung zweier zusammengehöriger Quotienten läßt sich mithin $\varkappa$ und bei Verwendung der Gleichung (5), S. 261 auch $c_v$ und $c_p$ für ideale Gase berechnen. Bei realen Gasen ist die Abweichung vom idealen Gaszustand mit Hilfe einer Zustandsgleichung (S. 261, Gl. (4)) zu berücksichtigen, wodurch die obigen Gleichungen (2) und (3) ziemlich komplizierte Formen annehmen.

α) Die Methode von Clément und Désormes beruht auf Gl. (1) und hat fast nur noch historisches Interesse. Man entspannt dabei eine größere Gasmenge (etwa 30 l) adiabatisch z. B. durch kurz dauerndes Öffnen eines Hahnes vom Druck $p_0$ bis $p_1$ und erwärmt alsdann das Gas um denselben Betrag, um den es sich bei der Entspannung abgekühlt hat, wobei sein Druck auf $p_1'$ steigen möge. Dann ist nach Gl. (1) bei kleinen Druckdifferenzen auch für reale Gase $\varkappa = \frac{(p_1 - p_0)}{(p_1' - p_0)}$.

β) Verfahren von Lummer und Pringsheim. Man bestimmt die Temperatur des Gases vor ($T_0$) und kurz nach der Entspannung ($T_1$) mit einem mitten in einem größeren Gasvolum ausgespannten Widerstands-Bolometerstreifen von etwa 1 $\mu$ Dicke oder mit einem gut zentrierten dünndrähtigen Thermoelement. Dann gilt nach Gl. (2) für ideale Gase

$$\varkappa = \frac{\lg \frac{p_0}{p_1}}{\lg \frac{p_0}{p_1} - \lg \frac{T_0}{T_1}}. \tag{4}$$

Man verwendet zweckmäßigerweise große Volume (50 bis 100 l), weil einerseits die Volumänderung, um Oszillationen zu vermeiden, nicht zu plötzlich geschehen darf, andererseits die durch die Ausdehnung geänderte Temperatur sich sofort auszugleichen beginnt.

Partington u. Mitarbeiter, Proc. Roy. Soc. London **100**, 27, 1921; **105**, 225, 1924; **109**, 286, 1925. Kleinere Gefäße, bei denen auf unendlich großes Volum extrapoliert wird, und tiefe Temperaturen: Brinkworth, ebd. **107**, 510, 1925; **111**, 124, 1926. Höhere Temperaturen: Eucken u. Mücke, Z. phys. Chem. (B) **18**, 167, 1932.

γ) Anderes adiabatisches Verfahren. Manoevrier mißt die Druckänderung, die bei adiabatischer Ausdehnung eines Gases um einen bestimmten meßbaren Volumbetrag eintritt, und rechnet nach Gl. (3); s. Guéritot, C. R. **154**, 589, 1912; ebenso Worthing, Phys. Rev. **33**, 217, 1911 (Kohlensäure unter erhöhtem Druck). Eine Methode, bei der $\varkappa$ aus der adiabatischen Schwingung einer Gasmenge bestimmt wird, bei Rüchhardt, Phys. Z. **30**, 58, 1929.

δ) Aus der Schallgeschwindigkeit (S. 112).

**d) Joule-Thomson-Effekt.** Ein komprimiertes Gas (in ähnlicher Weise auch eine Flüssigkeit), das ohne Leistung äußerer Arbeit um den Betrag $\Delta p$ entspannt wird, erfährt eine Temperaturänderung $\Delta T$, die von der spez. Wärme $c_p$ des Gases, seiner absoluten Temperatur $T$ und seinem spez. Volum $v$ (beim Druck $p$) abhängt. Bei kleinem $\Delta p$ und $\Delta T$ gilt die Beziehung

$$\mu = \frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}. \tag{5}$$

$\mu$ wird als Joule-Thomson-Koeffizient bezeichnet. Alle Gase außer $H_2$ und He erleiden bei gewöhnlicher Temperatur durch die Entspannung eine Abkühlung. Ist nach der Zustandsgleichung $T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v$ berechenbar, so läßt sich $c_p$ aus $\mu$ ableiten.

Man läßt das zu messende Gas in geschlossener Bahn zirkulieren, die an einer Stelle einen Kompressor enthält, mit dem der gewünschte Druck hergestellt wird. Dann folgt ein Pfropfen aus Watte, Asbest o. dgl., in dem der Gasstrom gedrosselt und um einen gewissen Betrag in seinem Druck herabgesetzt wird. Der Temperaturunterschied auf beiden Seiten des Propfens wird zweckmäßig mit Widerstandsthermometern, der Druckunterschied mit einem Differentialmanometer gemessen. Es ist besonders darauf zu achten, daß ein Wärmeausgleich zwischen den verschieden temperierten Teilen der Rohre und des Gases nicht stattfindet.

Hausen, Forsch. Ing.-Wes. Nr. 274, 1926 (Luft bis 200 at zwischen $-10°$ und $-175°$); Roebuck, Proc. Amer. Acad. **60**, 537, 1925 (Luft bis 220 at zwischen $-10°$ und $-283°$); Kleinschmidt, Mech. Engng. **47**, 104, 1925 (Wasserdampf bis 40 at zwischen 125 und 347°). Aufstellung einer Zustandsgleichung für Wasserdampf auf Grund von Joule-Thomson-Messungen bei Davis, ebd. **47**, 107, 1925.

## 3. Wärmetönungen

Nernst, Theoret. Chem., 11. bis 15. Aufl. Stuttgart 1926; Jaeger, Handb. d. Phys. **9**, 496, 1926; Eucken, Handb. d. Exp.Phys. **8**, 1, 527, 1929.

### A. Schmelzwärme (Umwandlungswärme)

**a) Definition.** Unter Schmelzwärme eines Körpers versteht man die latente Wärmemenge (cal), die nötig ist, um seine Masseneinheit (g) ohne Temperaturerhöhung (isotherm) vom festen in den flüssigen Aggregatzustand überzuführen.

**b) Meßverfahren.** Die auf S. 263 beschriebene Mischungsmethode ist auch zur Bestimmung von Schmelzwärmen geeignet. Liegt z. B. die Kalorimetertemperatur höher als die Schmelztemperatur des Körpers, so kühlt man diesen etwas unter seinen Schmelzpunkt ($\tau$) auf die Anfangstemperatur $\vartheta_a$ ab und läßt ihn in ein Flüssigkeits-, Metall- oder Eiskalorimeter fallen, wo er nach dem Schmelzen die Endtemperatur $\vartheta_e$ annimmt ($\vartheta_a < \tau < \vartheta_e$). Die Schmelzwärme $l$ des Körpers von der Masse $m$ ergibt sich dann aus der dem Kalorimeter entzogenen Wärmemenge $Q$ zu

$$l = \frac{Q}{m} - c_{\mathrm{fl}}(\vartheta_e - \tau) - c_{\mathrm{f}}(\tau - \vartheta_a). \tag{1}$$

Die mittleren spez. Wärmen des Körpers $c_f$ und $c_{fl}$ im festen bzw. flüssigen Zustand sind für die betreffenden Temperaturgebiete gesondert zu ermitteln. Man wählt zweckmäßig ein Kalorimeter, dessen Temperatur sich in die Nähe des Schmelzpunktes bringen läßt, so daß die beiden letzten Glieder der Gl. (1) nur als Korrektionsgrößen in Betracht kommen. An Stelle des Mischungsverfahrens kann auch eine elektrische Methode verwendet werden (S. 264). Man kann auch in umgekehrter Reihenfolge von dem flüssigen in den festen Zustand übergehen (Erstarrungswärme) und ähnlich rechnen.

Spezielle Apparaturen: Awbery u. Griffith, Proc. Phys. Soc. London **36**, 303, 1926 (Mischungsmethode); Eucken u. Karwat, Z. phys. Chem. **112**, 478, 1924 (elektrische Methode).

Die hier angegebenen Methoden sind grundsätzlich auch zur Messung von Umwandlungswärmen geeignet. Angenähert kann die Umwandlungswärme fester Stoffe (öfter nur das Auftreten von Umwandlungspunkten) auch durch Aufnahme einer Abkühlungskurve ermittelt werden. Man verwendet dabei mit Vorteil das Differentialprinzip, indem man den Temperaturunterschied zwischen zwei denselben Abkühlungsbedingungen unterworfenen Körpern von möglichst gleicher Form und Oberfläche mißt, von denen der eine eine Umwandlung erleidet, der andere nicht (Saladinsche Differentialmethode).

Eine derartige für „thermische Analyse" bestimmte Apparatur mit automatischer Aufzeichnung bei Eddy, Rev. sci. instr. **4**, 200, 1933.

## B. Verdampfungswärme

**a) Definition.** Verdampfungswärme $r$ eines Körpers ist die (latente) Wärmemenge (cal), durch die seine Masseneinheit (g) ohne Temperaturerhöhung (isotherm) von dem flüssigen in den gesättigten dampfförmigen Aggregatzustand übergeführt werden kann. Zwischen der Verdampfungswärme $r$ und dem Sättigungsdruck $p$ bei der absoluten Temperatur $T$ besteht die Beziehung $r = (v_2 - v_1)\, T \cdot \frac{dp}{dT}$, wo $v_2$ und $v_1$ die spez. Volume von gesättigtem Dampf und Flüssigkeit bedeuten (Clausius-Clapeyron). Für normale Flüssigkeiten, deren Molekulargewicht $M$ sich beim Übergang in den gasförmigen Zustand nicht ändert, gilt beim normalen Siedepunkt angenähert $M \cdot \frac{r}{T} = 21$ cal/Grad (Trouton).

**b) Messung mit einem gewöhnlichen Kalorimeter.** $\alpha$) Verdampfungsverfahren für kleine Drucke. Man benutzt zweckmäßig ein isothermes Kalorimeter (S. 255) oder man wendet bei einem Flüssigkeits- oder Metallkalorimeter (S. 253) das Kompensationsverfahren (S. 259) an, wodurch ebenfalls eine isotherme Messung erreicht werden kann. Die Flüssigkeit wird in einem kleinen Siedegefäß in das Kalorimeter gebracht und durch langsames Abpumpen verdampft. Der Dampf wird erst in einem Schlangenrohr durch das Kalorimeter geleitet, so daß er dessen Temperatur vollständig annimmt, und dann in einem Absorptionsrohr aufgefangen und gewogen (Masse $m$). Die Verdampfungswärme $r$ ergibt sich aus der dem Kalorimeter entzogenen Wärmemenge $Q$ zu $r = \frac{Q}{m}$. Dieses Verfahren, das für kleine Sättigungsdrucke brauchbar ist, hat den Nachteil, daß man an die Temperatur des Kalorimeters gebunden ist.

$\beta$) Kondensationsverfahren. Bei diesem Verfahren leitet man gesättigte Dämpfe der Flüssigkeit von der Temperatur $\vartheta_a$ in einem Schlangenrohr durch ein auf tieferer Temperatur ($\vartheta_e$) befindliches Kalorimeter und mißt die zugeführte Wärmemenge $Q$. Da das Kondensat im allgemeinen eine andere Temperatur besitzt wie der Dampf, so muß die mittlere spez. Wärme der Flüssigkeit $\bar{c}$ zwischen $\vartheta_a$ und $\vartheta_e$ bekannt sein. Unter der Voraussetzung, daß im Kondensationsraum derselbe Druck herrscht, den der eintretende Dampf besitzt (zu erreichen z. B. durch eine künstliche Gasatmosphäre), wird $r = \frac{Q}{m} - \bar{c} \cdot (\vartheta_a - \vartheta_e)$, wo $m$ die Masse des kondensierten Dampfes bedeutet, die durch Differenzwägung der Kühlschlange bestimmt werden kann.

**c) Präzisionsverfahren mit elektrischem Kalorimeter.** In der Flüssigkeit, die in einem thermisch gut isolierten Gefäß eingeschlossen ist, befindet sich eine elektrische Heizung, in der eine konstante elektrische Leistung $E \cdot I$ (S. 252) entwickelt wird, so daß die Flüssigkeit siedet. Man bestimmt im stationären Zustand die während einer bestimmten Zeitdauer $t$ entwickelte Dampfmenge $m$. Dann gilt: $r = \frac{0{,}2390 \cdot E \cdot I \cdot t - K}{m}$. Der Wärmeverlust $K$ wird ermittelt durch Änderung der Verdampfungsgeschwindigkeit bei konstanter Siedetemperatur. Siedeverzüge, verspritzende Flüssigkeit, Temperaturverschiedenheit von Dampf und Flüssigkeit sind Fehlerquellen, die durch geeigneten Bau der Versuchseinrichtung beseitigt werden müssen.

Die obigen Verfahren eignen sich auch zur Messung von Sublimationswärmen.

Kondensationsverfahren: Mathews, J. phys. chem. **21**, 536, 1917 (mit Flüssigkeitskalorimeter); Eucken u. Donath, Z. phys. Chem. **124**, 181, 1926 (mit Metallkalorimeter für kleinere Drucke und größeres Temperaturintervall). Elektrisches Verfahren: Henning, Ann. Phys. **21**, 849, 1906; **29**, 441, 1909; Jakob u. Fritz, Techn. Mech. u. Thermodyn. **1**, 173, 1930; s. auch Osborne usw. Bur. Stand. J. Res. **5**, 411, 1930. Wehnelt u. Musceleanu, Verh. D. Phys. Ges. **14**, 1032, 1912 (Verdampfung hochsiedender Metalle im Vakuumrohr).

### C. Lösungs- und Verdünnungswärme

**a) Differentiale Lösungswärme.** Sind in $n_2$ Molen eines Lösungsmittels $n_1$ Mole einer festen Substanz gelöst, und wird die Konzentration $k = \frac{n_1}{n_2}$ dieser Lösung um einen unendlich kleinen Betrag entweder durch Änderung von $n_1$ um $dn_1$ (Auflösung) oder von $n_2$ um $dn_2$ (Verdünnung) geändert, so tritt eine Wärmemenge $dQ_1$ bzw. $dQ_2$ in Erscheinung. Man bezeichnet den Differentialquotienten $\frac{dQ_1}{dn_1} = \lambda_k$ als differentiale Lösungswärme und entsprechend $\frac{dQ_2}{dn_2} = \lambda_k$ als differentiale Verdünnungswärme bei der Konzentration $k$. Beide Größen lassen sich im allgemeinen mit hinreichender Genauigkeit experimentell bestimmen, wenn man mit endlichen Konzentrationsänderungen $\Delta n_1$ bzw. $\Delta n_2$ arbeitet, die klein sind gegen $n_1$ bzw. $n_2$, doch sind dann sehr empfindliche Kalorimeter erforderlich. Besonders geeignet ist hierfür das auf S. 259 beschriebene Differentialkalorimeter.

**b) Integrale Lösungswärme.** Einfacher läßt sich gewöhnlich die integrale Lösungswärme $\Lambda_k$ ermitteln. Man löst zu diesem Zwecke $n_1$ Mole der festen

Substanz in $n_2$ Molen des Lösungsmittels und bestimmt die gesamte hierbei auftretende (meist negative) Wärmemenge $Q$. Dann wird: $A_k = \frac{Q}{n_1}$. Man benutzt ein Flüssigkeitskalorimeter (S. 253) und ersetzt die Kalorimeterflüssigkeit durch das betreffende Lösungsmittel. Die feste Substanz wird in ein dünnwandiges Reagenzglas gebracht, das in die Flüssigkeit eintaucht und dessen Boden zur gegebenen Zeit mit einem Glasstab zertrümmert werden kann. Zum Einbringen einer Flüssigkeit in eine Lösung (z. B. bei einer Verdünnung) eignet sich die in Abb. 158 dargestellte Einlaufpipette (v. Steinwehr), die durch Einblasen von Luft entleert werden kann und in die Kalorimeterflüssigkeit (mit der Oberfläche $O$) während des ganzen Versuches eintaucht.

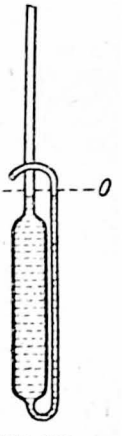


Abb. 158. Einlaufpipette

**c) Andere Wärmetönungen.** In ähnlicher Weise und mit ähnlichen Hilfsmitteln können auch Mischungs-, Hydratations- und Neutralisationswärmen bestimmt werden.

Hochempfindliches Differentialkalorimeter bei Lange u. Messner, Z. Elektroch. **33**, 431, 1927. Adiabatisch arbeitendes Lösungskalorimeter bei Lipsett, Johnson u. Mass, J. Amer. Chem. Soc. **49**, 925, 1927. Apparatur zur Messung von Mischungswärmen geschmolzener Metalle bei Magnus u. Mannheimer, Z. phys. Chem. **121**, 267, 1925. Empfindliches Unterwasserkalorimeter für Flüssigkeiten mit hohen Dampfdrucken bei Wolf u. Frahm, ebd. (A) **178**, 411, 1937.

## D. Sorptionswärme

Wenn man die Wärmemenge mißt, die bei der Sättigung einer möglichst gut entgasten bekannten Menge Sorbens (S. 239) mit einer bekannten Menge Sorptiv auftritt, so bestimmt man eine integrale Sorptionswärme (S.W.), bei der Anfangsdruck bzw. Vorbeladung nicht genau bekannt sind. Besser mißt man daher die differentiale S.W., indem man ein Sorbens benutzt, das bei dem Gasdruck $p$ bereits mit $A$ Gasmolen je Gramm Sorbens vorbeladen ist. Man kann vier verschiedene Arten S.W. definieren; für genaue Messungen ist ihre mathematische Festlegung notwendig (S. 240). Scheinbar anomale Größen der S.W. für die zuerst aufgesogenen Sorptivmengen erklären sich oft durch mangelnden Temperaturausgleich im Sorbens.

**a) Isotherme Sorptionswärme.** Man benutzt ein Kalorimeter nach Art des Eiskalorimeters (S. 255); die S.W. wird aus der verflüssigten oder verdampften Menge eines das Sorptionsgefäß umgebenden geeigneten festen oder siedenden Stoffes bekannter Umwandlungswärme berechnet. Abzuziehen von der beobachteten Wärmemenge sind die Kompressionswärme des Sorptivs und sein Energieinhalt zwischen seiner Temperatur und der des Sorbens.

Messung der isothermen S.W. von $H_2$ an Kohle in siedendem $N_2$ und $H_2$ s. Simon u. v. Elbe, Z. phys. Chem. (B) **6**, 79, 1929.

**b) Isostere Sorptionswärme.** Bei höheren Sorptionsdrucken ändert sich nach Ausweis der Isothermen die sorbierte Menge nur wenig, der Druck stark, wenn man eine kleine Wärmemenge zuführt. Die Messung geschieht in einem adiabatischen Vakuumkalorimeter (S. 254). Von der beobachteten scheinbaren S.W.

sind wieder die Kompressionswärme und der Energieinhalt von Sorbens und Sorptiv im Beobachtungsintervall $\Delta T$ abzuziehen. Die isostere S.W. kann als die spez. Wärme des sorbierten Gases gedeutet werden.

Magnus u. Kälberer, Z. anorg. u. allg. Chem. **164**, 345, 1927; Garner u. Veal, Chem. Soc. London **143**, 1487, 1935.

**c) Isobare und isopykne Sorptionswärme.** Auch diese werden im adiabatischen Kalorimeter wie unter b) gemessen; die Messung geschieht jedoch bei sehr kleinem $p$ (Druck) bzw. $n$ (Moldichte), da sich dann, wieder nach Angabe der Isothermen, die sorbierte Menge stark, der Druck bzw. die Dichte bei Zuführung einer kleinen Wärmemenge wenig ändern. Wegen der genauen Definition dieser S.W. vgl. S. 239.

**d) Berechnung der Sorptionswärme** aus der thermischen Sorptionsgleichung. Kennt man die thermische Sorptionsgleichung aus Messungen nach S. 240, so kann man mit einem der Clausius-Clapeyronschen Formel ähnlichen Ausdruck die isotherme S.W. zu $Q_{\text{isoth.}} = R \cdot T^2 \left(\frac{\partial \ln p}{\partial T}\right)_a$ berechnen.

Glaser, Handb. d. Exp.Phys. **3**, (2), 463, 1929.

## E. Verbrennungswärme

**a) Allgemeines.** Die bei der Verbrennung der Masseneinheit (g) eines Stoffes auftretende Wärmemenge (cal) bezeichnet man als Verbrennungswärme. Sie ist nur dann scharf definiert, wenn die chemische und physikalische Beschaffenheit der Substanz vor und nach der Verbrennung genau angegeben wird. Hierzu gehören neben der chemischen Formel auch Modifikation, Aggregatzustand, Temperatur und Druck im Anfangs- und Endzustand. Auch von der Art des Überganges zwischen beiden Zuständen ist die Verbrennungswärme in geringem Maße abhängig. So erhält man bei Verbrennung unter konstantem Druck eine etwas andere Wärmetönung als bei der Verbrennung bei konstantem Volum.

Über Korrektionen, die bei sehr genauen thermochemischen Messungen anzubringen sind, vgl. Washburn, Bur. Stand. J. Res. **10**, 525, 1933.

In der Technik benutzt man bei der Untersuchung von Brennstoffen statt der Verbrennungswärme die Begriffe oberer und unterer Heizwert ($H_o$ bzw. $H_u$, Dimension kcal/kg), die sich nur dadurch von der Verbrennungswärme unterscheiden, daß der Endzustand des Brennstoffes in bestimmter Weise festgelegt ist (vgl. deutsches Normenblatt DIN DVM 3716. 2. Ausg.). Die Verbrennungserzeugnisse $CO_2$ und $SO_2$ sollen restlos in gasförmigem Zustand (nicht etwa in Wasser gelöst) vorhanden sein, während das sich bildende Verbrennungswasser beim oberen Heizwert flüssig und beim unteren Heizwert dampfförmig sein soll.

**b) Verbrennungswärme von festen und flüssigen Stoffen** (Kalorimetrische Bombe, Berthelot). Die Bombe (Abb. 159) besteht aus einem druckfesten Gefäß aus nichtrostendem Stahl mit verschraubbarem Deckel, durch den ein Poldraht zur Zündung sowie Kanäle für die Gaszuleitung und -ableitung gelegt sind. Zur Aufnahme fester Substanzen, die gewöhnlich zu einer Pastille gepreßt werden,

dient ein Platin- oder Quarzschälchen. Schwer brennbare Stoffe werden mit einer leicht brennbaren Substanz von bekannter Verbrennungswärme (z. B. Benzoesäure) vermischt. Hochsiedende flüssige Stoffe können ebenfalls in offener Schale verbrannt werden. Leicht flüchtige Stoffe dagegen werden in dünnwandigen Gelatinekapseln oder in einem Quarzschälchen durch Abdecken mit einem Blatt Cellon oder Cellophan eingeschlossen. Zur Zündung kann ein 0,1 mm starker Eisendraht dienen, der durch einen kurzen elektrischen Stromstoß zum Glühen gebracht wird. Die elektrische Zündwärme sowie die Verbrennungswärme des Eisendrahtes (1600 cal/g) ist entsprechend zu berücksichtigen. Die Bombe wird mit wasserstofffreiem Sauerstoff bis zu einem Druck von 20 bis 40 Atm. gefüllt und in ein Flüssigkeitskalorimeter (S. 253, Abb. 150) gebracht. Der Wasserwert des Kalorimeters kann durch Verbrennung einer Normalsubstanz ermittelt werden. Als solche dient gewöhnlich trockene Benzoesäure, deren Verbrennungswärme 6319 cal/g beträgt (aufs Vakuum bezogen). Neuerdings wird auch Bernsteinsäure empfohlen (3026 cal/g, Vakuum).

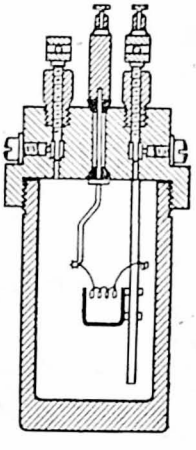


Abb. 159. Kalorimetrische Bombe

Jaeger u. v. Steinwehr, Z. phys. Chem. **135**, 305, 1928 (Verbrennungswärme von Benzoesäure); Roth u. Becker, ebd. (A) **179**, 450, 1937 (Verbrennungswärme von Bernsteinsäure); Eucken u. Meyer bilden die Bombe als Metallkalorimeter aus und verbrennen wesentlich kleinere Substanzmengen in Sauerstoff von Atmosphärendruck, Chem. Fabrik, S. 178 u. 437, 1928. Mikroverbrennungsbombe bei Roth, Ginsberg u. Lassé, Z. Elektroch. **30**, 417 u. 607, 1924. Ein „Schüttelkalorimeter" bei Popoff u. Schirokich, Z. phys. Chem. (A) **167**, 183, 1933. Eine „Bombe mit automatischem Verschluß" bei Carlton-Sutton, J. sci. instr. **10**, 286, 1933.

**c) Verbrennungswärme von Gasen.** Für technische Untersuchungen wird hauptsächlich das Junkers-Kalorimeter verwendet, das im Prinzip nach dem auf S. 263 beschriebenen Verfahren arbeitet (Austauschkalorimeter). Das Gas durchströmt eine Gasuhr und verbrennt auf einem Bunsenbrenner in Luft von Atmosphärendruck. Die entwickelte Wärmemenge wird an ein von Kühlwasser umspültes Metallmantel-System ziemlich vollständig abgegeben, so daß die aus dem Gerät austretenden Abgase nahezu dessen Temperatur besitzen. Man mißt im stationären Zustand die in der Zeiteinheit dem Gerät zugeführte Gas- und Wassermenge sowie den Temperaturunterschied zwischen Ein- und Austrittsstelle des Kühlwassers. Will man den unteren Heizwert berechnen, so muß das in der Zeiteinheit im Apparat sich bildende Verbrennungswasser aufgefangen und auf dampfförmigen Aggregatzustand umgerechnet werden (Verdampfungswärme des Wassers bei 20° = 586 cal/g). Im Junkers-Kalorimeter können auch leicht entflammbare flüssige Brennstoffe verbrannt werden.

Für wissenschaftliche Untersuchungen werden Reaktionsgefäße aus Glas oder Quarz verwendet, die in ein Flüssigkeitskalorimeter eintauchen und in denen das Gas mit kleiner Flamme in einer Sauerstoffatmosphäre konstanten Druckes verbrennt.

Eine derartige für Präzisionsmessungen geeignete Anordnung bei Rossini, Bur. Stand. J. Res. **6**, 1, 1931. — Ein auf dem Favre-Silbermannschen Meßprinzip beruhendes sog. „Union-Gaskalorimeter" bei Blackie, J. sci. instr. **7**, 84, 1930.

### F. Reaktionswärme

Meist genügt eines der auf S. 270, Abschn. C beschriebenen Verfahren. Oft eignet sich auch das Flüssigkeitskalorimeter (S. 253) oder ein Eiskalorimeter (S. 255), in dem man die auf 0° vorgekühlten Körper den chemischen Prozeß vollziehen läßt.

Geht eine Reaktion bei gewöhnlicher Temperatur zu langsam vonstatten, so bringt man das ganze Kalorimeter auf eine erhöhte Temperatur (Roth u. Chall, Z. Elektroch. 34, 185. 1928), oder man nimmt die Reaktion in einem kleinen, kurzzeitig auf höhere Temperatur erhitzbaren elektrischen Ofen vor, der sich in einer kalorimetrischen Bombe befindet, und bringt die im Ofen entwickelte elektrische Energie in Abzug, z. B. Franck u. Hochwald, ebd. 31, 581, 1925.

## 4. Wärmeäquivalent

Jaeger, Handb. d. Phys. 9, 481, 1926.

**a) Mechanisches Wärmeäquivalent** $\mathfrak{A}$ heißt die der Kalorie gleichwertige mechanische Energiemenge. Diese kann experimentell direkt ermittelt werden, indem man die durch eine bestimmte mechanische Energie in einem Bremskalorimeter erzeugte Reibungswärme in Kalorien mißt. Genauer ist das indirekte elektrische Verfahren (Abschn. b).

Rowland, Proc. Amer. Acad. 7, 75, 1880; Miculescu, Ann. chim. phys. 27, 202, 1892; Roebuck, Phys. Rev. 2, 79, 1913 (Reibung in einer porösen Porzellanwand). Demonstrations- u. Übungsapparate: Puluj, Pogg. Ann. 157, 437 u. 649, 1876; Christiansen, ebd. 48, 347, 1893; Grimsehl, Phys. Z. 4, 568, 1903; Rubens, Verh. D. Phys. Ges. 8, 77, 1906; Paschen u. Wolff, Phys. Z. 12, Teil 1, 113, 1911; Freund, ebd. 15, 817, 1914.

**b) Elektrisches Wärmeäquivalent.** $\mathfrak{A}'$ heißt die der Kalorie gleichwertige elektrische Energiemenge. Werden in einem elektrisch durchströmten Leiter die Stromstärke $I$ und die Endspannung $E$ gemessen, so stellt $EIt$ die innerhalb dieses Leiters in $t$ s vom Strome verrichtete Arbeit dar.

Wird hierdurch innerhalb des Leiters die Wärmemenge $Q$ (nicht etwa chemische oder mechanische Energie) erzeugt, so gilt $\mathfrak{A}' = \frac{EIt}{Q}$. Wird $Q$ in cal gemessen, und legt man der elektrischen Messung die praktischen internationalen Einheiten Ampere, Ohm und Volt zugrunde, so geben die Gleichungen $\mathfrak{A}'$ in int. Wattsek./cal = int. Joule/cal. In die Umrechnung des Resultates auf die CGS-Einheit Erg/cal gehen die absoluten CGS-Werte der internationalen elektrischen Einheiten ein (Tab. 74).

Die Messung wird in einem Flüssigkeitskalorimeter (S. 253) mit möglichst großem Wasserinhalt ausgeführt.

Die älteren Messungen leiden namentlich daran, daß die zugrunde liegenden elektrischen Einheiten ungenügend definiert sind. Jaeger u. v. Steinwehr (Ann. Phys. 64, 305, 1921) die sichere Einheiten benutzen, finden $\mathfrak{A}' = 4{,}184_2$ int. Joule/cal.

# VIII. Wärmeübertragung durch Leitung und Konvektion

## 1. Allgemeines zur Wärmeleitung

Gröber u. Erk, Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. Berlin 1933; Knoblauch u. Reiher, Handb. d. Exp. Phys. 9, 1, 191, 1929; Jakob, Handb. d. Phys. 11, 42, 1926; Eucken-Jakob, Der Chemie-Ingenieur Bd. 1, Erster Teil, Kap. VI.

### A. Theoretische und praktische Grundlagen

**a) Definitionsgleichungen.** Die Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ (Wärmeleitzahl eines Stoffes) ist definiert durch die Gleichung

$$dQ = -\lambda dF \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right) dt = -\lambda dF \,(\mathrm{grad}_n \vartheta)\, dt, \tag{1}$$

worin $dQ$ (cal) die Wärmemenge ist, die in der Zeit $dt$ (s) unter der Wirkung des in Richtung der Flächennormale genommenen Temperaturgefälles $-\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right) = -\,\mathrm{grad}_n \vartheta$ (Grad/cm) die Fläche $dF$ (cm²) durchströmt. Die in der Zeiteinheit durch eine beliebige Fläche strömende Wärmemenge $Q/t$ heißt „Wärmestrom" $W$ (cal/s). Obwohl Gl. (1) ganz allgemein gilt, hat sie praktische Bedeutung zur Bestimmung von $\lambda$ nur für den stationären Zustand, für den $W = \mathrm{const}$ (zeitlich konstant) ist. Gl. (1) kann somit auch geschrieben werden

$$dW = -\lambda \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right) dF \quad \text{und} \quad W = -\lambda \int_{\text{Fläche}} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial n}\right) dF. \tag{2}$$

Die üblichen Einheiten für $\lambda$ nach (Gl. 1) sind cal cm$^{-1}$s$^{-1}$ Grad$^{-1}$ und Watt/cm Grad und in der Technik besonders häufig kcal/mh Grad. Man rechnet um:

1 cal cm$^{-1}$ s$^{-1}$ Grad$^{-1}$ = 4,186 Watt cm$^{-1}$ Grad$^{-1}$ = 360 kcal m$^{-1}$ h$^{-1}$ Grad$^{-1}$.

Im nichtstationären Feld gilt an der Stelle $x, y, z$ (unter der Annahme, daß $\lambda$ von der Temperatur unabhängig ist) die Differentialgleichung

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \nabla^2 \vartheta = a \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}\right), \tag{3}$$

worin $\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial t}\right)$ die zeitliche Änderung der Temperatur an einer Stelle $x, y, z$ und $\nabla^2$ der Laplacesche Operator ist. Die Größe $a$ heißt die „Temperaturleitfähigkeit" (Temperaturleitzahl eines Stoffes) und ist gegeben durch $a = \frac{\lambda}{\varrho c}$, wenn $\varrho$ die Dichte (g/cm³) und $c$ die spezifische Wärme (cal/g Grad) sind. Die Einheit von $a$ ist demnach cm²/s bzw. m²/h.

In manchen Fällen (z. B. bei der stationären Wärmeströmung durch einen aus parallelen Schichten zusammengesetzten Körper) empfiehlt sich die Einführung des Wärmewiderstandes $R = \frac{\Delta\vartheta}{W}$, entsprechend dem elektrischen Widerstand im Ohmschen Gesetz ($\Delta\vartheta$ = aufgezwungene Temperaturdifferenz).

**b) Allgemeine Bemerkungen zur praktischen Versuchsdurchführung für stationäre Wärmeströmung.** Die Grundlage aller Versuchsanordnungen ist Gl. (2). Die Versuchskörper müssen einfache Form haben, so daß das Integral $\int_{\text{Fläche}} \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial n}\right) dF$ zu einfachen Beziehungen führt. Am gebräuchlichsten und praktischsten sind Platten mit ebener, sowie Zylinder und Hohlzylinder mit radialer Wärmeströmung, etwas schwieriger Kugeln und Würfel. Die zu messenden Größen sind, außer den Abmessungen des betreffenden Versuchskörpers, nach Gl. (2) der Wärmestrom (Wärmeenergie und Zeit) und der Temperaturverlauf; statt des letzteren wird im allgemeinen die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ zwischen zwei Flächen gleicher Temperatur im Abstand $x_1 - x_2 = -\Delta x$ bestimmt, wobei dann z. B. für die Platte $-\int \frac{\partial\vartheta}{\partial n} dF = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta x} F$ wird, für den Hohlzylinder ($x = r$; Radien $r_1$, $r_2$; radiale Strömung) der Länge $L$:

$$\int \frac{\partial\vartheta}{\partial n} dF = -2\pi L \frac{\Delta\vartheta}{\ln r_2/r_1}.$$

Alle stationären Verfahren haben große Vorteile, nachteilig ist indessen die lange Versuchsdauer bis zur Einstellung des stationären Zustandes.

**c) Allgemeine Bemerkungen zur praktischen Versuchsdurchführung bei nichtstationärer Strömung.** Die hierzu gehörigen Verfahren beruhen auf Gl. (3), die aber im allgemeinen nur bei einfachen Grenzbedingungen integriert werden kann. Erschwerend kommt hinzu, daß diese Grenzbedingungen (z. B. plötzliche Abkühlung oder Erwärmung der Oberfläche des Körpers auf bestimmte Temperatur) nur selten genau genug erzwungen werden können. Gl. (3) liefert nicht $\lambda$ direkt, sondern $a$; man muß also $\varrho$ und $c$ kennen, um $\lambda$ aus $a$ berechnen zu können. Für die Form der Versuchskörper gilt das gleiche wie unter b). Der Hauptvorteil der nichtstationären Verfahren besteht darin, daß die Versuchsdauer viel kürzer ist als bei den stationären Verfahren, doch müssen dafür auch die Temperaturen verhältnismäßig schnell gemessen werden.

**d) Wärmequellen.** Als Wärmequellen werden am häufigsten elektrische Heizkörper verwendet; günstig sind oft auch beheizte umlaufende Flüssigkeiten (Wasser, Öle, Äthylenglykol, Quecksilber) – z. B. Flüssigkeiten, die aus geregelten Thermostaten in die Versuchsapparatur gepumpt werden (Höppler-Thermostat) –, seltener kondensierende Dämpfe. Zur Kühlung dienen umlaufende (gekühlte) Flüssigkeiten (Wasser, Alkohole, Pentan, Kältesolen, Petroläther), ferner Kältebäder, verdampfende Flüssigkeiten (Wasser, Kohlensäure, Ammoniak, flüssige Luft), feste Kohlensäure, auch Gase (Luft).

**e) Messung der Wärmeströme und Temperaturen.** Am häufigsten und einfachsten ist die Bestimmung des Wärmestroms aus der Leistung elektrischer Heizkörper (Strom und Spannung); öfters verwendet wird auch die kalorimetrische Methode

(Messen der Temperaturzunahme der Kühlflüssigkeit); seltener benutzt man die Kondensations- oder Verdampfungswärme des Heiz- oder Kühlmittels. Die Temperaturen werden in der Regel mit Thermoelementen gemessen, deren Lötstellen man durch feine Bohrungen in den Versuchskörper einbringt; an die Stelle der Thermoelemente treten ausnahmsweise Widerstandsthermometer oder Quecksilberthermometer. Bei Thermoelementen sollen die Elementdrähte hinter der Lötstelle stets ein Stück weit auf gleicher Temperatur geführt werden (sonst leicht Meßfehler).

**f) Wärmeschutz.** Einwandfreie Versuchsführung setzt genügenden Schutz der Versuchsanordnung gegen Wärmeverluste voraus. Hinsichtlich apparativer Maßnahmen s. Abschnitt B, S. 280. Als Wärmeschutzstoffe verwendet man: bei normaler Temperatur (bis 100°) Watte, Wolle, Filz, Seide, Korkplatten, Holz, Kunststoffe (Hartgummi, Fiber, Bakelit), ferner körnige Wärmeschutzstoffe, die in den Hohlraum zwischen festen Wänden eingefüllt werden, z. B. Korkschrot, Sägemehl, Torf. Für höhere Temperaturen eignen sich besonders pulverförmige und faserförmige Wärmeschutzstoffe: Kieselgur, Magnesia, Asbestwolle, Glaswolle, Schlackenwolle, Quarzwolle; als feste Stoffe kommen in Betracht: feuerfeste Isoliersteine (Schamotte), Kieselgursteine, Porzellan, Asbestplatten. Von großem Vorteil sind für den höheren Temperaturbereich auch Luftschichtenisolierungen (mehrere hintereinander geschaltete, ebene oder zylindrische Luftschichten von etwa 10 mm Dicke, die durch dünne Metallwände mit kleiner Strahlungszahl getrennt sind; b sonders geeignet ist Aluminiumfolie- [„Alfol"-] Isolierung). Für tiefe Temperaturen haben sich besonders bewährt: Kork, Seide, Baumwolle, Wolle, Glaswolle, Schaumgummi, Iporka. Einen guten Wärmeschutz erhält man ferner durch Evakuieren der Luft aus geschlossenen, die Versuchsanordnung umhüllenden Zwischenwänden (Vakuummantelgefäße).

## B. Übersicht über die wichtigsten Beobachtungsergebnisse

**a) Metalle** leiten die Wärme am besten, vor allem die reinen Metalle (besonders Silber, Kupfer, Aluminium). Schon sehr geringe Beimischungen können die Wärmeleitfähigkeit eines reinen Metalls erheblich herabsetzen. Die Wärmeleitfähigkeit reiner Metalle nimmt mit wachsender Temperatur um weniges ab; bei einigen Metallen ist aber dieses Absinken von $\lambda$ bei tiefen Temperaturen (unterhalb — 100° C) sehr stark, besonders bei Metallkristallen (Einkristalle); solche haben also bei tiefen Temperaturen eine hohe Wärmeleitfähigkeit. Legierungen verhalten sich umgekehrt: $\lambda$ nimmt durchweg stark mit steigender Temperatur zu.

Theoretisch sollte für alle reinen Metalle das Verhältnis von $\lambda$ zur elektrischen Leitfähigkeit $\varkappa$ nahezu gleich sein (Gesetz von Wiedemann u. Franz). In Wirklichkeit gilt dies Gesetz nur annähernd bei 0° C, es gibt viele Ausnahmen. Bei veränderlicher Temperatur $T$ (° K) ist für Metalle und manche Legierungen die Lorenzsche Zahl $\frac{\lambda}{\varkappa T}$ im allgemeinen konstant; auch hier gibt es viele Ausnahmen.

Vgl. Meißner, Jb. Radioakt. **17**, 229 (1920); Grüneisen u. Goens, Z. Phys. **44**, 615, 1927.

**b) Nichtmetallische Kristalle** haben eine Wärmeleitfähigkeit, die viel besser ist als die amorpher Stoffe und in manchen Fällen sogar den Metallen nahekommt; im Gebiet tiefer Temperaturen steigt $\lambda$ mit fallender Temperatur wieder stark an.

Vgl. Eucken, Phys. Z. **12**, 1005, 1911; Ann. Phys. **34**, 185, 1911, VDI-Forschungsheft 353. Berlin 1932.

**c) Amorphe und glasartige feste Stoffe** leiten die Wärme schlecht, durchweg nimmt $\lambda$ mit der Temperatur zu.

**d) Nichtmetallische Flüssigkeiten** haben eine schlechte und größenmäßig nur sehr wenig von Stoff zu Stoff veränderliche Wärmeleitfähigkeit; Wasser hat den größten $\lambda$-Wert. Die Temperaturabhängigkeit ist im allgemeinen gering, der Temperaturkoeffizient meist negativ (Ausnahme z. B. Wasser unterhalb 160° C, ferner Athylenglykol). Vgl. B. Koch u. W. Fritz, Wärme- u. Kältetechnik 42, 113, 1940.

**e) Gase** leiten die Wärme am schlechtesten. Im Bereich normaler Drucke bis herunter zu etwa 10 bis 50 Torr ist $\lambda$ vom Druck unabhängig, steigt aber mit höheren Drucken. Für alle Gase nimmt $\lambda$ mit der Temperatur stark zu.

**f) Feste Wärmeschutzstoffe** besitzen geringe Wärmeleitfähigkeit. Dies beruht im wesentlichen auf dem Vorhandensein luftgefüllter Poren. Die besten Wärmeschutzstoffe leiten fast ebenso schlecht wie Luft; Feuchtigkeit (Wasser in den Poren) erhöht $\lambda$ beträchtlich. $\lambda$ wächst bei Wärmeschutzstoffen und bei allen porösen Stoffen mit der Rohdichte (Raumgewicht) und der Temperatur.

Zahlenangaben über $\lambda$-Werte aller Stoffe: vgl. Tab. 65, ferner Henning, Wärmetechnische Richtwerte. Berlin 1938.

## 2. Wärmeleitung fester Stoffe

### A. Relative Verfahren bei stationärer Strömung

**a) Hintereinanderschalten von Platten oder Stäben.** Bei Metallen schaltet man zwei gleich dicke Stäbe hintereinander, von denen jeder zwei Temperaturmeßstellen nahe den Enden haben muß. Nichtmetallische, schlecht leitende Stoffe werden in Plattenform untersucht (Abb. 160), indem man die zu vergleichenden Platten zwischen Metallscheiben legt, die eine gleichmäßige Oberflächentemperatur bewirken. Zwischen die Metallscheiben und Prüfplatten bringt man als Kitt dünne Schichten von Öl, Paraffin, Bitumen u. dgl., deren Dicke durch Wägung festgestellt wird. Der Temperaturabfall in diesen Schichten kann als Korrektion berechnet werden. Sind $\lambda$, $\lambda'$; $l$, $l'$; $\vartheta_1$, $\vartheta_1'$; $\vartheta_2$, $\vartheta_2'$ Wärmeleitfähigkeiten, Dicken und gemessene Temperaturen für die Versuchsplatte und die Vergleichsplatte, so gilt (da Fläche $F$ = Fläche $F'$)

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{l}{l'}\,\frac{\vartheta_1' - \vartheta_2'}{\vartheta_1 - \vartheta_2}. \qquad (4)$$

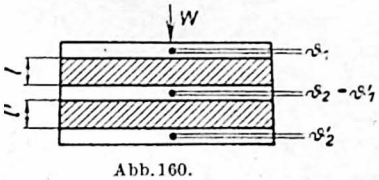



Abb. 160.
Relativverfahren für Platten

Stäbe: van Dusen and Shelton, Bur. Stand. J. Res. 12, 429, 1934; Powell, Proc. Phys. Soc. London 48, 381, 1936; Platten: Erk, Keller u. Poltz, Phys. Z. 38, 394, 1937; W. Fritz u. H. Diemke, Feuerungstechnik 27, 129, 1939; We. Koch, Z. Kunststoffe 31, 135, 1941.

**b) Vergleich von Metallstäben bei gleichartiger Wärmeabgabe** (Biot-Despretz). Zwei Stäbe von gleicher Länge, von gleichem Querschnitt und mit (in bezug auf Strahlung) gleichartigen Oberflächen (vergoldet, versilbert oder vernickelt) werden an einem Ende auf gleiche Temperatur geheizt (Heizbad); die freien Enden geben ihre Wärme an die ruhige Umgebungsluft ab (Abb. 161). Im Dauerzustand mißt

man an drei Stellen 1, 2, 3 mit gleichem Abstand die Übertemperaturen $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ bzw. $\Theta_1', \Theta_2', \Theta_3'$ über die Umgebung. Führt man $n = \frac{\Theta_1 + \Theta_3}{2\Theta_2}$ und $n' = \frac{\Theta_1' + \Theta_3'}{2\Theta_2'}$ ein, so gilt

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \left[\frac{\lg\,(n' + \sqrt{n'^2 - 1})}{\lg\,(n + \sqrt{n^2 - 1})}\right]^2. \qquad (5)$$

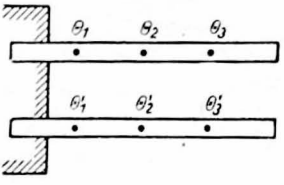



Abb. 161. Vergleichsverfahren für Metallstäbe nach Biot-Despretz

Ein zweites, weniger genaues Verfahren besteht darin, die Übertemperaturen $\Theta_1$ und $\Theta_1'$ auf beiden Stäben im gleichen Abstand $x_1 = x_1'$ von der Stelle $x = 0$ (das ist die Stelle gleicher Übertemperatur $\Theta_0$ am Anfang [Heizbad] für beide Stäbe) zu messen. Es gilt dann

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \left[\frac{\lg\,(\Theta_1/\Theta_0)}{\lg\,(\Theta_1'/\Theta_0)}\right]^2. \qquad (6)$$

Man kann schließlich auch für beide Stäbe die Längen $x_1$ und $x_1'$ messen, für die $\Theta_1 = \Theta_1'$ wird: $\frac{\lambda}{\lambda'} = \left(\frac{x_1}{x_1'}\right)^2$. — Eine weitere Abänderung des Verfahrens besteht darin, beide Stabenden auf gleiche Temperatur zu heizen.
Voraussetzung für alle diese Verfahren ist, daß bei beiden Stäben die Wärmeübergangszahlen an Luft der gleichen Temperaturfunktion gehorchen, was praktisch erfüllt ist, wenn die Oberflächen beider Stäbe gleiche Strahlungszahlen haben. Trotz der experimentellen Einfachheit ist die Bestimmung von $\lambda$ nach diesem Verfahren nicht sehr sicher (störende Luftbewegungen usw.).

Handb. d. Phys. **11**, 53, 1926; Weise, Phys. Z. **38**, 133, 1937.

**c) Vergleich von Platten mittels Schmelzkurven (Voigt).** Dieses ältere Verfahren liefert nur rohe $\lambda$-Werte; daher wird auf das Schrifttum verwiesen; siehe z. B. F. A. Schulze, Ann. Phys. **9**, 560, 1902.

## B. Absolutverfahren bei stationärer Strömung

**a) Platten- und stabförmige Versuchskörper.** Diese Anordnung wird bei stationärer Strömung weitaus am häufigsten benutzt und liefert von allen Verfahren die sichersten Versuchswerte, da sie auch die einfachsten experimentellen Voraussetzungen hat. Man zieht bei schlechten Leitern Plattenform der Versuchskörper vor, bei Metallen dicke Zylinder oder meist Stabform.
Gl. (2) führt in allen Fällen auf

$$\lambda = \frac{W}{F} \cdot \frac{l}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)}, \qquad (7)$$

wobei $l$ die Dicke der Platte bzw. Länge des Stabes, $\vartheta_1 - \vartheta_2$ die Temperaturdifferenz zwischen den Endflächen (Isothermen) der Strecke $l$ ist $\left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{l} = \text{lineares Temperaturgefälle}\right)$.

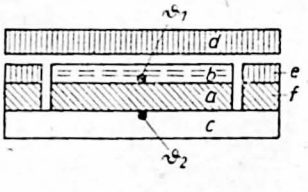



Abb 162.
Absolutes „Einplattenverfahren"

Die Thermoelemente zur Messung der Temperaturen $\vartheta_1$ und $\vartheta_2$ liegen bei guten Leitern in Bohrungen des Versuchskörpers, bei schlechten Leitern in Oberflächennuten der Versuchsplatte $a$, Abb. 162, oder meist in Bohrungen der an die Versuchsplatte anliegenden, gutleitenden Heiz- und Kühlkörper $b$ und $c$ (möglichst nahe der berührenden Oberfläche). Im letzten Fall müssen dann zwischen die Grenz-

flächen von Versuchsplatte und Heizkörper flüssige, gießbare oder plastische Zwischenschichten gebracht werden (vgl. S. 278). Über die Anordnung der Thermoelemente in Bohrungen vgl. S. 277.
Bei sehr großen Versuchsplatten (1000 cm² und mehr Fläche, Dicke > 5 cm) muß man aus versuchstechnischen Gründen von solchen Kittschichten absehen; man verwendet dann unter Umständen ein Pulver als Zwischenschicht. Besondere, aber leicht zu Fehlern führende Möglichkeiten zur Ermittlung des Temperaturabfalls an den Berührungsflächen hat man bei Anordnung der Versuchskörper im Vakuum nach Eucken.

Eucken, Ann. Phys. **34**, 185, 1911.

Immer, besonders aber bei schlecht leitenden Stoffen, ist es wichtig, daß Wärmeverluste verhütet oder möglichst klein gemacht werden. Hierzu dienen: 1. symmetrische Anordnung von zwei gleichen Versuchsplatten (oder Stäben), zwischen die der plattenförmige Heizkörper gebracht wird („Zwei-Platten-Verfahren"); 2. Anordnung einer zweiten Heizplatte *d* auf der Rückseite des Hauptheizkörpers *b* von gleicher Temperatur wie der Hauptheizkörper (Schutzheizplatte, Abb. 162); 3. Anordnung eines ringförmigen Heizkörpers *e* um den Hauptheizkörper von gleicher Temperatur wie der letzte (Schutzring-Heizkörper *e*, Abb. 162); 4. bei stabförmigen Versuchskörpern Umhüllen der Probe mit einem Schutzrohr, das so geheizt wird, daß es den gleichen Temperaturverlauf hat wie der Versuchsstab; 5. Überstülpen eines Vakuummantelgefäßes (Dewar-Gefäß) über Heiz- und Versuchsplatten; 6. Anordnung der Versuchseinrichtung in einem evakuierten Raum; 7. Isolation mit einem der auf S. 277 f. erwähnten Mittel.

Die Schutzheizkörper dürfen den Hauptheizkörper nicht berühren, sondern müssen von ihm durch dünne, gut isolierende Schichten (Korkmehl, Kieselgur, Luftspalt) getrennt sein; mit Hilfe von Thermoelementen sind die Temperaturen der Schutzheizkörper möglichst genau auf diejenigen der ihnen gegenüberstehenden Flächen einzuregeln; kleine Unterschiede können rechnerisch als Korrektion berücksichtigt werden. Ein Schutzring *f* mit gleicher Wärmeleitfähigkeit wie die Versuchsplatte *a* macht das Temperaturfeld homogen (Abb. 162).

Plattenverfahren für schlechte Leiter: Poensgen, Z. VDI **56**, 1653, 1912; Jakob, Z. techn. Phys. **10**, 475, 1926; Jakob u. Erk, Z. Kälteind. **36**, 229, 1929; Raisch, Arch. Wärmewirtsch. u. Dampfkesselwes. **10**, 369, 1929; Koch, Phys. Z. **39**, 431, 1938.

Meßanordnungen für Metalle: Jakob, Z. VDI **66**, 688, 1922 u. Z. Metallkunde **18**, 55, 1926; Grüneisen u. Goens, Z. Phys. **44**, 615, 1927; Schofield, Proc. Roy. Soc. London (A) **107**, 207, 1925; Bailey, Proc. Roy. Soc. London **134**, 57, 1932; Raisch, Forsch. Ing.-Wes. **3**, 209, 1932; Powell, Proc. Roy. Soc. London **46**, 659, 1936.

**b) Hohlzylindrische Versuchskörper (radialer Wärmefluß).** Der Versuchskörper ist ein Hohlzylinder *a*, in dessen Bohrung ein elektrischer Heizkörper *b* eingebracht ist (Abb. 163). Dieser Heizkörper besteht am einfachsten aus einem Zylinder oder Rohr, das mit Widerstandsdraht gleichmäßig bewickelt ist. Der Prüfkörper wird außen gewöhnlich eng von einem konzentrischen Metallrohr *c* umhüllt, das den Wärmestrom aufnimmt (Kühlkörper) und gekühlt oder bei hohen Temperaturen ebenfalls beheizt wird. Man mißt die radiale Temperaturverteilung, häufiger die Temperaturen $\vartheta_1$ und $\vartheta_2$ (Abb. 163) in der Mitte des Zylinders, der genügend lang sein muß, wenn man die Wärmeableitung an den Zylinderenden vernachlässigen will. Am sichersten geht man, wenn man auch hier wieder eine Schutzheizung *h*

und Schutzringe $r$ anbringt (Abb. 163). In gewissen Fällen ist auch eine Berechnung der Endableitung möglich. Nach Gl. (2) berechnet man hier bei gleichmäßiger Verteilung des Wärmestroms $W$ über die Oberfläche

$$\lambda = \frac{W}{2\pi L} \frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)}, \tag{8}$$

wenn $L$ die Zylinderlänge, $d_1$, $d_2$ Innen- und Außendurchmesser des Zylinders, $\vartheta_1 - \vartheta_2$ die radiale Temperaturdifferenz ist. Ein axiales Gefälle darf nicht vorhanden sein.

van Rinsum, VDI-Forschungsheft 228, 1920.

Das Verfahren ist zur Messung der Wärmeleitfähigkeit schlechter Leiter, besonders von Isoliermassen, Steinen, Isolierschalen und pulverförmigen Wärmeschutzstoffen geeignet. Bei den letzten bringt man das Pulver manchmal in ein Rohr, in dessen Achse ein Platinheizdraht als zylindrischer Heizkörper ausgespannt ist. Auch die Umkehrung der Anordnung (Abb. 163) ist oft zweckmäßig: Außenheizung, in der Bohrung ein gekühltes (wasserdurchströmtes) Rohr als Kühlkörper.

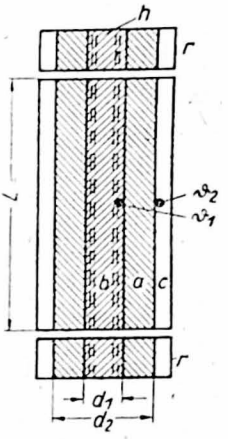



Abb. 163. Hohlzylinderverfahren für schlechte Leiter

Außenkühlung: Nelson, Phys. Rev. **18**, 113, 1921; Bridgman, Amer. J. sci. **7**, 81, 1924; Pirani u. v. Wangenheim, Z. techn. Phys. **10**, 413, 1936.

Innenkühlung: Holler, Sprechsaal **69**, 733, 745, 761, 1936.

Heizdraht: Stephens, Phil. Mag. (VII) **14**, 897, 1932; Kannuluik u. Martin, Proc. Roy. Soc. (A) **141**, 144, 1933.

**c) Hohlkugelförmige Versuchskörper (Kugelverfahren).** Ein kugelförmiger elektrischer Heizkörper, von dem im Dauerzustand der Wärmestrom $W$ ausgeht, ist von dem hohlkugelförmigen, außen meist durch eine kugelige Blechhülle begrenzten Versuchskörper umgeben.

Die Isothermenflächen sind Kugelflächen. Man mißt an zwei Stellen (Kugelflächen) mit den Radien $r_1$ und $r_2$ die Temperaturen $\vartheta_1$ und $\vartheta_2$ mit Hilfe von Thermoelementen (oft auch an mehr Stellen). Gl. (2) führt hier auf

$$\lambda = \frac{1}{4\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2} \cdot \frac{W}{\vartheta_1 - \vartheta_2}. \tag{9}$$

Das Kugelverfahren kommt den theoretischen Voraussetzungen am nächsten: vollkommene Symmetrie der Anordnung, keine Wärmeverluste. Praktisch hat es viele Nachteile: schwierige Herstellung der Versuchskörper (geteilte Hohlkugeln) und der Heizkugel, schwierige Fixierung der Lötstellen der Thermoelemente. Es eignet sich hauptsächlich für körnige, pulverförmige und faserige Wärmeschutzstoffe und ist auch bei hohen Temperaturen gut brauchbar.

An Stelle der Hohlkugel kann unter gewissen Bedingungen auch ein würfelförmiger Versuchskörper mit innerer Heizkugel verwendet werden.

Nußelt, VDI-Forsch.-H. 63/64, 1909; Gröber, ebd, 104, 1911; Eucken u. Laube, Tonindustr.-Z. **53**, 1599, 1929; Green, Proc. Roy. Soc. London **44**, 295, 1932; Raisch u. Weyh, Z. Kälteind. **39**, 123, 1932.

### C. Vergleich der Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ von Metallen mit ihrer elektrischen Leitfähigkeit $\varkappa$

**a) Zylindrische Stäbe bei axialer Wärmeleitung.** Ein konstanter elektrischer Strom fließt durch einen Metallstab von 10 bis 20 mm ⌀ und etwa 500 mm Länge, dessen beide Enden z. B. durch Flüssigkeitsbäder auf konstanter nahezu gleicher Temperatur gehalten werden. Die Mantelfläche des Stabes muß gegen Wärmeabgabe möglichst geschützt sein (von Schutzrohr umhüllt). Im stationären Zustand stellt sich eine symmetrische Temperaturverteilung mit einem Maximum in der Stabmitte ein; die erzeugte Stromwärme fließt nach beiden Seiten an die Bäder ab. Man mißt in feinen Bohrungen in der Stabmitte (Stelle 2) und in gleichen Abständen rechts und links davon (Stellen 1 und 3) mit Thermoelementen die Temperaturen $\vartheta_2$ und $\vartheta_1 \approx \vartheta_3$ und berechnet $\Theta = \vartheta_2 - \frac{1}{2}(\vartheta_1 + \vartheta_3)$. Außerdem wird die elektrische Spannung (Potentialunterschied) $U$ zwischen den Punkten 1 und 3 gemessen (Bd. 2, S. 31).

Es gilt dann, wenn $\varkappa$ das elektrische Leitvermögen (in $\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$) und wenn die radiale Wärmeabgabe Null ist:

$$\frac{\lambda}{\varkappa} = \frac{1}{8}\,\frac{U^2}{\Theta}\,. \tag{10}$$

Durch gleichzeitige Messung der Stromstärke $I$ (Ampere) erhält man

$$\varkappa = \frac{2l}{F}\,\frac{I}{U}$$

in $\Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$, wobei $2\,l$ (cm) der Abstand zwischen den Punkten 1 und 3 und $F$ ($\mathrm{cm}^2$) der Querschnitt des Metallstabes ist. Aus Gl. (10) findet man dann $\lambda$ in Watt $\mathrm{cm}^{-1}\,\mathrm{Grad}^{-1}$.

Über die Ausführung der Messung, Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit von $\lambda$ und $\varkappa$ und rechnerische Berücksichtigung der kleinen radialen Wärmeabgabe vgl. Kohlrausch, Ann. Phys. **1**, 145, 1900; Jaeger u. Diesselhorst, Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **3**, 269, 1900; Simidu, Sci. Rep. Tôhoku Univ. **6**, 111, 1917.

**b) Verfahren für kleine Stäbchen.** Aus Gl. (10) geht hervor, daß beim Verfahren von Kohlrausch die Gestalt und Größe des Leiters theoretisch keine Rolle spielt. Es ist aber oft sehr wichtig, die Messung mit kleinen Stäbchen durchführen zu können. Zwischen zwei auf konstanter Temperatur $\vartheta_0$ gehaltenen Punkten eines kleinen Stäbchens (z. B. 70 mm Länge, 1 bis 5 mm Dicke) mißt man bei zwei verschiedenen Belastungsstromstärken die Widerstände $R_1$ und $R_2$ und die Spannungen $U_1$ und $U_2$, außerdem den Temperaturkoeffizienten $\beta = \frac{1}{R}\,\frac{dR}{dT}$ bei der Temperatur $\vartheta_0$. Es gilt dann

$$\frac{\lambda}{\varkappa} = \frac{\beta}{12}\,\frac{U_2^2 \cdot R_2 - U_1^2 \cdot R_1}{R_2 - R_1}\,. \tag{12}$$

Korrektionen entstehen daraus, daß sich $\frac{\lambda}{\varkappa}$ und $\beta$ durch die Temperaturerhöhung bei Strombelastung ändern und daß Wärme durch die Manteloberfläche abgegeben wird.

Meißner, Ann. Phys. **47**, 1001, 1915; Z. Phys. **2**, 373, 1920.

Eine Abänderung dieses Verfahrens, nämlich nur ein sehr kleines, durch Einschnürung (höherer Stauwiderstand) entstandenes Mittelstück eines Stäbchens als Meßstäbchen zu benutzen, hat Holm angegeben.

Holm, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **9**, 300, 1929; Holm u. Störmer, ebd. **13**, 30, 1934.

**c) Heizdrahtverfahren.** Eine weitere Abänderung des elektrischen Verfahrens ist das Heizdrahtverfahren. Ein Draht von 0,5 bis 4 mm ⌀ und 70 bis 200 mm Länge aus dem zu untersuchenden Metall wird in einem engen Glas- oder Metallrohr (10 bis 12 mm ⌀) zentrisch ausgespannt und durch elektrischen Strom beheizt. Beim Versuch taucht das Rohr meist ganz in ein Flüssigkeitsbad konstanter Temperatur (gleichmäßige Oberflächentemperatur); es wird innen evakuiert. Die Enden des Heizdrahtes haben gewöhnlich die gleiche Temperatur wie das Hüllrohr. Die zu messenden Größen sind im wesentlichen der elektrische Widerstand des Heizdrahtes bei 0° und der mittlere Widerstand im stationären beheizten Zustand sowie der Heizstrom. Langmuir verwendet sehr dünne Heizdrähte von 0,05 mm ⌀.

Einzelheiten über Ausführung, auch Theorie bei Kannuluik, Proc. Roy. Soc. London (A) **131**, 320, 1931, ferner Proc. Roy. Soc. London **141**, 159, 1933. Theorie besonders ausführlich, bei verschiedenen Randbedingungen siehe Langmuir u. Taylor, Phys. Rev. **50**, 68, 1936.

**d) Verfahren für zylindrische Stäbe bei radialer Wärmeleitung.** Ein langer zylindrischer Stab wird von einem elektrischen Strom durchflossen. In einem mittleren kurzen Stück des Stabes mit konstanter Temperatur (keine merkliche Ableitung nach den Enden zu) strömt die erzeugte Wärme im Dauerzustand lediglich radial an die Staboberfläche, von wo sie wesentlich durch Strahlung abgegeben wird. Der Stab befindet sich innerhalb eines evakuierten Rohres, dessen Wände allseitig die gleiche konstante Temperatur haben (Flüssigkeitsbad).

Es werden gemessen: die Temperaturen in der Stabachse $T_2$ (in feinen Bohrungen) und an der Oberfläche des Stabes $T_1$, das Spannungsgefälle im mittleren Teil $l$ (cm) längs des Stabes $\frac{U}{l}$ (Volt/cm), ferner der Heizstrom $I$ oder der elektrische Widerstand des Stabes. Kann man $\varrho = \frac{1}{\varkappa}$ und $\lambda$ zwischen den Temperaturen $T_1$ und $T_2$ als temperaturunabhängig ansetzen, so gilt ($r_1$ = Stabhalbmesser)

$$\lambda = \frac{U \cdot I}{4\pi l (T_2 - T_1)} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\lambda}{\varkappa} = \frac{U^2 \cdot r_1^2}{4 l^2 (T_2 - T_1)}. \tag{13}$$

Die Oberflächentemperatur $T_1$ des Stabes wird mit Oberflächenthermoelementen oder mit dem optischen Pyrometer gemessen.

Angell, Phys. Rev. **33**, 421, 1911; Powell and Schofield, Proc Phys. Soc. London **51**, 153, 1939.

## D. Verfahren für nichtstationäre Strömung

**a) Verfahren für ausgedehnte Körper.** Die meisten Verfahren sind Abkühlungsverfahren (aperiodische Wärmeströmung) und beruhen darauf, daß man einen überall auf konstanter Temperatur befindlichen Körper plötzlich an einer oder an mehreren Flächen auf konstant zu haltende tiefere Temperatur abkühlt und dabei die zeitlichen und örtlichen Temperaturveränderungen mißt.

Bei Metallen wendet man wieder meist Versuchskörper in Stabform an, wofür als Ausgangsgleichung

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - b(\vartheta - \vartheta_a) \tag{14}$$

angesetzt werden kann ($b = \frac{u}{F} \frac{\alpha}{\varrho \cdot c}$; wobei $u$ der Umfang, $F$ der Querschnitt des Stabes, $\alpha$ die Wärmeübergangszahl des Stabes an die Umgebung ist, deren Temperatur $\vartheta_a$ beträgt). Bei schlecht leitenden Stoffen ist es besser, den Abkühlungsversuch an Kugeln oder Würfeln durchzuführen.

Jakob, Handb. d. Phys. **11**, 69, 1926.

Kennt man aus besonderen Abkühlungsversuchen die Wärmeübergangszahl $\alpha$, so hat man wieder bei aperiodisch veränderlicher Wärmeströmung $\vartheta$ als Funktion von $t$ zu messen.

Da alle nicht stationären Verfahren sowohl mathematisch wie hinsichtlich der Auswertung aus den experimentell gewonnenen zeitlichen und örtlichen Temperaturkurven besondere Schwierigkeiten haben, wird hier auf das Schrifttum verwiesen. Fast alle Verfahren haben keine sehr große praktische Bedeutung für eine genaue und zuverlässige Bestimmung von $a$ oder $\lambda$.

Grüneisen, Ann. Phys. **3**, 43, 1900; Giebe, Verh. D. Phys. Ges. **5**, 60, 1903; Lorenz, Wied. Ann. **13**, 422, 1881; Glage, Ann. Phys. **18**, 904, 1905. Versuche mit Würfeln: Kirchhoff u. Hansemann, Wied. Ann. **9**, 1, 1880; Ingersoll u. Koepp, Phys. Rev. **24**, 92, 1924.

Eine Zusammenstellung der Meßverfahren findet man bei Diesselhorst, Enzykl. d. Math. Wiss. V, 4, S. 208. Leipzig 1905.

Versuche mit periodisch veränderlicher Wärmeströmung sind selten durchgeführt worden (z. B. periodische Erwärmung der Enden eines Stabes). King benutzt die Fortpflanzung einer Wärmeschwingung in einem Draht und erzielt die erforderliche sinusförmige Temperaturschwingung im Draht (2,5 mm ⌀) durch elektrische Heizung, die über einen mit Hilfe einer Kurvenscheibe variierten Widerstand geregelt wird. King, Phys. Rev. (2) **6**, 437, 1915; Tadokoro, Sci. Rep. Tôhoku Univ. **10**, 339, 1921; King, Phys. Rev. **11**, 149, 1918.

**b) Nichtstationäre Heizdrahtverfahren mit radialer Wärmeströmung.** Im Innern des zylindrischen Versuchskörpers ist ein Platinheizdraht zentrisch ausgespannt; zur Zeit $t = 0$ befindet sich die Versuchsanordnung auf konstanter Temperatur; von $t = 0$ ab wird der Platindraht durch einen elektrischen Strom geheizt. Mißt man die konstante Heizleistung (Wärmestrom) $q$, die Temperaturen $\vartheta_1$ und $\vartheta_2$ des Platinheizdrahtes (aus seiner Widerstandsänderung) zu den Zeiten $t_1$ und $t_2$, so findet man $\lambda$ aus

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = \frac{q}{4\pi\lambda} \ln \frac{t_2}{t_1}. \tag{15}$$

Dies Verfahren erwies sich besonders geeignet für die Messung der Wärmeleitfähigkeit von Stoffen, bei denen der Versuchskörper mit Hilfe eines Kältebades um den Draht auskristallisierte ($CO_2$ fest, Benzol fest).

In etwas anderer Form scheint dies Verfahren für pulverförmige Stoffe geeignet („Sondenverfahren").

Eucken u. Englert, Z. Kälteind. **45**, 109, 1938.

## 3. Wärmeleitung von Flüssigkeiten

Praktisch kommen nur stationäre Verfahren in Frage. Die Messung, grundsätzlich wie bei festen Stoffen durchführbar, wird durch die Konvektion (freie Flüssigkeitsströmung) erschwert. Man verwendet daher im allgemeinen nur Flüssigkeitsschichten oder -fäden von geringer Dicke (Größenordnung 1 bis 3 mm). Bei horizontalen Schichten muß die Wärme stets von oben nach unten strömen, da sonst unvermeidlich Konvektion auftritt.

### A. Relativmessungen

**Kapillar- (Heizdraht-) Verfahren.** Die Flüssigkeit wird in eine Metallkapillare gefüllt, in deren Achse genau zentriert ein Platinheizdraht ausgespannt ist. Die Anordnung entspricht sonst ganz dem Heizdrahtverfahren bei Gasen (s. unten). Man schaltet die Endstörungen des Heizdrahtes aus durch Anwenden zweier verschieden langer Heizdrähte und Kapillaren hintereinander. Das Verfahren hat den Nachteil, daß die Konvektion schwer zu vermeiden ist.

Goldschmidt, Phys. Z. **12**, 417, 1911; Davis, Phil. Mag. **47**, 792, 1924; Kardos, Z. Kälteind. **41**, 1, 1934 (dazugehörig Planck, ebd. S. 214 u. Forsch. Ing.-Wes. **5**, 289, 1934)

### B. Absolutmessungen

a) **Lamellenverfahren.** Dies ist das wichtigste Verfahren für Flüssigkeiten. Zwischen zwei Kupferplatten wird die zu untersuchende horizontale Flüssigkeitsschicht hergestellt; Schichtendicke 1 bis 3 mm.

Jakob, Ann. Phys. **63**, 537, 1920 (Wasser bis 80° C); Kaye u. Higgins, Proc. Roy. Soc. London **117**, 459, 1928; Vater, Diss. Leipzig 1936; L. Riedel, Forsch. Ing.-Wes. **11**, 340, 1940.

b) **Zylinderspaltverfahren** (Radialer Wärmestrom). Die Flüssigkeit befindet sich im Ringspalt zwischen einem inneren Metallzylinder und einem äußeren konzentrischen Hohlzylinder. Wegen der Konvektionsgefahr können nur sehr enge Spalte (etwa 1 mm) verwendet werden.

Bridgman, Proc. Amer. Acad. **59**, 141, 1923/24; Daniloff, J. Amer. Chem. Soc. **54**, 1328, 1932; Schmidt u. Sellschopp, Forsch. Ing.-Wes. **3**, 277, 1932 (Wasser bis 270° C).

c) **Dicke horizontale Schichten.** Dies Verfahren ist grundsätzlich das gleiche wie das Lamellenverfahren a); nur mißt man statt mit 1 bis 2 mm hier mit 10 bis 50 mm dicken Schichten. Besondere Vorsicht ist wegen Konvektion nötig.

Bates, Industr. Engng. Chem. **28**, 494, 1936; Hamann, Ann. Phys. **32**, 593, 1938; Wayne C. Hall, Phys. Rev. **53**, 1004, 1938; E. Meyer, Z. Kälteind. **47**, 129. 1940.

## 4. Wärmeleitung von Gasen

Es kommen praktisch nur stationäre Verfahren in Betracht. Die noch stärkere Konvektion als bei Flüssigkeiten vermeidet man durch Anwenden kleiner Abmessungen (enge Kapillaren, dünne Schichten) und durch Messen bei kleinen Drucken, bis etwa zu 10 bis 20 Torr herunter. Letzteres ist zulässig, weil die

Wärmeleitfähigkeit der Gase im Druckbereich von 760 bis etwa 20 Torr konstant bleibt (Druckunabhängigkeit). Die vom Heizdraht abgegebene Strahlungswärme kann man nach der Strahlungsformel berechnen oder nach sehr gutem Evakuieren (Hochvakuum) der Apparatur messen.

**a) Heizdrahtverfahren** (Schleiermacher). Der meist sehr dünne Platinheizdraht (Durchmesser $2r_1 = 0{,}05$ bis 0,1 mm, in neueren Untersuchungen aber auch bis 1,5 mm) ist in einem mit dem zu untersuchenden Gas gefüllten Glas- oder Metallrohr (Hüllrohr) senkrecht ausgespannt und wird durch elektrischen Strom geheizt. Das Hüllrohr (Durchmesser $2r_2 = 1$ bis 10 mm) befindet sich ganz in einem Bad oder Raum konstanter Temperatur.

Im stationären Zustand mißt man aus dem Widerstand die Temperatur des Heizdrahtes $\vartheta_1$; ferner die Temperatur der Rohrinnenwand $\vartheta_2$ ($\approx$ Badtemperatur) sowie die elektrische Heizleistung $q$, von der die Strahlungswärme $s$ abgezogen werden muß. Es gilt dann, wenn die Drahtlänge groß ist gegenüber dem Halbmesser ($l \gg r_1$):

$$\lambda = (q - s)\,\frac{\ln (r_2/r_1)}{2\pi L(\vartheta_1 - \vartheta_2)}. \tag{16}$$

Ungeachtet seiner Einfachheit erfordert die genaue Durchführung des Heizdrahtverfahrens große Sorgfalt. Es sind eine Reihe von Korrektionen zu berücksichtigen. So ruft an den Drahtenden die Wärmeableitung Fehler hervor; man eliminiert diesen Endeinfluß durch Gegenschalten zweier verschieden langer, sonst aber genau gleicher Heizdrahtanordnungen (Längenverhältnis z. B. 1:5); eine Rolle spielt auch der Temperatursprung zwischen Draht und Gas.

Das Heizdrahtverfahren wird oft als Relativverfahren zur Ermittlung von $\lambda_{\text{Gas}} : \lambda_{\text{Luft}}$ verwendet, z. B. Moser, Dissertation. Berlin 1913.

Eucken, Phys. Z. **12**, 1101, 1911, ebd. **14**, 324, 1913; Mann u. Dickins. Proc. Roy. Soc. London (A) **134**, 77, 1932. Archer, Phil. Mag. **19**, 901, 1935; Milverton, Proc. Roy. Soc. London **150**, 287, 1935; Kannuluik u. Martin, Proc. Roy. Soc. London **144**, 496, 1934; Nothdurft, Ann. Phys. (5) **28**, 137, 1937.

**b) Das Lamellenverfahren** (es entspricht dem für Flüssigkeiten angewendeten Verfahren, S. 285) wird für Gase seltener benutzt.

Hercus u. Sutherland, Proc. Roy. Soc. London (A) **145**, 599, 1934.

## 5. Wärmekonvektion

### A. Grundlagen

Unter Wärmekonvektion versteht man den Transport von Wärme durch bewegte Flüssigkeits- oder Gasteilchen. „Freie Konvektion" liegt vor, wenn der Antrieb zur Bewegung von den nur durch Temperaturunterschiede hervorgerufenen Dichteunterschieden ausgeht; bei der „erzwungenen Konvektion" ist ein von außen aufgezwungenes Druckgefälle Ursache der Bewegung. Die exakte Betrachtung des Wärmetransportes durch Konvektion erfordert die Messung der Temperatur und Geschwindigkeit an vielen Stellen („Temperaturfeld" und „Geschwindigkeitsfeld"). Im allgemeinen kommt es jedoch wesentlich darauf an — da

dies technisch ausschlaggebend ist —, den Gesamtbetrag der zwischen einer festen Wand und einer Flüssigkeit oder einem Gas ausgetauschten Wärme zu ermitteln: „Wärmeübergang". Als Grundgleichung hat man einen älteren, von Newton stammenden Ansatz beibehalten:

$$W = \alpha F(\vartheta_1 - \vartheta_2)\,, \tag{17}$$

worin $W$ der Wärmestrom (cal/s) ist, der die Grenzfläche $F$ beider Mittel senkrecht durchsetzt; $\vartheta_1$ ist die konstant angenommene Temperatur der festen Wand, $\vartheta_2$ die Temperatur des (bewegten) Gases oder der Flüssigkeit in einigem Abstand von der Wand. $\alpha$ nennt man die „Wärmeübergangszahl" (Einheit cal $cm^{-2}s^{-1}$ $Grad^{-1}$ oder meistens kcal $m^{-2}h^{-1}$ $Grad^{-1}$). Diesem Ansatz liegt die sehr vereinfachte Vorstellung zugrunde, daß zwischen der Wand und dem Stoff ein Temperatursprung bzw. Geschwindigkeitssprung auftritt. In Wirklichkeit hat die Gas- oder die Flüssigkeitsschicht unmittelbar an der festen Wand die Geschwindigkeit 0 und die Temperatur $\vartheta_1$; Geschwindigkeit und Temperatur haben nur ein sehr steiles Gefälle nahe der Grenzfläche, um in genügendem Abstand praktisch konstant zu werden (Temperatur $\vartheta_2$). Daraus folgt, daß $\alpha$ kein reiner Stoffwert, z. B. der festen Wand, sein kann; $\alpha$ ist vielmehr eine verwickelte Funktion der Eigenschaften des Gases oder der Flüssigkeit, der Gestalt der Grenzfläche (Wand) und des Temperatur- und Geschwindigkeitsfeldes in deren Nähe. Die Bezeichnung „äußere Wärmeleitfähigkeit" ist irreführend und falsch. Die rein mathematische Behandlung des Wärmeübergangs ist bis jetzt nur in wenig Fällen gelungen und meist hoffnungslos; eine besondere Bedeutung haben aber die Ähnlichkeitstheorie und die auf physikalischen Vorstellungen beruhende Grenzschichtentheorie von Prandtl gewonnen.

Chem.-Ing., Bd. I, 1. T. Kap. 5, 7 u. 8. (Jakob, Erk); Handb. d. Exp. Phys. 9. 1. 268, 1929 (Knoblauch u. Reiher). E. Schmidt, Z. VDI 76, 1025, 1932; Gröber-Erk, Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. Berlin 1933; Ten Bosch, Die Wärmeübertragung. Berlin 1936.

## B. Meßverfahren zur Ermittlung von Wärmeübergangszahlen

Die Messung von Wärmeübergangszahlen $\alpha$ erfordert in den meisten Fällen einen großen experimentellen Aufwand, eine gute Kenntnis der Strömungsvorgänge und eine genaue Überlegung über die zweckmäßige Wahl der Größen oder der Gruppen von Größen („Kenngrößen"), von denen $\alpha$ im Einzelfall abhängt und die daher beim Versuch zu variieren sind. Es muß im wesentlichen auf das Schrifttum verwiesen werden. Einige grundsätzliche Möglichkeiten für den stationären Zustand werden im folgenden kurz angedeutet.

**a) Unmittelbares Meßverfahren.** Bei diesem wichtigsten Verfahren zur Bestimmung von $\alpha$ handelt es sich entsprechend Gl. (17) um Messung eines Wärmestromes $W$, der Grenzfläche $F$ und der Temperaturdifferenz $\vartheta_1 - \vartheta_2$ für den vorgeschriebenen Einzelfall. $\vartheta_1$ ist die Temperatur der Oberfläche (Grenzfläche), die überall gleich sein soll oder gemittelt werden muß, worauf bei der Wahl der Wärmequellen bzw. beim Bau der Heizkörper Rücksicht zu nehmen ist. $\vartheta_1$ wird gemessen durch Oberflächenthermoelemente oder durch Thermoelemente in Bohrungen oder in Nuten im Innern der Wand (Extrapolation auf die Oberfläche meistens

rechnerisch möglich [Gl. 7]). $\vartheta_2$ ist die Temperatur in der Flüssigkeit oder im Gas im Gebiet konstanter Temperatur; doch darf die Strömung durch das Thermometer möglichst wenig gestört werden.

Temperaturmessungen in Stoffen mit erzwungener Strömung erfordern zumal bei Gasen besondere Vorsichtsmaßregeln (vgl. Knoblauch-Hencky, Anleitung zu genauen technischen Temperaturmessungen. München u. Berlin 1926). In Gasen müssen die Thermometer vor Strahlung geschützt sein. Schrifttum an einfachen Beispielen:

Hencky, Z. Kälteind. 22, 79, 1915; Kraussold, VDI-Forsch.-H. 351, 1931; Jakob u. Fritz, Forsch. Ing.-Wes. 2, 435, 1931; Jakob u. Linke, Phys. Z. 36, 267, 1935; Hilpert, Forsch. Ing.-Wes. 4, 1215, 1933.

**b) Abschmelzverfahren.** Das Abschmelzen eines Eisblocks von der Gestalt des Körpers, an dem der Wärmeübergang bestimmt werden soll, wird durch Ausmessen oder durch photographische Aufnahme beobachtet.

E. Schmidt, Z. Kälteind. 35, 213, 1928.

**c) Diffusionsverfahren.** Man benutzt die Analogie zwischen Wärmeübertragung und Diffusion, um aus Messungen der Absorption von Ammoniak, das den strömenden Gasen beigemischt wird, an mit Phosphorsäure getränkten Oberflächen (aufgeklebte Fließpapierstreifen) den Wärmeübergang zu bestimmen.

Lohrisch, VDI-Forsch.-H. 322, 1929; Hilpert, ebd. 355, 1932.

**d) Ausmessung von Geschwindigkeits- und Temperaturfeldern.** Eine solche Feldmessung gibt ein vollständiges Bild des Wärmeübergangs mit Einschluß der Verteilung der Wärmeabgabe über die Oberfläche.

$\alpha$) Unmittelbares Verfahren. Die Geschwindigkeiten werden meist mit feinen Staurohren (S. 57) gemessen, sehr kleine Geschwindigkeiten bis zu 1 mm/s herunter mit dem Fadenanemometer nach E. Schmidt. Zur Temperaturmessung nimmt man feine Thermoelemente.

E. Schmidt, Z. Kälteind. 35, 213, 1928; E. Schmidt u. Beckmann, Techn. Mech. u. Thermodynamik 1, 341, 391, 1930; Jakob, Erk u. Eck, Forsch. Ing.-Wes. 3, 161, 1932 u. Phys. Z. 36, 73, 1935; Jodlbauer, Forsch. Ing.-Wes. 4, 157, 1933; Weise, ebd. 6, 281, 1935.

$\beta$) Schlierenverfahren. Man läßt nach E. Schmidt parallele Lichtstrahlen die Oberfläche der Versuchskörper streifen und dann auf einen weit entfernten Projektionsschirm fallen. Die Strahlen werden um so stärker abgelenkt, je steiler das Temperaturgefälle ist. Die photographische Aufnahme ergibt den Umriß des ganzen Temperaturfeldes und die Verteilung der Wärmeabgabe über die Oberfläche.

E. Schmidt, Forsch. Ing.-Wes. 3, 181, 1932.

$\gamma$) Interferometrische Verfahren. Bei diesem Verfahren geht nach Hansen ein Teil der Strahlen unmittelbar in ein Zehnder-Mach-Interferometer mit vier Spiegeln (S. 371), ein anderer Teil zuvor an der zu untersuchenden Heizfläche streifend vorbei. Die Interferenzstreifen werden photographiert; infolge der Änderung der Brechungszahl der Luft über die Heizfläche ist ihre Lage gegenüber der bei überall gleicher Temperatur verschoben; man kann somit die Temperatur der Luft an jeder Stelle berechnen, da die Abhängigkeit der Brechungszahl der Luft von der Dichte und die der Dichte von der Temperatur bekannt ist.

Hansen, Z. techn. Phys. 12, 436, 1931. Nach Hansen kann man mit weißem Licht arbeiten; Kennard (Bur. Stand. J. Res. 8, 787, 1932) benutzt grünes Quecksilberlicht.

# IX. Wärmestrahlung

Als Wärmestrahlung wird jede dem Lichte wesensgleiche Strahlung bezeichnet, sofern sie Wärme von einem Körper auf einen anderen überträgt. Strahlungsvorgänge, bei denen die ausgestrahlte Energie allein aus der Körperwärme stammt und die eingestrahlte Energie nur als Körperwärme aufgenommen wird, heißen „thermaktin". Die auf thermaktinen Vorgängen beruhende und im folgenden allein behandelte Wärmestrahlung heißt „Temperaturstrahlung".

Vgl. Planck, Vorlesungen über d. Theorie d. Wärmestrahlung. 5. Aufl. Leipzig 1923.

## 1. Allgemeine Gesetze der Temperaturstrahlung

### A. Kirchhoffsches Gesetz

Ein Körper, der alle auf ihn fallenden Strahlen vollkommen absorbiert, heißt ein vollkommen schwarzer Körper. Sein Absorptionsvermögen $a$, d.h. das Verhältnis der absorbierten zur einfallenden Strahlung, ist $a_s = 1$. Seine Emission $E_s(\lambda, T)$, d.h. die je cm² Oberfläche in den Halbraum ausgestrahlte Energie im Gebiete $\lambda$ bis $\lambda + d\lambda$, hängt allein von seiner Temperatur und der Wellenlänge $\lambda$ ab. Ein anderer Strahler vom Absorptionsvermögen $a(\lambda, T) < 1$, der unter gleichen Umständen die Energie $E(\lambda, T)$ ausstrahlt, hat nach Kirchhoff das Emissionsvermögen

$$e(\lambda, T) = \frac{E(\lambda, T)}{E_s(\lambda, T)} = a(\lambda, T).$$

Mithin ist das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers $e_s = 1$ der höchste überhaupt erreichbare Wert.

Für das Reflexionsvermögen $r(\lambda, T)$ undurchsichtiger Körper gilt

$$1 - r(\lambda, T) = a(\lambda, T).$$

### B. Gesetze der schwarzen Strahlung

Der gesetzmäßige Zusammenhang zwischen Strahlungsintensität, Temperatur und Wellenlänge ist theoretisch genau bekannt nur für den vollkommen schwarzen Körper, der zwar durch keinen realen Körper, wohl aber durch einen „Hohlraumstrahler" praktisch in beliebiger Annäherung verwirklicht werden kann. Die folgenden für die von ihm ausgesandte Strahlung geltenden Gesetze setzen streng genommen Strahlung ins Vakuum (hinreichend übereinstimmend mit Luft) voraus; für Strahlung in einem Mittel vom Brechungsverhältnis $n$ gilt Proportionalität mit $n^2$ (Kirchhoff).

**a) Stefan-Boltzmannsches Gesetz.** Die von der Flächeneinheit des schwarzen Körpers bei der absoluten Temperatur $T$ in der Zeiteinheit nach einer Seite (in den räumlichen Winkel $2\pi$) ausgestrahlte Gesamtenergie beträgt

$$S = \sigma T^4. \tag{1}$$

Für die Konstante $\sigma$ (S. 304), deren Wert auch bei den besten Messungen noch um etwa 1% verschieden erhalten wurde, kann angenommen werden

$$\sigma = 5.75 \cdot 10^{-5}\ \text{Erg/cm}^2\,\text{s Grad}^4 = 1{,}374 \cdot 10^{-12}\ \text{cal/cm}^2\,\text{s Grad}^4.$$

Vgl. C. Müller, Z. Phys. **82**, 1, 1933.

Nach der Theorie ist $$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15\, v^2 h^3} = 40{,}80\,\frac{k^4}{v^2 h^3} = \frac{2}{15}\,\frac{\pi^5 c_1}{c_2^4}$$

wo $v$ die Lichtgeschwindigkeit, $k = \frac{R}{N}$ das Verhältnis von Gaskonstante zur Loschmidtschen Zahl, $h$ das Plancksche Wirkungsquantum bedeutet (Tab. 75); ferner $c_1 = v^2 h$ und $c_2 = \frac{vh}{k}$ die Konstanten des Planckschen Gesetzes (s. u.) sind.

**b) Plancksches Gesetz.** Die Strahlungsenergie eines geradlinig polarisierten Strahlenbündels, das aus den Wellenlängen des Normalspektrums zwischen $\lambda$ und $\lambda + d\lambda$ besteht und während einer Sekunde senkrecht von dem Oberflächenelement $df$ nach einer Seite in den räumlichen Winkel $d\omega$ gestrahlt wird, sei $E(\lambda) \cdot d\lambda \cdot df \cdot d\omega$, die fast stets beobachtete unpolarisierte Strahlungsenergie also das Doppelte hiervon. Dann gilt für die Abhängigkeit der polarisierten Strahlungsintensität von Temperatur und Wellenlänge

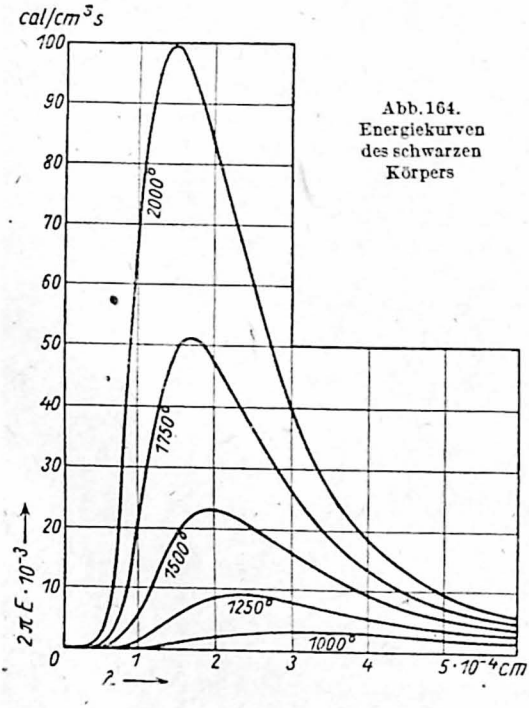



Abb. 164. Energiekurven des schwarzen Körpers

$$E(\lambda, T) = c_1 \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \tag{2a}$$

wo nach dem Experiment

$$c_1 = 5{,}93 \cdot 10^{-6}\ \text{Erg cm}^2\,\text{s}^{-1} = 0{,}142 \cdot 10^{-12}\ \text{cal cm}^2\,\text{s}^{-1}$$

und $c_2 = 1{,}432$ cm · Grad zu setzen ist (Abb. 164 $2\pi E \cdot 10^{-3}$ ist in cal/cm³ s aufgetragen);

für kleine $\lambda T$ ist

$$E(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5}\, e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}, \tag{2b}$$

für große $\lambda T$

$$E(\lambda, T) = \frac{c_1}{c_2 \lambda^4}\, T \tag{2c}$$

Gl. (2b) entspricht der Strahlungsformel von W. Wien, Gl. (2c) der von Rayleigh und von Jeans.

Im sichtbaren Gebiet kann für alle Temperaturen bis $T = 2700°$ die Wiensche Formel an Stelle der Planckschen benutzt werden. (Der Unterschied bleibt für $\lambda T \leqq 0{,}2$ cm Grad unter 1‰.)

**c) Wiensches Verschiebungsgesetz.** Das Maximum $E_m$ (Abb. 164) rückt mit wachsender Temperatur nach kleinen Wellenlängen, und zwar gilt für die Wellenlänge $\lambda_m$ des Maximums

$$\lambda_m T = \frac{1{,}432}{4{,}965} = 0{,}288\ \text{cm Grad}. \tag{3}$$

Erst bei $T = 3800°$ wird $\lambda_m = 0{,}000076$ cm, rückt also ins sichtbare Spektrum. Der Wert des Maximums folgt aus

$$E_m = 2{,}08 \cdot 10^{-5} T^5\ \text{Erg cm}^{-3}\,\text{s}^{-1} = 0.497 \cdot 10^{-12} T^5\ \text{cal cm}^{-3}\,\text{s}^{-1} \tag{4}$$

**d) Isochromaten.** Im Gebiet der Wienschen Formel (kleine $\lambda T$) wächst die Intensität (Helligkeit) des Lichtes einer bestimmten Wellenlänge $\lambda$ mit der Temperatur nach Gl.(2b so daß

$$\ln E = p - \frac{q}{T}$$

oder

$$\frac{1}{T} = \frac{p}{q} - \frac{1}{q} \cdot \ln E, \tag{5}$$

wo $p = \ln (c_1 \lambda^{-5})$ und $q = \frac{c_2}{\lambda}$ Konstanten sind. $\ln E$ ist eine lineare Funktion von $\frac{1}{T}$; die „logarithmischen Isochromaten" sind gerade Linien

Im Gebiet der Rayleigh-Jeansschen Formel (große $\lambda T$) ist $E$ proportional $T$; die „Isochromaten" sind gerade Linien.

Die nach Formel (2a) mit $c_1 = 0{,}142 \cdot 10^{-12}$ berechnete Größe $2E$, die die Verteilung der unpolarisiert gestrahlten Energie auf die Wellenlängen des Normalspektrums darstellt, wird, mit $\pi$ multipliziert, für die absoluten Temperaturen $T = 2000, 1750, 1500, 1250, 1000°$ durch die Kurven der Abb.164 gegeben. Deren Flächeninhalt ist proportional der Gesamtstrahlung $S$.

Denn diese, nach einer Seite in den räumlichen Winkel $2\pi$ emittiert, ist $S = \pi \int_0^\infty 2E(\lambda) \mathrm{d}\lambda$. Der Energieanteil der sichtbaren Strahlung, innerhalb 0,4 bis 0,75 (violett bis rot), ist stets klein und bei der hellen Rotglut von 1250° in der Abbildung noch nicht darzustellen.

Tabellen und Tafeln zur Erleichterung der Berechnung der Strahlungsintensitäten für gegebene Temperaturen und Wellenlängen s. Coblentz, Bull. Bur. Stand. 15, 617, 1920; Frehafer u. Snow, Bur. Stand. Misc. Publ. 56, 1921. Ein handliches Nomogramm bei Walsh, Photometry. London 1926, S. 472; Groot, Physica 11, 265, 1931; Moon, J. Math. Phys. 16, 133, 1937; Lowan u. Blanch, J. Opt. Soc. 30, 70, 1940.

**e) Die reduzierte Strahlungsgleichung.** Die relative Strahlungsintensität $\frac{E}{E_m}$, bezogen auf ihren Maximalwert bei $\lambda_m$, läßt sich darstellen als eine Funktion von $\frac{\lambda}{\lambda_m}$ oder von $\lambda T$ allein. Diese Beziehungen gestatten die Aufstellung einer einzigen Tabelle oder Kurve für die Strahlungsgleichung, aus der dann durch einfache Umrechnung oder Interpolation die Werte für alle Wellenlängen und Temperaturen abgeleitet werden können.

Vgl. auch Ribaud, Traité Pyr. opt. Paris 1931, S. 52 u. 434.

## C. Strahlung nicht schwarzer Körper

Für die Temperaturstrahlung fester Körper ist streng gültig allein das Kirchhoffsche Gesetz über die Beziehung zwischen dem Emissions- und Absorptions- (Reflexions-)Vermögen. Das Emissionsvermögen selbst ist eine Funktion der Wellenlänge und Temperatur, deren Verlauf in den meisten Fällen nur empirisch bekannt ist. Von bedeutendem Einfluß ist, besonders im kurzwelligen Gebiete, die Beschaffenheit der Oberfläche. Bei Erhitzung in Flammen können zur Temperaturstrahlung Lumineszenzerscheinungen hinzutreten.

Lax u. Pirani, Handb. d. Phys. 21, 190, 1929.

**a) Metalle.** Aus der Maxwellschen Theorie folgt nach Drude-Planck für ein Metall vom spezifischen elektrischen Widerstande $\varrho'$ in elektrostatischen CGS-Einheiten das Absorptionsvermögen für Licht von der Schwingungszahl $\nu$ $\left(\text{solange } \frac{2}{\varrho' \nu} \text{ groß gegen 1 ist}\right)$ $a = 2\sqrt{\varrho' \nu}$ oder

$$a = 1 - r = 0{,}365 \sqrt{\frac{\varrho}{\lambda}}, \tag{3}$$

wenn $\varrho = 9 \cdot 10^{11} \varrho'$ der auf Ohm bezogene spezifische Widerstand (Tab. 56) und $\lambda = 3 \cdot \frac{10^{10}}{\nu}$ cm die Wellenlänge des Lichtes ist.

Diese Gleichung bestätigt sich nach Hagen und Rubens von etwa $\lambda = 4\,\mu$ an um so besser, je weiter man zu langen Wellen fortschreitet. Ebenso die Abhängigkeit des Absorptionsvermögens von der Temperatur, die der des elektrischen Widerstandes entspricht.

Im sichtbaren Gebiet ändert sich das Absorptionsvermögen oft nicht merklich mit der Temperatur. Ein Metall sendet also, soweit das zutrifft, bei allen Temperaturen in derselben Farbe den gleichen Bruchteil der Helligkeit eines gleichtemperierten schwarzen Körpers aus. Damit ist auch das Reflexionsvermögen von der Temperatur unabhängig, und aus seinem bei Zimmertemperatur gemessenen Werte folgt das Absorptionsvermögen für alle Temperaturen.
Nimmt man die theoretisch erschlossenen Werte des Emissionsvermögens als richtig an, so lassen sich für die Metalle Strahlungsgesetze ableiten, die denen des schwarzen Strahles ähnlich gebaut sind. Die Beobachtungen sind, wie zu erwarten, damit nicht immer in befriedigender Übereinstimmung, folgen aber in rohen Zügen dem von der Theorie geforderten Verlauf.
Das Emissionsvermögen von Wolfram bewegt sich im Sichtbaren von 1200 bis 2800° von 0,46 bis 0,42; nach dem Ultraroten zu sinkt es stark (mit steigender Temperatur in geringerem Maße).

Forsythe u. Worthing, Astrophys. J. **61**, 146, 1920; Hamaker, Proefschr. Amsterd. 1934; Wels, Licht **11**, 146, 1941.

**b) Kohle** strahlt im Sichtbaren grau (s. S. 302) mit einem Emissionsvermögen von etwa 0,7; im Ultrarot etwas geringer, so daß das Emissionsvermögen für die Gesamtstrahlung bei 2000° etwa 0,6 ist.

**c) Oxyde** strahlen im allgemeinen viel komplizierter als einfache Substanzen. Bei ihnen erscheinen dem kontinuierlichen Spektrum ausgeprägte Banden überlagert, die jedoch mit zunehmender Temperatur meist verwaschener werden. Das Emissionsvermögen des Nernststiftes wächst mit steigender Temperatur beträchtlich und nähert sich sowohl im Rot wie in der Gesamtstrahlung dem des schwarzen Strahlers. Der Auerstrumpf strahlt stark selektiv (hohes Emissionsvermögen im sichtbaren, sehr geringes im ultraroten Bereich).

Hoppe, Ann. Phys. **15**, 709, 1933; Ritzow, ebd. **19**, 769, 1934.

## 2. Strahlungsquellen und Strahlungsempfänger

### A. Strahlungsquellen

**a) Schwarze Strahler.** Als Quelle der schwarzen Strahlung dient ein Hohlraum, dessen Wände sich alle auf derselben Temperatur $T$ befinden (Kirchhoff). Hat ein solcher Hohlraum eine so enge Öffnung, daß sie die Beschaffenheit der Strahlung nicht merklich ändert, d.h. daß die aus ihr austretenden Strahlen im Innern hinreichend oft reflektiert worden waren, so vertritt diese Öffnung nach außen eine ebenso große, vollkommen schwarze Fläche von der Temperatur $T$. Dadurch, daß die Innenfläche auf einem Stoff von starkem Emissions- und Absorptionsvermögen hergestellt wird, braucht die für den Zweck notwendige Zahl von Reflexionen nur gering zu sein, so daß die Öffnung relativ groß genommen werden kann. Bei einem Absorptionsvermögen von 0,9 der inneren Fläche ergibt schon zweimalige Reflexion auf $\frac{1}{100}$ vollkommene Schwärze.

Für niedrigere Temperaturen wird ein metallener Hohlraum z. B. mit Platinschwarz oder dem hitzebeständigeren Eisenoxydul ausgekleidet und in Bädern gleichmäßig geheizt. Bis zu 1500° C reicht der abgebildete Körper (Abb. 165) mit elektrischer Heizung (Lummer und Kurlbaum). Der innere Zylinder aus feuerbeständiger Masse ist mit einem dünnen Platinblech dicht überzogen, das vom Strome der Länge nach durchflossen wird. Die der Öffnung zustrahlende Hinterwand liegt in der Mitte an dem gleichmäßig geheizten Querschnitt; Diaphragmen halten direkte Strahlung der ferner gelegenen Seitenwände ab. Die Lötstelle *Th* eines Thermoelements aus Pt/PtRh liegt entweder direkt vor der Hinterwand oder besser in einem besonderen kleinen Hohlraum, der von hinten in den größeren hineinragt. Mehrfache Luftmäntel dienen als Wärmeschutz. Für Temperaturen bis etwa 1800° eignet sich ein ähnlicher Hohlraumstrahler in einem Heizrohr aus Iridium. Einer besonderen Schwärzung der keramischen Massen (Marquardtsche Masse oder Magnesia) bedarf es über 1200° nicht mehr.

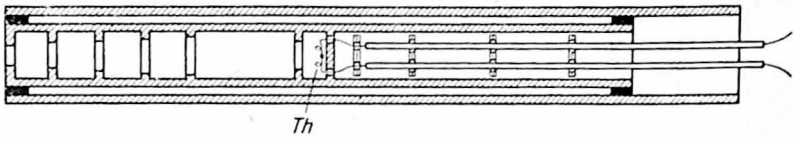


Abb. 165. Schwarzer Körper nach Holborn und Kurlbaum

Für sehr hohe Temperaturen werden Öfen für Vakuum oder Füllung mit indifferenten Gasen mit Kohle- (Graphit-) oder Wolframrohr verwendet.

Lummer u. Kurlbaum, Ann. Phys. (4), **5**, 831, 1901; C. Müller, Z. Beleuchtungsw. **28**, 76, 1922; Fehse, Z. techn. Phys. 5, 73, 1924; Sammlung Vieweg, Heft 90, Braunschweig 1928. Einen induktiv geheizten Hohlraumstrahler aus Wolfram für Temperaturen bis 3000° hat C. Müller, Z. techn. Phys. **14**, 107, 1933 angegeben. Handliche schwarze Strahler in Glühlampenform mit allerdings sehr kleiner Öffnung (etwa 1 mm²) sind von Dorgelo, Phys. Z. **26**, 768, 1925 u. Zwikker, Diss. Amsterdam 1925, angegeben worden; ein schwarzer Körper mit photoelektrischer Steuerung: Nat. Phys. Lab. Rep. London 1936, 29.

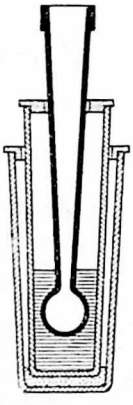


Abb. 166. Hohlraumstrahler in Gold

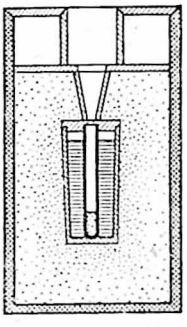


Abb. 167. Hohlraumstrahler in Platin

Zur Verwirklichung der schwarzen Strahlung bei Metallschmelzpunkten kann ein Hohlraumstrahler aus keramischer Masse dienen, der in das Metall eintaucht. Für Temperaturen bis zum Palladiumschmelzpunkt ist die Form Abb. 166, für noch höhere Temperaturen (bis zum Platin- oder Iridiumschmelzpunkt) ist die Form Abb. 167 brauchbar. Bei der Beobachtung wird von oben (meist unter Benutzung eines totalreflektierenden Prismas mit horizontalem Pyrometer) in den Hohlraum hineinvisiert, wobei im ersten Fall die von dem Metall umspülte Bodenfläche, im zweiten die Oberfläche einer bis zur Mitte des Röhrchens reichenden Füllung aus pulverförmiger keramischer Masse sichtbar wird. Bei steigender oder (besser) sinkender Temperatur wird ein Haltepunkt beobachtet, bei dem eine bis zu mehreren Minuten dauernde Konstanz eine genaue pyrometrische Einstellung erlaubt. Man heizt das Metall entweder durch äußere Widerstandsheizung oder durch induktive Wärmeentwicklung mit Hochfrequenzströmen im Metall selbst.

Hoffmann u. Meißner, Ann. Phys. (4) **60**, 201, 1919; Roeser, Caldwell u. Wensel, Bur. Stand. J. Res. **6**, 1119, 1931.

**b) Nicht schwarze Strahler.** Oft genügen mehr oder weniger selektive Strahler von hinreichender Intensität und Konstanz. Man benutzt: elektrisch geglühte Metalle (Platin und vor allem Wolfram, besonders in Form der „Bandlampen"), Metall- und Kohlefadenlampen, Bogenlampen (Kohle und Wolfram in der „Punktlampe"), Nernststift, Auerbrenner, Zirkonlicht, Hefnerlampe, Azetylenflamme und Quarzquecksilberlampe.

Die Leuchtdichte des positiven Kraters der in Luft brennenden nicht überlasteten Bogenlampe mit reiner Kohle ist fast unabhängig von der Stromstärke und beträgt etwa 18500 sb bei einer schwarzen Temperatur von 3810° abs. und einer etwa 100° höheren Farbtemperatur ($\lambda_{max} = 0{,}735\mu$).

Lummer, Grundlagen, Ziele u. Grenzen d. Leuchttechnik. München 1918; Bandlampe: Ribaud, J. phys. (7) **3**, 57, 1932; Voogd, Philips Techn. Rdsch. **5**, 83, 1940. Bogenlampe: Gehlhoff, Z. techn. Phys. **1**, 7, 1920; Mathiesen, Untersuchungen über d. elektrischen Lichtbogen. Leipzig 1921. Kohlelichtbogen in Luft, $CO_2$, $N_2$, A bei Kohn u. Guckel, Z. Phys. **27**, 305, 1924; Chaney, Hamister and Glaß, The Electroch. Soc.; Prepr. 67—18, 1935; Krygsman, Physica **5**, 918, 1938; Mac Pherson, J. Opt. Soc. **30**, 189, 1940; Finkelnburg, Z. Phys. **113**, 562, 1939; Z. techn. Phys. **21**, 311, 1940. Konzentrationsbogenlampe mit erhöhter Leuchtdichte: Gerdien u. Lotz, Z. techn. Phys. **4**, 156, 1923; Finkelnburg u. Schluge, Z. Phys. **117**, 344, 1941; ebd. **119**, 206, 1942.

Die Hefnerlampe, ursprünglich photometrisches Normal (S. 508), wird auch als Gesamtstrahlungsnormal gebraucht; in diesem Falle muß die Strahlung der aufsteigenden erhitzten Gase abgeblendet werden. Gerlach empfiehlt dazu ein Metalldiaphragma von 14 × 50 mm in 10 cm Entfernung von der Flammenmitte. Die Gesamtstrahlung in 1 m Entfernung von der Flamme beträgt $22{,}7 \cdot 10^{-6}$ cal/cm²s $= 95 \cdot 10^{-6}$ Watt/cm².

Gerlach, Phys. Z. **14**, 577, 1913 u. **21**, 229, 1920; Coblentz, Bull. Bur. Stand **11**, 87, 1914.

Über die Schaffung eines sekundären Wärmestrahlungs-Normals (Lampensatz im Anschluß an den schwarzen Strahler) s. Coblentz u. Stair, Bur. Stand. J. Res. **11**, 79, 1933.

## B. Empfänger

**a) Schwärzung.** Zur Absorption der zu messenden Strahlung werden metallische Empfängerflächen mit dünnen Schichten einer möglichst schwarzen oder wenigstens in dem benutzten Spektralbereich grauen, d. h. nicht selektiv absorbierenden Substanz überzogen. Damit die entstehende Körperwärme leicht an den Empfänger abgegeben wird, ist gutes Wärmeleitvermögen der schwärzenden Schicht vorteilhaft.

Ruß und Platinschwarz, hergestellt nach Lummer u. Kurlbaum (Verh. D. Phys. Ges. **14**, 64, 1895) absorbieren die Gesamtstrahlung eines schwarzen Strahlers von 100° C (Intensitätsmaximum bei $\lambda = 8\mu$) bis zu 95%. K. Hoffmann (Z. Phys. **14**, 306, 1923) empfiehlt ein Gemisch von Ruß und Natronwasserglas (bis $118\mu$ wenig selektiv); vgl. Michel u. Kußmann (ebd. **18**, 263, 1923). Wegen seines guten Wärmeleitvermögens ist nach Gerlach (Ann. Phys. **50**, 245, 1916) Platinschwarz dem Ruß entschieden vorzuziehen. Beese, Journ. Opt. Soc. Am. **31**, 705, 1941. Schwärzungen aus verschiedenen Metallen (Bi, Sb und besonders Zn) hat Pfund (J. Opt. Soc. **25**, 352, 1935) durch Verdampfen unter vermindertem Druck hergestellt (vgl. Schaefer u. Matossi, Das ultrarote Spektrum. Berlin 1930, S. 9). Die „Schwärze" des Empfängers läßt sich auch dadurch verbessern, daß man ihn mit spiegelnden Wänden umgibt (Paschen, Wied. Ann. **60**, 712, 1897; C. Müller, Z. Phys. **82**, 1, 1933); s. a. g).

Zu beachten ist die Absorption der Strahlung durch die Kohlensäure und den Wasserdampf der Atmosphäre; s. z. B. Kurlbaum, Ann. Phys. 2, 546, 1900 u. Gerlach, ebd. 50, 233, 1916; Rubens, Berl. Ber. 1913, S. 513 (langwellige Strahlung).

**b) Thermosäule.** Einfachheit der Handhabung und Störungsfreiheit zeichnen die Thermosäule vor allen Strahlungsempfängern aus. Von den beiden nahe beieinander liegenden Lötstellen eines Differentialthermoelements wird eine geschwärzt und bestrahlt, die andere vor Bestrahlung geschützt. Meist wird eine große Anzahl von Elementen hintereinandergeschaltet, wobei die bestrahlten Lötstellen linear oder flächenartig nebeneinander angeordnet werden.

Rubens, Z. Instrkde. 18, 65, 1898; Paschen, Ann. Phys. 33, 736, 1910; Pfund, Phys. Z. 13, 870, 1912; Coblentz, Bull. Bur. Stand. 9, 12, 1913; Phys. Z. 14, 638, 1913; Dreisch, Handb. d. Phys. 19, 829, 1928 u. zahlreiche andere.

Zur Erzielung möglichst kleiner thermischer Trägheit und geringster Wärmeableitung werden die Drähte äußerst dünn gemacht und die Lötstellen mit winzig kleinen Auffangflächen versehen. Bei der Wahl der Metalle ist oft die höchste Thermokraft mit anderen Nachteilen (Sprödigkeit u.a.) erkauft, so daß besser die hohe Empfindlichkeit durch Verfeinerung der Konstruktion oder der Meßmethode erzielt wird.

Gesteigert werden kann die Empfindlichkeit

1. durch Strahlenkonzentration mit Linsen oder Hohlspiegel,

2. durch Einschließen in ein Vakuum, wodurch außer Verminderung der äußeren Störungen der Wärmeübergang an Luft durch Leitung und Konvektion beseitigt wird. Die Empfindlichkeitssteigerung ist um so größer, je kleiner die Wärmeableitung längs der Elementenschenkel demgegenüber ist.

Reinkober, Ann. Phys. 34, 343, 1911; Voege, Phys. Z. 22, 119, 1921; Coblentz, J. Opt. Soc. 5, 356, 1921; Rusch, Ann. Phys. 70, 373, 1923; Moll u. Burger, Z. Phys. 32, 575, 1925; Z. techn. Phys. 6, 196, 1925; C. Müller, Naturwiss. 19, 416, 1931; Pfund, Rev. sci. instr. 8, 417, 1937.

3. durch Abkühlen der Thermosäule auf tiefe Temperatur (— 150° C) (Cartwright, Rev. sci. instr. 4, 382, 1933).

Über die Theorie, besonders die Bedingungen zur Erzielung der größtmöglichen Empfindlichkeit in Verbindung mit dem Galvanometer s. Johansen, Ann. Phys. (4) 33, 517, 1910; Cartwright, Rev. sci. instr. 1, 592. 1930; Ann. Phys. 18, 656, 1933; Z. Phys. 92, 153, 1934; Kovalenko, Techn. Phys. USSR. 5, 789, 1938.

**c) Mikroradiometer.** Ohne Galvanometer kann man mit einem im starken magnetischen Felde aufgehängten, leichten Thermobügel arbeiten, der selbst durch die Bestrahlung abgelenkt wird.

Coblentz, Bull. Bur. Stand. 9, 8, 1913; Schaefer u. Matossi, Das ultrarote Spektrum 1930, 16; Czerny, Z. Phys. 44, 235, 1927; Le Roux, C. R. 122, 232, 1941.

**d) Bolometer.** Man benutzt die Widerstandsänderung, die ein dünner, oberflächlich geschwärzter Platin-, Eisen- oder Nickeldraht oder -blechstreifen durch die bei der Bestrahlung entstehende Erwärmung erfährt. Platinbleche, mit einer zehnfach dickeren Silberschicht zusammengeschweißt, lassen sich auf 0,5 $\mu$ Dicke auswalzen; nach dem Aufspannen auf einen Rahmen wird das Silber abgeätzt (Lummer und Kurlbaum).
Aus dem zu bestrahlenden Draht werden die beiden gegenüberliegenden Zweige $a$ und $d$ einer von einem konstanten Strom durchflossenen Wheatstoneschen

Brücke gebildet (Abb. 168). Der Strom des konstanten Elements $P$ ist einige Zeit vorher geschlossen und das empfindliche Galvanometer $Q$ durch Abgleichen der Widerstände auf Null gebracht. Die Bestrahlung des einen Zweiges mißt man durch den in den anderen Zweig einzufügenden Kompensationswiderstand. Die vier Zweige werden in gleicher Weise hergestellt und in eine Umgebung von konstanter Temperatur gebracht. Größere Empfindlichkeit, besonders für Linearbolometer, erreicht man auch hier durch Anwendung des Vakuums, wobei zugleich die Störungen durch Luftströmungen wegfallen. Mit steigender Temperatur der Umgebung nimmt die Strahlungsempfindlichkeit ab.

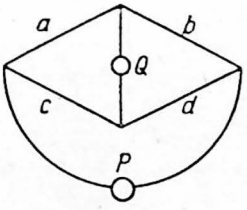


Abb. 168. Bolometerschaltung

Warburg, Leithäuser u. Johansen, Ann. Phys. **24**, 25, 1907 (Vakuumbolometer); Warburg u. Müller, Verh. D. Phys. Ges. **18**, 245, 1916; Bauer, Phys. Z. **44**, 53, 1943 (Halbleiter Hochohmbolometer).

Die Angaben können auf absolutes Maß zurückgeführt werden, indem man den bestrahlten Zweig wie in Bd. 2 (Barretter, Abb. 106) als Viereck gestaltet, so daß er durch einen besonderen schwachen Strom erwärmt werden kann, der auf das Galvanometer nicht direkt wirkt. Dieser Heizstrom ($I_0$ A) entwickelt im Bolometerzweig (Widerstand $R\,\Omega$) die Wärmemenge $0{,}239\,R I_0^2$ cal/s. Durch ihn entstehe der Ausschlag $e_0$, durch die Bestrahlung bei ungeändertem Meßstrom der Ausschlag $e$; dann ist die bei der Bestrahlung aufgenommene Wärmemenge gegeben als $0{,}239\,R I_0^2 \cdot \frac{e}{e_0}$ cal/s.

Valentiner, Ann. Phys. **31**, 275, 1910. Über eine Fehlerquelle des Verfahrens, die aus einer ungleichmäßigen Dicke des Bolometerblechs hervorgeht, s. Paschen, ebd. **38**, 30, 1912; Kurlbaum, Verh. D. Phys. Ges. **14**, 576 u. 792, 1912.

Als Galvanometer für genaue thermoelektrische und bolometrische Messungen wähle man Galvanometer von hoher Spannungsempfindlichkeit, also geringem inneren Widerstand; von Nadelgalvanometern z. B. die Formen von Lord Kelvin und Paschen oder die Drehspulinstrumente von Zernike und Moll. Auch das Zeißsche Schleifengalvanometer ist für diesen Zweck brauchbar.

Eine Steigerung der Empfindlichkeit des Galvanometers bis über die natürliche Grenze der Genauigkeit durch die Brownsche Bewegung hinaus erreicht man durch künstliche Vergrößerung des Ausschlages, s. Bd. 2, Galvanometer. Durch Intermittenzbelichtung eines Strahlungs-Thermoelementes in Resonanz mit dem angeschlossenen, schwach gedämpften Galvanometer hat Pfund in seinem „Resonanz-Radiometer" geglaubt, die Genauigkeit wesentlich vergrößern zu können.

Pfund, Phys. Rev. **33**, 639, 1929. Über den dadurch erzielbaren Gewinn am nutzbarer Empfindlichkeit s. Czerny, Ann. Phys. **12**, 993, 1932; van Lear, Rev. sci. instr. **4**, 21, 1933.

**e) Flächenempfänger mit besonderer Temperaturmessung.** Ein oberflächlich geschwärzter Metallstreifen sehr geringer Wärmekapazität wird durch die auffallende Strahlung erwärmt und seine Temperatur auf verschiedene Weise (thermoelektrisch, bolometrisch u. a.) bestimmt. Die Apparate, die sich wegen der Möglichkeit einer Eichung durch elektrische Ersatzheizung besonders für absolute Messung eignen, sind hauptsächlich zur $\sigma$-Bestimmung verwendet worden (S. 304).

**f) Kompensations-Pyrheliometer.** Von zwei nebeneinander befindlichen gleichen berußten Manganinstreifen wird der eine bestrahlt, der andere elektrisch auf die-

selbe Temperatur erwärmt. Gleichheit der Temperatur erkennt man an einem Thermoelement, dessen Lötstellen isoliert an den Streifen anliegen. Ist $b$ die Breite und $a$ das Absorptionsvermögen der Streifen, $R$ der Widerstand ihrer Längeneinheit, $I$ der Kompensationsstrom, so ist die Wärmemenge, die durch die Strahlung auf 1 cm² der Oberfläche geworfen wird, abgesehen vom „Randeffekt", $0{,}239\,\frac{RI^2}{ab}$ cal/s.

K. Angström, Wied. Ann. **67**, 633, 1899; Feußner, Meteorol. Z. **47**, 193, 1930 bis **60**, 82, 1943. Eine wesentlich verbesserte Form, bei der die Strahlungsempfänger zu schwarzen Körpern ausgebildet sind, s. Tingwaldt, Z. Instrkde. **51**, 593, 1931.

**g) Kalorimetrische Empfänger.** Starke Strahlungen kann man von einem gemessenen absorbierenden Oberflächenteil eines Kalorimeters aufnehmen lassen. Vollkommene Absorption läßt sich nach dem umgekehrten Prinzip des strahlenden schwarzen Hohlkörpers erreichen. Man kommt ihr sehr nahe mittels eines berußten oder platingeschwärzten Bleches mit dicht aneinanderstoßenden eingepunzten Höhlungen.

Über Berechnung und Korrektionen vgl. S. 258.

Über die kalorimetrischen Empfänger für Sonnenstrahlung: das Pouilletsche Pyrheliometer und seine neueren Formen s. S. 306.

Féry u. Drecq, J. phys. **1**, 551, 1911; Keene, Proc. Roy. Soc. London **88**, 49, 1913.

**h) Empfänger und Bimetallstreifen,** s. Weingeroff. Z. Sowj. Un. **1**, 304, 1932; Klumb, Z. techn. Phys. **17**, 279, 1936; Kampometer von Abbot, Smiths. Misc. Coll. **89**, 1933, Nr. 3, vgl. Abschn. E, d, S. 306.

**i) Radiometer.** Benutzt wird die Kraft, die in einem hinreichend verdünnten Gase auf eine dünne Platte ausgeübt wird, wenn ihre beiden Seiten verschiedene Temperatur haben („Radiometereffekt").

Nichols, Wied. Ann. **60**, 401, 1897; Coblentz, Bull. Bur. Stand. **4**, 404, 1908; Hettner, Erg. exakt. Naturwiss. **7**, 209, 1928; Drusch, Handb. Phys. **19**, 839, 1928; Gerlach u. Schütz, Z. Phys. **78**, 43, 1932.

Bei der von Nichols verbesserten Form hängen zwei leichte Flügel aus Glimmer, zu einem symmetrischen System vereinigt, drehbar an einem Quarzfaden in evakuiertem Gefäß. Von beiden Flügeln ist eine Seite berußt. Durch ein Fenster fällt Strahlung auf eine berußte Fläche und bewirkt eine Drehung, die mit Spiegel und Skala abgelesen wird. Die Wirkung, die dadurch erhöht wird, daß dem drehbaren System eine Glimmerplatte gegenübergestellt ist, beginnt bei einem Gasdruck von einigen Torr und erreicht – je nach der Natur der Gasfüllung und Gestalt der Flügel – ein Maximum bei etwa 0,02 Torr. Die Ausschläge sind der auffallenden Strahlung proportional.

Neuere Konstruktionen lassen eine wesentliche Steigerung der Empfindlichkeit erreichen. Der Wellenlängenbereich hängt außer vom Verschlußfenster vom Schwärzungsmittel ab (S. 432). Über das Zweiplattenradiometer mit Temperaturdifferenz zwischen Mitte und Rand s. Hettner, Z. Phys. **47**, 499, 1928.

**k)** Über **Selektive Empfänger** für beschränkte Spektralbereiche s. S. 300 f.

Allgemeine Theorie der thermischen Empfänger: Cartwright, Physics **1**, 211, 1931; Z. Phys. **92**, 153, 1934; Czerny, Ann. Phys. **12**, 1008, 1932; Fischer, ebd. **15**, 861, 1932; Dahlke u. Hettner, Z. Phys. **117**, 74, 1940; Theissing, Phys. Z. **38**, 557, 1937.

## 3. Strahlungsmessungen

### A. Allgemeines

Dreisch, Handb. d. Phys. **19**, 829, 1928.

**a) Temperaturbestimmung.** Bei der Messung freistrahlender Flächen bedarf die Bestimmung der wahren Temperatur besonderer Sorgfalt und Kritik. In tieferen Temperaturen können mit Flüssigkeiten gefüllte Gefäße verwendet werden, wenn deren Außenwand zur strahlenden Fläche gemacht werden kann; in höheren Temperaturen formt man aus dünnen Metallblechen geschlossene Kästchen, in die isoliert ein Thermoelement eingeführt ist, und glüht diese elektrisch (Lummer und Kurlbaum). Ist die Temperaturmeßstelle durch schlecht leitende Schichten von der strahlenden Fläche getrennt (besonders bei Untersuchung von Oxyden, keramischen Substanzen u.dgl.), so kann nur durch Variation der Versuchsbedingungen (Änderung der Dicke der Thermoelementenschenkel, der Lage der Lötstelle usw.) auf die wahre Temperatur geschlossen werden.

Bei Metallen läßt sich die Änderung des elektrischen Widerstandes zur Bestimmung der Temperatur benutzen. Ist der Schmelzpunkt bekannt, so ergibt sich das Emissionsvermögen, allerdings nur für diese eine Temperatur, aus der Beobachtung der Strahlung im Augenblick des Schmelzens. Indirekt läßt sich die Kenntnis des Schmelzpunktes einer Substanz zur Bestimmung der Temperatur einer beliebigen strahlenden Fläche in der Weise verwerten, daß man kleine Partikel davon auf die Fläche bringt und die Strahlungsmessung im Augenblick des Schmelzens vornimmt.

Am zweckmäßigsten verbindet man die Messung der Emission mit einer optischen Temperaturmessung. Dann kann man eine schwarze Substanz bekannten Emissionsvermögens neben die zu untersuchende auf die gleiche Unterlage auftragen; besser stellt man in möglichster Nähe der freistrahlenden Oberfläche einen Hohlraum her, der als gleich temperiert und hinreichend schwarz strahlend angesehen werden kann. Bei Metallen erfüllt oft schon das Innere von Drahtwickeln oder aus dünnem Blech geformten Kästchen oder auch eine Bohrung in massiven Metallstücken diese Forderung. Bei durchscheinenden Substanzen ist jedoch Vorsicht geboten. Ein besonderer Vorteil der Methode liegt darin, daß das Verhältnis der Leuchtdichten gleichtemperierter freier Strahlung und Hohlraumstrahlung, d.h. das Emissionsvermögen bei einer Wellenlänge, meist in nur sehr geringem Grade von der Temperatur abhängt, so daß die Temperatur selbst nur ungefähr bekannt zu sein braucht. Dasselbe gilt auch für das relative Emissionsvermögen bei zwei Wellenlängen.

Lax u. Pirani, Handb. d. Phys. **21**, 195, 1929; Hoffmann u. Tingwaldt, Opt. Pyrom. Braunschweig 1938, S. 99.

**b) Spektrale Zerlegung.** Für energetische Messungen im Spektrum von Temperaturstrahlern ist es nicht nötig, die Auflösung besonders weit zu treiben; wichtiger ist es, daß der verwendete Spektralapparat ein großes Öffnungsverhältnis (Lichtstärke) hat. Man verwendet Prismen- und (besonders im Ultrarot) Spiegelspektrometer sowie zur Erzielung hoher spektraler Reinheit Doppelmonochroma-

toren (S. 431). Über besondere Methoden zur Aussonderung monochromatischer Strahlung im Ultrarot s. Abschn. B, S. 300.

c) **Isochromaten.** Soll die spektrale Energieverteilung eines beliebigen Temperaturstrahlers bestimmt werden, so kann man alles auf Relativmessungen bei je einer Wellenlänge zurückführen, wenn entweder ein schwarzer Strahler oder ein nichtschwarzer Strahler von hinreichender Reproduzierbarkeit (z. B. eine Bandlampe) zur Verfügung steht, dessen Intensitätsverteilung direkt oder durch Vergleich mit dem schwarzen Strahler bestimmt ist. Bei dieser „Isochromaten"-Methode können selektive Empfänger, z. B. das Auge im sichtbaren Gebiet, verwendet werden, da die Abhängigkeit ihrer Empfindlichkeit von der Wellenlänge nicht (oder nur als Spaltbreitenkorrektion) in die Messung eingeht.

d) **Isothermen.** Soll die relative Intensität der Strahlung zweier Wellenlängen bei bestimmter Temperatur des Strahlers („Isothermen"-Methode) gemessen werden, so ist die genaue Kenntnis der spektralen Empfindlichkeit des Empfängers erforderlich; es sind deshalb nur solche zu brauchen, deren Absorptionsvermögen von der Wellenlänge möglichst unabhängig ist, die also grau sind. Ferner muß die Dispersion des Spektralapparates genau bekannt sein, sowie die Abhängigkeit seiner Durchlässigkeit und seines Öffnungsverhältnisses von der Wellenlänge.

e) **Spektralapparat für die Durchführung der Messungen.** Beide Methoden kombiniert hat Doornenbal in seinen Verfahren zur Bestimmung der spektralen Energieverteilung (Abb. 169). Das Licht einer mit konstanter Spannung brennenden Glühlampe $G_1$ wird von einem Doppelmonochromator nach van Cittert spektral zerlegt und erzeugt in $P$ ein nahezu monochromatisches Spaltbild, dessen Wellenlänge durch die Stellung des Mittelspaltes $Sp_2$ des Monochromators bestimmt ist. Mit einem Thermoelement $Th$ nach Moll, das das Bild in $P$ auffängt, wird seine Energie als Funktion der durch Verschieben von $Sp_2$ eingestellten Wellenlänge thermoelektrisch festgelegt und dann der Spalt $Sp_2$ ganz entfernt, so daß in $P$ ein die Strahlen aller Wellenlängen enthaltendes Bild entsteht, dessen spektrale Energieverteilung bekannt ist. Mit ihm als Vergleichsstrahlung kann nun für jeden beliebigen Strahler, z. B. eine zu untersuchende Glühlampe $G_2$, die spektrale Energieverteilung bestimmt werden, indem sie an die Stelle von $P$ gesetzt und mit einem Spektralphotometer $Ph$ für jede Wellenlänge die relative Intensität, z. B. auf photographischem Wege, gemessen wird.

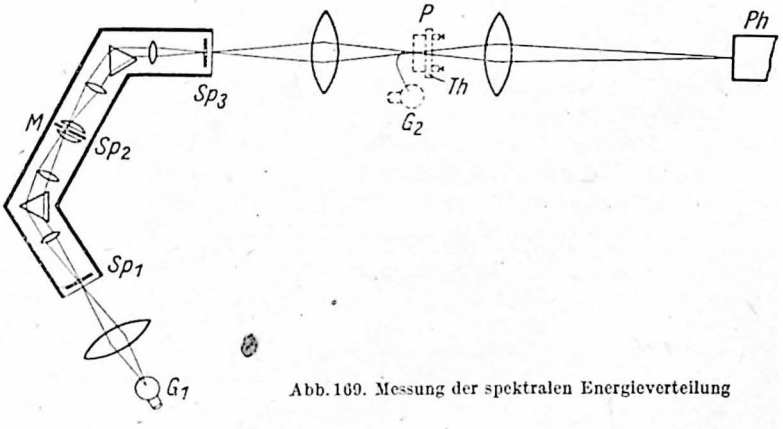


Abb. 169. Messung der spektralen Energieverteilung

Doornenbal, Physica 3, 186, 1923.

### B. Ultraroter Spektralbereich

Schaefer u. Matossi, Das ultrarote Spektrum. Berlin 1930; Laski, Handb. d. Phys. **19**, 802, 1928; Czerny u. Röder, Erg. exakt. Naturwiss. **17**, 70, 1938.

**a) Spektrale Zerlegung.** Das Spektrum wird mit Prismen aus Quarz (bis 3,5 $\mu$), Flußspat (bis 9 $\mu$), Steinsalz (bis 16 $\mu$) und Sylvin (bis 23 $\mu$) entworfen, ferner mit spiegelnden Hohlgittern oder ebenen „Echelette"-Gittern nach Wood, die ein hohes Auflösungsvermögen mit großer Intensität, aber nur in einem durch die Form der Furchen bestimmten, eng begrenzten Spektralbereich verbinden. Die Aussonderung sehr langwelliger Bereiche (über 30 $\mu$) wird durch die Reststrahlen- und die Quarzlinsenmethode (S. 356 u. 430) sowie eine Kombination beider erzielt. Ein neueres Verfahren zur Isolierung eines beliebigen Wellenlängenbereiches von etwa 80 $\mu$ an, das auf der Totalreflexion an einer dünnen Luftlamelle beruht, ist von Jentzsch und Laski angegeben worden.

Wood, Phys. Z. **11**, 1109, 1910; Jentzsch u. Laski, Handb. d. Phys. **19**, 815, 1928.

In der Spektroskopie ist die Linsenoptik fast ganz von der Spiegeloptik verdrängt, da sie allein den ganzen Ultrarotbereich umfaßt und die Achromasie der Hohlspiegel bedeutende Vorteile bringt. Als Spiegelschichten sind in Gebrauch: Silber (durch dünne Zaponlacküberzüge haltbarer gemacht), Chrom, nichtrostender Stahl, Platin, Rhodium und „Hochheimsche Verspiegelung". Im langwelligen Ultrarot reflektieren alle Metalle vollkommen, so daß hier jedes luftbeständige Metall brauchbar ist.

**b) Empfänger.** Neben den oben (S. 294) genannten Empfängern sind zwar von geringerer Genauigkeit und beschränkterer Anwendbarkeit, aber für orientierende Beobachtungen im nahen Ultrarot geeignet folgende selektive Empfänger: die photographische Platte, durch Sensibilisation bis 1 $\mu$, höchstens 2 $\mu$ brauchbar gemacht. Bis etwa 1 $\mu$ reichen die photographischen Methoden, bei denen die entschleiernde Wirkung langwelliger Strahlung oder (etwas weiter reichend) die Auslöschung der Phosphoreszenz benutzt wird.

Millochou, C. R. **142**, 1407, 1906; Terenin, Z. Phys. **23**, 294, 1924; Becquerel, Ann. chim. phys. **30**, 5, 1883; Draper, Proc. Amer. Acad. **16**, 223, 1880.

Die auf dem inneren Photoeffekt (der Widerstandsänderung durch Belichtung) beruhende Selenzelle läßt sich durch Zusatz von Tellur bis etwa 1 $\mu$ empfindlich machen; noch etwas weiter reicht die „Thallofid"zelle, bei der die empfindliche Schicht, eine Sauerstoffverbindung des Thalliumsulfids, sich auf einer Quarzplatte im Vakuum befindet.

Nicht ganz bis 1 $\mu$ reicht das Radiometer von Coblentz, in dem das Auftreten elektrischer Ladungen bei Molybdänsulfid benutzt wird.

Case, Phys. Rev. **15**, 289, 1920; Coblentz, ebd. **15**, 139, 1920; **29**, 365, 1927.

Entwicklungsfähig scheint eine von Czerny angegebene Methode zu sein, bei der eine dünne, von Ruß bedeckte Naphthalinschicht der Wärmestrahlung ausgesetzt wird, wobei eine von der Intensität der Strahlung abhängige Verdampfung eintritt, die gemessen werden kann. Die Empfindlichkeit ist zwar gering, reicht aber bis etwa 6 $\mu$.

Czerny, Z. Phys. **53**, 1, 1929; Z. techn. Phys. **18**, 582, 1937.

## C. Sichtbarer Spektralbereich

**a) Helligkeit des schwarzen Körpers.** Im sichtbaren Bereiche spielt das Auge als subjektiver Empfänger eine besondere Rolle. Seine spektrale Empfindlichkeit $\mathfrak{E}(\lambda)$ ist in Tab. 45 dargestellt. Eine Strahlung von der Intensität $E(\lambda)$ hat die relative Helligkeit $H = E(\lambda) \cdot \mathfrak{E}(\lambda)$. Für die Helligkeit des schwarzen Körpers ergab die Messung:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Pd | $T = 1770°$ abs. | $H =$ | 15,7 HK/cm² |
| Pt | 2046 | | 65,3 |
| Ir | 2726 | | 1388,9 |

Beobachtungen zwischen 1700 und 2650° und Extrapolation führen zu folgenden Werten (Ives):

| | | | |
|---|---|---|---|
| $T = 1200°$ | $H =$ 0,0157 HK/cm² | $T = 3000°$ | $H = 3{,}14 \cdot 10^3$ HK/cm² |
| 2000 | 48,0 | 5000 | $9{,}33 \cdot 10^4$ |
| 2500 | 585 | 10000 | $12{,}39 \cdot 10^5$ |

Bei der Messung sind die Schwierigkeiten farbiger Photometrie zu überwinden.

Als schwache Rotglut wird die schwarze Strahlung bei etwa 900° abs. wahrgenommen, als farblose Lichtempfindung (Grauglut, Lummer) von einem sehr ausgeruhten Auge schon von 675° an.

**b) Subjektive und objektive Empfänger.** Bei Vergleichung von Strahlungsintensitäten in fast monochromatischem Licht kann das Auge wie jeder selektive Empfänger benutzt werden. Die Messung läuft dann auf eine spektralphotometrische Beobachtung hinaus. Als Instrument wird außer den gebräuchlichen Photometern vorzüglich auch das Glühfadenpyrometer mit fast monochromatischem (meist Rot-) Filter benutzt. Bei Präzisionsmessungen ist die Verschiebung der wirksamen Wellenlänge in dem hindurchgelassenen Bereiche zu berücksichtigen.

Als objektive Empfänger sind im sichtbaren Bereiche alle für das Ultrarot geeigneten energetischen Empfänger brauchbar, außerdem die photographische Platte besonders in Verbindung mit einem Mikrophotometer. Eine zunehmende Bedeutung gewinnt die Photozelle. Von den Alkalizellen ist die Kaliumzelle durch hohe Allgemeinempfindlichkeit, die Zäsiumzelle durch starke Rotempfindlichkeit ausgezeichnet. Durch Verwendung geeigneter Filter läßt sich die Empfindlichkeit der des menschlichen Auges weitgehend anpassen.

**c) Farbtemperatur** (S.173). Für die Messung an Temperaturstrahlern ist die Bestimmung ihrer Farbtemperatur deshalb von Bedeutung, weil sich in dem bei festen Körpern und Flammen meist zutreffenden Fall, daß die Strahlung nahezu grau ist (S.302), gewisse Schlüsse auf deren spektrale Intensitätsverteilung ziehen lassen.

α) Farbangleichung. Benutzt werden kann jedes Gleichheitsphotometer, z.B. der Lummer-Brodhunsche Würfel (Abb.170, nach Hyde, Cady und Forsythe). Der Doppelgipsschirm $T_1\,T_2$ wird einerseits von dem schwarzen Körper $F$, andererseits von der zu untersuchenden Lampe $L$ beleuchtet. Mit Hilfe des Würfels $A$ und der Spiegel $S_1 S_2$ wird durch gleichzeitige Regelung der Lampenstromstärke und der Entfernungen auf gleiche Farbe und Helligkeit eingestellt. Die Genauigkeit beträgt etwa 2–3°.

Sehr hohe Farbtemperaturen für Vergleichszwecke lassen sich statt durch den schwarzen Körper nach Davis und Gibson sehr angenähert darstellen durch

Färbung des Lichtes von Strahlern niedrigerer Temperatur mittels Blaufilter oder durch Benutzung der Rotationsdispersion einer Quarzplatte zur Erzeugung kontinuierlich veränderlicher Farbmischungen, die hinreichend gut denen des schwarzen Strahlers angeglichen werden können. Als Meßinstrument läßt sich dabei nach Priest das Leukoskop verwenden.

Cady u. Forsythe, Phys. Rev. **10**, 398, 1917; Davis u. Gibson, J. Opt. Soc. **16**, 332, 1928; Priest, ebd. **6**, 27, 1922.

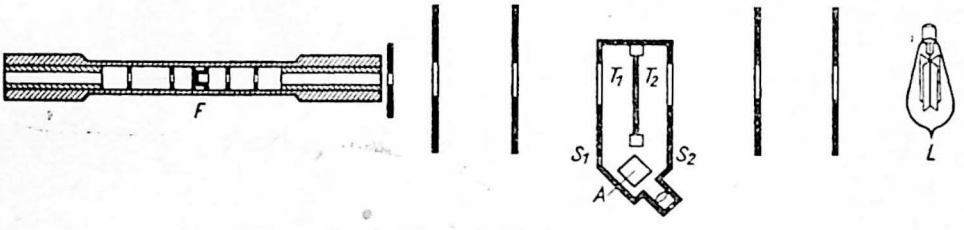



Abb. 170. Messung der Farbtemperatur

$\beta$) Optisch-pyrometrische Verfahren. Bei einem „grauen" Strahler, dessen spektrale Intensität $E'(\lambda)$ sich von der eines schwarzen Strahlers $E(\lambda)$ nur um einen von der Wellenlänge unabhängigen Faktor $\alpha$ unterscheidet, so daß also $E'(\lambda) = E(\lambda)\alpha$ ist, gilt unter Einführung der Farbtemperaturen $F$ zwischen der schwarzen Temperatur $S$ und der Wellenlänge $\lambda$ die Beziehung (S. 173)

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{F} - \frac{\lambda}{c_2} \ln \alpha;$$

hierbei ist $c_2$ die Konstante des Planckschen Strahlungsgesetzes.

$\gamma$) Photoelektrische Verfahren. Das optisch-pyrometrische Verfahren läßt sich durch Benutzung von Photozellen objektiv gestalten. Man verwendet entweder zwei Zellen von stark selektiven Eigenschaften, deren Empfindlichkeitsbereiche, unter Umständen unter Hinzunahme von Filtern, auf zwei verschiedene Wellenlängengebiete eingeengt werden, oder eine Zelle mit größerem Empfindlichkeitsbereich und zwei Selektivfiltern mit verschiedenen, möglichst eng begrenzten Durchlässigkeitsgebieten, die nacheinander benutzt werden. In beiden Fällen wird die Temperatur des schwarzen Strahlers bestimmt, bei der die Photoströme, die durch das Licht der beiden Wellenlängen erzeugt werden, bei Bestrahlung mit beiden Strahlern im selben Verhältnis zueinander stehen oder einander gleich sind.

Guthnick, Z. Instrkde. **44**, 303, 1924; Winch, J. sci. instr. **6**, 374, 1929; Campbell u. Gardiner, ebd. **2**, 177, 1925.

### D. Ultravioletter Spektralbereich

Man unterscheidet nach biologischen Gesichtspunkten UV*a* 4000—3150 Å, UV*b* 3150—2800 Å (Dornogebiet), UV*c* $\lambda < 2800$ Å (Beschluß der Internat. Tagung f. Lichtforschung, Kopenhagen 1933).

**a) Strahlungsquellen.** Neben der sehr intensiven aber diskontinuierlichen Quarzquecksilberlampe benutzt man: Glühlampen mit sehr hochbelasteten Fäden in

einer ultraviolett-durchlässigen Hülle (Uviolglas oder Quarz), Kohle-, Eisen- und Wolframbogenlampen, ferner Entladungsröhren mit „kontinuierlichem" Wasserstoffspektrum und die Thoriumlampe (bis 220 mμ, aber energieärmer). Unterwasserfunken sind energiereich aber inkonstant.

Wasserstoffröhre: Bay u. Steiner, Z. Phys. 45, 337, 1927; ebd. 59, 48, 1929; Lau, Z. Instrkde. 50, 581, 1930; Barbier, Chalonge u.a., Z. Astrophys. 12, 178, 1936; Chevallier, Rev. d'Opt. 16, 28, 1937; Weizel u.a., Z. techn. Phys. 21, 101, 1940; Thoriumlampe: Cohn u. Andresen, Kraft, Z. techn. Phys. 12, 428, 1931.

**b) Spektrale Zerlegung.** Hierfür dienen Geräte mit Quarz- oder Flußspatoptik. Die Beseitigung von Streulicht anderer meist viel energiereicherer Strahlung ist hier besonders wichtig, weshalb eine Vorzerlegung, wie sie am besten in Doppelmonochromatoren stattfindet, entscheidende Vorteile bietet. Für viele Zwecke genügt eine Aussonderung breiterer Spektralbereiche durch Filter, besonders in Verbindung mit einem selektiven Empfänger (Photozelle); mit Vorteil kann auch die selektive Reflexion des Silbers ausgenutzt werden.

**c) Empfänger.** Für absolute Messungen kommt nur noch das Vakuumthermoelement in ultraviolett-durchlässiger Hülle in Betracht. An selektiven Empfängern werden benutzt:

α) die photographische Schicht, entweder unmittelbar oder durch Aufbringen fluoreszierender Substanzen sensibilisiert (S. 435 u. 437). Wegen der von vielen Faktoren abhängigen spektralen Empfindlichkeit sind nur Schwärzungen in gleichem Wellenlängengebiet vergleichbar. Durch Parallelaufnahmen des Spektrums der zu untersuchenden Strahlungsquelle und einer Vergleichsquelle, deren spektrale Intensitätsverteilung bekannt oder energetisch bestimmt ist, und Photometrierung der Schwärzungen an gleicher Stelle des Spektrums lassen sich die Relativmessungen auf absolutes Maß zurückführen (vgl. Schwärzungsmessung S. 528 u. 533).

β) Die photoelektrische Zelle (S. 524). Vom Sichtbaren bis unter 300 mμ brauchbar ist die Kaliumzelle mit Quarzglas. Auf das Ultraviolettgebiet beschränkt sind die Natriumzelle (Maximum der Empfindlichkeit bei etwa 350 bis 300 mμ), die Kadmiumzelle (brauchbar von 310—245 mμ), die besonders im Dornogebiet bevorzugt wird, und verschiedene andere mit Kathoden aus Platin, Titan, Lithium u.a., über die aber erst geringe Erfahrungen vorliegen. Zellen für das fernere Ultraviolett kommen für Temperaturstrahler kaum in Betracht.

## E. Das gesamte Strahlungsgebiet

**a) Prüfung des Strahlungsgesetzes.** Zur Prüfung der Planckschen Strahlungsformel kann man entweder Isothermen oder Isochromaten beobachten (S. 299). Das zweite Verfahren bietet Vorteile, weil die selektiven Eigenschaften des Strahlers, der Medien und der Schwärzung des Empfängers ohne Einfluß sind. Auch muß bei der Isothermenmethode die Dispersion des Prismas bekannt sein.

Warburg, Leithäuser, Hupka u. Müller, Ann. Phys. 40, 609, 1913; Warburg u. Müller, ebd. 48, 410, 1915; Rubens u. Michel, Berl. Ber. 1921, S. 590; Michel, Z. Phys.

9, 285, 1922. Eine kritische Zusammenstellung der älteren Messungen bei Nernst u. Wulf, Verh. D. Phys. Ges. 21, 294, 1919.

Im sichtbaren Gebiet kann bei Beobachtung von Isochromaten an die Stelle von Bolometer, Thermoelement usw. das Photometer treten, da dort die Energiemessung durch die Helligkeitsbestimmung möglich ist. Außerdem vereinfacht sich die Strahlungsformel auf die Wiensche Gleichung. Man vergleicht die isochromatischen Helligkeiten des schwarzen Körpers bei bekannten Temperaturen, wozu sich die Spektralphotometer (S. 525) oder einfacher die optischen Pyrometer (S. 170) eignen.

Messung hoher Temperaturen s. ebd.

Lummer u. Pringsheim, Verh. D. Phys. Ges. 3, 36, 1901 u. 5, 1, 1903; Nernst u. v. Wartenberg, ebd. 8, 48, 1906; Hoffmann u. Meißner, Ann. Phys. 60, 201, 1919.

**b) Gesamtstrahlung nichtschwarzer Körper.** Die Gesamtstrahlung eines beliebigen Temperaturstrahlers läßt sich aus der spektralen Strahlung durch Integration über alle Wellenlängen berechnen. Unter der (oft zulässigen) Annahme, daß die spektrale Intensitätsverteilung einem dem Wien-Planckschen analogen Gesetze gehorcht, ergibt sich für die Gesamtstrahlung eine dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz ähnliche Bezeichnung $S = k \cdot T^n$. Die Beobachtungen fügen sich zum Teil dieser Formel; vielfach müssen aber kompliziertere Formeln benutzt werden, denen ebenso wie jener nur empirische Bedeutung zukommt.

Zur Messung der Gesamtstrahlung brauchbar ist nur ein im ganzen energetisch wirksamen Bereiche nichtselektiver Empfänger. Benutzt sind als Bolometer berußte Platinstreifen (Paschen), die Rubenssche Thermosäule und vielfach auch Pyrometer nach Féry. Messungen, die mit einem Gesamtstrahlungspyrometer mit Glaslinse gemacht sind, können, auch wenn die Instrumente vor dem schwarzen Körper geeicht sind, falsche Werte ergeben (vgl. S. 170). Eine Meßanordnung zur vergleichenden Messung der Gesamtstrahlung verschiedener Oberflächen in senkrechter Emission ist von H. Schmidt angegeben worden.

Auf indirektem Wege kann die Gesamtstrahlung von elektrisch leitenden Körpern nach der „wattmetrischen" Methode ermittelt werden. Kennt man den zur Aufrechterhaltung des Wärmegleichgewichtes bei einer bestimmten Temperatur erforderlichen Wattverbrauch und die Verluste durch Konvektion und Leitung, so läßt sich die gesamte ausgestrahlte Energie berechnen. Die Konvektions- und Leitungsverluste können unter der nahezu gültigen Annahme, daß sie allein von der Form und nicht vom Material abhängen, für alle gleichdimensionierten Körper an einem Probekörper ermittelt werden.

Langmuir, Trans. Amer. Electroch. Soc. 23, 299, 1913; Pirani, Verh. D. Phys. Ges. 12, 301, 1910; H. Schmidt, Ergebn. exakt. Naturwiss. 7, 342, 1928; Lax u. Pirani, Handb. d. Phys. 21, 1929.

**c) Die Strahlungskonstante σ.** Zu Präzisionsmessungen der Gesamtstrahlung eines schwarzen Strahlers in absolutem Maße werden meist flächenförmige Empfänger sehr geringer Trägheit benutzt, die abwechselnd der Strahlung und elektrischer Heizung ausgesetzt werden.

Bei der ursprünglichen bolometrischen Methode von Kurlbaum wurde ein geschwärzter Platinstreifen von etwa 1 $\mu$ Dicke durch elektrische Heizung bis zur gleichen Widerstanderhöhung erwärmt, die er zuvor durch die zu messende Strahlung erfahren hatte. Die in absolutem Maße bestimmte elektrische Heizung galt als äquivalent der Strahlungsheizung. Die Bestimmung der Gleichheit der Erwärmung in beiden Fällen ist mannigfach variiert worden. Paschen ordnete hinter dem Streifen eine durch eine dünne Luftschicht davon getrennte „integrierende Thermosäule" an. Müller in gleicher Weise ein „integrierendes Bolometer", Kußmann in weiterem Abstande unter Einschaltung einer Steinsalzlinse ein Mikroradiometer (auch Radiomikrometer genannt).

Ångström benutzte in seinem absoluten Pyrheliometer zwei (Manganin-) Streifen, von denen der eine bestrahlt, der andere nichtbestrahlte elektrisch zur gleichen Temperaturerhöhung geheizt wurde. Zur Messung diente ein Differentialthermoelement.

Verschiedene andere Methoden (Féry u.a.) verwenden, um volle Strahlenabsorption zu sichern, Hohlraumempfänger mit thermoelektrischer oder thermometrischer Temperaturmessung. Die Genauigkeit dürfte wegen der größeren Trägheit geringer sein.

Kurlbaum, Wied. Ann. **51**, 591, 1894 u. **65**, 746, 1898; Paschen, Ann. Phys. **38**, 30, 1912; Féry, C. R. **148**, 777 u. 915, 1909; Gerlach, Ann. Phys. **38**, 1, 1912 u. **50**, 259, 1916; Z. Phys. **2**, 79, 1920; Coblentz, Phys. Z. **16**, 762, 1914; Bull. Bur. Stand. **12**, 553, 1916; Foote, ebd. **14**, 605, 1918; Kußmann, Z. Phys. **25**, 58, 1924; Hoare, Phil. Mag. **6**, 828, 1928; Mendenhall, Phys. Rev. **34**, 502, 1929; Handb. d. Exp. Phys. **9**, (1), 447, 1929; C. Müller, Z. Phys. **82**, 1, 1933.

Außerdem hat man sich folgenden indirekten Verfahrens bedient:

Ein in einer Umgebung von der absoluten Temperatur $T_0$ befindlicher Metallzylinder wird elektrisch auf $T$ geheizt. Im Beharrungszustande gibt der Körper von der Oberfläche $f$ und dem relativen Emissionsvermögen $\varepsilon$ (für die Gesamtstrahlung) die mit der Spannung $E$ und dem Strome $I$ zugeführte Energie $EI$ einerseits durch Strahlung $S$, andererseits durch Wärmeleitung und Konvektion $Q$ ab, und es gilt

$$EI = S + Q = \varepsilon \sigma f (T^4 - T_0^4) + Q.$$

Die Wärmeverluste $S$ und $Q$ werden dadurch getrennt bestimmt, daß man durch Einhaltung der äußeren Bedingungen $Q$ konstant läßt und durch Änderung des Emissionsvermögens nur $S$ stark variiert; z.B. wird der Metallkörper einmal berußt ($\varepsilon_1$), das andere Mal blank poliert ($\varepsilon_2$). Für die Strahlungskonstante $\sigma$ folgt dann

$$\sigma = \frac{(E_1 I_1 - E_2 I_2)}{f \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(T^4 - T_0^4)}.$$

$T$ wird mit einem elektrischen Thermometer, $\varepsilon_1$ und $\varepsilon_2$ durch einen Vergleich mit einem schwarzen Körper bestimmt, der sich in einer Höhlung des Metallkörpers anbringen läßt. $Q$ wird zweckmäßig klein gehalten, indem man zur Unterdrückung der Konvektion den Strahler an den Zuführungsdrähten in einem evakuierten Glaskolben aufhängt, der in ein Bad von konstanter Temperatur gesetzt wird.

Vgl. Shakespear, Proc. Roy. Soc. London (A) **86**, 180, 1911; Westphal, Verh. D. Phys. Ges. **14**, 987, 1912 u. **15**, 897, 1913; K. Hoffmann, Z. Phys. **14**, 301, 1923.

Die Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Messungen der Konstante $\sigma$ läßt noch zu wünschen übrig.

**d) Meteorologische und astrophysikalische Strahlungsmessungen.** Das Energiespektrum der Sonne zeigt einen Verlauf, der nahe mit dem eines schwarzen Strahlers von 6000° zusammenfällt.

Kurlbaum, Berl. Ber. 1911, 541; Müller, Publ. Astrophys. Obs. Potsd. **22**, 64, 1912; Wilsing, ebd. **22**, 66, 1913 u. **23**, 72, 1917 (Spektralbolometer); Kähler, Abderhaldens Handb. biol. Arb. II, 1, 379, 1925; Mörikofer, ebd. II, 3, 405, 1939.

Die Gesamtstrahlung der Sonne kann ihrer Stärke wegen kalorimetrisch gemessen werden (S. 297). Das älteste Gerät, das Pyrheliometer von Pouillet (1837), hatte als Empfänger ein zylindrisches Gefäß mit Wasser oder Quecksilber, dessen eine ebene Fläche geschwärzt war und abwechselnd bestrahlt und beschattet wurde. Gemessen wurde der zeitliche Verlauf des Temperaturanstiegs und -abfalls. Wesentlich verbesserte Formen des Gerätes sind, von Abbot im Smithsonian Institut ausgebildet: das Silberscheiben-Pyrheliometer und für absolute Messungen das Strömungs-Pyrheliometer und das Rühr-Pyrheliometer mit Hohlraumempfänger und Wasser als kalorimetrischer Substanz. Benutzt wird auch noch das Kompensations-Pyrheliometer von Ångström (S. 296), ferner das Bimetall-Aktinometer von Michelson und von Robitzsch. Alle Messungen müssen wegen der Absorption der Erdatmosphäre berichtigt werden.

Abbot, Smiths. Misc. Coll. **56**, Nr. 19, 1911; **60**, Nr. 18, 1913; **66**, Nr. 7, 1916; Michelson, ebd. **25**, 246, 1908; Albrecht u. Brückner, Gerlands Beitr. **22**, 13, 1929; **26**, 241, 1930; Martin, ebd. **32**, 69, 1931; Robitzsch, ebd. **35**, 387 1922; Reitz, ebd. **55**, 254, 1939; s. a. B, f u. h.

Die Solarkonstante, d.h. die Wärmemenge, die von der Sonne in ihrer mittleren Entfernung während einer Minute bei senkrechtem Einfall einer Fläche von 1 cm² an der Erdoberfläche zugestrahlt würde, wenn die Absorption durch die Atmosphäre fehlte, hat den Wert 1,94 cal/cm² min $\pm$ 1%. Nach neueren Untersuchungen ist die zugrunde liegende Skala um 2,3% zu korrigieren, so daß der Wert 1,895 cal/cm² min wird.

Bernheimer, Handb. Astrophys. **1**, 1, 1933, S. 492 f u. **7**, 1936, S. 13; Grotrian, Naturwiss. **21**, 805, 1933; Abbot u. Aldrich, Smiths. Misc. Coll. **92**, Nr. 13, 1934. Schwankungen noch umstritten: Bartels, Ergebn. exakt. Naturwiss. **9**, 39, 1930; Abbot, Nature **143**, 705, 1939.

Strahlungsmessungen an Sternen. In der visuellen Photometrie ist von Wilsing und Münch der Anschluß an den Normaltemperaturstrahler durch Benutzung einer mit dem schwarzen Strahler verglichenen Glühlampe erreicht worden (Publ. Astrophys. Obs. Potsd. **19**, Nr. 56, 1909; **24**, Nr. 74, 1919). In ausgedehntem Maße sind photographische Methoden verwendet worden. Bolometer für Sternstrahlungen hat Coblentz konstruiert (Bull. Bur. Stand. **11**, 636, 1914). Spektralbolometrische Messungen hat das Mount-Wilson-Observatorium angestellt (Carnegie Inst. Amer. Rep. 1922, S, 239). Thermoelemente sind von Pfund (Publ. Allegh. Obs. **3**, 43, 1913; Le Radium **11**, 90, 1914) und Coblentz (Bull. Bur. Stand. **9**, 30, 1911; Sci. Pap. Bur. Stand. **17**, 725, 1922 u. **18**, 535, 1932) konstruiert und zur Messung der Fixsternstrahlung benutzt worden. Photozellen haben Guthnick (Babelsberg), Rosenberg (Tübingen) u.a. benutzt (Veröff. Sternw. Berlin-Babelsberg **1**, Nr. 1, 1914; **2**, Nr. 3, 1918; Astron. Nachr. **196**, 210, 1913 u.a.).

Handb. d. Astrophys. Bd. 1 u. 2. Berlin 1929—1934; Brill, Ergebn. exakt. Naturwiss. **3**, 1, 1924.

# X. Tiefe Temperaturen

## 1. Erzeugung tiefer Temperaturen

Meißner, Handb. d. Phys. 11, 272, 1926; Pollitzer, Müller-Pouillet 3, 1, 1077, 1926; Hausen, Chem. Ing. 1, 3, 71, 1933; Lenz, Handb. d. Exp. Phys. 9, 1, 47, 1929; van Lammeren, Technik d. tiefen Temperaturen, Berlin 1941.

### A. Gasverflüssigung

**a) Linde-Verfahren.** Die Gasverflüssigung erfolgt großenteils nach dem Lindeverfahren. Bei diesem wird die Temperaturerniedrigung des Joule-Thomson-Effektes (unter Leistung innerer Arbeit) in Verbindung mit einem Gegenstrom-Wärmeaustauscher zur Abkühlung des Gases bis zu seiner Verflüssigungstemperatur verwendet. Nach Erreichung dieser Temperatur dient die bei der Entspannung entstehende Kälteleistung als isothermer Drosseleffekt zur teilweisen Verflüssigung des Gases. Dabei wird etwa ein Fünftel verflüssigt, der Rest tritt als kaltes entspanntes Gas in den Gegenströmer ein und kühlt das komprimierte Gas vor.

Soll nach dem Linde-Verfahren Wasserstoff oder Helium verflüssigt werden, so ist wegen des bei Zimmertemperatur negativen Joule-Thomson-Effektes dieser Gase bis unter ihre Inversionstemperatur abzukühlen, die für Wasserstoff bei etwa — 80° C, für Helium bei etwa — 257° C (16° K) liegt. Praktisch wird bei der Wasserstoffverflüssigung mit flüssigem Stickstoff (oder Luft) unter vermindertem Druck (— 210° C) gekühlt, bei Helium mit flüssigem Wasserstoff, der ebenfalls unter vermindertem Druck siedet (15° K).

Zur Verflüssigung der Gase ist eine bestimmte Mindestarbeit zu leisten, die einen maximalen thermodynamischen Wirkungsgrad $\eta_{max}$ ergibt. Vielfach wird nicht der thermodynamische Wirkungsgrad $\eta$, sondern der Lieferungsgrad $\varepsilon$ angegeben; darunter versteht man das Verhältnis des tatsächlich erreichten thermodynamischen Wirkungsgrades $\eta$ zu $\eta_{max}$, also $\varepsilon = \frac{\eta}{\eta_{max}}$. Dieser Wert erreicht bei gut gebauten Gegenströmern etwa 0,9. An Stelle von Gegenströmern können mitunter periodisch arbeitende Kältespeicherpaare verwendet werden (Beschreibung bei Hochgesandt), in denen der Kälteinhalt des entspannten Gases nicht unmittelbar an das komprimierte Gas abgegeben wird, sondern von einer Füllsubstanz des Speichers aufgenommen wird, die z. B. aus Horden von dünnem, geriffeltem Leichtmetallblech besteht. In der nächsten Periode wird die aufgespeicherte Kältemenge an das in entgegengesetzter Richtung strömende warme komprimierte Gas abgegeben.

Diese Speicher sind nur für große Anlagen und auch da nicht allgemein anwendbar, haben aber den großen Vorteil, daß der Druckabfall in ihnen sehr klein ist, so daß sie für bestimmte Verfahren (z. B. das Linde-Fränkel-Verfahren) geradezu unentbehrlich sind.

Linde, Z. Kälteind. 5, 23, 1897; Hochgesandt, Mitt. Forsch.-Anst. Gutehoffnungshütte 4, 14, 1935.

**b) Claude-Heylandt-Verfahren.** Beim Claude-Heylandt-Verfahren wird das komprimierte Gas unter Leistung äußerer Arbeit in einer Expansionsmaschine entspannt und die dabei auftretende Abkühlung, die bis zu — 150° C beträgt, zur Vorkühlung des komprimierten Gases verwendet. Die Verflüssigung des Gases in der Expansionsmaschine ist wegen der dabei auftretenden Flüssigkeitsstöße praktisch nicht durchführbar. Deshalb wird nur ein Teil des Gases der Expansionsmaschine

zugeleitet und nach der Entspannung zum Vorkühlen des übrigen Gases verwendet. Dieses wird entweder unter Druck verflüssigt (Claude) oder mit Hilfe des Joule-Thomson-Effektes vollends auf seine Verflüssigungstemperatur abgekühlt (Heylandt).

Eine kleine Anlage dieser Art zur Verflüssigung von Helium hat Kapitza angegeben, die von W. Meißner verbessert wurde. Die für die Verflüssigung von Helium sonst nötige Verwendung von flüssigem Wasserstoff zur Vorkühlung konnte so vermieden werden.

Claude, Air liquide, oxygene, azote. Paris 1909; Kapitza, Proc. Roy. Soc. **147**, 189, 1934; Meißner, Phys. Z. **43**, 261, 1942.

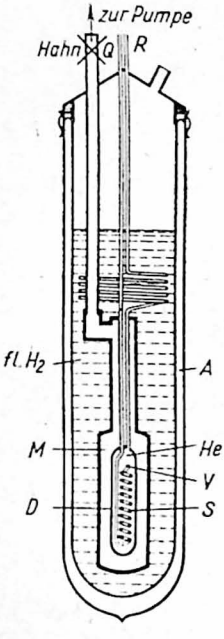



Abb. 171. Heliumverflüssigung nach Simon-Cailletet

**c) Cailletet-Verfahren.** Beim Cailletet-Verfahren (Abb. 171) wird ebenfalls die äußere Arbeit, und zwar die gegen den Druck der Atmosphäre oder des Gasometers geleistete Arbeit zur Abkühlung und Verflüssigung verwendet. Kühlt man das zu verflüssigende komprimierte Gas (z. B. $H_2$ oder He) mit einer geeigneten anderen Kühlflüssigkeit (Luft bzw. Wasserstoff) vor, so lassen sich auch Wasserstoff und Helium auf diese Weise in den flüssigen Zustand überführen. Das Verfahren arbeitet nicht kontinuierlich und ist deshalb nur für kleine Mengen brauchbar; es erfordert aber verhältnismäßig wenig Aufwand an Maschinen, da der nötige Druck von etwa 100 at meist durch den Fülldruck der Gasvorratsflaschen schon zur Verfügung steht. Die Kühlung des komprimierten Gases erfolgt meist durch Wärmeleitung in einem Gasmantel $M$, der das Druckgefäß $D$ umgibt. Nach der Abkühlung kann das Druckgefäß vor der Expansion durch Abpumpen des Gases im Zwischenraum $M$ thermisch isoliert werden. Um die innere Arbeit bei der Entspannung an der Drosselstelle $V$ ebenfalls zur Kälteerzeugung auszunützen, wird das entspannte Gas durch eine Kühlschlange $S$, die im Druckgefäß liegt, nach außen geleitet.

Cailletet, C. R. **85**, 1213 u. 1270, 1877; Simon, Z. Kälteind. **39**, 89, 1932.

**d). Vergleich der verschiedenen Verfahren.** Gasverflüssiger nach Linde und nach Claude und Heylandt werden im allgemeinen für große Leistungen gebaut und meist zur Gastrennung verwendet. Doch sind auch verhältnismäßig sehr kleine Anlagen hergestellt worden, die dann nur zur Verflüssigung der Gase dienen. Unabhängig von der Größe der Anlage ist bei diesen kontinuierlich arbeitenden Verfahren ein besonderer Kompressor erforderlich, der einen konstanten Gasdruck liefert.

Bei der von Kapitza zuerst durchgeführten Heliumverflüssigung nach dem Heylandt-Verfahren wird die Vorkühlung des komprimierten Heliumgases mit flüssigem Wasserstoff vermieden und das damit verbundene Gefahrenmoment umgangen. Dafür nimmt man die Schwierigkeit einer bei sehr tiefen Temperaturen mit beweglichem trockenem (!) Kolben arbeitenden Maschine in Kauf. Die Vorkühlung durch die Expansionsmaschine erfolgt bei Kapitza bis auf 9° K, bei Meißner nur bis auf 14° K, was thermodynamisch günstiger ist und eine etwas einfachere Konstruktion zuläßt.

Der Energiebedarf bei der Gasverflüssigung ist theoretisch nach dem Claude-Heylandt-Verfahren wesentlich kleiner als nach dem Linde-Verfahren. Praktisch sind die Werte aber einander nahezu gleich, da beim Linde-Verfahren eine gute Wärmeisolation leichter durchzuführen ist. Beim Linde-Verfahren ist die Druckdifferenz vor und nach der Entspannung für die Kälteleistung maßgebend, bei der Expansionsarbeit geht das Verhältnis von Anfangs-

und Enddruck ein. Das Linde-Verfahren arbeitet deshalb mit ziemlich hohen Drucken (200 at bei Luft, 165 at bei Wasserstoff, etwa 30 at bei Helium), während bei Anwendung der Expansionsmaschine im allgemeinen kleinere Drucke verwendet werden.

Über die mögliche Verwendung eines Wirbelrohres an Stelle des Drosseleffekts vgl. Hilsch. Die Desorptionsmethode (vgl. S. 239) ist zur Verflüssigung insbesondere von $H_2$ und He den sonstigen Verflüssigungsmethoden unterlegen; sie ist in erster Linie zur Herstellung konstanter tiefer Temperaturen bei solchen Versuchen geeignet, bei denen keine großen Wärmekapazitäten verlangt werden.

Hilsch, Z. Naturforschg. 1, 208, 1946.

## B. Magnetokalorische Erzeugung tiefer Temperaturen

Zur Erzeugung von Temperaturen unterhalb von 1° K wird nach dem Vorgang von Debye und Giauque das magnetokalorische Verfahren angewendet. Dabei wird bei möglichst tiefer Temperatur (etwa 1,2° K), die durch flüssiges Helium unter vermindertem Druck hergestellt wird, ein paramagnetisches Salz isotherm möglichst hoch mit Hilfe eines starken Elektromagneten magnetisiert und die dabei auftretende Magnetisierungswärme durch einen Heliumgasmantel an das umgebende Kühlbad (flüssiges Helium) abgegeben. Durch Wegpumpen des Heliumgasmantels wird dann die Salzprobe thermisch gut isoliert und durch Ausschalten oder Wegziehen des Magneten das Salz entmagnetisiert. Die hierfür nötige Energie kann nur durch das Salz selbst geliefert werden, das sich infolgedessen abkühlt. Die beim magnetokalorischen Verfahren verwendeten Salze und die tiefsten damit erreichten Temperaturen sind in der folgenden Tafel angegeben. Diese enthält außerdem das bei den Messungen zum Magnetisieren verwendete Ausgangsfeld und die Ausgangstemperatur.

Magnetokalorisch erzeugte tiefste Temperaturen

| Stoff | Ausgangsfeld Örsted | Ausgangstemperatur ° K | Erreichte tiefste Temp. ° K |
|---|---|---|---|
| Gd-Sulfat | 5 400 | 1,11 | 0,35 |
| Gd-Verbindungen | 8 000 | 0,9—1,5 | 0,1—0,2 |
| Ce-Fluorid | 27 600 | 1,4 | 0,13 |
| Äthylsulfate von Ce, Dy, Gd, Nd, Er, Pr | 19 500 | 1,4 | 0,07—0,12 |
| K-Chromalaun | 24 000 | 1,2 | 0,016 |
| K-Chromalaun + 14,4 K-Alaun | 24 000 | 1,17 | 0,0044 |
| Cs-Titanalaun | 25 000 | 1,15 | 0,0043 |
| Fe-Ammonalaun | 24 000 | 1,25 | 0,017 |
| Fe-Ammonalaun | 28 800 | 8,1 | 0,36 |
| Mn-Ammonsulfat | 14 000 | 1,23 | 0,09 |

Die Hauptschwierigkeit der Messungen bei diesen tiefsten Temperaturen besteht in einer guten Wärmeübertragung vom Salz auf den zu untersuchenden Körper, da der Dampfdruck des Heliums bei diesen Temperaturen bereits zu klein für eine brauchbare Wärmeübertragung ist. Es ist durch Einpressen der zu untersuchenden Stoffe in das Salz gelungen, bei einer Reihe von Stoffen Supraleitung nachzuweisen. Flüssiges Helium wäre zur Wärmeübertragung sehr geeignet, doch wird dann ein großer Teil der bei der Entmagnetisierung gewonnenen Kälteleistung

zur Abkühlung des flüssigen Heliums beansprucht, so daß die erreichbaren Temperaturen wesentlich höher liegen dürften. Unter Ausnutzung des Elektronenspins dürften nach Debye $10^{-3}$ °K noch erreichbar sein. Zu noch tieferen Temperaturen wird man unter Ausnutzung des magnetischen Kernmoments kommen.

Debye, Ann. Phys. (4) **81**, 1154, 1926; Giauque, J. Amer. Chem. Soc. **49**, 1864, 1927; Giauque u. Dougall, Phys. Rev. **43**, 768, 1933; de Haas, Wiersma u. Kramers, Physica **1**, 1, 1934; Meißner, Phys. Z. **35**, 303, 1934; Debye, ebd. **35**, 923, 1934; de Haas u. Wiersma, Comm. Leiden, Suppl. 81, b, c, 1936; Debye, Ann. Phys. (5) **32**, 85, 1938; Squire, J. appl. Physics **11**, 232, 1940.

## 2. Besondere Maßnahmen bei Arbeiten in tiefer Temperatur

### A. Werkstoffeigenschaften bei tiefen Temperaturen

**a) Metalle.** Die meisten der bei Zimmertemperatur gebräuchlichen festen Körper, insbesondere die Metalle, sind auch bei tiefen Temperaturen zum Bau von Versuchsgeräten verwendbar. Die Festigkeit der Metalle ist bei tiefen Temperaturen etwas größer als bei Zimmertemperatur; sie bleiben elastisch. Legierungen werden sehr spröde und brechen schon bei kleinen Überlastungen, ohne vorher wie die reinen Metalle etwas zu fließen. Ihre Bruchfestigkeit liegt aber ebenfalls etwas höher als bei Zimmertemperatur.

**b) Gläser.** Auch Gläser lassen sich ohne weiteres bei tiefen Temperaturen verwenden, z. B. zur Herstellung von Vakuumgefäßen und Vakuummantelhebern für verflüssigte Gase. Gutes „Kühlen" nach dem Blasen ist wichtig. Sogar Verblasungen von Glas- und Metallteilen (Chromeisen-Glas-Verbindungen der Firma C. H. F. Müller, Hamburg) halten die tiefsten Temperaturen aus und bleiben hochvakuumdicht. Gegen Zerspringen bei plötzlicher Abkühlung sind die stark quarzhaltigen Gläser am widerstandsfähigsten. Sie haben aber die unangenehme Eigenschaft, für Helium und auch für Wasserstoff durchlässig zu sein (Rayleigh), so daß z. B. Vakuumgefäße aus Duran- oder Pyrexglas, die nicht dauernd an eine Pumpe angeschlossen sind, schon nach ganz kurzer Benutzung kein genügendes Vakuum mehr besitzen, wenn sie mit flüssigem Helium gefüllt waren. Wasserstoff wird nicht so stark hindurchgelassen, und für flüssige Luft scheinen Geräte aus diesen Glassorten gut brauchbar zu sein.

Rayleigh, Proc. Roy. Soc. A, **156**, 350, 1936.

**c) Gummi.** Gummi wird bei tiefen Temperaturen hart und spröde, alter Gummi zerspringt häufig von selbst. Reiner Paragummi, auch gefärbt (sog. schwimmende Ware), ist am haltbarsten.

**d) Rohrverbindungen. Kitte und Lote.** Verbindungen von Röhren mittels Gummischlauch sind bei tiefen Temperaturen noch einigermaßen flüssigkeitsdicht, aber nicht vakuumdicht. Als Dichtungsmittel für poröse Vakuumleitungen sind für tiefe Temperaturen dünne Überzüge aus Paragummilösung, Bakelitlack und anderen Kunststofflacken, z. B. Pantarol, oft sehr brauchbar. Ganz ungeeignet sind Schellacklösungen und ähnliche Kitte, die bei tiefen Temperaturen von selbst springen und in kleine Teile zerfallen. Zum Einbetten von Proben haben sich Gips

und keramische Massen nach dem Trocknen gut bewährt; Klebwachs ist mitunter noch brauchbar, vgl. S. 189 u. 202.
Lötungen mit Weich- und Hartloten halten vakuumdicht, wenn sie sorgfältig ausgeführt sind. Es ist darauf zu achten, daß beim Ineinanderlöten von Rohren aus verschiedenen Werkstoffen das Material mit dem größeren Ausdehnungskoeffizienten sich außen befindet.

### B. Hilfsgeräte und Hilfsvorrichtungen

**a) Vakuummantelgefäße.** Für das Arbeiten mit den verflüssigten Gasen Luft, Wasserstoff und Helium ist eine sehr gute Wärmeisolation notwendig. Der Grund hierfür ist der große Temperaturunterschied gegen die Umgebung und vor allem die kleine Verdampfungswärme der verflüssigten Gase. Verflüssigte Gase werden, von den großen Tanks der Firma Heylandt (vgl. Laschin) abgesehen, in Gefäßen mit doppelten Wänden aufbewahrt, deren Zwischenraum einen Vakuummantel bildet (Abb. 172). Diese Gefäße ($F_1$ und $F_2$) können in beliebiger Form aus Metall oder aus Glas (auch mit planparallelen Fenstern [Augustin]) hergestellt werden. Bei den Metallgefäßen $F_2$ wird zur Erhaltung eines guten Vakuums an dem inneren kalten Teil des Gefäßes ein mit Adsorptionskohle gefüllter Behälter $C_1$ angebracht, der nach dem Einfüllen der flüssigen Luft (fl. $N_2$) die von den Gefäßwänden im Lauf der Zeit abgegebenen Gasmengen adsorbiert. Bei Glasgefäßen ($F_1$ und $F_3$) ist dieser Kohlebehälter nicht nötig. Um ein Entweichen der dauernd verdampfenden Flüssigkeit zu ermöglichen, dürfen gefüllte Gefäße nicht gasdicht verschlossen, sondern wie Gefäß $F_2$ nur mit einem Filzdeckel $D$ oder Wattebausch zugedeckt werden.

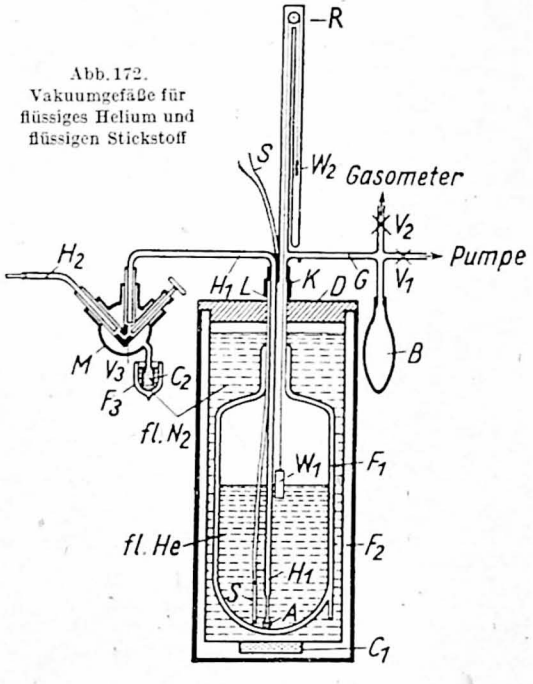


Abb. 172. Vakuumgefäße für flüssiges Helium und flüssigen Stickstoff

Durch das Evakuieren des Zwischenraumes wird erstens die Wärmeübertragung durch Konvektion unterbunden, die bei einem Druck unterhalb 1 Torr allmählich aufhört; zweitens hört die Wärmeleitung durch das Gas im Zwischenraum zwischen der auf tiefer Temperatur und der auf Zimmertemperatur befindlichen Wand bei einem Druck unterhalb 0,0001 Torr auf. Der dritte Weg der Wärmeübertragung, nämlich durch Strahlung von der warmen zur kalten Gefäßwand, wird durch Verkupfern, Versilbern oder Vergolden der dem Vakuum zugekehrten Gefäßwand weitgehend herabgesetzt. Es ist für die Wirksamkeit dieses Metallüberzuges wichtig, daß blanke Metalloberflächen vorhanden sind, die nicht durch Oxyd- oder Sulfidschichten verdorben sind. Eine Politur der Oberflächen ist unnötig, da kleine Unebenheiten, wie sie beim chemischen oder galvanischen Herstellen der Metallschichten entstehen, immer noch klein gegenüber der Wellenlänge der emittierten Strahlung von etwa 10 $\mu$ sind

und deshalb die Reflexion noch nicht merklich herabsetzen. Die zugestrahlte Energie wird praktisch auf den durch das Reflexionsvermögen gegebenen Betrag geschwächt. Die Wärmeleitung durch das im Gefäßhals befindliche Gas fällt weniger ins Gewicht, da das kalte Gas infolge seiner Strömung nach oben die Wärmeleitung nach unten zum Teil kompensiert.

Bei Arbeiten mit flüssigem Helium wird die Wärmezufuhr noch durch Kühlung der „warmen Wand" und des Gefäßhalses $L$ bzw. des oberen Gefäßrandes auf die Temperatur der flüssigen Luft (im Gefäß $F_2$) weiter herabgedrückt. Die Energiezufuhr durch Wärmestrahlung sinkt dadurch entsprechend dem $T^4$-Gesetz auf den 0,005ten Teil der bei Zimmertemperatur zugestrahlten Energie. Die sonstige Wärmezufuhr durch den Hals des Gefäßes wird entsprechend dem kleineren Temperaturgradienten auf etwa den 4. Teil der Wärmezuleitung vermindert, die ohne Kühlung zugeführt worden wäre.

Eine Kühlung des Heliumgefäßes von außen mit Hilfe von flüssigem Wasserstoff an Stelle von flüssiger Luft lohnt sich im allgemeinen nicht. Dagegen ist eine Vorkühlung des Innenraumes der Heliumgefäße mit flüssigem Wasserstoff sehr zu empfehlen; der Wasserstoff wird kurz vor dem Einfüllen des flüssigen Heliums mit einer kleinen elektrischen Heizspule $S$ verdampft und über das Ventil $V_1$ weggepumpt.

Meißner, Z. Kälteind. **37**, 41, 1930; Laschin, Der flüssige Sauerstoff. Halle 1929; Augustin, Leipziger Ber. **65**, 229, 1913.

**b) Heber und Ventile.** Außer den Gefäßen sind auch die Heber und Ventile, durch die die Flüssigkeiten übergefüllt werden sollen, thermisch gut zu isolieren. Einige Heberformen $H_1$, $H_2$ sowie ein für flüssiges Helium geeignetes Ventil $V_3$ sind in Abb. 173 und 172 wiedergegeben. Das Ventil $V_3$ ist von einem Vakuummantel $M$ umgeben, dessen Vakuum durch das mit flüssiger Luft gekühlte Kohlegefäß $C_2$ aufrechterhalten wird. Bei den Hebern ist die Anbringung einer Spirale am inneren Rohr zum Ausgleich der Verkürzung bei der Abkühlung auch bei Ausführung in Glas nicht nötig, wenn das Rohr ein- bis zweimal geknickt ist, was in Abb. 172 und 173 bei allen Hebern der Fall ist. Wichtig ist für einen kleinen Wärmeverlust beim Überhebern, daß die lichte Weite des inneren Rohres nicht zu klein ist, damit die Flüssigkeit schnell durchströmen kann. Flüssige Luft, vor allem in großen Mengen, kann noch in einfachen Metall- oder Glashebern übergehebert werden. Der sich dabei bildende Reifbeschlag liefert eine gute thermische Isolation. Der zum Überheben der Flüssigkeiten aus den Transportgefäßen nötige Überdruck kann dabei leicht durch ein kleines Luft-Handgebläse erzeugt werden. Bei flüssigem Wasserstoff und Helium ist die Verwendung von Druckluft nicht mehr möglich, weil diese bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffes bereits fest wird. Bei diesen Flüssigkeiten hat sich das Auffangen des durch das Gasrohr $G$ (Abb. 172) abziehenden Dampfes in einer Fußballblase $B$ sehr bewährt, mit dem leicht durch Schließen der Ventile $V_1$ und $V_2$ der nötige Überdruck hergestellt werden kann. Die Flüssigkeit strömt dann durch die Vakuummantelheber $H_1$ und $H_2$ und das geöffnete Flüssigkeitsventil $V_3$ in die Versuchsapparatur. Am unteren Ende des Hebers $H_1$ befindet sich ein Leinenbeutelchen $A$, um das Mitreißen von festen Teilchen in den

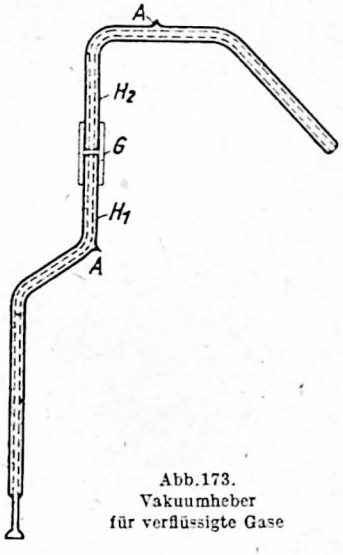


Abb. 173. Vakuumheber für verflüssigte Gase

Heber zu verhindern. Außerdem wird durch $A$ auch das Auftreten von akustischen Schwingungen der Gasmasse im Heber (sog. Erhitzungstöne) unterbunden.

**c) Ablesung des Flüssigkeitsstandes.** Zur Messung der Flüssigkeitshöhe in Vakuumgefäßen sind die versilberten Glasgefäße mit einem Paar gegenüberliegender Sichtstreifen versehen, die eine unmittelbare Beobachtung der Flüssigkeitshöhe gestatten. Bei Metallgefäßen sind Schwimmer $W_1$ brauchbar, die entweder unmittelbar mit einem Zeiger oder (vgl. Abb. 172) durch einen leichten Faden und eine Rolle $R$ mit einem eisernen Gegengewicht $W_2$ als Zeiger verbunden sind. Beim Arbeiten mit flüssigem Wasserstoff und Helium müssen die Gefäße ($F_1$, Abb. 172) und Flüssigkeitsmesser so gegen die umgebende Luft durch die Kappe $K$ abgeschlossen werden, daß keine Luft in das Wasserstoff- oder Heliumgefäß eindringt. Führt man oben und unten in ein Gefäß, dessen Flüssigkeitshöhe gemessen werden soll, ein nicht zu weites Rohr ein und verbindet dieses mit den Schenkeln eines kurzen U-förmigen Manometers, das mit einer leichten Flüssigkeit (Wasser, Öl oder besser Palatinol L gefüllt ist, so kann die Flüssigkeitshöhe aus dem am Manometer abgelesenen Druckunterschied ermittelt werden, der den Druckunterschied zwischen den Enden der beiden eingeführten Röhrchen angibt. Es ist darauf zu achten, daß die Flüssigkeit in dem eintauchenden Schenkel nicht hochsteigt und mit dem Flüssigkeitsspiegel kommuniziert. Einen nach diesem Prinzip arbeitenden technischen Flüssigkeitsstandsanzeiger zeigt Abb. 174 (sog. Hampsometer).

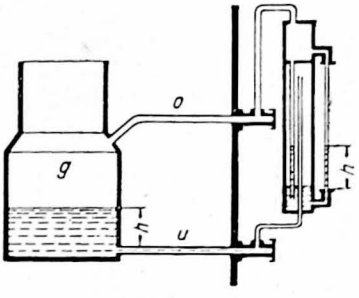


Abb. 174. Hampsometer

Dieses Prinzip scheint bei Helium II (He unterhalb 2,19° K) nicht mehr anwendbar, da die Flüssigkeit immer hochsteigt. Ob das große Wärmeleitvermögen, die Viskosität oder eine andere Eigenschaft von He II dafür verantwortlich sind, läßt sich noch nicht entscheiden.

**d) Störende Wärmezuleitung durch Metallteile.** Besonders zu achten ist auf die Wärmezufuhr durch Zuleitungen und Befestigungsstützen von eingebauten Apparaten. Zweckmäßig verwendet man für Stützen dünnwandiges Neusilberblech oder Glas, für elektrische Zuleitungen sehr dünne Kupferdrähte, nicht Neusilber oder einen anderen schlechten Leiter, vgl. Tab. 65.

Meißner, Ann. Phys. (4), 47, 1001, 1915.

**e) Stromverbindungen.** Die bei normalen Temperaturen erprobten Meßverfahren und Anordnungen lassen sich vielfach mit nur unwesentlichen Änderungen auch für tiefe Temperaturen verwenden. Die für elektrische Messungen nötigen Stromzuführungsdrähte werden möglichst angelötet. Wo dies nicht möglich ist, klemmt man die Drähte mit Hilfe einer kleinen Feder, z.B. aus Neusilber, an die zu untersuchenden Proben an. Man erhält dann meist einen besseren Kontakt, als wenn man die Drähte mit Schrauben anklemmt, da diese wegen der Wärmeausdehnung sich oft lockern. Als Träger für zu untersuchende elektrische Widerstände haben sich Glimmer, Pertinax, Hartgummi und ähnliche Stoffe bewährt.

Meißner u. Voigt, Ann. Phys. (5), 7, 761, 1930.

## 3. Anwendung tiefer Temperaturen

### A. Tiefe Temperaturen als Hilfsmittel

**a) Erzeugung hoher Vakua.** Ein hohes Vakuum läßt sich bequem dadurch erzeugen, daß man den zu evakuierenden Raum mit einem leicht zu kondensierenden Gas oder Dampf füllt. Bei Verwendung von flüssiger Luft zum Ausfrieren kann Kohlensäure oder Benzoldampf verwendet werden. Steht flüssiger Wasserstoff zur Verfügung, so werden von diesem alle Gase mit Ausnahme von Helium, Wasserstoff und Neon vollständig kondensiert und haben auch keinen störenden Dampfdruck. Bei Heliumtemperatur hat nur noch Helium einen merklichen Dampfdruck.

**b) Reinheitsgrad von Gasen.** Der Reinheitsgrad von Gasen kann leicht dadurch bestimmt werden, daß man, z. B. mit flüssigem Wasserstoff, einen Teil der Komponenten ausfriert und entweder den Restdruck und Ausgangsdruck bestimmt, oder daß man das nicht kondensierte Gas abpumpt und nach dem Auftauen des kondensierten Anteils dessen (Partial-)Druck mißt.

Die erreichte Genauigkeit beträgt $10^{-3}$ bis $10^{-5}$ Volumteile.

Meißner u. Steiner, Z. Kälteind. **39**, 75, 1932.

**c) Erzeugung von Magnetfeldern durch Spulen.** Die Erzeugung verhältnismäßig starker Magnetfelder ist mit Spulen möglich, die in flüssiger Luft gekühlt werden, da bei dieser Temperatur die Drähte wesentlich stärker belastet werden können. Sehr kleine Elektromagnete (mit Eisenkern), wie sie als Telephonspulen verwendet werden, können Felder bis zu 5000 Örsted liefern, wenn die mit sehr dünnem Draht bewickelten Spulen mit flüssigem Helium gekühlt werden.

**d) Ausmessen von Magnetfeldern.** Die starke Beeinflussung des elektrischen Widerstandes von Wismut (De Haas und Jonker) durch ein Magnetfeld erlaubt bei tiefen Temperaturen die Verwendung von Wismutdrähten in so kleinen Abmessungen, daß eine punktweise Ausmessung der Felder möglich ist. Auch können auf diese Weise noch sehr schwache Felder mit beträchtlicher Genauigkeit ausgemessen werden. Wegen des sehr kleinen spezifischen Widerstandes von reinen Metallen bei tiefen Temperaturen, der bei Wasserstofftemperaturen etwa ein Zehntel und bei Heliumtemperatur nur noch ein Hundertstel des Wertes bei Zimmertemperatur beträgt, lassen sich zur Ausmessung von Magnetfeldern auch so kleine Induktionsspulen mit Hilfe von sehr dünnem Kupferdraht herstellen, daß mit ihnen ebenfalls eine punktweise Ausmessung von schwachen Feldern möglich ist.

Eine Spule von 3 mm Durchmesser mit einer Windungsfläche von etwa 30 $cm^2$ läßt sich mit 0,03 mm dickem lackisoliertem Draht herstellen und damit eine Genauigkeit von 0,01 Örsted erreichen, wobei die Spule bei Heliumtemperatur einen Widerstand von etwa 20 $\Omega$ hat.

de Haas u. Casimir-Jonker, Comm. Leiden Nr. 229d; Physica **1**, 291, 1933; Meißner u. Heidenreich, Physik. Z. **37**, 449, 1936.

**e) Reinheitsgrad von Metallen und Restwiderstand.** Zum Vergleich des Reinheitsgrades von Metallen kann ihr Restwiderstand verwendet werden, der mit zunehmender Reinheit des Metalles abnimmt. Der Restwiderstand ist der Wider-

stand, den das Metall bei 0° K haben würde, wenn man seinen normalen, bei tiefen Temperaturen ermittelten Widerstandsverlauf bis zu 0° K extrapoliert. Dieser Restwiderstand ist meist temperaturunabhängig, d.h. die Widerstände verschieden reiner Metalle unterscheiden sich bei allen Temperaturen um dieselbe Konstante (Matthiessensche Regel). Ausnahmen zeigen Gold, Magnesium u.a. Ist der temperaturabhängige Widerstandsverlauf für ein Metall bekannt, so genügen zum Vergleich oft Messungen bei einer weniger tiefen Temperatur, z.B. Wasserstoff- oder sogar Lufttemperatur, wodurch die Messungen wesentlich bequemer werden. Bei Supraleitern ist zur Ermittlung des Restwiderstandes nur der normalleitende Teil der Widerstandskurve zu verwenden, dessen Verlauf bei tiefen Temperaturen aus Messungen in einem starken Magnetfeld erhalten werden kann, da in diesem die Eigenschaften der Supraleitfähigkeit verschwinden. Die Widerstandsänderung der Metalle im Magnetfeld ist dabei zu berücksichtigen.

Bei Untersuchungen über die Temperaturabhängigkeit wird an Stelle des spez. Widerstandes meist das Verhältnis des Widerstandes $R$ bei $T°$ K zum Wert $R_0$ bei 273,16° K (0° C) angegeben und dieses Verhältnis $\frac{R}{R_0}$ mit $r$ bezeichnet.

Matthiessen u. Vogt, Pogg. Ann. **122**, 19, 1864; Nernst, Ann. Phys. **36**, 395, 1911.

**f) Elektrischer Widerstand von Normalleitern im Magnetfeld.** Der Einfluß eines Magnetfeldes auf die Größe des elektrischen Widerstandes kann bei tiefen Temperaturen sehr groß sein, da die bei höheren Temperaturen störende Wärmebewegung ausgeschaltet ist. Bei Messungen an Einkristallen ist auf die Orientierung der Kristallachsen zum Magnetfeld zu achten.

Schubnikow u. de Haas, Comm. Leiden Nr. 207, a, c, d; Nr. 210a, b, 1930; Stierstadt, Z. Phys. **67**, 725, 1931; Justi u. Scheffers, Phys. Z. **37**, 383, 475, 700, 1936.

## B. Messungen an Supraleitern

Steiner u. Graßmann, Supraleitung (Slg. Vieweg Nr. 112). Braunschweig 1938; v. Laue, Theorie der Supraleitung, Springer, Berlin 1947.

Supraleitfähigkeit wird bei einem Teil der reinen Metalle, Legierungen und metallischen Verbindungen beobachtet. Unter dem Übergang zum supraleitenden Zustand versteht man das Verschwinden des normalen elektrischen Widerstandes bis auf einen unmeßbar kleinen Bruchteil, das in einem sehr engen Temperaturbereich stattfindet. Mit dem Eintritt der Supraleitung tritt der Meißner-Ochsenfeld-Effekt auf, d.h. die magnetische Induktion der Supraleiter nimmt — besonders für sehr reine Metalle in Einkristallform — Werte bis zu Null an. Die Supraleiter verhalten sich also in dieser Beziehung wie stark diamagnetische Körper. Ferner ändert sich mit dem Verschwinden des elektrischen Widerstandes auch die spezifische Wärme und die Wärmeleitfähigkeit. Der Eintritt der Supraleitung wird durch ein Magnetfeld oder durch einen elektrischen Strom im Supraleiter zu tieferen Temperaturen verschoben. Durch mechanische Einwirkungen und Änderung der Kristallgröße kann die Übergangstemperatur ebenfalls um kleine Beträge geändert werden.

Untersuchungen an Supraleitern erfordern fast ausnahmslos die Verwendung von Helium zur Abkühlung der Proben. Supraleitfähigkeit wurde je nach dem Metall bei Temperaturen von 10,1 bis 0,3° K beobachtet.

**a) Elektrischer Widerstand, Dauerstrommethode.** Der Nachweis der Supraleitung erfolgt mit den für normale Widerstandsmessungen bei tiefen Temperaturen üblichen Untersuchungsmethoden. Man kann oft eine Belastungsstromstärke von 10 A verwenden, so daß bei einer Galvanometerempfindlichkeit von $10^{-7}$ V je Skalenteil der kleinste noch nachweisbare Widerstand $10^{-8}\,\Omega$ beträgt. Dem entspricht bei der üblichen Form der Proben eine obere Grenze des spezifischen Widerstandes von $10^{-13}\,\Omega$ cm, sofern man die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes annimmt.

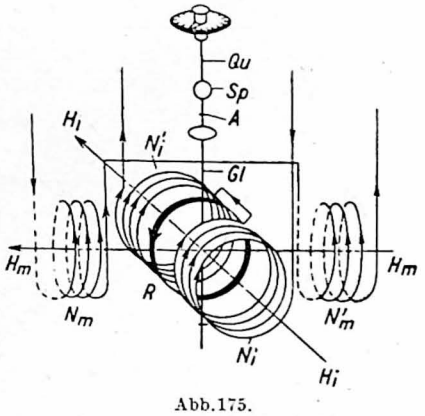



Abb. 175.
Anordnung zum Nachweis eines Mikrowiderstandes in Supraleitern nach Graßmann

Wesentlich kleinere Widerstände lassen sich mit der sog. Dauerstrommethode (Kamerlingh-Onnes) nachweisen (Abb. 175), bei der in einem geschlossenen supraleitenden Ring $R$ ein elektrischer Strom durch Ausschalten des Magnetfeldes $H_i$ induziert wird, dessen Stärke durch die Wechselwirkung seines magnetischen Moments mit dem homogenen schwachen Magnetfeld $H_m$ gemessen wird. Zu diesem Zweck ist der Ring $R$ mit einem kleinen Spiegel $Sp$ durch den Glasstab $Gl$ fest verbunden und an einem Torsionsfaden $Qu$ aufgehängt. $A$ ist eine Arretierung, $N_i$ und $N_m$ sind die zur Erzeugung von $H_i$ und $H_m$ nötigen Spulenpaare. Aus der zeitlichen Änderung der Einstellung des Ringes im Magnetfeld, die mit Spiegel und Skala beobachtet wird, läßt sich die zeitliche Änderung der Stromstärke im Ring und daraus dessen Ohmscher Widerstand ermitteln. Um möglichst große Empfindlichkeit zu erreichen, ist es zweckmäßig, die Aufhängung mit dem Ring möglichst leicht zu machen, damit ein dünner Quarzfaden als Torsionsfaden verwendet werden kann. Ferner soll das Trägheitsmoment möglichst klein, also der Ringdurchmesser nicht zu groß (etwa 1 cm) gewählt werden.

Bei Supraleitern ist auch mit dieser Methode kein Mikrowiderstand nachzuweisen; unter Berücksichtigung der erreichten Meßgenauigkeit erhält man als obere Grenze für den spez. Widerstand im supraleitenden Zustand etwa $10^{-26}\,\Omega$ cm.

Kamerlingh-Onnes, Comm. Leiden Nr. 140b, c, 1914; Graßmann, Phys. Z. **37**, 569, 1936.

**b) Stromverzweigung bei parallel geschalteten Supraleitern.** Bei parallel geschalteten Supraleitern verteilt sich ein elektrischer Strom entsprechend der Selbstinduktion der Zweige (v. Laue). Es gelten bei Supraleitern auch für Gleichstrom die Gesetze für Hochfrequenz, da der Ohmsche Widerstand gegenüber der Selbstinduktion immer zu vernachlässigen ist, obwohl die Frequenz beim Einschalten eines Gleichstromes von der Größenordnung Null ist. Verbindungen und Kontakte (Kamerlingh-Onnes, Meißner) von Supraleitern sind ebenfalls supraleitend, auch wenn keine Verschweißung eintritt.

v. Laue, Phys. Z. **33**, 793, 1932; Kamerlingh-Onnes, Comm. Leiden Nr. 131b, 1914; Holm u. Meißner, Z. Phys. **74**, 715, 1932.

**c) Thermokraft.** Thermokräfte zwischen zwei Supraleitern lassen sich, außer nach den üblichen Methoden, nach einer der Dauerstrommethode ähnlichen Methode besonders empfindlich ermitteln. Dazu werden die zu untersuchenden Metalle als Ring zusammengelötet und die eine Lötstelle elektrisch geheizt. Wenn dabei eine Thermospannung entsteht, so muß in dem Ring ein zeitlich immer mehr anwachsender Strom fließen, dessen Auftreten ähnlich wie beim Dauerstromver-

such mit Spiegel und Skala nachgewiesen wird. Um die durch die Heizung erzeugte Temperaturänderung empirisch zu bestimmen, heizt man so stark, daß die geheizte Lötstelle eben normalleitend wird.

Die Thermokraft zwischen Supraleitern ist Null.

Steiner u. Graßmann, Phys. Z. 36, 527, 1935.

**d) Magnetspulen aus Supraleitern.** Ein in einem geschlossenen supraleitenden Ring induzierter Strom ändert seine Stärke nicht und bildet einen konstanten Dauermagneten. Der Versuch, starke Dauermagneten mit Hilfe von supraleitenden Drähten zu bauen, scheitert daran, daß die Supraleitfähigkeit schon durch verhältnismäßig schwache Ströme wieder vernichtet wird und deshalb der Dauerstrom sich totläuft.

Auch durch das Magnetfeld selbst wird der supraleitende Zustand und damit der Dauerstrom vernichtet, wenn die kritische Feldstärke überschritten wird. Diese beträgt für reine Metalle bis zu wenigen hundert Örsted, für Legierungen in den günstigsten Fällen bis zu 20000 Örsted. Über einen Dauerstromelektromagneten mit 7,5 kg Tragkraft vgl. Justi.

Bei der Konstruktion eines supraleitenden Galvanometers (Smith und Tarr) ist zu beachten, daß der induktive Widerstand eine große Rolle spielt, und daß deshalb die Vermehrung der Windungszahl im allgemeinen keine größere Empfindlichkeit bringt, weil die Selbstinduktion im gleichen Maße wächst. Vorteilhafter ist meist die von Graßmann weiterentwickelte Dauerstrommethode (s. S. 316).

Smith u. Tarr, Trans. Roy. Soc. Canada (3) 29, III, 23, 1935; E. Justi, Phys. Z. 43, 1942.

**e) Abschirmung magnetischer Felder.** Supraleiter lassen sich infolge ihrer außerordentlich hohen Leitfähigkeit als ideales Abschirmmaterial gegen magnetische Feldänderungen verwenden. Denn jede magnetische Feldänderung induziert in einem Supraleiter einen elektrischen Strom solcher Größe und Richtung, daß in dem vom Supraleiter ausgefüllten oder umschlossenen Raum diese Feldänderung gerade kompensiert wird. Diese induzierten Ströme klingen infolge des supraleitenden Zustandes nicht ab und bilden so eine dauernde Abschirmung der Feldänderungen.

Die Anwendbarkeit dieser Methode ist allerdings auf Felder solcher Stärke beschränkt, die den kritischen Wert für die Vernichtung der Supraleitung bei der Meßtemperatur nicht überschreiten. Im Inneren eines von einem Supraleiter umschlossenen Raumes erzeugte Felder bleiben dort bestehen, sind aber für den Außenraum abgeschirmt.

**f) Meißner-Ochsenfeld-Effekt.** Die diamagnetische Induktionsänderung des Meißner-Ochsenfeld-Effekts kann leicht mit Hilfe einer um den Supraleiter gewickelten Induktionsspule in Verbindung mit einem ballistischen Galvanometer quantitativ nachgewiesen werden. Ferner kann er auch durch die Kraftwirkung auf eine supraleitende Kugel im inhomogenen Feld mit Hilfe einer Federwaage nachgewiesen werden. Die zu untersuchenden Proben befinden sich unmittelbar in flüssigem Helium oder, falls die durch das Sieden des Heliums bedingten kleinen Erschütterungen stören, in einem von flüssigem Helium umgebenen und mit Heliumgas gefüllten Raum.

Von Meißner wurde die Feldverteilung in der Umgebung eines Supraleiters mit Hilfe einer kleinen Induktionsspule und eines empfindlichen ballistischen Galvanometers untersucht und dabei eine Genauigkeit von etwa 0,01 Örsted erreicht.

Meißner u. Ochsenfeld, Naturwiss. 21, 787, 1933; Meißner u. Heidenreich, Phys. Z. 37, 449, 1936.

# OPTIK

## I. Geometrische Optik

### 1. Allgemeines

#### A. Definitionen und Formeln

**a) Die ausgezeichneten Punkte eines optischen Systems.** Für die Darstellung der Abbildung durch ein zentriertes System von brechenden oder spiegelnden Flächen mit nahe der Achse verlaufenden (paraxialen) Strahlen nimmt man auf der Achse drei Paare ausgezeichneter Punkte (Kardinalpunkte) an (Abb. 176): Brennpunkte ($\bar{F}$ und $F'$), Hauptpunkte ($H$ und $H'$), Knotenpunkte ($K$ und $K'$). Sie sind so definiert: ein der Achse parallel laufender Strahl ($AB$) schneidet nach dem Austritt die Achse (eventuell rückwärts verlängert) im Brennpunkte ($F'$). — Ein der Achse parallel einfallender Strahl ($AB$) und die (wenn nötig rückwärts verlängerte) Richtung ($EF'$) des Strahles nach seinem Austritt aus dem optischen System schneiden sich in der zu dem Brennpunkt ($F'$) gehörigen Hauptebene ($H'D$), die achsensenkrecht durch den zugehörigen Hauptpunkt ($H'$) hindurchgeht. — Ein Strahl ($NI$), der vom Objektpunkte nach dem einen Knotenpunkte ($K$) zielt, verläuft auf der Bildseite außerhalb des optischen Systems in paralleler Richtung ($LM$) so, als ob er von dem zweiten Knotenpunkte ($K'$) käme. — Der Abstand zwischen dem Brennpunkt und dem zugehörigen Hauptpunkt heißt Brennweite. Der Abstand vom zugehörigen Scheitelpunkt zum Bild- bzw. Objektpunkt heißt Schnittweite.

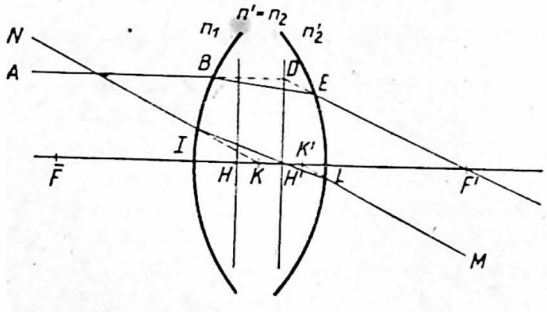


Abb. 176. Ausgezeichnete Punkte eines optischen Systems

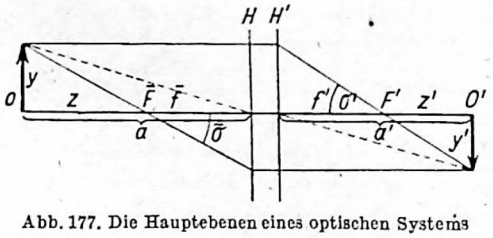


Abb. 177. Die Hauptebenen eines optischen Systems

**b) Linsenformeln.** (Bei zahlenmäßiger Anwendung ist auf die Vorzeichenvereinbarung auf S. 319 zu achten.) Befinden sich vor und hinter dem optischen System Medien mit verschiedenen Brechungsvermögen, so sind die beiden Brennweiten verschieden. Sind, wie meist, beide Medien gleich (z. B. Luft), so ist der Betrag der

Objektbrennweite (Dingbrennweite) gleich dem der Bildbrennweite, und die Knotenpunkte fallen mit den Hauptpunkten zusammen. Für diesen Fall gilt, wenn (Abb. 177) $H$ und $H'$ die Hauptebenen, $\bar{F}$ der Objektbrennpunkt (Dingbrennpunkt) und $F'$ der Bildbrennpunkt, $f'$ die Bildbrennweite, $\bar{f}$ die Objektbrennweite, $y$ ein achsensenkrechter Gegenstand, $z$ sein Abstand von $\bar{F}$, $a$ sein Abstand von $H$, $y'$ das Bild von $y$, $z'$ sein Abstand von $F'$, $a'$ der von $H'$ sind,

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{-\bar{f}}{z} = \frac{-z'}{f'} \tag{1}$$

$$zz' = -f'^2. \tag{2}$$

$\beta'$ wird der Abbildungsmaßstab (Lateralvergrößerung) genannt. Führt man in Gl. (2) $z = a - \bar{f}$ und $z' = a' - f'$ ein, so ist unter Berücksichtigung, daß in Luft $\bar{f} = -f'$,

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}. \tag{3}$$

Ferner ist

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a} \tag{4}$$

und, wenn $\bar{\sigma}$ bzw. $\sigma'$ der Winkel ist, den die von $\bar{F}$ bzw. $F'$ nach dem Endpunkte von $y$ bzw. $y'$ gehende Gerade mit der Achse bildet,

$$\operatorname{tg} \bar{\sigma} = \frac{y'}{\bar{f}} \tag{5}$$

bzw.

$$\operatorname{tg} \sigma' = \frac{y}{f'}$$

oder für kleine $\sigma$

$$\bar{\sigma} = \frac{y'}{\bar{f}} \tag{6}$$

bzw.

$$\sigma' = \frac{y}{f'}.$$

Rückt $y$ ins Unendliche, so rückt $y'$ nach $F'$, $\bar{\sigma}$ geht in $\bar{\sigma}_B$ bzw. $\sigma'$ in $\sigma'_B$ über, sofern $y'$ ins Unendliche rückt, indem $y$ in $\bar{F}$ steht. $\bar{\sigma}_B$ ist dann der objektseitige und $\sigma'_B$ der bildseitige Gesichtswinkel, unter dem das Objekt bzw. das Bild von der zugehörigen Blende des Systems aus erscheint. Dann enthalten die Formeln (5) und (6) eine zweite Definition der Brennweiten.

Vorzeichen-Vereinbarung. Es gelten die in DIN 1335 angegebenen Vorzeichen und Vorzeichenregeln für Bezeichnungen in der technischen Optik. $\bar{f}, f', a, a'$ sind also von den Hauptpunkten aus, $z$ und $z'$ von den Brennpunkten und $y$ und $y'$ von der Achse aus zu zählen. Die positive Richtung der Rotationsachse ist die jeweilige Lichtrichtung. Diese wird auf Zeichnungen im allgemeinen von links nach rechts angenommen. Strecken, die also in Lichtrichtung gezählt werden, sind positiv, Strecken, die entgegen der Lichtrichtung gezählt werden, sind negativ. Strecken senkrecht zur Achse werden nach oben positiv, nach unten negativ gezählt. Alle Winkel werden nur bis 90° gezählt. Die Winkel $\bar{\sigma}, \sigma'$ werden positiv gezählt, wenn die positive Koordinatenrichtung durch Drehung im Uhrzeigersinn mit den Strahlen zur Deckung gebracht werden kann. (In Abb. 177 sind $\bar{\sigma}$ und $\sigma'$ beide positiv, $\bar{f}$ negativ, $f'$ positiv, $a, z$ und $y'$ negativ, $a', z'$ und $y$ positiv zu zählen.)

**c) Zusammengesetzte optische Systeme.** Für die Zusammensetzung von zwei optischen Systemen I und II in Luft (Abb. 178) ergibt sich der Abstand des Bildbrennpunktes $F'$ des Gesamtsystems vom Bildbrennpunkt $F_2'$ des Systems II:

$$\overrightarrow{F_2'F'} = \frac{f'^2}{t}, \tag{7}$$

wenn $t$ die „optische Tubuslänge" ist und von $F_1'$ nach $\bar{F}_2$ gezählt wird. Ferner ist die Brennweite $f'$ des Gesamtsystems

$$f' = \frac{-f_1' f_2'}{t}. \tag{8}$$

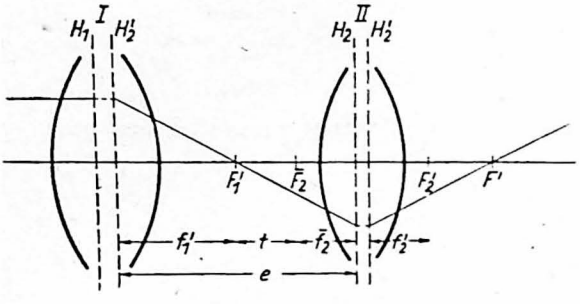



Abb. 178. Zusammengesetzte optische Systeme

Wird an Stelle der optischen Tubuslänge $t$ der Abstand $e$ der einander zugewandten Hauptpunkte eingesetzt, wobei von $H_1'$ nach $H_2$ gezählt wird, so ergibt sich

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} - \frac{e}{f_1' + f_2'} \tag{8a}$$

bzw.
$$f' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2' - e}.$$

**d) Brennweiten und Schnittweiten einer einzelnen brechenden Kugelfläche.** Während die Brennweiten die Entfernungen vom entsprechenden Hauptpunkt zum entsprechenden Brennpunkt darstellen, bedeuten die Schnittweiten die Entfernungen vom zugekehrten Scheitelpunkt der Linse zum auf der optischen Achse gelegenen Objekt- bzw. Bildpunkt. Es bestehe ein System nur aus einer Kugelfläche mit dem Radius $r$, die zwei Medien mit dem Brechungsvermögen $n$ und $n'$ trennt, und $s$ bedeutet die Schnittweite vor der Brechung und $s'$ die Schnitt-

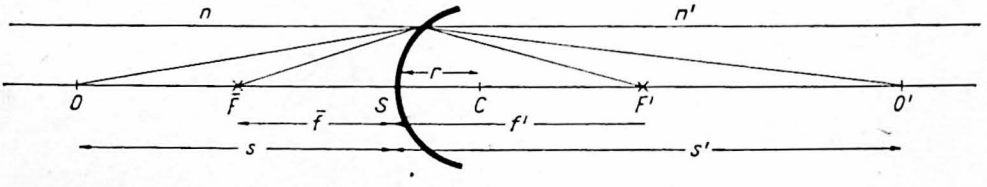



Abb. 179. Brennweiten und Schnittweiten einer brechenden Kugelfläche

weite nach der Brechung. Wird ferner gemäß Vorzeichenvereinbarung auf S. 319 als Anfangspunkt der Zählung der Scheitelpunkt $S$ gewählt, so gelten nachfolgende Gleichungen für der optischen Achse eng benachbarte Strahlen (auch fadenförmiger Raum um die optische Achse, paraxiales Gebiet oder Gaußsches Gebiet genannt):

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}. \tag{9}$$

Rückt der Objektpunkt $O$ nach Unendlich hin, d.h. wird $s = \infty$, so geht der Bildpunkt $O'$ in den Bildbrennpunkt $F'$ über, d.h. $s'$ geht in $f'$ über. Dann folgt aus (9) für die Bildbrennweite $f'$ bzw. analog für die Objektbrennweite $\bar{f}$

$$\bar{f} = -\frac{nr}{n' - n}; \quad f' = \frac{n'r}{n' - n}. \tag{10}$$

Bei der Berechnung ist insbesondere auf die Zählung von $r$ zu achten. $r$ wird vom Scheitelpunkt $S$ zum Kugelmittelpunkt $C$ gezählt, ist also z. B. in Abb. 179 positiv zu zählen.

**e) Verhältnis der Brennweiten.** Aus (10) folgt für das Verhältnis der Objekt- zur Bildbrennweite

$$\frac{f'}{\bar{f}} = -\frac{n'}{n}. \tag{11}$$

In dieser Formel sind Angaben über die brechende Fläche nicht mehr enthalten, sie ist also allgemein für optische Systeme gültig, die an zwei Medien mit den Brechungszahlen $n$ und $n'$ stoßen. Für Systeme in Luft ist also

$$f' = -\bar{f}. \tag{12}$$

Hat also z. B. ein optisches System in Luft die Bildbrennweite $f'_L$, so hat das gleiche System, wenn die Brechungszahl im Bildraum jetzt $n'_m$ an Stelle von $n'_L = 1$ ist, die Bildbrennweite $f'_m = n'_m f'_L$.

**f) Brechungskraft, Dioptrie und Scheitelbrechungswert.** Bezeichnet man das Reziproke der Brennweite eines optischen Systems multipliziert mit der zugehörigen Brechungszahl als Brechungskraft $\bar{F}$ bzw. $F'$, also $\bar{F} = \frac{n}{\bar{f}}$ und $F' = \frac{n'}{f'}$ (in den Formeln (13), (14), (15) sind $F'$ und $\bar{F}$ nicht Brennpunkte, sondern Brechungskräfte), so ist im vorliegenden Falle einer einzigen brechenden Fläche

$$-\bar{F} = F' = \frac{n' - n}{r}. \tag{13}$$

Formel (8a) kann also in folgender Art geschrieben werden:

$$F' = F_1' + F_2' - eF_1'F_2'. \tag{14}$$

Wird der Abstand $e$ klein, so ergibt sich

$$F' = F_1' + F_2', \tag{15}$$

d. h. man kann in diesem Falle einfach die Brechungskräfte der einzelnen Systeme addieren. Man mißt Brechungskräfte in Dioptrien (Dptr.), indem man $f'$ in Metern ausdrückt (für $f' = +1$ m in Luft ist $F' = +1$ Dptr.). Bei Brillengläsern wird üblicherweise der Scheitelbrechungswert in Dioptrien angegeben. Scheitelbrechungswert ist der reziproke Wert des Abstandes zwischen hinterem Brillenglasscheitel und augenseitigem Brillenbrennpunkt.

**g) Brennweite einer Linse in Luft und Lage der Hauptpunkte.** Für eine Linse endlicher Dicke $d$ in Luft ergibt sich unter Berücksichtigung der Tatsache, daß $n_1 = 1$; $n_1 = n_2 = n$ und $n_2' = 1$, folgende Gleichung:

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n-1)^2}{n}\frac{d}{r_1 r_2}. \tag{16}$$

Bei Anwendung von (16) ist zu beachten, daß die Radien von den zugehörigen Scheitelpunkten aus gezählt werden und daß für die Vorzeichen das auf S. 319 und S. 320 Gesagte gilt. Als $d$ wird die Strecke vom ersten Linsenscheitel zum zweiten Linsenscheitel gerechnet. Auch hier kann für viele Zwecke die Linsendicke vernachlässigt werden. Es ergibt sich dann für eine dünne Linse in Luft

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{17}$$

Da die Brennweiten von den zugehörigen Hauptpunkten aus gezählt werden, so ist die Lage der Hauptpunkte bzw. Hauptebenen von Wichtigkeit. Wird der Abstand des Bildhauptpunktes $H'$ vom zugehörigen Scheitelpunkt $S_2$ mit $s'_{H'}$ und der Abstand des Objekthauptpunktes $H$ vom zugehörigen Scheitelpunkt $S_1$ mit $s_H$ bezeichnet, so ist für eine Linse endlicher Dicke $d$

$$s'_{H'} = -\frac{n-1}{n}\frac{d}{r_1}f' \tag{18}$$

$$s_H = -\frac{n-1}{1}\frac{d}{r_2}f'. \tag{19}$$

**h) Sphärische und chromatische Abweichung.** Ist ein abbildendes System von zwei brechenden Flächen begrenzt, so nennt man es Linse. Photographische Systeme und solche, die am Fernrohr und Mikroskop dem Objekt zugewandt sind, heißen Objektive.

Bei Linsen und Objektiven, die ein nicht sehr kleines Öffnungsverhältnis (Verhältnis von Öffnung [S. 338, Abschn. a] zu Brennweite) besitzen, haben die verschiedenen zur Achse konzentrischen Zonen verschiedene Brennweiten. Man nennt die Abhängigkeit der Lage des Brennpunktes von der Zone sphärische Abweichung (Kugelgestaltfehler). Ferner ändert sich die Lage des Brennpunktes mit der Farbe des benutzten Lichtes infolge der Abhängigkeit der Brechungszahl von der Wellenlänge. Hierdurch entsteht die Farbabweichung (chromatische Aberration). Durch passende Wahl der Konstruktionselemente (Glasarten, Radien, Dicken, Abstände) werden diese und andere Abbildungsfehler von den Herstellern optischer Systeme möglichst niedrig gehalten.

**i) Pupillen, Astigmatismus.** Bei zusammengesetzten optischen Systemen, also auch optischen Instrumenten, bezeichnet man als Eintrittspupille die von einem Objektpunkt auf der Achse aus gesehen kleinste Blende oder, wenn diese nicht vor dem System liegt, deren durch die davorliegenden optischen Teile bewirktes Bild; als Austrittspupille das Bild der Eintrittspupille. Der von einem außerhalb der Achse liegenden Objektpunkt nach der Mitte der Eintrittspupille gehende Strahl des Bündels heißt der Hauptstrahl, die durch Hauptstrahl und Systemachse gehende Ebene Meridional- oder Tangentialebene oder I. Hauptschnitt, die durch den Hauptstrahl senkrecht dazu verlaufende Ebene Sagittal- oder Äquatorialebene oder II. Hauptschnitt.

Ein Abbildungsfehler, der sich besonders bei photographischen Objektiven bemerkbar macht, ist der Astigmatismus schief gegen die Achse einfallender Lichtbündel. Wenn man in einem fernen Objektpunkt außerhalb der Achse eines optischen Systems ein zum Hauptstrahl senkrechtes, rechtwinkliges Fadenkreuz anbringt, von dem der eine Faden zur Meridionalebene senkrecht steht, so werden infolge des Astigmatismus schiefer Bündel im allgemeinen beide Fäden zwar deutlich aber in verschiedenen Abständen vom Objekt abgebildet, und zwar liegt das Bild des einen Fadens von Meridionalstrahlen (dem tangentialen oder $t$-Büschel) erzeugt senkrecht zur Meridionalebene, das des anderen von Äquatorialstrahlen (dem sagittalen oder $s$-Büschel) erzeugt senkrecht zu dem ersten. Der Abstand beider Bilder auf dem Hauptstrahl heißt astigmatische Differenz. Gibt man den Fäden andere Richtung, so erhält man von ihnen keine scharfen Bilder, es entstehen so von einer fernen Objektebene zwei Bildflächen, eine tangentiale und eine sagittale, die sich im Brennpunkte berühren. Bei gut korrigierten photographischen Objektiven (Anastigmaten) durchsetzen sich beide Bildflächen in einer zur Achse konzentrischen Kreislinie und sollten sich der Einstellebene möglichst gut anschmiegen.

## B. Hilfsmittel für die Messungen

**a) Optische Bank.** Bei den meisten Messungen ist auf sorgfältige Justierung Wert zu legen, häufig darauf, daß die Achse des zu untersuchenden optischen Systems mit der der optischen Hilfsinstrumente (Lupe, Fernrohr, Mikroskop) zusammenfällt, daß ferner die Achse auf den benutzten Schirmen und Teilungen senkrecht steht und durch ihre Mitte hindurchgeht. Man verwendet dazu bequem eine optische Bank mit Millimeterteilung, auf der sich Stative zum Befestigen von Linsen, Schirmen, Teilungen usw. sich selbst parallel verschieben lassen. Die Vollkommenheit der Parallelverschiebung kann man z. B. mit einem Autokollimations-Fernrohr (S. 391, Abschn. c) und einem ihm gegenüberstehenden, auf einem Stativ befestigten Planspiegel prüfen. Bei der Verschiebung des einen Teils auf der Bank darf sich die Lage des Fadenkreuzes gegen sein Bild nicht ändern. Steht eine solche Bank nicht zur Verfügung, so kann man sich durch eine auf dem Tisch befestigte Schiene oder einen langen Millimetermaßstab helfen, an dem rechteckige Klötze gleiten, die die Stative tragen. Im übrigen muß man mit Maßstab, Schublehre, Tiefentaster, Horizontalkomparator messen.

**b) Okularmikrometer.** Vielfach braucht man Meßfernrohre und Meßmikroskope; das sind Fernrohre und Mikroskope mit Okularmikrometer (S. 35, Abschn. c $\gamma$). Bei der Auswertung der Okularmikrometer muß man beachten, ob das Objektiv innerhalb des benutzten Bildwinkels verzeichnet. Im allgemeinen ist das nicht zu fürchten; man darf ferner nicht ein Okular benutzen, bei dem das Mikrometer innerhalb des Okulars (hinter dem Kollektiv) liegt.

Vgl. Felgentraeger, Z. Instrkde. **50**, 189, 1930.

Die Genauigkeit der im folgenden viel benutzten Einstellung auf einen Bildpunkt ist proportional dem Öffnungswinkel des abbildenden Strahlenkegels, den man voll ausnutzen muß, und der Vergrößerung des zur Einstellung benutzten Instruments. Die anwendbare Vergrößerung ist häufig begrenzt durch mangelnde Güte der Abbildung im Bildpunkt (S. 344, Abschn. d). Über parallaxenfreie Einstellung s. S. 392, Abschn. d $\alpha$.

## C. Technisches

**a) Verkitten und Zentrieren von zusammengesetzten Linsen.** Achromatische Linsen u. dgl. werden mit schwerflüssigem Kanadabalsam oder eingedicktem venezianischem Terpentin gekittet. Der Kanadabalsam soll möglichst hell (Bleichen in der Sonne) sein und muß, wenn er zu dünnflüssig ist, in der Wärme eingedickt, wenn er zu dickflüssig ist, mit Xylol verdünnt werden. Beide zu kittenden Linsen werden vorsichtig, z. B. im Trockenschrank, erwärmt, in der Mitte mit einem Tröpfchen gleichfalls erwärmten Kitt versehen und aufeinandergelegt. Durch Drehen und Drücken wird der überschüssige Kitt entfernt, wobei namentlich auf Vermeidung von Luftblasen zu achten ist. Dann zentriert man und läßt langsam abkühlen.

Um zu beurteilen, ob ein zusammengesetztes Objekt in sich gut zentriert ist, d. h. ob die Verbindungslinien der Krümmungsmittelpunkte der einzelnen Linsen zusammenfallen, läßt man einen leuchtenden Punkt in den Linsenoberflächen spiegeln. Diese Spiegelbilder müssen für alle Achsenschnitte in einer Geraden liegen.

**b) Herstellung von Spiegelflächen.** $\alpha$) Glas versilbern auf nassem Wege. Man stellt drei Lösungen her. Lösung I: 4 g kristallisiertes Silbernitrat mit 100 cm³ destillierten Wassers, dazu 6 g chemisch reines Ammoniumnitrat mit 100 cm³ destillierten Wassers. Lösung II: 5 g Zucker mit 50 cm³ destillierten Wassers; hinzusetzen 0,6 g Weinsäure; 10 Minuten lang kochen und abkühlen lassen. Dann 10 cm³ Alkohol hinzusetzen und mit destilliertem Wasser auf 100 cm³ Volum verdünnen. Lösung III: 10 g Ätznatron mit 100 cm³ destillierten Wassers.

Zum Versilbern werden 30 cm³ der Lösung I, 15 cm³ der Lösung II und 15 cm³ der Lösung III zusammengegossen, und zwar gießt man II in I und gibt gleich darauf III hinzu, weil dann keine Explosion durch Bildung von Knallsilber vorkommen kann. Nach dem Hinzusetzen von Lösung III setzt die Reduktion sogleich ein. Bei einer Temperatur von 20 bis 22° ist der Silberniederschlag nach 25 Minuten beendet.

Ausführlicher bei v. Angerer, Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen. Braunschweig 1940. S. auch Halle, Handb. d. praktischen Optik. Berlin 1921; Miethe, Z. Feinmech. **23**, 32, 1915 u. Die Selbstherstellung eines Spiegelteleskops. Stuttgart 1920.

Die zu versilbernde Glasfläche ist sorgfältig zu reinigen, zunächst durch Salpetersäure, die mit destilliertem Wasser wieder abgewaschen wird, dann durch Putzen mit einem Gemisch von Ammoniak, Alkohol und Schlemmkreide, bis das behauchte Glas keine Unregelmäßigkeiten mehr erkennen läßt. — Zum Versilbern gießt man eine einige Millimeter hohe Schicht des Gemisches in die Schale, die das zu versilbernde Glas enthält und die dauernd geschwenkt wird (oder besser, man senkt die zu versilbernde Glasfläche nach unten gerichtet in die Schale). Nach beendeter Reduktion gießt man die Flüssigkeit schnell ab, spült die Metallschicht, legt den versilberten Spiegel in eine Schale mit destilliertem Wasser und reibt mit einem ganz durchnetzten Wattebausch unter leichtem Druck das anhaftende graue Silber fort.

Soll die Silberschicht als Außenspiegel dienen, so kann man sie nach dem Trocknen mit einem Bausch von feinstem Sämischleder, auf das ganz wenig feinstgeschlemmtes Polierrot gebracht sein darf, polieren. Zum Schutz gegen atmosphärische Einflüsse (Schwefelverbindungen) legt man in den Deckel des Kästchens, in dem der Spiegel aufbewahrt wird, einige Stücke Fließpapier, die man vorher mit einer einprozentigen Lösung von Bleizucker in Wasser getränkt und danach getrocknet hat. Dauernden Schutz gewährt nach Miethe Überziehen mit (durch Amylazetat im Verhältnis 1 : 6 bis 1 : 8) verdünntem Zaponlack, dabei soll das Reflexionsvermögen, abgesehen vom Ultravioletten, nicht leiden. S. auch S. 325, Abschn. $\gamma$ am Schluß.

Soll die am Glas liegende Silberschicht benutzt werden, so kann das Silber mit Lack überzogen werden; besser ist erst galvanisch verkupfern und dann lackieren. Sehr dünne Spiegel verziehen sich leicht durch den Lack.

$\beta$) Durch Kathodenzerstäubung. Um Spiegel mit hohem Reflexionsvermögen zu erhalten, ist eine sorgfältige Reinigung der zu bestäubenden Fläche notwendig. Bei nicht kurz vorher polierten Flächen muß die Oberfläche durch leichtes Nachpolieren mit Pariser Rot aufgefrischt werden. Verunreinigungen, besonders durch Fett, werden mit Chromsäure beseitigt. Unmittelbar vor der Bestäubung reibt man die Fläche mit einem durch Alkohol angefeuchteten Wattebausch ab (Staubteilchen vermeiden). Die Bestäubung nimmt man in einem Rezipienten vor, der zweckmäßig (zur Vermeidung der schädlichen Fettdämpfe) mit einem dünnen aufgekitteten Gummiring abgedichtet wird. So ist die Glocke leicht abnehmbar zu wiederholter Prüfung der Dichte des Spiegels (z. B. bei lichtdurchlässiger Schicht).

Die gut gereinigte Kathode aus dem zu zerstäubenden Metall befindet sich in 1—5 cm Abstand von der zu verspiegelnden Fläche. Die Rückseite wird durch eine Porzellanplatte abgeschirmt (Glimmer führt leicht zur Verunreinigung). Als Anode dient entweder der Metallteller des Rezipienten oder eine besonders eingeführte Anode. Die Bestäubung geschieht in Wasserstoff (eventuell Stickstoff oder Argon) bei einem Druck von etwa 1 bis 0,01 mm Hg. Während der Bestäubung ist es angebracht, in die Apparatur dauernd eine geringe Menge von frischem Wasserstoff einströmen zu lassen, wodurch die bei der Zerstäubung entstehenden Verunreinigungen des Gases beseitigt und die von der Pumpe herrührenden Quecksilberdämpfe zurückgedrängt werden.

Durch ein in dem Pumpenrohrsystem angebrachtes Hilfsentladungsrohr kann man den Druck und die Sauberkeit des Gases in der Anlage überwachen. Das Vakuum wird so eingeregelt, daß der Dunkelraum etwa $\frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{3}$ des Abstandes der Kathode von der zu verspiegelnden Fläche beträgt. Eine stabile Gasentladung ist anzustreben und demnach große Stromstärke. Als Stromquelle, deren Spannung zwischen 800 und 3000 V liegt, hat sich eine Gleichstrommaschine oder Hochspannungsbatterie bewährt. Im Notfall kann auch ein Induktor mit Unterbrecher, besser ein kleiner Spannungswandler mit Glühkathodengleichrichter benutzt werden.

Bei der Bestäubung ist eine zu große Erwärmung der Kathode und des zu bestäubenden Gegenstandes zu vermeiden, entweder durch wiederholtes kurzes Bestäuben oder durch Kühlung.

Anordnungen und weitere Einzelheiten s. u. a. Leithäuser, Z. Instrkde. **28**, 113, 1908; Lauch, Ann. Phys. **74**, 55, 1924; Güntherschulze, Z. Phys. **36**, 563 u. **38**, 575, 1926; Hulburt, Rev. sci. instr. **5**, 85, 1934.

*γ*) Durch Verdampfen von Metallen. Man kann mit einer ähnlichen Apparatur auch Spiegel durch Verdampfen von beliebigem Metall (auch von Legierungen) im Hochvakuum herstellen. Man wickelt z. B. das zu verdampfende Silber in Drahtform um eine kurze Wolframdrahtspirale, die man elektrisch erhitzt. Ritschl benutzt (zur Herstellung von Fabry-Perot-Platten) als Rezipienten ein horizontales, innen mit Glas ausgekleidetes Messingrohr mit seitlichen Glasfenstern. Die Dichte des lichtdurchlässigen Niederschlags auf den vertikal nahe den Fenstern aufgestellten Platten kann dann photometrisch kontrolliert werden. Steigerung des Reflexionsvermögens durch Einwirkung von Säuredämpfen (Königswasser), Härten der Schicht durch Sauerstoff, Ozon, Wasserstoffsuperoxyd.

Auch andere Stoffe lassen sich so in dünner Schicht niederschlagen, z. B. Quarz zur Haltbarmachung von Silberspiegeln.

Näheres s. Burger u. van Cittert, Z. Phys. **66**, 218, 1930; Ritschl, ebd. **69**, 578, 1931; Cartwright u. Strong, Rev. sci. instr. **2**, 189, 1931.

*δ*) Durch Verdampfen von durchsichtigen hochbrechenden Stoffen. Zur Herstellung von durchlässigen Spiegeln ist vorteilhaft, an Stelle der Metalle hochbrechende durchsichtige Stoffe, wie z. B. ZnS, $Sb_2S_3$, in dünnen Schichten zu verwenden, mit denen eine Reflexion bis 50% bei nur 5% Absorption erreichbar ist. Durch Mehrfachschichten kann man eine Reflexion bis zu 80% erreichen.

Pfund, J. O. S. A. **24**, 99, 1934; R. Messner, Zeiß-Nachr. 4. Aufl., 253, 1943.

**c) Reflexionsverminderung.** Die oft störende Reflexion an Flächen von durchsichtigen Körpern läßt sich durch Aufbringen von Schichten vermindern, die möglichst folgende Bedingungen erfüllen müssen:

1. Die Brechzahl der Schicht $n_s$ muß gleich sein der Wurzel aus der Brechzahl der Unterlage $n_g$.

2. Die optische Dicke der Schicht $n_s d_s$ muß gleich sein einem Viertel der Wellenlänge oder einem ungeraden Vielfachen davon. Bei Mehrfachschichten müssen die Brechzahlen durch die Dicke der Schichten so abgestimmt werden, daß die Amplituden der Reflexionskomponenten ein geschlossenes Vieleck bilden.

Näheres s. J. Strong, J. O. S. A. **26**, 73, 1936; A. Smakula, Z. Instrkde. **60**, 33, 1940; Glastechn. Ber. **19**, 99, 1941; Phys. Z. **43**, 217, 1942; H. Schröder, Ann. Phys. **39**, 55, 1941; Z. techn. Phys. **22**, 38, 1941.

## 2. Konstanten optischer Systeme

### A. Krümmungshalbmesser einer Kugelfläche

**a) Mit dem Krümmungsmesser (Sphärometer).** Krümmungsmesser für genaue Messungen haben (Abb. 180) einen Maßstab $S$, der mit Hilfe eines Mikroskops $M$ abgelesen werden kann (Genauigkeit etwa $\pm 0{,}5\,\mu$). Statt der drei Spitzen besitzen sie auswechselbare Ringe $R$ von verschiedenen Halbmessern $k$. Dann ist $r = \frac{1}{2}\left(\frac{k^2}{h} + h\right)$. Bei den Auflageringen sind die Schneiden auf einer ebenen Fläche etwas abgeschliffen, so daß der Auflagekreis für konkave Kugelflächen einen etwas größeren Radius $k$ als für konvexe hat. Ferner ist der Apparat so eingerichtet, daß die Kugelfläche bzw. die ebene Platte auf den Ring gelegt wird.

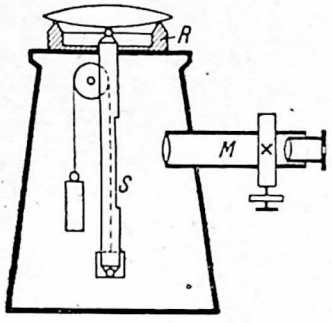



Abb. 180.
Krümmungsmesser mit Ringauflage

Angaben über die Genauigkeit solcher Messungen bei Keßler, Handb. d. Phys. **18**, 725, 1937.

Mit dem Brillenglassphärometer (S. 329, Abschn. Ca) ergibt sich der Krümmungsradius, wenn die Brechungskraft $F'$ abgelesen wird, zu $r = \frac{n' - 1}{F'} = \frac{0{,}52}{F'}$.

**b) Durch Spiegelung.** Eine spiegelnde Kugelfläche entwirft von einem leuchtenden Gegenstand ein Bild, entweder ein virtuelles aufrechtes (hinten) oder ein reelles verkehrtes (vorn), letzteres aber nur in dem Falle, daß der Gegenstand außerhalb der Brennweite eines konkaven Spiegels liegt. Aus den früher angegebenen Formeln für die Brechung lassen sich alle Formeln für die Spiegelung durch Einsetzen von $n = -n'$ erhalten. Also ist nach (10) die Brennweite eines Spiegels $f' = f = \frac{1}{2}r$. Bedeutet $s$ den Abstand eines leuchtenden Punktes auf der Achse vom Spiegel, so ist die Bildweite $s'$ gegeben durch

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{2}{r}. \tag{21}$$

Nullpunkt und Zählweise sind analog der auf S. 319 beschriebenen. Ist $y'$ die Bildgröße, $y$ die Gegenstandsgröße, so verhält sich bei der Spiegelung $y' : y = -s' : s$. An Linsen entstehen auch Bilder von der Hinterfläche. Durch Schwärzen dieser Fläche oder Bestreichen mit einer Flüssigkeit (Cedernholzöl) kann man sie ganz oder fast ganz zum Verschwinden bringen.

$\alpha$) Stark gekrümmte Flächen. Zwei hell leuchtende Marken (z. B. gut beleuchtete Spalte oder kleine Glühlampen) vom gegenseitigen Abstande $2y$ seien in größerer Entfernung $s$ von dem Mittelpunkt der aufrecht stehenden Fläche angebracht und mitten zwischen ihnen das Objektiv eines Fernrohres, das auf die Fläche eingestellt wird. Dicht vor der Fläche, parallel mit der Verbindungslinie der Marken, wird ein kleiner am besten auf Glas geteilter Maßstab befestigt. Die Marken geben zwei in der Fläche reflektierte Bilder, die, obgleich auf sie nicht

eingestellt ist, im allgemeinen im Fernrohr hinreichend scharf erscheinen. Ihr Abstand $2l$ auf dem kleinen Maßstabe wird mit dem Fernrohr beobachtet. Dann gilt für die absoluten Werte

$$r = \frac{2|s| \cdot |l|}{|y| \mp 2|l'|}; \tag{22}$$

hierin ist $\mp$ zu verwenden je nachdem, ob die Prüffläche erhaben oder hohl ist. Die Methode ist anwendbar auf nicht zu schwach gekrümmte Flächen auch von geringer Größe, z. B. Hornhaut des Auges. Je schwächer die Krümmung ist, desto weiter muß das Fernrohr abstehen, weil sonst die Markenbilder nicht gleichzeitig mit dem Maßstab deutlich erscheinen. Nützlich wirkt hier eine Blende vor dem Objektiv.

Gibt man dem Fernrohrobjektiv eine Entfernung $s_1$ vom Spiegel, während diejenige der Verbindungslinie der Marken vom Spiegel $s$ bleibt, so ist in den Endformeln anstatt $2l$ im Nenner zu setzen $l\frac{s+s_1}{s_1}$.

*β*) Beliebige Flächen. Mit dieser Anordnung der zwei leuchtenden Marken kann man den Krümmungsradius auch ohne unscharfe Einstellung messen, und zwar: bei konkaven Flächen, indem man den kleinen Maßstab an den Ort des Bildes $y'$ bringt; bei konkaven und konvexen Flächen, indem man an die Stelle des Fernrohres das Helmholtzsche Ophthalmometer (S. 35) bringt und mit diesem die Größe von $y'$ mißt; ebenfalls bei konkaven und konvexen Flächen, indem man ein Meßfernrohr benutzt und mit diesem die Größe von $y'$ mißt. Der Wert der Teilung im Okular ist dann für die eingestellte Entfernung besonders zu ermitteln. In allen drei Fällen ist

$$r = \frac{2|s| \cdot |y'|}{|y| \pm |y'|}. \tag{23}$$

*γ*) Mit dem Theodoliten. Dies Verfahren ist auch auf schwächer gekrümmte Flächen anwendbar. $s_1$ und $s$ mögen bedeuten die Entfernungen der Drehachse sowie des Mittelpunktes der beiden Marken von der spiegelnden Fläche. $2\sigma$ sei der mit dem Theodoliten eingestellte Winkel zwischen beiden Bildern. Dann gilt

$$r = \frac{4|s_1| \cdot |s|}{|y| \operatorname{ctg} |\sigma| \pm 2(|s_1| + |s|)}; \tag{24}$$

$\pm$, je nachdem ob die Prüffläche hohl oder erhaben ist.

Genauere Formel s. Wanach, Dtsch. Mechaniker-Z. 1899, S. 50.

*δ*) Durch Autokollimation. Bei konkaven Flächen kann man den Krümmungsmittelpunkt sehr genau bestimmen, indem man mit einem stark vergrößernden Autokollimations-Okular (S. 391, Abschn. c) auf das Fadenkreuz bildparallaxenfrei einstellt. Daraus erhält man $r$ durch Entfernungsmessung.

*ε*) Bei Anwendung eines besonderen Autokollimationskopfes (Wetthauer) (Abb. 181) in Verbindung mit einem Fernrohr- oder Mikroskopobjektiv verfährt man folgendermaßen: Von dem beleuchteten Spalt $Sp$ wird über den halbdurchlässigen Spiegel $S$ von dem Objektiv $O_1$ vor diesem auf seiner Achse das reelle Spaltbild $Sp'$ erzeugt. Das Fadenkreuz $Fk$ befindet sich vom Achsendurchstoßungspunkt der Spiegelfläche in gleicher Entfernung wie der Spalt $Sp$. Das Okular $Ok$ dient zur Beobachtung und wird auf gleichzeitig größte Schärfe des durch Autokollimation erzeugten Spaltbildes $Sp''$ und des Fadenkreuzes bzw. auf die Parallaxenfreiheit beider zueinander eingestellt. In zwei Lagen $L_1$ und $L_2$ erzeugt die Fläche, deren

Krümmungsradius bestimmt werden soll, in der Fadenkreuzmitte ein scharfes parallaxenfreies Spaltbild, und zwar 1. wenn sich ihr Krümmungsmittelpunkt und 2. wenn sich die Fläche selbst an der Stelle des reellen Spaltbildes $Sp'$ befindet. Man stellt zunächst mit dem Bilde im Krümmungsmittelpunkt ein, weil hierdurch die Justierung der Kugelfläche erleichtert wird. Diese muß so ausgerichtet sein, daß die Tangentialebene an der Stelle, wo das Spaltbild auf ihr entsteht, achsensenkrecht ist. Die Verschiebung der Kugelfläche von der einen in die andere Lage

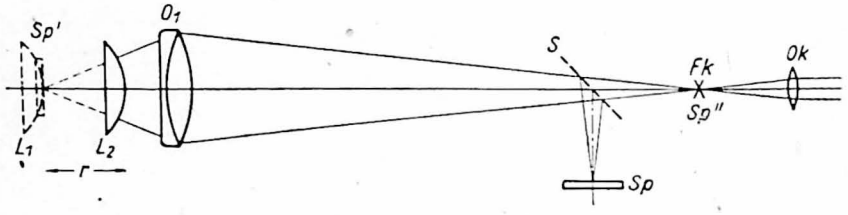



Abb. 181. Krümmungsradius-Bestimmung mit Autokollimationskopf nach Wetthauer

geschieht in Achsenrichtung von $O_1$. Die Größe der Verschiebung ist gleich dem Krümmungsradius. Es ist darauf zu achten, daß die wirksame Apertur des benutzten Objektivs $O_1$ in beiden Lagen die gleiche ist. Da bei konkaven Flächen und bei konvexen Flächen mit kurzen Krümmungsradien (der Krümmungsradius darf im letzteren Falle nicht größer sein als der freie Objektabstand) Mikroobjektive mit großer Apertur angewandt werden können, ist die Meßgenauigkeit hier viel größer als beim Messen der Krümmungsradien von konvexen Flächen mit größerem Radius, da hierbei Fernrohrobjektive mit ihrer geringeren Apertur und damit geringeren Einstellgenauigkeit angewendet werden müssen.

Wetthauer, Patentschrift Nr. 695910 Kl. 57a; A. Arnulf, C. R. **187**, 1044, 1928; La mesure des rayons de courbure des surfaces sphériques employées en optique. Paris 1930.

### B. Brennpunkt

**a) Für Systeme mit reellem außenliegendem Brennpunkt.** Man findet den Ort des Brennpunktes am einfachsten, indem man von einem sehr fernen Gegenstand (Sonne, gut beleuchtetem Gebäudeteil) der Systemachse parallel Licht auffallen läßt und mit Hilfe eines zur Systemachse senkrechten weißen Schirmes ein möglichst scharfes Bild des fernen Gegenstandes auffängt. Genauer wird die Einstellung, wenn man anstatt des weißen Schirmes eine mit Fadenkreuz versehene Lupe benutzt und mit ihr in Richtung der Achse des optischen Systems sehend auf das Bild einstellt. Bei Benutzung der Sonne als Objekt ist jedoch ein planparalleles Grauglas als Blendenschutz zu benutzen. Statt des fernen Gegenstandes kann zur Beleuchtung mit parallelen Strahlen ein Objektiv gebraucht werden, in dessen Brennebene sich axial eine gut beleuchtete Öffnung oder Teilung befindet. Ein Gerät dieser Art heißt Kollimator. Das optische System bzw. der Kollimator müssen koaxial (d. h. so, daß die Achsen zusammenfallen) aufgestellt sein.
Man kann auch in Umkehrung des Strahlenganges ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr (S. 391), Abschn. d $\alpha$) benutzen und mit ihm durch das zu untersuchende optische System hindurch auf eine Teilung oder dergleichen sehen. Den Ort des Brennpunktes findet man, indem man die Teilung in Richtung der Achse verschiebt, bis sie parallaxenfrei im Fernrohr gesehen wird.

**b) Bei zerstreuenden optischen Systemen** oder sammelnden mit nicht reellem Brennpunkte (z. B. bei dem vorderen Brennpunkt des Huygensschen Okulars), sowie wenn der Brennpunkt innerhalb der Fassung liegt, stellt man mit einem Mikroskop von genügend großem Objektabstand oder einem für die Nähe eingestellten Fernrohr auf das Bild des fernen Gegenstandes in der Brennebene ein. Den Ort der Einstellung findet man, indem man das untersuchte optische System entfernt, an seine Stelle eine Teilung oder dergleichen bringt und sie in Richtung des Mikroskops oder Fernrohrs verschiebt, bis sie deutlich gesehen wird.

Festgelegt wird der Ort des Brennpunkts zu dem optischen System gewöhnlich dadurch, daß man durch eine mechanische Messung seine Entfernung von dem Scheitel (Schnittpunkt der Achse mit der zentrierten Kugelfläche) der von der Seite des einfallenden Lichtes aus hintersten Kugelfläche bestimmt (Schnittweite).

### C. Brennweite

Die im folgenden unter b) bis f) angegebenen Methoden sind in erster Linie für sammelnde Systeme mittlerer Größe zweckmäßig. Sehr genaue Ergebnisse kann man durch die Verfahren Abschn. c und e $\gamma$ (S. 332) erhalten, durch Abschn. e $\gamma$ besonders, wenn man das Abbesche Fokometer benutzt. Die Anwendung dieser Methoden eignet sich also in der Hauptsache für sphärisch und chromatisch korrigierte Objektive. Bei den Verfahren nach Abschn. d $\beta$ und Abschn. e $\beta$ (S. 331) genügen besonders einfache Hilfsmittel. Abschn. a kommt nur für einfache Linsen (sammelnde und zerstreuende) in Frage. Optische Systeme von sehr kurzer Brennweite (Okulare, Mikroskop-Objektive) erfordern häufig besondere Methoden (S. 332, Abschn. f), ebenso Zerstreuungslinsen (S. 333, Abschn. g). In vielen Fällen wird die genaue Schnittweite, die bei der Bestimmung der Brennweite benutzt wurde, erforderlich, damit sie beim Einbau des optischen Systems eingehalten werden kann. Sonst stimmen die mit Hilfe der Brennweite errechneten Winkelwerte für bestimmte Bild- bzw. Objektgrößen nicht mit den durch Messung ermittelten überein (Kollimatoren, photographische Meßkammern).

**a) Aus den Krümmungsradien und dem Brechungsvermögen** kann man die Brechungskraft einer einfachen Linse nach den Formeln (15) oder (13) und (16) berechnen. Darauf beruht die Einrichtung des sog. Brillenglassphärometers. Das in Taschenuhrform gebaute Instrument wird auf die zu messende Fläche gedrückt und dadurch ein federnder Stift je nach der Krümmung mehr oder weniger tief in das Gehäuse geschoben. Die Teilung gibt die Brechkraft $F'$ der Fläche in Dioptrien unter der Annahme, daß das Brechungsvermögen 1,52 ist. Die (algebraische) Summe der Brechungskräfte für beide Flächen ist die Brechungskraft der Linse unter Vernachlässigung der Dicke. Man kann auch die die Dicke berücksichtigende Formel (16) benutzen.

Für eine Linse vom Brechungsvermögen $n$ statt 1,52 ist, wenn $F'$ abgelesen wird, die Brechungskraft

$$F_n' = \frac{n-1}{0{,}52} F'. \tag{25}$$

**b) Aus Brennpunkt und Hauptpunkt.** Letzteren bestimmt man nach S. 333, Abschn. D. In einzelnen Fällen läßt sich die Lage der Hauptpunkte angeben

[Formel (18) und (19)]. Bei einfachen Linsen z. B. von beiderseitig gleicher Krümmung und dem Brechungsvermögen 1,5 teilen die Hauptpunkte die Linsendicke in drei gleiche Teile. Eine plankonvexe oder plankonkave Linse von dem Brechungsvermögen 1,5 hat einen Hauptpunkt in der gekrümmten Fläche; der andere liegt um ein Drittel der Dicke von da nach innen (Abb. 182). Bei Menisken ist darauf zu achten, daß die Hauptpunkte außerhalb der Linse liegen können. Für geringere Genauigkeit, namentlich bei dünnen Linsen, rechnet man von der Linsenmitte statt vom Hauptpunkt, oder man halbiert den Abstand beider Brennpunkte.

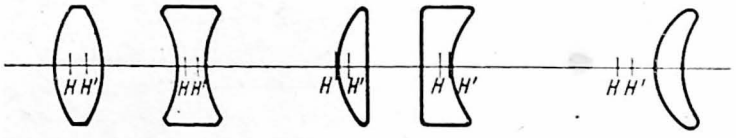



Abb. 182. Hauptpunktlagen bei verschiedenen Linsenformen

**c) Aus Seh- oder Bildwinkel und Bildgröße.** Vorausgesetzt ist, daß das System innerhalb des benutzten Bildwinkels nicht verzeichnet, wovon man sich durch Verwendung verschieden großer Winkel überzeugt. Die Ergebnisse müssen innerhalb der Fehlergrenzen für diese Winkel gleich sein. Die größte Fehlerquelle liegt in der Unsicherheit der Einstellung auf das Bild, namentlich wenn das Öffnungsverhältnis gering ist.

α) Mit dem Theodoliten. Man bestimmt mit einem Mikrometer-Okular oder Meßmikroskop die Größe $2y'$ des symmetrisch zur optischen Achse liegenden Bildes eines sehr fernen Gegenstandes (z. B. des Abstands zweier Sterne), das in der Brennebene des Systems entsteht, und danach durch eine besondere Messung mit dem Theodoliten den Winkel $2\bar{\sigma}_B$, unter dem der Gegenstand vom Orte des optischen Systems gesehen wird. Die Messung wird leicht durch Unruhe der Atmosphäre beeinträchtigt. Dann ist, falls vor und hinter der Linse das gleiche Brechungsvermögen ist, nach Formel (5) und (12) $f = -f' = \frac{y'}{\operatorname{tg} \bar{\sigma}_B}$ bzw. für kleine Winkel nach Formel (6) und (12) $\bar{f} = -f' = \frac{y'}{\bar{\sigma}_B}$.

β) Am Spektrometer. Für positive Systeme mittlerer Größe kann man die Messung vereinfachen, indem man den Winkel $2\sigma'_B$ auf der Bildseite mißt. Man stellt auf dem Spektrometer dem Fernrohr das zu untersuchende optische System gegenüber, bringt in des letzteren Brennebene eine feine Teilung $2y$ an und bestimmt den Winkelwert $2\sigma'_B$, unter dem die Teilung im Fernrohr erscheint. Die Öffnung des Fernrohrobjektivs sollte nicht kleiner als die des untersuchten Systems sein.

Es ist, wenn $2y$ symmetrisch zur Achse liegt, nach Formel (5) und (6)

$$f' = \frac{y}{\operatorname{tg} \sigma'_B} \quad \text{oder für kleine Winkel} \quad f' = \frac{y}{\sigma'_B}. \tag{26}$$

Man mißt also nicht die auf der Seite der Teilung liegende Objekt-, sondern die entgegengesetzt liegende Bildbrennweite. Nur in dem Fall, daß zwischen Teilung und optischem System die gleiche Brechungszahl wie auf der entgegengesetzten Seite des Systems ist, sind die Werte der Brennweiten des Systems bis auf das Vorzeichen übereinstimmend.

**d) Aus Gegenstands- und Bildweite.** α) Bei dünnen Linsen oder bekannter Lage der Hauptpunkte kann man $f'$ nach Formel (3) bestimmen, indem man von einem Gegenstand (Schirm mit kleiner Öffnung, Strichkreuz auf Mattscheibe) ein Bild auf einem weißen Schirm entwirft und die Abstände $a$ und $a'$ mißt. Besser ist es oft, Formel (2) anzuwenden, also $z$ und $z'$ zu messen, da man die Brennpunkte meist leichter als die Hauptpunkte bestimmen kann.

β) Verfahren nach Bessel. Befindet sich ein Gegenstand in einem konstanten, die vierfache Brennweite übersteigenden Abstand $l$ von einem Schirm, so gibt es zwei Zwischenstellungen, in denen die Linse ein deutliches Bild des Gegenstandes auf dem Schirm entwirft (Abb. 183). Die Verschiebung zwischen beiden Stellungen, die sich genauer messen läßt als die Abstände von der Linse, betrage die Länge $e$. Dann ist die Brennweite der Linse

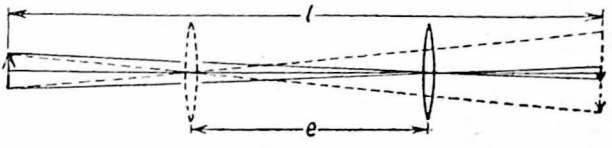


Abb. 183. Brennweitenbestimmung nach Bessel

$$f' = \frac{l^2 - e^2}{4l}. \tag{27}$$

Dabei wird der Abstand $m$ der Hauptebenen vernachlässigt. Genau wird die Formel, wenn man $l - m$ statt $l$ setzt.

**e) Mit Hilfe der Vergrößerung.** α) Aus einem Vergrößerungswert und dem Abstand des Brennpunktes vom Bild oder Gegenstand. Man bestimmt die Lateralvergrößerung $\beta' = \frac{y'}{y}$ (Bildgröße durch Gegenstandsgröße), indem man auf das von dem untersuchten optischen System entworfene Bild einer Teilung mit einem Mikrometerokular oder einem Meßmikroskop einstellt und seine Größe mißt. Bei der zahlenmäßigen Bestimmung von $\beta'$ ist zu beachten, daß ein negatives Vorzeichen ein Kopfstehen des Bildes bedeutet (s. Vorzeichenvereinbarung S. 319). Man kann ein reelles Bild auch auf einem Schirm auffangen und dort ausmessen. Berechnet wird $f'$ dann nach Formel (1).

Häufig stellt man die Vergrößerung Eins her, macht also Bild gleich Gegenstand. Dann erhält man die Brennweite unmittelbar aus dem Abstand der Bild- oder Gegenstandsebene vom Brennpunkt. Stellt man also z. B. mit einem photographischen Apparat einmal auf ferne Gegenstände und zweitens auf gegenstandsgleiche Bildgröße ein, so ist der Abstand beider Einstellebenen gleich der Brennweite des Objektivs. Ist der Abstand der Hauptebenen zu vernachlässigen, so ist die Brennweite der vierte Teil der Entfernung zwischen Bild und Objekt für die Vergrößerung Eins.

β) Verfahren von Meyerstein. Zwei in Millimeter geteilte kleine Glasskalen werden, die Teilungen einander zugewandt, in einer gegenseitigen Entfernung $e$, die merklich größer ist als die vierfache Brennweite, fest aufgestellt. Man verschiebe die Linse zwischen ihnen, bis das (verkleinerte) Bild der ersten gegen die zweite keine Parallaxe zeigt, und bestimme mit einer Lupe die Vergrößerung $\beta'$; zugleich messe man den Abstand $l_1$ eines mit der Linse fest verbundenen Punktes – z. B. am Rande der Fassung – von dem Objekte. Nach Umkehrung der Linse

wiederholt man das Verfahren (aus den beiden $\beta'$, die sich nur durch Versuchsfehler unterscheiden, wird das Mittel genommen; auch hier ist auf das Vorzeichen von $\beta'$ gemäß der Vorzeichenvereinbarung auf S.319 zu achten). Der Abstand des mit der Linse fest verbundenen Punktes vom Objekt sei nun $l_2$, so ist

$$f' = -\frac{l_1 + l_2 - e}{\frac{1}{\beta'} - \beta'}. \tag{28}$$

$\gamma$) Aus zwei Vergrößerungen. Man bestimme für eine Lage des Objektes die Vergrößerung $\beta_1'$, verschiebe das Objekt um eine gemessene Strecke $d$ (gezählt von Lage I zur Lage II in Lichtrichtung positiv) und finde nun die Vergrößerung $\beta_2'$. Dann ist

$$f' = d\,\frac{\beta_1'\beta_2'}{\beta_1' - \beta_2'}. \tag{29}$$

Auf dieser Methode beruhen die Messungen mit dem Abbeschen Fokometer (S. 336, Abschn. $\gamma$).

**f) Systeme mit sehr kurzer Brennweite.** $\alpha$) Mit Hilfe eines Mikroskops mit Okularmikrometer. Das Verfahren nach Abschn. c $\alpha$ (S.330) vereinfacht sich, indem man eine genügend große Entfernung im Zimmer herstellen kann. Wegen der Kleinheit des Bildes wird man als Objekt rechteckige dunkle Papierstücke oder dgl. auf hellem Hintergrund, etwa ans Fenster in geeignetem Abstand voneinander geklebt, benutzen. Man kann (nach Abbe) das zu untersuchende optische System auf den Tisch eines Mikroskops mit Okularmikrometer legen und das vom Objekt kommende Licht durch den ebenen Beleuchtungsspiegel zuführen. Ist $a$ der Abstand vom System zum Objekt (eventuell System bis Spiegel + Spiegel bis Objekt), $y$ die Objekt-, $y'$ die im Mikroskop gemessene Bildgröße, so ist $f' = a\frac{y'}{y}$ (s. Vorzeichenvereinbarung S. 319). Damit bei der Messung der Strahlengang dem gewöhnlichen Gebrauch des Systems entspricht, ist dieses so aufzustellen, daß die im Gebrauch dem Auge zugewandte Seite hier nach dem Objekt hin gerichtet ist.

$\beta$) Mit Mikroskop und Objektmikrometer. An dem zugehörigen Mikroskop kann man die Brennweite eines Mikroskopobjektivs nach Abschn. e, $\alpha$ (S. 331) messen, indem man auf eine feine Teilung (Objektmikrometer) einstellt und die durch das Objektiv erzielte Vergrößerung mit dem Okularmikrometer bestimmt. Damit hat man $\beta' = \frac{y'}{y}$. Um $z'$ [Formel (1)] zu erhalten, braucht man die Lage des hinteren Brennpunktes des Objektivs. Man bestimmt diese, indem man das Okular entfernt, in den Tubus ein Hilfsmikroskop (S. 347, Abschn. $\gamma$) einschiebt und auf den Ort des Bildes einstellt, den das zu untersuchende Objektiv von einem fernen Gegenstand erzeugt. Um die Lage des eingestellten Bildes im Tubus festzulegen, stellt man dann noch durch Verschieben des Hilfsmikroskops auf eine feste Ebene ein, etwa nach Fortnahme des Objektivs auf eine gegen das untere Ende des Tubus gelegte, mit einer Marke versehene Glasplatte, und mißt die Größe der Verschiebung. Man kann nun den Abstand $z'$ des Brennpunktes von der Bildebene (Okularmikrometer) bestimmen.

$\gamma$) Mit der numerischen Apertur. Ist diese bekannt, so läßt sich für ein Mikroskopobjektiv $f'$ nach der Formel $f' = \frac{p}{A}$ ermitteln (S. 346, Abschnitt $\beta$). Hierbei bedeutet $A$ die numerische Apertur des Objektivs, und $p$ ist der halbe Durchmesser des Kreises, in dem das Bündel die bildseitige Brennebene des Objektivs durchstößt. Bei einem Immersionssystem kann man auch so verfahren, daß man $p$ ohne Benutzung der Immersionsflüssigkeit bestimmt oder besser ein Deckgläschen mit der Flüssigkeit an das Objektiv bringt (zwischen Deckglas und Kondensor aber keine Flüssigkeit). Dann hat das System die numerische Apertur 1, und es ist $f' = p$. Das Objektiv muß voll beleuchtet sein.

**g) Zerstreuungslinsen.** $\alpha$) Durch Kombination mit Sammellinse von stärkerer Brechungskraft $F_1'$, als die zu prüfende Linse besitzt. Man mißt die gemeinschaftliche Brechungskraft $F'$ nach einer der vorher angegebenen Methoden. Die (negative) Brechungskraft der Zerstreuungslinse ist dann gleich der Differenz $F' - F_1'$, wenn man die Dicken vernachlässigt.

$\beta$) Aus dem von der Sonne erzeugten Lichtkreis. Man mißt die Größe des Lichtkreises, den die Zerstreuungslinse von der Sonne auf einen Schirm in gegebenem Abstand $l$ entwirft. Bedeutet $d$ den Durchmesser der Linsenöffnung, $b$ den Durchmesser des Lichtkreises, so ist

$$f' = \frac{ld}{d - b + 0{,}0094\,l}; \tag{30}$$

0,0094 ist die doppelte Tangente des scheinbaren Halbmessers der Sonne. Bei stärkeren, nicht zu kleinen Linsen kann man 0,0094 $l$ vernachlässigen und hat die einfache Regel: derjenige Abstand des Schirmes, bei dem das Zerstreuungsbild den doppelten Durchmesser der Linse hat, gibt die Brennweite.

**h) Astigmatische Linsen.** Linsen, die eine zylindrische oder torische Fläche besitzen, während die andere eben oder sphärisch ist, zeigen Astigmatismus in der Achse. (Eine torische Fläche entsteht, wenn ein Kreisbogen um eine in seiner Ebene liegende Gerade rotiert, die nicht durch sein Zentrum hindurchgeht.) Diese sphärozylindrischen und sphärotorischen Linsen haben zwei verschiedene, zu den beiden senkrecht zueinander liegenden Hauptschnitten gehörige Hauptbrennweiten. Von einem fernen leuchtenden Punkte auf der Achse entstehen zwei Brennlinien, von denen jede auf dem zu ihr gehörigen Hauptschnitt senkrecht steht. Zu einem Hauptschnitt senkrechte gerade Linien werden gemäß der zu diesem gehörigen Brennweite abgebildet. Man bestimmt die letztere daher nach den angegebenen Methoden, indem man eine Teilung benutzt, deren Striche zu dem Hauptschnitt senkrecht liegen.

## D. Hauptpunkt

Gemessen wird der Abstand des Hauptpunktes von dem zugehörigen Scheitel der ersten bzw. letzten brechenden Fläche.

**a) Aus einer Brennweiten- und einer Brennpunktsbestimmung.** Die Methode ist im allgemeinen ungenau, weil man eine kleine Länge als Differenz zweier großen bestimmt. Man verfährt vorteilhaft so, daß man die Brennweite $f'$ nach S. 330, Abschn. c $\beta$ mißt und zugleich den benutzten Abstand $s$ der Skala vom Scheitel des Systems. Nun ist nach Formel (11) $\frac{f'}{\bar{f}} = -\frac{n'}{n}$. Da bei Messungen am Spektrometer in Luft $n' = 1$ ist, so ist $\bar{f} = -nf'$. Hierbei ist $n$ die Brechungszahl des

zwischen Skala und Linse befindlichen Mittels. Dann ist $s - \bar{f}$ der Abstand des zu $\bar{f}$ gehörigen Hauptpunktes vom Scheitel. Man schaltet hierbei den bei der Einstellung der Skala in die Brennebene gemachten Fehler aus.

**b) Durch Bestimmung des Knotenpunktes,** der ja bei in Luft befindlichen optischen Systemen mit dem Hauptpunkt zusammenfällt. Man stellt gegenüber dem auf Unendlich eingestellten Kollimator eines Spektrometers auf dem Prismentisch das zu untersuchende optische System in Richtung seiner Achse (durch eine Schlittenbewegung) verschiebbar auf und beobachtet mit einer feststehenden Fadenkreuzlupe das Spaltbild. Das System wird so lange vor- und rückwärts verschoben, bis das Spaltbild beim Hin- und Herdrehen des Tischchens fest stehen bleibt. Dann geht die Tischchenachse durch den dem Beobachter zugewandten Knotenpunkt. Man darf nicht um zu große Winkel hin- und herdrehen, weil sonst vielleicht die Verzeichnung eine Bewegung des Spaltbildes bewirkt (S. 339, Abschn. c).
Daß die Drehungsachse des Tischchens dann durch den Knotenpunkt geht, erkennt man leicht, wenn man sich die Richtung des Strahlengangs umgekehrt denkt. Vom Spaltbild ausgehende Lichtstrahlen, die dann nach dem (jetzt vorderen) Knotenpunkt zielen, erleiden bei Drehung des Tischchens nur eine Parallelverschiebung, wodurch der Ort, in dem sie den Spalt treffen, nicht verändert wird.

**c) Mit dem Abbeschen Fokometer** (S. 336, Abschn. a $\gamma$). Man führt die Messung nur für die obere, dem untersuchten optischen System nahe Teilung $t_0$ durch und erhält den Abstand der oberen Teilung von der Hauptebene zu $a' = f' \frac{o}{h_o}$. Man braucht $f'$ nicht sehr genau, nur im Verhältnis der kleinen Größe $o$, zu kennen. So findet man die Hauptebene für eine bestimmte Zone $h_o$, kann also durch diese Methode zugleich die Abhängigkeit der Lage der Hauptebene von der Zone untersuchen.
An kleinen Objektiven läßt sich der Hauptpunkt mit Mikroskop und Objektschraubenmikrometer bestimmen, indem das Objektiv auf das letztere gelegt und eine sich nicht mitbewegende feine Teilung darunter angebracht wird.
Wenn man (nach Hartmann) das Objektiv auf einen Maßstab legt und beide zusammen unter dem Mikroskop verschiebt, so mißt man $h_o - o$ anstatt $o$ so, daß also $a' = \frac{f'}{h_o}(h_o - o)$ wird.

Andere Methoden der Hauptpunktbestimmung bei Hartmann, Z. Instrkde. **24**, 36, 1904.

## E. Sphärische und chromatische Abweichung

Über die qualitative Prüfung beider Abweichungen durch Beobachtung der Zerstreuungskreise kurz vor und hinter dem Bilde eines weit entfernten Objektpunktes sowie nach der Foucaultschen Messerschneidenmethode s. Cooke, Z. Instrkde. **14**, 113, 1894. Die letztere ist von Wetthauer für quantitative Untersuchung ausgearbeitet worden, Z. Instrkde. **41**, 184, 1921. Eine genaue Methode für quantitative Untersuchung verschiedener Abbildungsfehler ist neben der unten beschriebenen der streifenden Abbildung die der extrafokalen Messungen von Hartmann, Z. Instrkde. **24**, 1, 1904.
Mehrfach sind Interferenzmethoden für qualitative wie für quantitative Untersuchung angegeben worden. Zur Herstellung der Streifen benutzen Waetzmann u. Bratke eine an den Jaminschen Interferenzrefraktor (S. 411, Abschn. a) erinnernde Anordnung. Waetzmann, Ann. Phys. **39**, 1042, 1912; Bratke u. Waetzmann, Naturwiss. **11**, 225, 1923;

Z. Phys. 12, 253, 1923; Bratke, ebd. 21, 9, 1924; Haberland, ebd. 24, 285, 1924; Twyman, Phil. Mag. 35, 49, 1918; 42, 777, 1921 verwendet eine dem Interferometer von Michelson (S. 373) ähnelnde Anordnung. S. auch Bennett, Bur. Stand. J. Res. 2, 685, 1929.

Die folgenden Verfahren sind einfach auszuführen.

**a) Die sphärische Abweichung.** Bei guten Fernrohrobjektiven (Öffnungsverhältnis etwa $\frac{1}{15}$ bis $\frac{1}{10}$) beträgt die sphärische Abweichung von einem mittleren Brennpunkt gerechnet nicht mehr als $\frac{1}{1000}$ der Brennweite.

$\alpha$) Einstellung auf die Brennpunkte ausgeblendeter Zonen. Man blendet einzelne Zonen des Objektivs aus und stellt das Fadenkreuz eines Okulars jedesmal auf das Bild eines fernen Objektpunktes ein. Die hierzu nötige Verschiebung des Okulars in Richtung der Achse wird gemessen. Die Ausblendung geschieht einfach durch Pappblenden nach Abb. 184a, wo der schraffierte Teil die untersuchte Zone bedeutet. Das Mittelstück kann durch aufgeklebte Drähte festgehalten werden. Für die Messung der Okularverschiebung ist es bequem, wenn das untersuchte optische System als Objektiv eines Fernrohrs montiert ist, dessen Okularauszug eine Millimeterteilung trägt. Man muß, namentlich für die inneren Zonen, die Zahl der Einstellungen groß nehmen, damit man leidlich genaue Mittelwerte erhält.

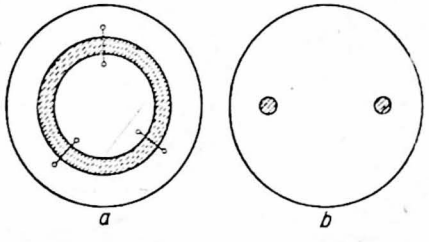


Abb. 184. Blenden zur Bestimmung der sphärischen Aberration

Statt eines unendlich fernen Lichtpunktes kann man hier und bei der folgenden Methode einen mäßig entfernten oder einen Hilfskollimator mit bekannter sphärischer Abweichung anwenden und die nötigen Korrektionen anbringen. Ist im ersten Falle $a$ die Gegenstands-, $a'$ die Bildweite, so ergeben sich aus den gemessenen Abweichungen der letzteren $\Delta a'$ die gesuchten $\Delta f'$ der Brennweite $f'$ zu $\Delta f' = \Delta a' \frac{f'^2}{a'^2} = \Delta a' \frac{(a+f')^2}{a^2}$ [aus Formel (3)]. Im zweiten Falle sei für eine bestimmte Zone der eingestellte Objektpunkt um $e$ von dem Brennpunkt des Hilfskollimators (Bildbrennweite $f'_H$) entfernt, dann ist für diese Zone der Abstand $e'$ des gemessenen Bildpunktes des untersuchten Objektivs von dem Brennpunkt gegeben durch $e' = e \frac{f'^2}{f'^2_H}$ [aus Formel (2) durch zweimalige Anwendung]. Wenn man die Vorzeichenvereinbarung auf S. 319 beachtet, muß man $e'$ als Korrektion an der Bildweite anbringen, und zwar mit positiven Vorzeichen, wenn der Objektpunkt außerhalb der Objektbrennweite ($f_H$) der Zone des Hilfskollimators liegt.

$\beta$) Methode der streifenden Abbildung (Wetthauer). Ein weit entfernter (oder in der Brennebene eines Hilfskollimators $K$, Abb. 185, gelegener) vertikaler Spalt $S$, dessen Mitte auf der horizontalen Objektivachse liegt, wird nach Ausblendung der zu untersuchenden Zone des Objektivs $O$ auf einer Platte $PP'$ photographiert, die um die horizontal und achsensenkrecht durch die Mitte des Spaltbildes bei $S'$

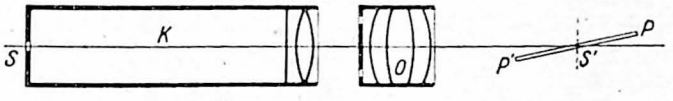


Abb. 185. Wetthauersche Methode der streifenden Abbildung

hindurchgehende Gerade so geneigt ist, daß sie mit der Achse einen kleinen Winkel $\delta$ (etwa 5°) bildet. Es entsteht dann das Bild eines fast horizontalen Schnittes durch das Bündel. Auf ihm kann man den Vereinigungspunkt der Strahlen, der sich durch die engste Einschnürung des abgebildeten Strahlenbüschels ergibt (unter Umständen nach photographischer Vergrößerung), genau bestimmen. Vor der Aufnahme mit einer anderen Zone wird die Platte senkrecht zur Objektivachse (also senkrecht zur Papierebene in Abb. 185) ein wenig in ihrer Ebene verschoben. Zur Festlegung der Nullinie dient je eine Aufnahme mit größter Zone am Anfang und am Ende. Zur Reduktion auf einen Achsenschnitt sind die auf der Platte gemessenen Abweichungen mit cos $\delta$ zu multiplizieren. Man kann auch hier Blenden nach Abb. 184a benutzen, vorteilhafter ist es aber, nur die beiden auf dem horizontalen Durchmesser des Objektivs liegenden Teile der Zone durch kreisförmige Öffnungen auszublenden, also Blenden wie Abb. 184b zu verwenden. Die Platte (oder ihre Vergrößerung) gibt unmittelbar ein gutes Bild der sphärischen Abweichung, wenn man die Vereinigungspunkte von der ersten und letzten Aufnahme (beide von der äußersten Zone) durch eine Gerade verbindet und die Vereinigungspunkte für die übrigen Zonen durch kurze, dieser Geraden parallele Striche bezeichnet. Abb. 186 zeigt die sechsfach vergrößerte Aufnahme der sphärischen Abweichung eines vierlinsigen photographischen Objektivs von $f' = 15$ cm. Die Durchmesser der untersuchten Zonen sind

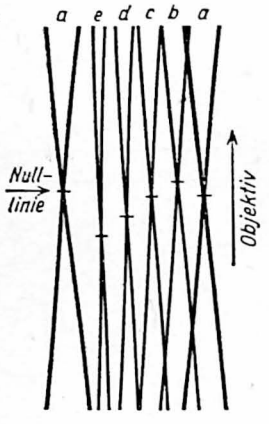


Abb. 186. Sphärische Aberration

$$a = \frac{1}{4{,}8}, \quad b = \frac{1}{5{,}9}, \quad c = \frac{1}{7{,}5}, \quad d = \frac{1}{10{,}3}, \quad e = \frac{1}{16{,}7} \quad \text{von } f'.$$

Wetthauer, Z. Instrkde. 41, 148, 1921; 51, 553, 1931.

Man stellt die sphärische Abweichung in rechtwinkligen Koordinaten dar, auf der einen Achse die Radien der Zonen (als Anfangspunkt die Objektivmitte, Zone 0) eintragend, auf der anderen in erheblich vergrößertem Maßstab (20- bis 200fach) die Brennpunktsabstände von einem geeignet gewählten Punkt auf der Objektivachse, etwa dem Brennpunkt für die Objektivmitte.

Über derartige Darstellungen (auch für die chromatische Abweichung und den Astigmatismus) s. z. B. v. Rohr, Theorie u. Geschichte des photographischen Objektivs. Berlin 1899, S. 31ff.

$\gamma$) Abbesches Fokometer. Dieses Verfahren mißt den Abstand des Brennpunkts einer Zone von seiner Hauptebene; es geht also die Abhängigkeit der Hauptebene von der Zone in das Resultat ein. Dieses Verfahren kann für positive und negative Systeme benutzt werden. Das Gerät (für Systeme von 20 bis 100 mm Öffnung) besteht aus einem Mikroskop, dessen Tisch eine Schlittenführung besitzt, mit deren Hilfe das darauf gelegte zu untersuchende Objektiv senkrecht zur Mikroskopachse meßbar verschoben werden kann. Unterhalb des Tisches, in Richtung der Schlittenbewegung, befinden sich übereinander zwei Glasmaßstäbe in festem Abstand $d$, der obere $t_o$ unmittelbar unter dem Tisch, zur Seite klappbar, mit feiner (0,005 bis 0,1 mm), der untere $t_o$ mit weniger feiner (0,5 mm) Teilung. Das zu prüfende Objektiv wird koaxial mit dem Mikroskop auf den Schlitten gelegt

und erst nach der einen, dann nach der anderen Seite so verschoben, daß durch die zu untersuchende Zone hindurch zunächst auf $t_0$ eingestellt werden kann. Die dem Durchmesser der Zone gleiche Verschiebung des Objektivs sei $2h_o$, die entsprechende Differenz der Einstellungen auf der oberen Teilung $t_o$ sei $2o$. Gleiches Verfahren auf die untere Teilung $t_u$ angewandt, ergibt $2h_u$ und $2u$. Dann ist die Brennweite der Zone $h$ (Abb. 187)

$$f' = \frac{d}{\frac{u}{h_u} - \frac{o}{h_o}}. \qquad (31)$$

Der Beweis obiger Formel folgt nach Abb. 187 unter Beachtung der Vorzeichen aus der Formel für Bestimmung der Brennweite aus zwei Vergrößerungen (S. 332, Abschn. e $\gamma$), wobei zu beachten ist, daß bei dem oben beschriebenen Abbeschen Fokometer nicht das Mikroskop, sondern das zu untersuchende System verschoben wird.

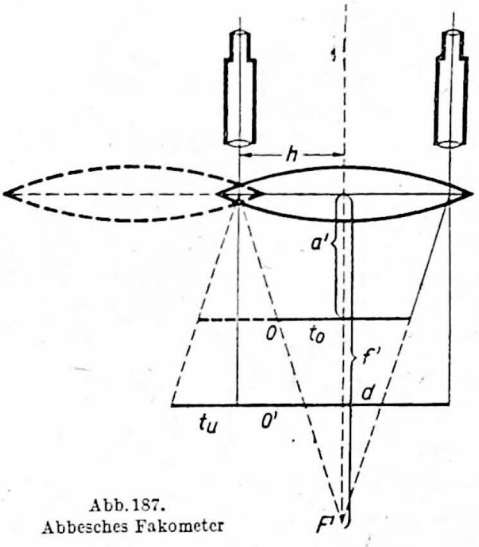


Abb. 187.
Abbesches Fakometer

**b) Die chromatische Abweichung.** Meist sind die Brennweiten für zwei Farben gleichgemacht, und zwar für die Linien $C$ ($\lambda = 6563$ Å) (oder eine Farbe zwischen $B$ und $C$) und $F$($\lambda = 4862$ Å), wenn es sich um visuellen Gebrauch handelt, für $D$ ($\lambda = 5896$ Å) und $G'$($\lambda = 4340$ Å) bei gewöhnlichen photographischen Objektiven, wo mit dem Auge eingestellt wird und die für blau und blaugrün empfindlichen Platten benutzt werden sollen, und für $F$ und $G'$ bei astrophotographischen Objektiven. Bei photographischen Objektiven, wo mit dem Auge eingestellt wird, die aber mit rot-grün-empfindlichem Aufnahmematerial benutzt werden sollen, werden die Brennweiten für $F$ und $C$ gleichgemacht. Vielfach werden aber von den Herstellerfirmen die Korrektionen für dazwischenliegende Farben durchgeführt. Bei den sog. apochromatischen Objektiven (mit vermindertem sekundärem Spektrum) ist durch besondere Glassorten die Farbenvereinigung für drei Farben des Spektrums erreicht. Bei einem gewöhnlichen zweilinsigen achromatischen Objektiv beträgt die chromatische Abweichung gegen den Brennpunkt für $F$ in $10^{-4}$ der Brennweite ungefähr $-2$ für $C$, $-6$ für $D$, $+20$ für $G'$.

Obwohl die chromatische Abweichung gewöhnlich nicht für alle Zonen gleich groß ist, verzichtet man meist auf die Feststellung des Unterschiedes für die einzelnen Zonen (der chromatischen Differenz der sphärischen Abberration) und bestimmt die Brennpunktabweichung für verschiedene Farben nur bei voller Öffnung.

Die einfachste Methode (nach H. C. Vogel) besteht darin, daß man das Bild eines stark leuchtenden Punktes mit einem gut achromatischen Okular betrachtet, indem man zwischen Auge und Okular ein geradsichtiges Prisma bringt (oder ein sog. Okularspektroskop benutzt). Man erblickt gewöhnlich als Spektrum anstatt einer gleichmäßig starken Linie ein Band mit zwei Einschnürungen entsprechend den Farben, für die das Objektiv korrigiert ist. Die Breite des Bandes erlaubt ein Urteil über die Größe der Abweichungen (des sekundären Spektrums). Man kann so auch quantitativ untersuchen, indem man darauf einstellt, daß eine Einschnürung des Spektrums an einer bestimmten Stelle auftritt. Man muß dann dafür sorgen, daß das Spektrum geeignete Spektrallinien enthält.

Genauere Ergebnisse erhält man nach den Methoden S. 335, Abschn. $\alpha$, und besonders S. 335, Abschn. $\beta$, indem man ohne Zonenblende arbeitet und bei verschiedenen Farben einstellt bzw. photographiert. Man benutzt am besten einen Hilfskollimator und macht das in ihn eintretende Licht durch einen Monochromator

(S. 352, Abschn. a) oder ein Farbfilter (S. 356, Abschn. c) monochromatisch. Hat das zu untersuchende optische System keine zu große Öffnung, so kann man als Hilfskollimator den Kollimator eines Spektrometers benutzen und zwischen seinem und dem zu untersuchenden Objektiv ein dispergierendes Prisma von genügend großer Öffnung und gut ebenen Flächen anbringen. Bei dem Verfahren nach S. 335, Abschn. $\beta$ beschließt man die Reihe der Aufnahmen mit den verschiedenen Spektralfarben, indem man (wie früher) die erste Aufnahme wiederholt, um eine Nullinie zu erhalten. Korrektionen für die Abweichungen des Kollimatorobjektivs erfolgen, wie in Abschn. $\alpha$, S. 335 angegeben.

Die chromatische Abweichung wird ähnlich wie die sphärische dargestellt. Auf der einen Achse wird das Spektrum in Wellenlängen aufgetragen. Ein passender Nullpunkt für die Brennpunktabstände ist der Brennpunkt für die zur Vereinigung gebrachten Farben.

## 3. Optische Instrumente

Zusammenfassende Darstellungen: Czapski u. Eppenstein, Grundzüge d. Theorie d. optischen Instrumente. 3. Aufl. Leipzig 1924; Gleichen, Theorie d. modernen optischen Instrumente. 2. Aufl. Stuttgart 1923.

### A. Photographisches Objektiv

Die Untersuchung soll sich, wenn nichts anderes bemerkt ist, auf den Fall beziehen, daß das Objekt im Unendlichen liegt.

**a) Öffnung und Öffnungsverhältnis.** Stellt man im bildseitigen Brennpunkt eine enge Öffnung auf und läßt durch diese Licht auf das Objektiv fallen, so ist der Durchmesser des austretenden parallelen Bündels gleich der wirksamen Öffnung. Ist das Bündel lichtstark genug, so kann man den Durchmesser leicht mit dem Maßstab messen. Genau und bequem mißt man die Öffnung mit dem Abbeschen Fokometer, indem man das Objektiv koaxial mit dem Mikroskop auf das Tischchen legt, durch Verschieben nach rechts und links auf den Blendenrand einstellt und die Differenz der Einstellungen abliest.

Es ist gebräuchlich, das Verhältnis von Öffnung zu Brennweite (Öffnungsverhältnis), als Bruch mit dem Zähler 1 geschrieben (z. B. $\frac{1}{5}$) und für parallel zur optischen Achse einfallende Bündel betrachtet, als relative Lichtstärke des Objektivs zu bezeichnen. Für Bündel, die unter einem endlichen Winkel $\sigma$ zur Achse geneigt einfallen, wird der Querschnitt der einfallenden Bündel mit wachsendem Winkel $\sigma$, teils durch die geometrische Verkleinerung der Blendenöffnung, teils durch die Abschattung infolge der endlichen Baulänge des Objektivs kleiner (Vignettierung). Ferner wird das Öffnungsverhältnis für schief zur Achse verlaufende Bündel auch durch die Vergrößerung des Abstandes der Blendenmitte vom Bildpunkt vermindert.

Bringt man in der Bildebene unter verschiedenen Winkeln vom Objektiv aus gesehen kleine hell beleuchtete Löcher an, so kann der Querschnitt der austretenden parallelen Bündel nacheinander photographiert und dann planimetriert und so die Vignettierung für verschiedene Winkel bestimmt werden.

Die tatsächlich wirkende Lichtstärke eines Systems ist aber noch von den Verlusten im System, die durch Reflexion und Absorption entstehen, abhängig. Über die Messung s. S. 532.

**b) Astigmatismus und Bildwölbung.** $\alpha$) Untersuchung am Spektrometer mit gegen den normalen Gebrauch umgekehrter Richtung des Strahlenganges. Das photographische Objektiv $O$ (Abb. 188) wird auf das Tischchen $T$ gestellt, so daß die vertikale Drehungsachse nahezu durch den vorderen Scheitel $S$ geht. Senkrecht zur Achse des photographischen Objektivs ist nahe der Brennebene und in meßbar veränderlichem Abstand vom Objektiv eine horizontale Schiene $M_1 M_2$ angebracht, auf der ein beleuchteter Raster $R$ (Gitter, Spalt) verschoben werden kann. Für die Bestimmung der meridionalen Bildfläche liegen die Striche des Rasters vertikal, für die der sagittalen horizontal. Man stellt nun für verschiedene Winkel $\sigma$ den Raster durch Änderung der Entfernung der Schiene vom Objektiv so ein, daß er in dem auf Unendlich eingestellten Spektrometerfernrohr $F$ scharf erscheint, und bestimmt den Abstand des Rasters von der Brennebene, die durch die Einstellung des Rasters für $\sigma = 0$ gegeben ist. Man erhält so die Lage der Bildflächen.

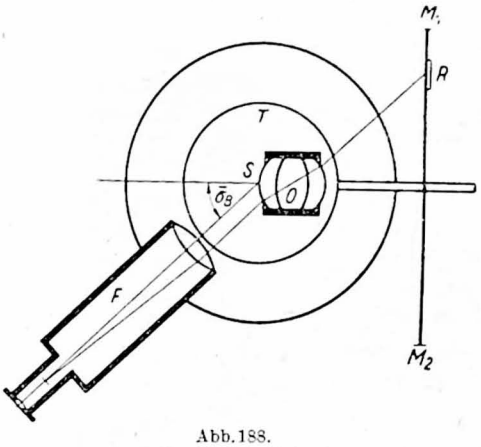



Abb. 188.
Messung der Bildwölbung und des Astigmatismus

$\beta$) Nach der Methode der streifenden Abbildung (S. 335, Abschn. $\beta$). Sie liefert wieder unmittelbar ein übersichtliches Bild des Untersuchungsergebnisses, wenn man in der Brennebene des Hilfskollimators ein Objekt nach Abb. 189 anbringt, das aus einem oder zwei langen vertikalen und daneben zahlreichen kurzen horizontalen Spalten besteht. Die Spalten können durch Auskratzen aus einer versilberten Glasplatte oder auf photographischem Wege hergestellt werden. Der Hilfskollimator muß um eine vertikale Achse (mit Teilkreis) drehbar sein, die wie in Abschn. $\alpha$ ungefähr durch den vorderen Scheitel des untersuchten Objektivs geht. Man stellt damit eine Reihe gleich weit voneinander abstehender Einfallswinkel ein und photographiert (ohne Zonenblende) jedesmal, ohne dabei die Lage der photographischen Platte zu dem zu untersuchenden Objektiv zu ändern. Die Verbindungslinien der Stellen der schärfsten Abbildung einmal der vertikalen, zweitens der horizontalen Spalte geben einen Achsenschnitt durch die Bildflächen.

Abb. 189.
Objekt zur Bestimmung des Astigmatismus und der Lage der Bildflächen

**c) Verzeichnung.** Bei einem verzeichnungsfreien Objektiv muß die Beziehung $\operatorname{tg} \bar{\sigma}_B = \frac{y'}{f}$ [s. Formel (5)] für alle Einfallswinkel $\bar{\sigma}_B$ und die dazugehörigen Bildgrößen $y'$ in der Brennebene bestehen. Die Verzeichnung kann daher durch

$\Delta = y' - \operatorname{tg} \bar{\sigma}_B \cdot \bar{f}$ gemessen werden, wo positive $\Delta$ eine kissenartige, negative $\Delta$ eine tonnenartige Verzeichnung bedeuten. Sie läßt sich mit der Anordnung Abb. 188 am Spektrometer prüfen, indem man einen Maßstab in die Brennebene des Objektivs (bei $M_1 M_2$) bringt und für verschiedene $\bar{\sigma}_B$ (etwa von 5° zu 5°) die zugehörigen $y'$ durch Einstellen auf den Maßstab bestimmt. Am besten stellt man jedesmal zu beiden Seiten der Objektivachse unter gleichen Winkeln ein, mißt also immer die $2y'$ für $2\bar{\sigma}_B$ und halbiert. $f'$ bzw. $\bar{f}$ berechnet man aus kleinen Werten von $\bar{\sigma}_B$. Siehe auch S. 330, Abschn. $\beta$.

Man kann auch die Anordnung nach S. 334, Abschn. b, benutzen, indem man statt der Fadenkreuzlupe ein Okular mit Mikrometer verwendet. Nachdem man das Objektiv so aufgestellt hat, daß der hintere Knotenpunkt durch die Tischchenachse geht und Objektiv- und Kollimatorachse zusammenfallen, dreht man das Objektiv erst nach rechts und dann nach links um den Winkel $\bar{\sigma}_B$ und mißt mit dem Mikrometer den Abstand der beiden Spaltbilder, also in einer zur Kollimatorachse senkrechten Richtung. Die Hälfte der gemessenen Größe ist $\Delta \cos \bar{\sigma}_B$.

Gerät, auch für endlichen Objektabstand, bei Benett, J. Opt. Soc. Amer. 14, 235, 1927.

Für endlichen Objektabstand kann man auch eine gut justierte Teilung photographieren und die Verzeichnung durch Ausmessung des Bildes bestimmen. Bei kurzbrennweitigen Objektiven ist dies Verfahren auch für Einstellung auf Unendlich anwendbar.

## B. Brille und Lupe

**a) Brille.** Das geradeaus sehende Auge benutzt von dem Brillenglas beim Scharfsehen (mit der fovea centralis) nur den mittleren, etwa der Pupillengröße entsprechenden Teil. Um den hauptsächlichsten Abbildungsfehler, der bei schräg durch das Glas blickendem Auge entstehen kann, den Astigmatismus schiefer Bündel, zu beseitigen, verwendet man geeignet gewölbte (durchbogene) Brillengläser. Die Krümmung kann so berechnet werden, daß ein beim Geradeaussehen in der Netzhautmitte scharf abgebildeter Gegenstand ohne Astigmatismus, aber bei geringer Akkomodation des Auges scharf abgebildet bleibt, wenn er sich auf einer Kugel um den Augendrehpunkt bewegt und dauernd anvisiert wird (punktuell abbildende Brillengläser).

Früher bezeichnete man ein Brillenglas durch eine Nummer. Diese entsprach der Brennweite in Zoll. Für die Umrechnung gilt hinreichend genau, wenn $D$, wie in der Ophthalmologie üblich, die Brechkraft, $N$ die Nummer des Brillenglases ist, $D = \frac{40}{N}$. In neueren Brillenkästen werden die Brillengläser nach ihrem Scheitelbrechwert in Dioptrien bezeichnet. Dieser ist das Reziproke des in Meter gemessenen Abstandes des hinteren Brennpunktes von dem hinteren, dem Auge zugewandten Brillenglasscheitel.

Näheres über Brillen bei v. Rohr u. Boegehold, Das Brillenglas als optisches Instrument. Berlin 1934.

Einige Zahlen über das normale (emmetropische) Auge: Durchmesser der Pupille (Bild der Iris) 3—8 mm; Entfernung zwischen dem Hornhautscheitel und dem vorderen Hauptpunkt 1,35 mm, dem hinteren Hauptpunkt 1,60 mm, dem Augendrehpunkt 13 mm; Brechungsvermögen von Kammerwasser und Glaskörper 1,336; Objektbrennweite — 17,06 mm, Bildbrennweite + 22,8 mm.

**b) Lupe.** $\alpha$) Vergrößerung bei entspanntem Auge. Als Lupenvergrößerung $\bar{\Gamma}$ bezeichnet man häufig das Verhältnis der Winkel, unter denen derselbe kleine Gegenstand bei entspanntem (für die Ferne akkommodiertem) Auge unter der Lupe und bei unbewaffnetem Auge in der deutlichen Sehweite $l$ erscheint. Da dann der

Gegenstand in der Objektbrennweite $\bar{f}$ der Lupe liegen muß, damit er deutlich gesehen wird, verhalten sich jene Winkel wie $\frac{1}{\bar{f}} : \frac{1}{l}$. Also ist die Lupenvergrößerung

$$\bar{\Gamma}' = \frac{l}{\bar{f}} = \frac{-l}{f'}. \tag{32}$$

Man pflegt $l = -250$ mm anzunehmen; dann ist $\bar{\Gamma}' = \frac{250}{f'}$.

Bei dieser Definition ist die Vergrößerung von dem Abstand zwischen Auge und Lupe unabhängig.

$\beta$) Vergrößerung bei für die deutliche Sehweite akkommodiertem Auge. Gewöhnlich wird die Vergrößerung auf ein für die Sehweite $l$ akkommodiertes Auge bezogen und angenommen, daß man den Abstand zwischen Auge und Lupe vernachlässigen darf. Man kann diesen Fall auf den Fall des Abschn. $\alpha$ zurückführen, wenn man sich vorstellt, daß man, anstatt auf die Entfernung $l$ zu akkommodieren, durch die Lupe mit entspanntem Auge sehend zwischen Auge und Lupe eine Linse (Brillenglas) von der Objektbrennweite $\bar{f}_B = l = -250$ mm, d.h. einer Bildbrennweite $f'_B = +250$ mm oder $+4$ Dptr. einschaltet. Dann ist nach Formel (15) die Objektbrennweite von Lupe plus Linse, in der jetzt das Objekt liegen muß, $\frac{1}{\frac{1}{\bar{f}} + \frac{1}{\bar{f}_B}}$, und es wird die Vergrößerung

$$\bar{\Gamma}_1' = \frac{l}{\bar{f}} + 1 = -\frac{l}{f'} + 1 \quad \text{oder} \quad \bar{\Gamma}_1' = \frac{250}{f'} + 1. \tag{33}$$

Bei vorstehenden Formeln ist auf die Vorzeichenvereinbarung nach S. 319 zu achten.

Man kann die Vergrößerung auch unmittelbar nach dem Verfahren von S. 346, Abschn. a $\beta$, messen.

### C. Fernrohr

Die Konstanten werden gewöhnlich bei seiner Einstellung auf Unendlich bestimmt. Dann fallen der Bildbrennpunkt des Objektivs und der Objektbrennpunkt des Okulars zusammen. Das Gesamtsystem ist dann brennpunktlos und wird auch als „teleskopische Folge" bezeichnet.

Zusammenfassende Darstellung: v. Hofe, Fernoptik. Berlin 1921; König, Fernrohre und Entfernungsmesser. Berlin 1937.

Über Untersuchung von Fernrohren auf Bildgüte s. Wetthauer, Z. Instrkde. 44, 189, 1924.

**a) Fernrohrvergrößerung.** Das Objekt ist im Verhältnis zur Gesamtlänge des Fernrohrs unendlich weit entfernt. Dann ist die von der Mitte der Eintrittspupille des Fernrohrs aus gesehene scheinbare Größe, gekennzeichnet durch den Winkel $\bar{\sigma}_B$, gleich dem Winkel, unter dem das Objekt von der Stelle der Austrittspupille aus ohne zwischengeschaltetes Instrument betrachtet erscheint. Ist die scheinbare

Größe des Objekts durch das Fernrohr hindurch betrachtet $\sigma_B$, dann ist die Fernrohrvergrößerung für endliche Winkel definiert als

$$\tilde{\Gamma}' = \frac{\operatorname{tg} \sigma_B'}{\operatorname{tg} \bar{\sigma}_B} \tag{34}$$

bzw. für kleine Winkel

$$\Gamma' = \frac{\sigma_B'}{\bar{\sigma}_B}, \tag{35}$$

d.h. für kleine Winkel und große Entfernung ist die Fernrohrvergrößerung das Verhältnis des Winkels, unter dem ein ferner Gegenstand im Fernrohr erscheint, zu dem, unter dem er mit bloßem Auge gesehen wird.

α) Aus dem Verhältnis der Brennweiten. Für das astronomische und Galileische Fernrohr ist die Fernrohrvergrößerung $\Gamma' = \frac{-f_1'}{f_2'}$, wenn $f_1'$ die Bildbrennweite des Objektivs, $f_2'$ die Bildbrennweite des Okulars ist. Beim terrestrischen Fernrohr ist der Bruch mit der Lateralvergrößerung $\beta'$ des Umkehrsystems zu multiplizieren. Das negative Vorzeichen der Fernrohrvergrößerung deutet an, daß das Bild kopfsteht, während Absolutwerte von $\Gamma' < 1$ eine Verkleinerung bedeuten. Siehe auch Vorzeichenvereinbarung auf S. 319.

β) Durch Vergleichung der Netzhautbilder mit und ohne Fernrohr. Das Fernrohr wird in großem Abstande von einem Maßstabe (Papierskala, Ziegeldach, Tapetenmuster) aufgestellt, auf dem zwei Punkte hinreichend gekennzeichnet sind, um mit bloßem Auge gesehen zu werden. Das eine Auge sieht durch das Fernrohr, das andere neben diesem vorbei, so daß die mit beiden Augen gesehenen Bilder sich decken. Wenn die direkt gesehene Länge zwischen den Marken $n$ Teile beträgt und $m$ Teile des im Fernrohr gesehenen Maßstabes deckt, so ist

$$|\Gamma'| = \frac{n}{m}. \tag{36}$$

Kurzsichtige Augen müssen mit Brille ausgerüstet sein.

Man kann die Methode auch für einäugige Beobachtung, ähnlich wie bei S. 346, Abschn. a β umgestalten.

γ) Mit dem Dynameter. Gewöhnlich mißt man $\Gamma'$ mit dem Ramsdenschen Dynameter (Abb. 190). Es besteht aus einer Lupe $L$, die mit feiner Teilung $T$ im Gesichtsfeld versehen ist und sich in einer Hülse $H$ verschieben läßt. Das untere Ende der Hülse wird auf die Okularblende des astronomischen oder terrestrischen Fernrohrs gesetzt und die Lupe so eingestellt, daß die scharf gesehene Teilung mit dem Okularkreis (Austrittspupille, meist Bild des Objektivs) zusammenfällt. Ist der so gemessene Durchmesser der Austrittspupille $AP$, der des Objektivs bzw. der Eintrittspupille $EP$, so ist

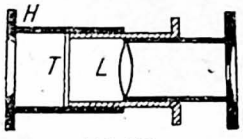



Abb. 190.
Dynameter nach Ramsden

$$|\Gamma'| = \frac{EP}{AP}. \tag{37}$$

Beweis erfolgt durch Anwendung von Gl. (1).

Wenn die Randstrahlen durch ein inneres Diaphragma oder dgl. abgeblendet werden, bekommt man einen falschen Wert. Um sich davor zu sichern, setze man vor das Objektiv eine Blende mit kleinerem, rechteckigem Ausschnitt und messe dessen Bild.

Statt des Dynameters kann man, allerdings weniger bequem, eine beliebige Teilung nebst Lupe benutzen.
Beim Galileischen Fernrohr liegt das Bild des Objektivs (Austrittspupille) im Innern. Um dessen Größe zu messen, benutzt man ein Meßmikroskop oder bequemer ein Mikroskop-Dynameter (Czapski). Dies besteht aus einem kleinen Meßmikroskop mit der Objektivvergrößerung Eins, das sich ebenso wie das gewöhnliche Dynameter in einer auf das Okular aufzusetzenden Hülse verschieben läßt.

δ) Verfahren nach Gauß. Ein auf Unendlich eingestelltes Fernrohr ergibt bei umgekehrtem Strahlengang eine Verkleinerung gleich der Vergrößerung bei normalem Gange. Man mißt mit einem Theodoliten die Winkelgröße eines sehr entfernten Objektes erstens unmittelbar ($\sigma_0$) und zweitens durch das verkehrt gestellte Fernrohr hindurch ($\sigma_1$). Der Quotient der Tangenten beider Winkel gibt die bei richtiger Benutzung wirksame Fernrohrvergrößerung

$$|\Gamma'| = \frac{\operatorname{tg} \sigma_0}{\operatorname{tg} \sigma_1}. \tag{38}$$

**b) Gesichtsfeld.** Das scheinbare Gesichtsfeld $\sigma'_B$ ist der Winkel, unter dem ein das Gesichtsfeld ganz erfüllender Gegenstand im Fernrohr, das wahre Gesichtsfeld $\bar{\sigma}_B$ der Winkel, unter dem er dem bloßen Auge erscheint. Beim astronomischen Fernrohr werden beide durch den Rand der Okularblende begrenzt, die (abgesehen von Fernrohren mit Huygensschem Okular) in der dem Objektiv und Okular gemeinsamen Brennebene liegt. Hat diese Blende (beim Huygensschen Okular ihr Bild durch das Kollektiv) den Durchmesser $b$, so ist

$$\operatorname{tg} \frac{|\sigma'_B|}{2} = \frac{b}{2f_2'} \tag{39}$$

$$\operatorname{tg} \frac{|\bar{\sigma}_B|}{2} = \frac{b}{2f_1'}. \tag{40}$$

Hier bedeuten $f_1'$ die Bildbrennweite des Objektivs und $f_2'$ die Bildbrennweite des Okulars.
Beim Galileischen Fernrohr ist das Gesichtsfeld nicht scharf begrenzt; seine Größe hängt außer von den Brennweiten in erster Linie von dem Objektivdurchmesser, daneben von der Größe und Lage der Augenpupille ab.

Für alle Fernrohrarten ist

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{|\sigma'_B|}{2}}{\operatorname{tg} \frac{|\bar{\sigma}_B|}{2}} = |\Gamma'|. \tag{41}$$

Häufig gibt man das wahre Gesichtsfeld anstatt in Winkelgraden in Metern für einen Abstand von 1000 m an.
Man kann beim astronomischen Fernrohr nach obigen Formeln das wahre und das scheinbare Gesichtsfeld durch Messung der einzelnen Größen $f_1'$, $f_2'$, $b$ berechnen, sowie für alle Fernrohre das eine Gesichtsfeld aus $\Gamma'$ und dem anderen.

α) Mit einem Hilfskollimator. Man blickt mit dem astronomischen oder terrestrischen Fernrohr in einen Kollimator mit der Brennweite $f'_K$, in dessen Brennebene sich eine Millimeterteilung befindet, und liest die Anzahl der Milli-

meter ab, die man überblicken kann. Es seien $m$. Dann ist $\operatorname{tg}\frac{\bar{\sigma}_B}{2} = \frac{m}{2f'_K}$. Diese Methode läßt sich auch für das Galileische Fernrohr anwenden, wenn die Objektivöffnung des Hilfskollimators größer ist als die des Galileischen Fernrohres.
Man kann auch ohne Hilfskollimator auskommen, indem man einen Maßstab möglichst weit vom Fernrohr entfernt aufstellt. Dann tritt an die Stelle von $f'_K$ der Abstand zwischen Maßstab und Objektiv. Muß man dabei, um den Maßstab deutlich zu sehen, den Auszug aus der Unendlichstellung verschieben, so entsteht ein kleiner Fehler. Um ihn zu vermeiden, kann man beim astronomischen und terrestrischen Fernrohr das Objektiv durch eine runde Blendenöffnung so weit abblenden, daß man auch in der Unendlichstellung die Teilung oder auf ihr anzubringende verschiebbare Marken deutlich sieht.

$\beta$) Am Spektrometer. Man legt das astronomische oder terrestrische Fernrohr auf das Tischchen des Spektrometers, so daß entweder die Mitte der Austrittspupille oder die des Objektivs durch die Drehungsachse geht, und stellt mit dem Spektrometerfernrohr auf die äußersten Randteile der Okularblende ein. Der so gemessene Winkel ist im ersten Falle $\sigma'_B$, im zweiten $\bar{\sigma}_B$. Man kann so auch das scheinbare Gesichtsfeld des Galileischen Fernrohres messen, wenn man bei ihm eine künstliche Pupille (10 mm von der Okularlinse entfernt) anbringt und durch deren Mitte die Drehungsachse gehen läßt.

Kellner, Z. Instrkde. **20**, 1, 1900.

**c) Lichtstärke.** Darunter versteht man beim astronomischen und terrestrischen Fernrohr das Quadrat des Durchmessers der Austrittspupille in Millimeter. Man mißt sie am einfachsten mit dem Dynameter. Der Lichtverlust im Innern des Instruments (durch Reflexion und Absorption) bleibt unberücksichtigt.

Es ist aber zu beachten, daß dieser Lichtverlust durchaus nicht bei allen Fernrohren gleich groß ist. Er beträgt z. B. bei dem Galileischen Fernrohr etwa 20%, bei einem normalen Prismenfernrohr etwa 40%. Verminderung der Reflexionsverluste ist durch Aufbringen dünner Oberflächenschichten möglich.

G. Bauer, Ann. Phys. **19**, 434, 1934; J. Strong, Journ. Opt. Soc. Am. **26**, 73, 1936; A. Smakula, Z. Instrkde. **60**, 33, 1940; H. Schröder, Z. techn. Phys. **22**, 38, 1941.

**d) Auflösungsvermögen.** Das Bild eines fernen Lichtpunktes durch ein Objektiv (oder einen Hohlspiegel) mit dem Halbmesser $r$ und der Bildbrennweite $f'$ ist ein Beugungsscheibchen von dem Halbmesser $r_b = 0{,}61\,\lambda\,\frac{f'}{r}$, wenn $\lambda$ die Wellenlänge des Lichtes ist und für $r_b$ der Halbmesser des ersten dunklen Ringes der Beugungsfigur genommen wird. (Die hellen Ringe um das Beugungsscheibchen kommen wegen ihrer geringen Helligkeit nicht in Betracht.) Dem entspricht für $r = 1$ mm und $\lambda = 0{,}000555$ mm ein Sehwinkel von $69{,}2''$.
Man wird die Bilder von zwei fernen Lichtpunkten jedenfalls noch trennen können, wenn sich die Beugungsscheibchen berühren, also bei einem Abstand der Mitten beider Scheibchen $d_B = 2r_b = 1{,}22\,\lambda\,\frac{f'}{r}$. Da aber die Helligkeit des Scheibchens nach außen stark abnimmt, liegt die Grenze der Trennbarkeit (das Auflösungsvermögen) viel niedriger. Man kann dafür annehmen

$$d_0 = 0{,}5\,\lambda\,\frac{f'}{r}. \tag{42}$$

Je kleiner das Öffnungsverhältnis $\frac{2r}{f'}$ des Objektivs ist, um so größer $d_0$, um so unschärfer wird infolge der Beugung das Bild. Die Erhöhung der Bildschärfe, die oftmals beim Abblenden (Verkleinern des Öffnungsverhältnisses) zu beobachten ist, beruht auf Verringerung der Abbildungsfehler des Objektivs. Bei weiterem Abblenden wird die Bildgüte dann wieder infolge Beugung schlechter.

**e) Förderliche Vergrößerung.** Die Grenze der Trennbarkeit $d_0$ entspricht durch das Okular des Fernrohres betrachtet einem Winkel $\psi'$ vom Betrage $\frac{d_0}{f_2'}$, wenn $f_2'$ die Bildbrennweite des Okulars ist. Ohne Berücksichtigung der Vorzeichen ergibt sich dann aus der Formel für $d_0$ der Wert von

$$\psi' = \frac{d_0}{f_2'} = 0{,}5\,\frac{\lambda}{r}\,\frac{f_1'}{f_2'} = 0{,}5\,\frac{\lambda}{r}\,\Gamma'. \tag{43}$$

Um gerade noch eine Auflösung zu erzielen, muß $\psi'$ mindestens von der Größe des physiologischen Grenzwinkels $\varepsilon$ für das Auflösungsvermögen des Auges sein. $\varepsilon$ beträgt für absolut scharfes Sehen 1', für deutliches Sehen 2' und für bequemes Sehen 4'. Die für diesen Winkel erreichbare Vergrößerung wird als förderliche Vergrößerung $\Gamma_f'$ bezeichnet, weil eine darüber hinaus stattfindende Vergrößerung (tote oder leere Vergrößerung) keinen Beitrag zur Auflösung des Bildes liefert, sondern nur die Beugungsunschärfe deutlicher sichtbar macht.

$$\Gamma_f' = \frac{\varepsilon}{0{,}5\,\lambda}\,r. \tag{44}$$

Für $\varepsilon = 2'$ (deutliches Sehen) und für $\lambda = 0{,}00055$ mm (mittlere Wellenlänge des Tageslichts) ergibt sich

$$\Gamma_f' = 2{,}1\,r_{\text{mm}}. \tag{45}$$

Die förderliche Vergrößerung wird überschritten, wenn für Meß- oder Zählzwecke eine bequemere Ablesung erwünscht ist.

## D. Mikroskop

Zusammenfassende Darstellungen: Köhler, Allgemeine mikroskopische Optik. Methodik d. wissenschaftlichen Biologie. Berlin 1928; Ehringhaus, Das Mikroskop, seine wissenschaftlichen Grundlagen und seine Anwendung. Leipzig 1949; Stade u. Staude, Mikrophotographie. Leipzig 1939.

**a) Vergrößerung.** $\alpha$) Aus den Brennweiten von Objektiv und Okular. Zur Errechnung der Vergrößerung eines Mikroskops dient dieselbe Definition wie bei der Lupe in Abschn. b $\alpha$, S. 340. Dann ist $\overline{\Gamma'} = \frac{-l}{f_M'}$, wenn $f_M'$ die Gesamtbild-Brennweite des Mikroskops ist. Nach Formel (8) ist, wenn $f_1'$ die Objektiv-, $f_2'$ die Okularbildbrennweite und $t$ die optische Tubuslänge, d.h. den Abstand zwischen den beiden inneren Brennpunkten, gezählt von Brennpunkt $F_1'$ nach $F_2$, bedeutet, $\frac{1}{f_M'} = \frac{t}{-f_1' f_2'}$; also

$$\overline{\Gamma'} = -\,l\,\frac{t}{-f_1' f_2'} = \frac{l\,t}{f_1' f_2'}. \tag{46}$$

Auch hier ist auf die Vorzeichenvereinbarung auf S. 319 zu achten. Ein negatives Vorzeichen bei $\overline{\Gamma'}$ bedeutet umgekehrte Bildlage. Zerlegt man die Gleichung

$$\overline{\Gamma'} = \frac{t\,l}{f_1' f_2'} = \frac{t}{-f_1'}\,\frac{-l}{f_2'}, \tag{47}$$

so ist der erste Faktor der Abbildungsmaßstab $\beta_1'$ des Objektives, während der zweite Faktor die Lupenvergrößerung $\overline{\Gamma_2'}$ des Okulars darstellt. Es ist also

$$\overline{\Gamma'} = \beta_1' \cdot \overline{\Gamma_2'}. \tag{48}$$

$\beta_1'$ ist außer der numerischen Apertur auf den Objektiven, ebenso wie $\overline{\Gamma_2'}$ auf den Okularen verzeichnet.

Von der optischen ist die mechanische Tubuslänge zu unterscheiden, d.i. der Abstand zwischen dem oberen Tubusrande und der Ansatzfläche für das Objektiv. Die vorgeschriebene mechanische Tubuslänge (in Europa meist 160 mm) ist für stark vergrößernde Objektive streng einzuhalten, weil sie für diese Tubuslänge korrigiert sind. Bei schwachen Objektiven kann man die Tubuslänge verändern, um die Vergrößerung zu variieren.

$\beta$) Durch Vergleichung der Netzhautbilder mit und ohne Mikroskop. Experimentell bestimmt man die Vergrößerung folgendermaßen: Unter das Mikroskop wird ein Objekt von bekannter Länge (Mikrometerteilung) gebracht; 25 cm unter der Okularhöhe legt man einen Millimeterstab neben das Mikroskop. Während das eine Auge durch das Mikroskop nach dem Objekt sieht, blickt das andere nach dem Maßstab, und nun muß, wie in Abschn. $\beta$ (S. 342), die scheinbare Größe des im Mikroskop gesehenen Bildes auf dem Maßstab gemessen werden. Bedeckt das Bild $m'$ Teile, während der Gegenstand wirklich die Länge von $m$ Teilen hat, so gibt $\frac{m'}{m}$ den Betrag der Vergrößerung.

Bequemer ist es, wenn man dicht über dem Okular einen kleinen unter 45° geneigten Spiegel anbringt, dessen Belegung durchsichtig oder in der Mitte weggenommen ist, und 25 cm entfernt seitlich von ihm den Maßstab vertikal aufstellt, so daß, mit demselben Auge durch das Spiegelglas hindurch das Bild des Objektes im Mikroskop und im Spiegel reflektiert der Maßstab gesehen wird.

**b) Öffnungswinkel und numerische Apertur eines Mikroskopobjektives.** Der Öffnungswinkel ($2\sigma$) ist der Winkel zwischen den äußersten Strahlen, die von einem deutlich gesehenen Achsenpunkt aus durch das Mikroskop treten können.

Es bezeichne $n$ das Brechungsvermögen des Mittels, aus dem die Strahlen in das Objektiv eintreten, dann heißt $A = n \sin\sigma$ die numerische Apertur des Objektivs. Bei Trockensystemen ist $n = 1$, also $A = \sin\sigma \leqq 1$. Bei Immersionssystemen gilt $n$ für die Flüssigkeit (Wasser, Zedernholzöl, Monobromnaphthalin) und hier kann $A > 1$ werden.

$\alpha$) Bestimmung des Öffnungswinkels mit Maßstab und Platte. Man legt einen Maßstab unter das Objektiv und legt darauf eine Platte genau bekannter Dicke $h$. Dann stellt man das Miskroskop scharf auf die Oberfläche der Platte ein, entfernt Okular und Platte und setzt an die Stelle der Bildebene eine Lochblende. Überblickt man auf dem Maßstab $m$ Teile, so ist

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{m}{2h}. \tag{49}$$

$\beta$) Bestimmung der numerischen Apertur aus dem Durchmesser des Strahlenbündels in der hinteren Brennebene des Objektivs. Ist diese Größe $2p$ und $f'$ die Objektivbrennweite, so ist $A = \frac{p}{f'}$. Man mißt $2p$, indem man ein Hilfsmikroskop (s. unten) mit Okularmikrometer in den Tubus schiebt und den Durchmesser des Strahlenbündels in der Ebene bestimmt, in

der ein ferner Gegenstand von dem zu untersuchenden Objektiv abgebildet wird. Es ist darauf zu achten, daß das Objektiv mit dem vollen Strahlenkegel beleuchtet wird. Diese Methode und die unter $\gamma$) sind auch für $A > 1$ brauchbar.

$\gamma$) Bestimmung der numerischen Apertur mit Hilfe des Apertometers von Abbe. Einem flachen Halbzylinder aus Glas (9 cm Durchmesser, 1,2 cm Höhe) ist in der Richtung des Durchmessers ein Reflexionsprisma von 45° angeschliffen, während der Mittelpunkt durch eine kleine Öffnung in einem aufgekitteten versilberten Deckgläschen gekennzeichnet ist. Die obere Fläche trägt zwei Teilungen, dem Öffnungswinkel und der Apertur entsprechend; als Indizes dienen zwei rechtwinklig gebogene geschwärzte Messingplättchen.
Das Apertometer wird auf den Tisch des Mikroskopes gesetzt und dieses (gegebenenfalls) nach Einfügung der Immersionsflüssigkeit zunächst auf Deutlichsehen der kleinen Öffnung eingestellt. Blickt man nach Herausnahme des Okulars in das Rohr, so sieht man bei schwächeren Objektiven das vom Objektiv entworfene Bildchen der beiden Indizes, deren Spitzen man auf den Rand des Gesichtsfeldes einstellt, worauf man an der Teilung abliest.
Bei stärkeren Objektiven wird das Bildchen für Beobachtung mit dem unbewaffneten Auge zu klein. Man benutzt dann ein Hilfsmikroskop, das man bei vielen Instrumenten durch Einschrauben eines besonderen schwachen Objektives in das untere Ende des Tubusauszugs und Einsetzen eines Okulars herstellt. Bei anderen Instrumenten wird man ein geeignetes Objektiv mit einem Kork im Tubusauszug anbringen können.

**c) Ultramikroskopie.** Von der numerischen Apertur $A$ hängt die sog. auflösende Kraft des Mikroskopes ab, d.h. die Größe der kleinsten unterscheidbaren Objekte. Nach der Abbeschen Theorie über die Abbildung nichtselbstleuchtender Objekte kann eine Teilung von der Strichweite $d$ noch aufgelöst werden, wenn $d \geqq \frac{1}{2}\frac{\lambda}{A}$, wo $\lambda$ die Wellenlänge des Lichtes in Luft ist. Zu ungefähr demselben Ergebnis kam Helmholtz für die Abbildung eines Objektes, das wie ein selbstleuchtendes wirkt (vgl. auch S. 348, Abschn. d).

Über neuere Untersuchungen zur mikroskopischen Abbildung, namentlich über die Äquivalenz nichtselbstleuchtender Objekte mit selbstleuchtenden s. Berek, Marburger S.-B. **61**, 251, 1926; Z. Phys. **53**, 483, 1929; Siedentopf, ebd. **50**, 297, 1928; Stade, ebd. **89**, 286, 1934; Herzberger, J. opt. Soc. Amer. **26**, 52, 1936 u. **26**, 196, 1936.

Man kann auch kleinere, ultramikroskopische Körperchen (kolloide Teilchen, Brownsche Molekularbewegung) sichtbar machen mit Hilfe der Dunkelfeldbeleuchtung, d.h. indem man das Objekt intensiv so beleuchtet, daß kein direktes, sondern nur an den Körperchen allseitig zerstreutes Licht in das Objektiv gelangt. Die Gegenstände erscheinen dann hell auf dunklem Grunde.

Siedentopf u. Zsigmondy, Ann. Phys. **10**, 1, 1903.

Über die Größe und Form der ultramikroskopischen Teilchen kann man unmittelbar nichts aussagen. Bei Beleuchtung mit weißem Licht läßt sich aber die Größe durch die Helligkeit und Farbe der Partikeln vergleichen, insbesondere bei Metallteilchen (kolloiden Metallösungen). Ein Urteil über die Form kann man unter Umständen durch Beleuchtung eines Teilchens von verschiedenen Seiten gewinnen. Bei Beleuchtung mit einem koaxialen Kondensor (S. 349, Abschn. e) kann dies vorteilhaft durch die Azimutblende (Abb. 191) von Szegvari geschehen. Diese

wird zentral unter dem Kondensor so angebracht, daß von der ringförmigen Beleuchtungsöffnung nur zwei einander gegenüberliegende Ausschnitte $o$ wirksam sind. Durch Drehen der Blende kann man dann ein Teilchen unter verschiedenen Azimuten beleuchten. Szegvari hat auch eine Azimutblende mit verstellbaren Öffnungsblenden angegeben.

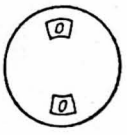


Abb. 191. Azimutblende von Szegvari für Ultramikroskopie

Mie, Ann. Phys. 25, 377, 1908; Siedentopf, Verh. D. Phys. Ges. 12, 6, 1910; Szegvari, Z. Phys. Chem. 112, 277, 1924.

v. Baeyer und Gerhardt messen die Größe ultramikroskopischer Kügelchen, indem sie eine Interferenzmethode Michelsons zur Bestimmung des Abstandes von Doppelsternen anwenden. Das Bild eines durch einen koaxialen Kondensor beleuchteten ultramikroskopischen metallischen Kügelchens ist ein heller Kreis. Von diesem bleiben, wenn man die Azimutblende anwendet, zwei auf einem Durchmesser liegende Lichtpunkte übrig, deren Abstand zu dem Durchmesser des Kügelchens in Beziehung steht. Es wird nun oberhalb des Objektivs ein Doppelspalt mit veränderlichem Abstand der beiden parallelen Spalte so angebracht, daß die Spaltrichtung senkrecht zur Verbindungslinie der leuchtenden Punkte liegt. Dann entstehen im Gesichtsfeld an Stelle der beiden leuchtenden Punkte zwei Interferenzsysteme, die durch Veränderung des Abstandes der Spalte so gegeneinander verschoben werden, daß die Minima des einen mit den Maxima des anderen zusammenfallen, die Erscheinung also möglichst unscharf wird. Kommt das Hauptmaximum des einen Systems mit dem ersten Minimum des anderen zur Deckung, so wird der gesuchte Durchmesser $c = 0{,}5\,\frac{\lambda}{2A}$, wo $\lambda$ die Wellenlänge des benutzten Lichts (für weiß 0,55 $\mu$) und $A$ die numerische Apertur ist, die dem Abstand der Mitten der Öffnung in der Azimutblende entspricht. $A$ wird mit dem Apertometer gemessen.

Auch auf Messungen ohne Azimutblende wird die Methode angewandt.

Die kleinste gemessene Größe betrug 0,2 $\mu$ mit einem Fehler von etwa 8%. Als theoretische Grenze der Meßbarkeit wird mit Immersion 0,106 $\mu$, mit ultraviolettem Licht 0,053 $\mu$ angegeben.

v. Baeyer u. Gerhardt, Naturwiss. 13, 533, 1925; Z. Phys. 35, 718, 1926; Fortschr. Chem. Phys. u. phys. Chem. 20, 1, 1928; Gerhardt, Z. Phys. 35, 697, 1926 u. 44, 397, 1927.

**d) Förderliche Vergrößerung.** Bezeichnet man, analog den Ausführungen auf S. 345, Abschn. e, die Vergrößerung, bei der für einen physiologischen Grenzwinkel $\varepsilon$ des Auges gerade noch die Strichbreite $d$ aufgelöst wird, mit förderlicher Vergrößerung $\overline{\Gamma_f'}$, so ist

$$\overline{\Gamma_f'} = \frac{2l}{\lambda}\,\varepsilon A. \tag{50}$$

$l$ ist die konventionelle deutliche Sehweite von 250 mm und $A$ die numerische Apertur.

Für $\lambda = 0{,}000555$ mm (mittlere Wellenlänge des Tageslichts) und für $\varepsilon = 2'$ ergibt sich

$$\overline{\Gamma_f'} = 525\,A. \tag{51}$$

Es ist also für Beobachtungen im Tageslicht zwecklos, über eine Vergrößerung, die das 500- bis 1000fache der numerischen Apertur beträgt ($\varepsilon = 2'$ [deutliches Sehen] bis $\varepsilon = 4'$ [bequemes Sehen]) hinauszugehen, da dann keine weiteren Einzelheiten des Objektes sichtbar werden, sondern nur die Beugungsunschärfe vergrößert wird (tote oder leere Vergrößerung). Für Meß- oder Zählzwecke kann die förderliche Vergrößerung überschritten werden, wenn eine bequemere Ablesung erwünscht ist.

**e) Beleuchtungssysteme.** Die einfachsten Beleuchtungsvorrichtungen für ein durchscheinendes Objekt sind ein ebener oder konkaver Spiegel. Bei stärkeren Vergrößerungen benutzt man in Verbindung mit dem ersteren einen aus mehreren Linsen bestehenden Kondensor, möglichst mit mindestens so großer Apertur, wie das Objektiv hat, da anderenfalls die Apertur des Objektivs nicht ausgenutzt wird. Unter ihm befindet sich eine in ihrer Ebene verschiebbare Irisblende, so daß beliebig weite oder enge und beliebig schräg einfallende Bündel zur Beleuchtung benutzt werden können. Nichtdurchscheinende (opake) Objekte (z.B. Metallschliffe) müssen von oben beleuchtet werden. Dazu dient ein Vertikal-Illuminator, ein oberhalb des Objektivs liegendes Prisma oder Glasplättchen, womit seitlich auftreffendes Licht durch das Objektiv hindurch auf das Objekt geworfen wird. Oder man benutzt einen Lieberkühnschen Hohlspiegel mit zentraler Öffnung, der koaxial zum Objektiv liegend von unten beleuchtet wird.

Neuere Geräte für Auflichtbeleuchtung (Auflichtdunkelfeld-Kondensor, Schräglicht-Illuminator) s. Hauser, Z. Instrkde. 49, 496, 1929 u. Hauser, Zeiß-Nachr. 1, 1, 1932; Hauser u. Mohr, ebd. 1, 30, 1933; Flügge, Z. Instrkde. 52, 446, 1932; Licht u. Lampe 21, 307, 1932 (Zusammenstellung); Hauser, Abderhaldens Handbuch biologischer Arbeitsmethoden, Abt. II, Teil 3, S. 3717—3849, 1938.

Dunkelfeldbeleuchtung für Ultramikroskopie erzielt man, indem man das Licht senkrecht zur Mikroskopachse auf das Objekt fallen läßt (Spaltultramikroskop von Zeiß, namentlich für feste Körper) oder durch mit dem Mikroskopobjektiv koaxial angeordnete Kondensoren, die durch eine zur Mikroskopachse zentral und senkrecht liegende ringförmige Öffnung das Objekt mit allseitig sehr schräg einfallenden Strahlen in geeigneter Weise beleuchten (Kondensor mit Zentralblende, Paraboloidkondensor, der sog. Kardioidkondensor von Siedentopf, der ihm ähnliche Spiegelkondensor von v. Ignatowsky). Bei diesen ist unter Umständen eine Blende am Objektiv zur Verringerung seiner Öffnung erforderlich (s. auch S.347, Abschn. c).

**f) Mikroprojektion und -photographie.** Für beides benutzt man nicht die Abbildung durch das Objektiv allein, sondern die des ganzen Mikroskops, indem man mit Hilfe des Okulars scharf einstellt. Besser als ein gewöhnliches Okular verwendet man ein Projektionsokular. Mikrophotographie mit ultraviolettem Licht bringt den Vorteil, daß die Auflösung vergrößert wird. Für sichtbares Licht ist höchstens $d = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{A} = \frac{1}{2}\frac{0{,}55}{1{,}6}\mu = 0{,}17\,\mu$, für Cd-Licht von $\lambda = 0{,}275\,\mu$ und $A = 1{,}3$ wird $d = 0{,}11\,\mu$. Die optischen Teile sind dann aus Quarz hergestellt, und es wird mit monochromatischem Licht photographiert. Doch nicht allein das erhöhte Auflösungsvermögen ist ein Vorteil der Ultraviolett-Mikroskopie, sondern man kann, besonders bei biologischen oder histologischen Untersuchungen, oft auch ohne Färbung des Präparates auskommen. Gerade die in den Zellen vorkommenden Substanzen, Kohlenhydrate und Eiweißstoffe zeigen im ultravioletten Wellenlängengebiet ein voneinander verschiedenes Absorptionsvermögen, während die meisten im sichtbaren Licht farblos erscheinen:

Köhler, Phys. Z. 5, 666, 1904 u. Naturwiss. 21, 165, 1933; Köhler u. v. Rohr, Z. Instrkde. 24, 341, 1904; Stade u. Staude, Mikrophotographie. Leipzig 1939.

Wird nicht das größte Auflösungsvermögen gefordert, so ist mitunter die Benutzung von infrarotem Licht nützlich. Manche Substanzen, z.B. der Chitinpanzer der Insekten, sind für Licht der Wellenlänge 8100 Å gut durchlässig, während sie sichtbares Licht stark absorbieren. Man kann daher bei der Infrarot-

Mikroskopie oftmals das für die Präparate etwas gewaltsame chemische Bleichen ersparen. Die Einstellung auf beste Schärfe des Bildes für die infraroten Strahlen kann man durch Probeaufnahmen bei verschiedenen Stellungen der Mikrometerschraube festlegen.

Roß, Zeiß-Nachr. 1, 19, 1933; Eggert, Wiss. Veröff. d. Agfa 4, 101, 1935; Reinert, Z. Mikrosk. 50, 344, 1933.

Ein Verfahren zur Herstellung sehr starker Verkleinerungen (bis zu 0,001 mm Linienabstand) auf mikrophotographischem Wege beschreibt Goldberg, Z. techn. Phys. 7, 500, 1926. Er verwendet eine Auskopieremulsion (Chlorsilber-Kollodium-Emulsion), die fast kornlose Häutchen liefert. Das Bild wird durch eine umgekehrt benutzte mikrophotographische Einrichtung erzeugt. Belichtung etwa 10 s. Fixierung durch einen Tropfen Tonfixierbad.

S. auch Miethe, Z. Instrkde. 32, 190, 1912.

**g) Fluoreszenz-Mikroskope (Lumineszenz-Mikroskope)** dienen zur Beobachtung der Lumineszenz mikroskopischer Präparate. Die Präparate werden durch die Lumineszenz zu Selbstleuchtern. Die Leuchterscheinungen sind daher sehr kontrastreich, aber sehr lichtschwach. Substanzen, die nicht schon von sich aus bei Bestrahlung mit ultraviolettem Licht lumineszieren, können mit fluoreszierenden Stoffen (Fluorochrome) behandelt werden. Diese Stoffe müssen stark verdünnt (1 : 1000 bis 1 : 1000000) angewendet werden. Die Lumineszenzmikroskopie gestattet Beobachtungen am lebenden Objekt, und durch Anwendung verschiedener Fluorochrome können alle Strukturen bis in die kleinsten Organzellen beobachtet werden.

Als Lichtquelle dient eine Bogenlampe mit Nickeldochtkohlen oder dgl. Der Kollektor ist eine Quarzlinse, und als Spiegel dient statt des Silberspiegels ein Quarzprisma oder ein Chrom- oder Rhodiumspiegel. Als Ultraviolettfilter werden UV-durchlässige Schwarzgläser (z. B. Schott BG 3 oder UG 1 in verschiedenen Stärken) zusammen mit einer 5 bis 20prozentige Kupfersulfatlösung enthaltenden Küvette benutzt. Die hauptsächlich langwellige UV-Strahlung wird bei den neueren Geräten von Zeiß durch einen Auflicht-Tubus (Vertikal-Illuminator) und durch das Objekt auf das unbedeckte Präparat geworfen. Das Objektiv muß aus Gläsern bestehen, die nicht lumineszieren, und die für die benutzte UV-Strahlung genügend durchlässig sind. Benutzt werden hauptsächlich Wasserimmersionen. Um ein klares Bild zu erhalten und um Austrocknung des Präparates zu verhindern, ist eine Berieselung mit geeigneten Flüssigkeiten von Frontlinse und Präparat von großer Bedeutung. Zur Absorption der zurückgespiegelten UV-Strahlung wird zwischen Objektiv und Okular ein geeignetes Filterglas (z. B. Schott GG 11,2 mm dick) gesetzt.

Bei durchfallender Beleuchtung dient als Objektträger ein solcher aus Quarz oder Uviolglas. Als Deckglas wird in diesem Fall gewöhnliches Glas oder UV-Strahlung absorbierendes Glas (Euphosglas) benutzt.

Allgemein muß vor dem Auge alles UV-Licht ausgefiltert sein, da sonst das Auge selbst lumineszieren und somit die Auflösung und der Kontrast verschlechtert werden. Fernerhin dürfen Einschlußmedium und Fixierungsmittel des Präparates nicht selbst fluoreszieren, und gründliche Reinigung des Objektträgers und gegebenenfalls des Deckglases und des Einbettungsmediums mit nicht fluoreszierenden Reinigungsmitteln ist erforderlich.

Heimstädt, Z. wiss. Mikroskop. 28, 330, 1911; Lehmann, ebd. 30, 417, 1913; Reichert, Phys. Z. 12, 1010, 1911; Loos, Zeiß-Nachr. 2, 319, 1939; Hirt, ebd. 2, 358, 1939; ebd. 3, 82, 1939; Strugger, ebd. 3, 69, 1939; Haitinger, Fluoreszenz-Mikroskopie. Leipzig 1938.

# II. Spektrum und Interferenz

## 1. Erzeugung des Lichtes

### A. Lichtquellen

**a) Weiße Lichtquellen.** Starke Lichtquellen sind außer der Sonne die elektrischen Bogenlampen; sie sind an ultravioletten Strahlen reicher als die Sonne.

Als besondere Bogenlampenformen sind bemerkenswert: Die Bogenlampe nach Gretener, ebd. **18**, 95, 1937, mit viereckigen Beckkohlen eignet sich besonders zur Beleuchtung viereckiger Spaltfelder. Die kugelförmige Quecksilber-Höchstdrucklampe nach Rompe-Thouret (Osram) gibt ein im sichtbaren Teil des Spektrums fast kontinuierliches Spektrum mit überlagerten Linien, Leuchtdichte bis 60000 Stilb; Höpcke u. Thouret, Kinotechn. **20**, 148, 1938, auch Angaben über das Spektrum. Mit einer wassergekühlten Superhochdrucklampe solcher Art nach Bol wurde im Laboratorium eine Leuchtdichte bis 180000 Stilb erreicht, bei längerem Betrieb eine solche von 33000 Stilb; Uyterhoeven, Elektrische Gasentladungslampen, Berlin 1938, S. 304. Spektrale Energieverteilung von Quecksilberlampen bei Rößler, D. Licht **10**, 77, 1940.

Als sehr konstant brennende Quellen empfehlen sich Wolfram-Bandlampen (von etwa 9 A und 5 V) sowie die besonders intensive Flächenhelle besitzenden Azolampen (von etwa 2,5 A und 12 V) mit gerader, zylindrischer Leuchtspirale. Ihre einzelnen Windungen wirken auch in dem Falle nicht schädlich, wo ein Spalt gleichmäßig beleuchtet werden soll, sobald man mittels Linse oder Hohlspiegels die Leuchtspirale in ihrer Längsrichtung unscharf auf dem Spalt abbildet. Für die Spektroskopie eignen sich besonders auch Glühlampen mit glattem Wolframdraht.

Eine recht sonnenähnliche Strahlungsquelle, auch hinsichtlich Ultraviolettbestrahlung, wird durch Zusammenbau einer Quecksilberhochdrucklampe aus Quarzglas mit einer Wolframwendel in einem Außenkolben aus einem Spezialglas erhalten, das im Ultraviolett die kurzwellige Strahlung bei 2800 Å abschneidet; Krefft, Larché u. Rüttenauer, D. Licht **7**, 251, 1937.

Krefft u. Pirani, Quantitative Messungen im Gesamtspektrum technischer Strahlungsquellen, Z. techn. Phys. **14**, 393, 1933; Bestimmung des mechanischen Lichtäquivalents mittels Natriumentladungslampe, Kupfersulfatfilters, Thermoelements und Galvanometers, ebd. **13**, 367, 1932; Ewest, Reger u. Rompe, Physik u. Technik d. Lichtquellen, D. Phys. in regelmäßigen Ber. **6**, 183, 1938.

**b) Spektralgebiete der Strahlung.** Man unterscheidet die folgenden drei Gruppen mit ihren Wellenlängen in Zentimetern: ultrarote Strahlen $4{,}0 \cdot 10^{-2}$ bis $7{,}7 \cdot 10^{-5}$, sichtbares Licht $7{,}7 \cdot 10^{-5}$ bis $3{,}9 \cdot 10^{-5}$, ultraviolette Strahlen $3{,}9 \cdot 10^{-5}$ bis $4{,}0 \cdot 10^{-7}$. Diese Wellenlängen werden meist in Mikron $\mu = 10^{-3}$ mm oder in $m\mu = 10^{-6}$ mm oder in Ångströmscher Einheit (Å) $= 10^{-7}$ mm angegeben. Das sichtbare Licht liegt zwischen 0,77 und 0,39 $\mu$; die zugehörigen Schwingungszahlen zwischen $390 \cdot 10^{12}$ und $769 \cdot 10^{12}\,s^{-1}$ umfassen fast eine Oktave. Das Spektrum erscheint rot von 0,77 bis 0,60, gelb bis 0,57, grün bis 0,49, blau bis 0,43, violett bis 0,39 $\mu$.

**c) Sonnenspektrum und Fraunhofersche Linien.** Der Öffnungswinkel des Sonnenlichtes beträgt 32′. Erzeugt man von der Sonne ein prismatisches Spektrum, so treten bei hinreichend engem Spalte deutlich die dunklen Fraunhoferschen Linien auf.

Von diesen Linien im sichtbaren Teile enthält die Abb. 192 die wichtigsten von $A$ bis $H'$; sie koinzidieren mit Spektrallinien der darunter angegebenen Elemente. Weiter sind noch die

charakteristischen Linien einiger anderer Elemente aufgeführt, so daß die Abbildung die viel benutzten Hauptlinien von H, He, Hg, K, Li, Na, Tl enthält. Für das Gedächtnis merke man sich, daß *ADFGH* ungefähr gleichen Abstand voneinander haben. Die Wellenlängen dieser Linien sind in Tabelle 36 und 37 enthalten.

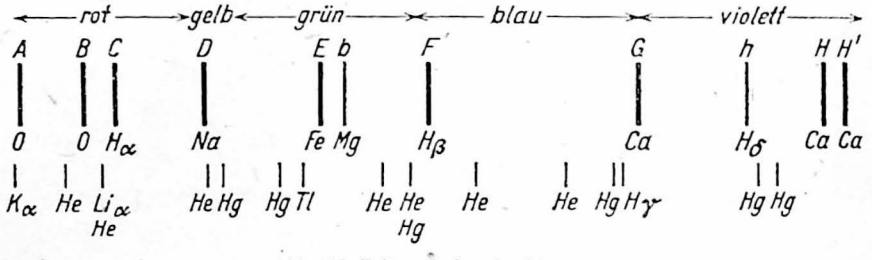



Abb. 192. Prismatisches Spektrum

**d) Bogen- und Funkenspektren** s. S. 449/450.

**e) Strahlungsquellen mit kontinuierlichem Ultraviolett-Spektrum.** Recht ergiebig für Ultraviolett sind die Höchstdruckquecksilberlampen aus Quarzglas, die neben den Quecksilberlinien ein sehr helles kontinuierliches Spektrum bis 0,22 $\mu$ geben. Als Strahlungsquellen mit guter Konstanz eignen sich besonders Wolframlampen mit einem Quarzfenster, die ein kontinuierliches Spektrum bis 0,20 $\mu$ ergeben und auch mit Stickstoff oder Argon gefüllt werden, um die Erhitzung ohne Schaden für den Glühfaden höher treiben zu können.

Lampen mit auswechselbarer Wolframwendel nach Klumb u. Odenwald, ETZ 57, 924, 1936.

Als recht konstante Strahlungsquellen mit lichtstarkem ultravioletten Kontinuum von 0,16 $\mu$ aufwärts z. B. für Absorptionsmessungen sehr geeignet sind die Entladungsröhren nach Lau mit Wasserstoffüllung und Quarz- oder Flußspatfenster; unterhalb 0,16 $\mu$ kann man sich unter Verwendung der gleichen Lampe des diskontinuierlichen, sehr linienreichen Wasserstoffspektrums bedienen; derartige Wasserstofflampen für Gleich- oder Wechselspannung werden in zahlreichen Formen technisch hergestellt.

Lau, Z. Instrkde. 50, 581, 1930; Jacobi, Z. techn. Phys. 17, 382, 1936; Smith u. Fowler, J. Opt. Soc. Amer. 26, 79, 1936.

Ein einfaches mittels eines Relais steuerbares Ventil zur Nachlieferung von Gas in Entladungsröhren beschreiben Becker u. Pirani, Z. techn. Phys. 13, 216, 1932. Eine Strahlungsquelle für äußerstes Ultraviolett ist nach Harteck u. Oppenheimer, Z. phys. Chem. (B) 16, 77, 1932, die Xenonlampe, die durch ein Fluoritfenster die starken Linien 1295 und 1469 Å aussendet und einige hundert Stunden Brenndauer besitzt.

**f) Ultrarote Strahlungsquellen** (S. 429). Intensive Spektrallinien bis zu 5,4 $\mu$ liefern u. a. die Strahlungsbögen der Alkalien und Erdalkalien. Längere Wellen stellt man mit den Reststrahlen her (S. 355). Als ergiebige Quellen mit kontinuierlichem ultrarotem Spektrum werden der Auerbrenner, die Nernstlampe, die Wolfram-Bandlampe, die Azolampe und der schwarze Körper (S. 292) benutzt.

Paschen, Ann. Phys. 27, 537, 1908; 29, 625, 1909; 33, 717, 1910; 36, 191, 1911.

### B. Lichtzerleger und Filter

**a) Monochromator.** Er besteht aus Spaltrohr, Prisma und einem zweiten Spaltrohr und dient zur Erzeugung einfarbigen Lichtes, indem er weißes oder auch anderes heterogenes (etwa Hg-, Cd-, Zn-) Licht zu einem Spektrum zerlegt, aus

dem die gewünschte Farbe durch den Austrittsspalt herausgeschnitten werden kann. Die Einstellungen hierfür erfolgen meist mittels einer mit Wellenlängen-Meßtrommel versehenen Mikrometerschraube. Monochromatoren sollen stets symmetrische Spalte besitzen, d.h. solche, deren Breite recht genau symmetrisch zu ihrer Mitte verstellbar ist. Für den ultravioletten und ultraroten Bereich werden die Geräte mit Quarz- und Flußspat-Optik benutzt oder auch solche, bei denen die Objektive durch Hohlspiegel ersetzt sind. Die Eichung auf Wellenlängen geschieht mittels heller Spektrallinien (Tab. 36), erforderlichenfalls unter Benutzung des Hartmannschen Dispersionsnetzes (S. 386). Dabei dient zum Sichtbarmachen ultravioletten Lichtes ein fluoreszierendes oder phosphoreszierendes Okular, bestehend aus einer Lupe und einer lumineszierenden Platte (z.B. fluoreszierendem Uranglas), letztere wird gegen den Austrittsspalt angedrückt; die genauere Eichung erfolgt alsdann auf photographischem Wege mit Leiss'scher Kamera nach Schönrock.

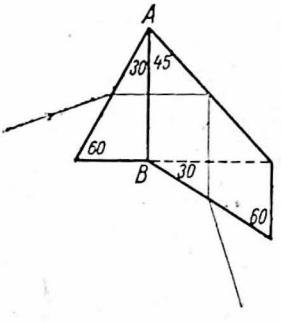



Abb. 193.
Straubelsches Quarzprisma

Güssow, Z. Astrophys. 14, 300, 1937.

Bei Quarzgeräten wird in der Regel das Straubelsche Quarzprisma (Abb. 193) mit fester Ablenkung von 90° (S. 400) eingebaut, das für die einzelnen Spektrallinien in die entsprechenden Minimumstellungen gedreht wird. Bei ihm liegt die optische Achse des Quarzes im dreiseitigen Prisma parallel $AB$, im vierseitigen senkrecht zur Zeichenebene. Würde man mit diesem Prisma ein längeres Spektrum photographieren, so zeigt zwar seine Mitte einfache Linien, nach den Seiten hin wird sich aber bald eine deutliche Verdoppelung der Linien bemerkbar machen. Hier bleibt nämlich genau stets nur diejenige Linie einfach, deren Einfallswinkel $\varepsilon$ sich aus der Gleichung $\sin \varepsilon = \frac{1}{2}(n_o + n_e) \sin 30°$ ergibt, worin $n_o$ und $n_e$ die beiden Hauptbrechungszahlen des Quarzes senkrecht zu seiner optischen Achse sind; in diesem Falle bleibt dann die Differenz zwischen Eintrittswinkel $\varepsilon$ und Austrittswinkel am Prisma unter zwei Sekunden, so daß auch bis auf diese kleine Größe die Ablenkung der Linie dem Werte 90° entspricht.

Bei nur einmaliger spektraler Zerlegung läßt sich nie ein reines Spektrum erzielen. Über diesem liegt in beträchtlichem Maße ein Schleier schädlichen falschen Lichtes aller Wellenlängen, herrührend von dem zerstreuten, vielfach zurückgeworfenen und gebeugten Lichte. Um den herausgeschnittenen Teil des Spektrums von dieser Streustrahlung zu befreien, muß man ihn nach v. Helmholtz für alle Präzisionsmessungen noch einmal spektral zerlegen, also zwei Monochromatoren hintereinander in den Strahlengang schalten, d.h. einen Doppelmonochromator benutzen; diese Geräte sind meist so konstruiert, daß der Austrittsspalt des ersten zugleich als Eintrittsspalt für das zweite dient. Für gewöhnliche Zwecke kommt man auch mit einem einfachen Monochromator aus, wenn vor seinem Eintrittsspalt ein Strahlenfilter eingefügt wird, das die schädlichen Wellenlängen stark absorbiert, die eingestellte Farbe hingegen möglichst ungeschwächt hindurchläßt (S. 356).

Doppelmonochromator mit Objektiven bei Lehmann, Ann. Phys. 5, 638, 1901; 39, 53, 1912.

Einen lichtstarken Doppelmonochromator mit Hohlspiegeln (mit Hochheimscher Oberflächenverspiegelung) und Quarzprismen für das Gebiet von 0,2 bis 3 $\mu$ mit einfacher Zerlegung aber doppelter Reinigung des Lichtes hat Schönrock angegeben. Dieser Apparat kann zugleich als Vario-Illuminator dienen, weil er das Arbeiten sowohl in monochromatischem als auch beliebig kombiniertem Licht gestattet. Das vom ersten Monochromator entworfene Spektrum wird nämlich im zweiten wieder zu einem Spaltbild vereinigt. Somit können durch Einsetzen von Spalten oder Blenden in der Bild- (Spektrum-) Ebene des ersten Monochromators willkürliche Spektralkombinationen ausgeblendet werden.

Leiss, Z. Phys. **77**, 412, 1932; Dühmke, Phys. Z. 43, 33, 1942.

Oft ist auch der Umstand zu berücksichtigen, daß ein Monochromator eine merkliche Menge geradlinig polarisierten Lichtes entläßt. Dieser polarisierte Lichtanteil entsteht beim Durchtritt des Lichtes durch die brechenden Flächen der Dispersionsprismen, schwingt in Glasgeräten senkrecht zur Längsrichtung des Austrittsspalts und kann depolarisiert werden, indem man entweder dicht an letzterem eine 3 mm dicke Kalkspatplatte (einfaches Spaltungsstück), deren Hauptschnitt einen Winkel von 45° mit der Horizontalebene bildet (Verwandlung in natürliches Licht), oder noch besser eine Viertelwellen-Glimmerplatte (entsprechend der eingestellten Wellenlänge) nach S. 490 (Verwandlung in zirkular polarisiertes Licht) einschaltet.

Vgl. auch S. 483/484. Über die Verhältnisse beim Quarzmonochromator s. Schönrock u. Einsporn, Phys. Z. **37**, 6, 1936.

Für Arbeiten im Ultrarot zwischen 8 und 23 $\mu$ verwendet man Hohlspiegel und als Prismenstoff Steinsalz oder Sylvin. In diesem Gebiet des Ultrarots pflegt man die mittlere Wellenlänge des ausgeblendeten schmalen Spektralbezirks aus der bekannten Dispersion des Prismenstoffs (Tab. 38) zu berechnen.

Shearin u. Plyler, J. Opt. Soc. Amer. **28**, 61, 1938. Barnes, ebd. **28**, 140, 1938, regt an, durch Tiefkühlung der Prismen die Grenze der Prismenspektroskopie weiter ins langwellige Ultrarot zu verschieben.

**b) Doppelspektrometer mit Gitter und Prisma.** Für Präzisionsmessungen im Ultrarot ist es oft erwünscht, aus weißem Licht ultrarote Linien von bekannter Wellenlänge herauszuschneiden und mit diesen die Messungen, z. B. Dispersionsbestimmungen, auszuführen. Das Licht einer hellen weißen Lichtquelle $A$ (Abb. 194) gelangt mittels des Hohlspiegels $B$ in das Spiegelspektrometer $CDF$, auf dessen Tischchen sich das ebene Spiegelgitter $E$ befindet, und wird in eine Anzahl scharfer Spektren auf $G$ zerlegt. Hier liegt der Spalt des Wadsworth-Rubensschen Spiegelspektrometers $GHJKL$ (S. 399), dessen Tischchen mit Prisma $J$ und Spiegel $K$ mittels einer Mikrometerschraube so gedreht wird, daß das Bild des Spaltes $G$ auf den linearen Streifen $M$ eines fest aufgebauten Vakuumbolometers fällt.

Will man nun durch den Spalt $G$ ultrarote Strahlung von wohldefinierter Wellenlänge senden, so beleuchtet man den Spalt $C$ unter Einschaltung des Spiegels $O$ mit dem von einer homogenen Lichtquelle $N$ ausgesandten Licht und bringt durch Drehung des Gitters $E$ (S. 367) ein gebeugtes Bild des Spalts $C$ genau zentrisch zum Spalt $G$. Dies sei Licht der Wellenlänge $\lambda_1$ im Spektrum der Ordnung $k$, dann wird, wenn man $O$ entfernt und wieder $A$ leuchten läßt,

durch den Spalt $G$ nicht nur Licht der Wellenlänge $\lambda_1$ gelangen, sondern gleichzeitig auch die ultraroten Spektralstreifen der Wellenlängen $\frac{k}{m}\lambda_1$ (S. 370), worin für $m$ die ganzen Zahlen von 1 bis $k-1$ zu setzen sind. Diese Linien werden durch das Prisma $J$ getrennt und lassen sich hierauf nacheinander auf den Bolometerstreifen $M$ einstellen.

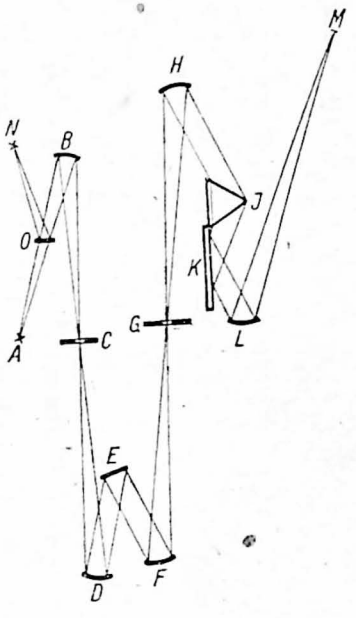



Abb. 194. Doppelspektrometer mit Gitter und Prisma

Es empfiehlt sich, den vorklappbaren Schirm zur Unterbrechung der Strahlung zwischen $A$ und $O$ zu setzen, durch Anbringung einer rechteckigen Blende auf $B$ das Strahlenbündel in horizontaler Richtung zu begrenzen zur Erzielung seitlich scharfer Spaltbilder, sowie auch die beiden Spiegel $F$ und $L$ mit entsprechenden Blenden zu versehen, damit die viele unerwünschte gebeugte Strahlung der größeren Wellenlängen nicht zum Bolometer gelangt. So läßt sich auf $M$ ein Spaltbild erzeugen, dessen Energieverteilung mit Bezug auf seine vertikale Mittellinie merklich symmetrisch ist. Ist dann noch der Bolometerstreifen hinreichend homogen, so wird sich keine Abweichung zwischen okularer und bolometrischer Einstellung derselben sichtbaren Linie auf $M$ mehr nachweisen lassen. Das ist wichtig, damit sich nicht systematische Fehler einschleichen in die Differenzmessungen der Einfallswinkel beim Prisma $J$ für die sichtbaren, meist okular einzustellenden Linien einerseits und die ultraroten, bolometrisch festzulegenden Linien andererseits. Bei derartigen Einstellungen des Spaltbildes auf den Bolometerstreifen $M$ läßt sich der mittlere Fehler der einzelnen Einstellung sowohl bei den okularen als auch bei den bolometrischen Beobachtungen auf 1″ und weniger halten.

Über Ultrarotspektroskopie s. die Monographie von Schaefer u. Matossi, D. ultrarote Spektrum. Berlin 1930. Artikel Reinkober, D. experimentellen Methoden d. Ultrarotspektroskopie, im Hand- u. Jb. d. chem. Phys. von Eucken u. Wolf **9**, Abschn. II, 1, 1934.

**c) Reststrahlen** (S. 430). Intensive, eng begrenzte Spektralgebiete von mehr als 20 $\mu$ Wellenlänge lassen sich nach der Rubensschen Methode der Reststrahlen aussondern: da dispergierende Körper für bestimmte Gebiete des Spektrums, nämlich an den Stellen sehr starker Absorption, metallische Spiegelung aufweisen, so lassen sich durch mehrfache Spiegelung die den ultraroten Absorptionsgebieten entsprechenden Wellenlängen isolieren.

Reststrahlen von Flußspat ergeben nach vier Spiegelungen durch eine 6 mm dicke Sylvinplatte filtriert 22,3 $\mu$, durch 0,4 mm Quarz (immer senkrecht zur Achse geschliffen) filtriert 32,9 $\mu$, die von Steinsalz nach fünf Spiegelungen durch 0,8 mm Quarz filtriert 52,0 $\mu$, die von Sylvin nach vier Spiegelungen durch 0,4 mm Quarz filtriert 64,4 $\mu$; wiederholte (meist viermalige) Spiegelung an Chlorsilber liefert 81,5 $\mu$, an Bromkalium durch 0,8 mm Quarz filtriert 82,6 $\mu$, an Thalliumchlorür 91,6 $\mu$, an Jodkalium durch 0,8 mm Quarz filtriert 94,1 $\mu$, an Bromsilber 112,7 $\mu$,

an Thalliumbromür 117,0 $\mu$ und schließlich an Thalliumjodür 151,8 $\mu$. Als Strahlungsquelle wird hierbei gewöhnlich der Auerbrenner (ohne Zugglas) oder der schwarze Körper (S. 292) verwandt.

Über eine andere Form der Reststrahlenmethode s. Czerny, Z. Phys. **16**, 321, 1923; Kühne, ebd. **84**, 722, 1933.

**d) Quarzlinsen-Methode** (S. 430). Noch längere Wellen lassen sich nach dieser dem Lenardschen Prinzip (S. 358) nachgebildeten Methode isolieren, die auf der Benutzung der selektiven Brechung (S. 358) und Absorption beruht. Bei Anwendung einer Quarz-Quecksilberlampe als Strahlungsquelle und zweier Quarzlinsen von 10 cm Durchmesser (Dicke der eingeschalteten Quarzschicht etwa 23 mm) wird eine Strahlung erhalten, die hauptsächlich aus zwei Teilen besteht, deren Energiemaxima bei 218 und 343 $\mu$ liegen. Unter den gleichen Umständen läßt sich vom Auerbrenner eine langwellige (ziemlich inhomogene) Strahlung von 110 $\mu$ gewinnen.

Rubens, Berl. Ber. 1921, S. 8; Dahlke, Z. Phys. **115**, 1, 1940.

**e) Farbig absorbierende Mittel.** α) Strahlenfilter lassen einzelne Teile des Spektralgebietes ziemlich ungeschwächt hindurch, absorbieren dagegen die anderen Teile sehr vollständig. Den früher gewöhnlich verwendeten gefärbten Lösungen vorzuziehen sind die Farbgläser auch wegen ihrer hohen Unveränderlichkeit. Im Handel sind jetzt rote, gelbe, grüne, blaue und violette Gläser in den verschiedensten Abtönungen und von guter optischer Gleichmäßigkeit in beliebigen Größen zu haben. Sehr brauchbar sind auch die käuflichen Gelatinefilter, bei denen zwischen verkitteten Spiegelglasplatten organische Farbstoffe in Gelatine eingeschlossen sind.

Aus Lösungen bestehende Filter z. B. bei Eggert u. Noddack, Z. Phys. **20**, 301, 1923.

Im besonderen werden für die Verwendung an Quecksilber-Hochdrucklampen Spezialfilter zur Isolierung der Hauptlinien 3650, 4062, 4358, 5461, 5780, 10140 Å geliefert.

Schmidt, Z. Instrkde. **55**, 342, 1935; Staats, J. Opt. Soc. Amer. **28**, 112, 1938.

Als Monochromatfilter für Natriumlicht wird in der Polarimetrie meist eine 1,5 cm dicke Schicht einer wäßrigen 6%-Kaliumbichromatlösung benutzt.

Als Strahlenfilter für einfache Monochromatoren (S. 352) eignen sich gut die Jenaer Gläser der folgenden Tabelle; diese enthält auch die zu wählenden Dicken sowie die Spektralbereiche, innerhalb derer die Gläser benutzt werden sollen.

Jenaer Farbgläser

| Bezeichnung des Farbglases | Dicke in mm | Benutzbar im Spektralbereich |
|---|---|---|
| RG 1 Helles Rot | 2 | 0,770—0,620 $\mu$ |
| OG 2 Reines Orange und<br>BG 13 Mittleres Blau | 2<br>1 | 0,620—0,573 $\mu$ |
| GG 11 Dunkles Gelb und<br>BG 14 Helles Blau | 2<br>2 | 0,573—0,495 $\mu$ |
| BG 12 Blauglas | 2 | 0,495—0,430 $\mu$ |
| UG 3 Helleres Violettglas und<br>BG 12 Blauglas | 2<br>2 | 0,430—0,390 $\mu$ |

$\beta$) Ultraviolettfilter. Das Jenaer dunkle Violettglas UG 1 von 2 mm Dicke läßt fast nur Strahlung in der Gegend von 0,30 bis 0,39 $\mu$ hindurch. Ein fast nur für ultraviolette Strahlung durchlässiger Schirm ist eine in einer Quarzzelle enthaltene verdünnte Lösung von p-Nitrosodimethylanilin in Glyzerin; sie absorbiert zwischen den Wellenlängen 0,50 und 0,37 $\mu$ stark und läßt sonst alle durch bis 0,20 $\mu$. Ein kurzer Quarzkolben mit Chlordampf von hohem Druck ist ein gut brauchbares Filter für die Quecksilberlinie 0,254 $\mu$, weil es zwischen 0,265 und 0,436 $\mu$ vollständig absorbiert.

Wood, Phys. Z. 4, 337, 1903; Oldenberg, Z. Phys. 29, 328, 1924. Viele Filterkombinationen bei Seitz, Das Licht 3, 108 u. 128, 1933.

Filterkombinationen zur Abgrenzung von vier schmalen Bereichen zwischen 0,27 und 0,40 $\mu$ bei Krefft u. Rößler, Z. techn. Phys. 17, 479, 1936.

Für sichtbares Licht undurchlässige, 0,20 bis 0,48 $\mu$ dünne Filme der Alkalimetalle auf Quarzglas sind im Ultraviolett höchst durchsichtig, und zwar Li bis 0,205, Na bis 0,210, K bis 0,315, Rb bis 0,360, Cs bis ins Blau 0,440 $\mu$.

Wood, Phys. Rev. 44, 353, 1933.

$\gamma$) Ultrarotfilter. Das Jenaer sehr dunkle Rotglas RG 8 von 2 mm Dicke eignet sich zur Ausblendung des kurzwelligen Ultrarots, weil es nur für Strahlung zwischen 0,7 und 2,8 $\mu$ durchlässig ist. Ähnlich verhält sich das Nigrosinfilter von Rütten. Die beiden Wratten-Filter F 29 und H 45 zusammen, zwischen Gläsern gefaßt, nebst 1 cm Wasserschicht sondern die Wellenlängen von etwa 0,8 bis 1,3 $\mu$ aus (Paschen). Eine etwa 1 mm dicke Paraffinplatte ist zwischen 20 und 40 $\mu$ gut durchlässig, daher in diesem Spektralgebiet als Filter bzw. Fensterverschluß geeignet (Kellner). Durch Verdampfen auf sehr dünne Zaponhäute erzeugte, 3 bis 27 $\mu$ dicke Schichten von NaCl, KCl, $NH_4Cl$, TlCl, TlBr, TlJ eignen sich als Selektionsfilter zwischen 40 und 140 $\mu$ (Hirsekorn).

Rütten, Z. Phys. 60, 1, 1930; Paschen, Ann. Phys. 43, 858, 1914; Kellner, Z. Phys. 56, 215, 1929; Hirsekorn, Ann. Phys. 6, 985, 1930.

$\delta$) Interferenzlichtfilter sind jetzt leicht technisch herstellbar durch Verwendung der dichroitischen Polarisationsfolien (S. 468) und als monochromatische Filter ausgebildet stets symmetrisch in bezug auf ihr Durchlaßmaximum, müssen aber immer im parallelen Strahlengang angeordnet werden.

Rösch, Z. Instrkde. 58, 188, 1938. — Über die Anwendung eines auf Rotationsdispersion beruhenden Filters s. Gabler, Phys. Z. 41, 339, 1940.

$\varepsilon$) Christiansen-Filter. Diese Monochrome genannten Dispersionsfilter können an Stelle des Primas eines Monochromators benutzt werden und liefern (zumal im Verein mit passenden Farbgläsern) ziemlich gut monochromatisches Licht. Wird eine Filterküvette von etwa 50 mm Schichtdicke mit einem grobkörnigen Pulver aus einem isotropen Stoff (meist Glas) und mit einer Flüssigkeit (z. B. Methylbenzoat) gefüllt, so durchsetzen das Gemisch in gerader Richtung nur Lichtstrahlen von derjenigen Wellenlänge, für die Pulver und Flüssigkeit die gleiche Brechungszahl besitzen; alle anderen Farben dagegen werden teils zurückgeworfen, teils gebrochen zur Seite abgelenkt. Da nun beim Glas-Ester-Gemisch die Brechungszahl des Glases nur wenig, die des Esters aber sehr stark mit der Temperatur variiert, so werden auch diese Monochrome ihre Farbe stark mit der Temperatur ändern, und zwar über einen weiten Spektralbereich hin. So

isoliert z. B. eine solche Filterküvette je nach der Temperatur eines umgebenden Wasserbades bei 13,8° die Wellenlänge 0,68 $\mu$, bei 22,6° 0,57 $\mu$, bei 32,1° 0,50 $\mu$, bei 45,5° 0,44 $\mu$.

Christiansen, Wied. Ann. **23**, 298, 1884; Weigert u. Shidei, Z. phys. Chem. (B) **9**, 329, 1930. Ein Filter für ultraviolette Strahlung bis 0,30 $\mu$ herab bei v. Fragstein, Ann. Phys. **31**, 443, 1938. Jenaer Dispersionsfilter bei Berger u. Klemm, Zeiß-Nachr. **2**, 49, 1936; Geffcken, Kolloid-Z. **86**, 55, 1939.

$\zeta$) Lenardsche Linsenmethode für Ultraviolett. Sie macht von der Farbenabweichung Gebrauch, die bei kurz brennweitigen, bikonvexen Linsen aus Flußspat, Quarz oder Steinsalz stark zur Geltung kommt, um z. B. Strahlung der Wellenlänge 0,17 $\mu$ ähnlich wie im folgenden Abschn. $\eta$ auszusondern.

Lenard, Ann. Phys. **1**, 494, 1900.

$\eta$) Leiss'scher Vorzerleger für Ultraviolett. Diese gut brauchbare Filtereinrichtung beruht auf dem Lenardschen Prinzip (Abschn. $\zeta$), besteht aus einem Spalt $A$ (Abb. 195) und den beiden Quarzlinsen $B$ und $C$ von gleicher Brennweite und wird vor dem Eintrittsspalt $D$ des Monochromators angebracht. Die letzteren lassen sich durch einen mit Wellenlängenteilung versehenen Schneckentrieb gemeinschaftlich einander nähern bzw. voneinander entfernen. Da die Brennweite einer Quarzlinse im Ultraviolett mit kleiner werdender Wellenlänge recht bedeutend abnimmt, so werden von dem leuchtenden Spalt $A$ immer nur die Strahlen einer durch den Abstand $BC$ bestimmten Wellenlänge ein scharfes Bild auf dem Spalt $D$ erzeugen, und zwar derjenigen Wellenlänge, für die die Spalte gerade in den Brennebenen der Linsen liegen; dagegen werden die anderen Wellenlängen einen mehr oder weniger breiten Lichtbüschel auf den Spaltbacken von $D$ bilden, so daß nur ein Bruchteil des Lichtes dieser anderen Wellenlängen durch den Spalt $D$ hindurchgelangt.

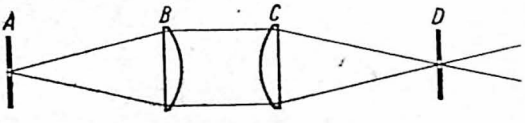


Abb. 195. Vorzerleger

Leiss, Z. Phys. **71**, 156, 1931.

**f) Durchlässigkeit optischer Mittel für Ultraviolett und Ultrarot.** Von den Gläsern werden manche schon nach den Grenzen des sichtbaren Spektrums hin unvollkommen durchlässig, bald darüber hinaus die meisten, und nur wenige bewahren eine stärkere Durchlässigkeit weit ins Ultraviolett bis 0,32 $\mu$ oder Ultrarot bis 3,0 $\mu$. Jenaer Uviolglas ist bis etwa 0,25 $\mu$, Glas 980 A der Corning Glass Works bis zu 0,20 $\mu$ durchlässig (s. auch Tab. 43).

Durchlässig ist Kalkspat von 0,20 bis 3,1 $\mu$, Flußspat von 0,13 bis 9,0 $\mu$, Steinsalz von 0,17 bis 18 $\mu$, Sylvin von 0,18 bis 23 $\mu$, Quarz sowie Quarzglas von 0,15 bis 4,2 $\mu$. Bei Quarz und Quarzglas finden sich zwischen 2,7 und 3,1 $\mu$ schmale intensive Absorptionsbanden. Während beim Quarz zwischen 4,2 und 24 $\mu$ starke Absorption eintritt, werden noch längere Wellen wieder durchgelassen, wobei sie eine stärkere Brechung erfahren als die sichtbaren Lichtstrahlen; wichtig für die Quarzlinsenmethode S. 356 (s. auch Tab. 41).

Im Ultrarot besitzen 50% Durchlässigkeit bei 1 cm Schichtdicke Lithiumfluorid für 6,3 $\mu$, Natriumfluorid für 10,3 $\mu$, Bromkalium für 27 $\mu$. Hohls, Ann. Phys. **29**, 433, 1937, maß die Absorption an Schmelzflußkristallen von LiF zwischen 4,5 und 15,8 $\mu$, von NaF zwischen 7,5 und 24 $\mu$.

Für Ultraviolett bis herab zu 0,25 bis 0,21 $\mu$ durchlässige Kittmittel sind Glyzerin, reinstes Rizinusöl, im Handel erhältlicher ungereinigter Traubenzucker-Sirup, Styrol, sowie der von 0,21 bis 2,7 $\mu$ gut durchlässige feste haltbare UV-Kitt der Firma Halle Nachf. (Berlin-Steglitz), während eingedicktes Terpentin unterhalb 0,302 $\mu$ schon merklich absorbiert.

## 2. Messung der Wellenlänge

### A. Definitionen

**a) Allgemeine Beziehungen.** Die Wellenlänge $\lambda_0$ eines homogenen Lichtstrahles im Vakuum berechnet sich aus der in Luft von der Temperatur $t$, dem Druck $p$ und dem Dunstdruck $e$ beobachteten, $\lambda$, nach der Gleichung $\lambda_0 = \lambda N$. Nähere Angaben über den Wert der Brechungszahl $N$ der Luft und seiner Abhängigkeit von $t$, $p$, $e$ s. S. 387. Allgemein ist $d\lambda = -\frac{\lambda}{N} dN$, worin $N = 1$ gesetzt werden darf. Demgemäß ist $\frac{d\lambda}{dt}$ positiv, $\frac{d\lambda}{dp}$ negativ und $\frac{d\lambda}{de}$ positiv.

**b) Wellenlängen-Normal.** Alle spektroskopischen Messungen von Wellenlängen werden auf die rote Cd-Linie bezogen, deren Wellenlänge auf

$$\lambda_{t=15,\ p=760,\ e=0} = 0{,}643\,846\,96\ \mu$$

festgesetzt worden ist; der Druck von 760 mm ist auf die Schwerebeschleunigung $g_n = 980{,}665\ \mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ zu beziehen nach S. 5; Auswertung des Meters in Lichtwellenlängen S. 41. Diese Wellenlänge, auf Luft von 20°, 760 mm und 10 mm absoluter Feuchtigkeit umgerechnet, ergibt sich zu

$$\lambda_{t=20,\ p=760,\ e=10} = 0{,}643\,850\,34\ \mu.$$

Da der Gehalt der Luft an Sauerstoff, Kohlensäure und Argon merklich mit der Jahreszeit, dem Barometerstand und der Ortslage auf der Erde schwankt, woraus Änderungen des Wellenlängen-Normals um $\pm 4$ Einheiten der achten gültigen Ziffer resultieren können, kann als Urnormal nur eine Vakuumwellenlänge dienen.

Weitere sekundäre Wellenlängen-Normale in Tab. 36.

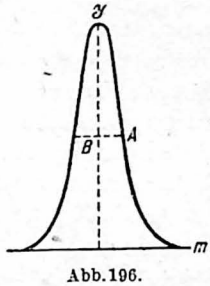



Abb. 196. Stärkenverteilung in einer Emissionslinie

**c) Breite der Spektrallinien.** Selbst eine homogene Spektrallinie liefert entsprechend dem Dopplerschen Prinzip im Visionsradius einen gewissen kleinen Schwingungsbezirk. Hierauf ist die Linienbreite praktisch ihrem ganzen Betrage nach zurückzuführen, sobald der leuchtende Dampf unter geringem Druck (nicht über 2 mm) steht. So berechnet sich für die Emissionslinie einer sehr dünnen leuchtenden Schicht eine Stärkenverteilung, wie sie Abb. 196 zeigt, als Ordinaten die Stärken $\mathfrak{J}$ aufgetragen, als Abszissen die Änderungen der reziproken Wellenlänge $m = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda}$. Für $\lambda_1$, also $m = 0$, erreicht $\mathfrak{J}$ seinen größten Wert, der gleich 1 gesetzt werde. Im Punkte $A$ mit den zugehörigen Werten $\lambda_2$ und $m_2 = AB = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}$ sei $\mathfrak{J} = \frac{1}{2}$, so wird $\mathfrak{J} = 2^{\frac{-m^2}{m_2^2}}$; durch $m_2$ ist demgemäß die ganze Stärkenverteilung in der Spektrallinie bestimmt. Die in Wellenlängen ausgedrückte Größe $AB$ heißt die Halbweite $\delta$ der Linie; es ist $\delta = \lambda_2 - \lambda_1 = m_2 \lambda_1^2$ und somit $\mathfrak{J} = 2^{-\left(\frac{\lambda - \lambda_1}{\delta}\right)^2}$. Nun läßt sich für $\delta$ folgender Wert ableiten, wenn $T$ die absolute Temperatur des leuchtenden Dampfes und $a$ das Atomgewicht (für Sauerstoff gleich 16) des leuchtenden Elements bezeichnet: $\delta = 358 \cdot 10^{-9} \lambda_1 \sqrt{\frac{T}{a}}$. Eine Spektrallinie ist also um so feiner, je kleiner $T$ wird und je größer $a$ ist. Betrachtet

man als wirksame Breite einer Linie diejenige, die bis zu den Stellen reicht, an denen etwa $\Im = 0{,}05$ ist, so ergibt sie sich ungefähr zu $4\delta$.

Schönrock, Ann. Phys. **20**, 995, 1906.

Z. B. ist für die rote Cd-Linie $\lambda_1 = 0{,}6439\,\mu$, $T = 573$, $a = 112{,}4$ und $\delta = 0{,}00000052\,\mu$. Ihr obiger Normalwert ist deshalb so zu verstehen, daß er sich streng genommen auf den optischen Schwerpunkt (S. 476) $\lambda_1$ der Linie bezieht. Leider hat sie sich nach den Untersuchungen von Kösters und Lampe in der Phys.-Techn. Reichsanstalt als infolge zweier Trabanten unsymmetrisch erwiesen, so daß als Ersatz die grüne Kr-Linie $0{,}5650\,\mu$ zum Wellenlängen-Normal in Aussicht genommen ist.

Siehe auch die vom Doppler-Effekt befreite Stärkenverteilung der roten Cd-Linie im Molekularstrahl bei Anregung durch Elektronenstoß bei Minkowski u. Bruck, Z. Phys. **95**, 284, 1935.

Durch die Halbweite einer einfachen Linie wird ferner ihre Interferenzfähigkeit bedingt, die der Halbweite umgekehrt proportional ist. Der größte Gangunterschied zwischen den beiden interferierenden Strahlenbündeln, bei dem die Haidingerschen Interferenzringe noch deutlich sichtbar sind, ist nämlich ungefähr gleich $\frac{\lambda_1^2}{2\delta}$ zu setzen.

So sind z. B. bei Kühlung einer Kryptonröhre durch flüssigen Stickstoff mit der oben erwähnten Kr-Linie $0{,}5650\,\mu$ ($T = 63{,}1$; $a = 83{,}7$; $\delta = 0{,}00000018\,\mu$) die Interferenzringe bis zu einer Luftdicke von 620 mm beobachtbar, wobei die Strahlenbündel einen Gangunterschied von 2190000 Wellenlängen besitzen.

Mit wachsendem Druck nimmt die Linienbreite durch Stark-Effekt, Dämpfung usw. stark zu, und bei 400 mm übersteigendem Druck wird die Verbreiterung oft unsymmetrisch. Mit steigendem Druck tritt eine Verschiebung des optischen Schwerpunktes der Linie nach den größeren Wellenlängen hin ein, und zwar bis zu $0{,}000003\,\mu$ pro Atm. Druckerhöhung.

Näheres betreffs Theorie s. Malinowski, Ann. Phy. **44**, 959, 1914 (Korrektion im Falle einer endlichen emittierenden Schichtdicke). Verbreiterung von Spektrallinien durch Selbstabsorption bei Burger u. van Cittert, Z. Phys. **51**, 638, 1928. Wahre und scheinbare Stärkenverteilung der Linien in Spektralgeräten bei Burger u. van Cittert, ebd. **79**, 722, 1932.

**d) Feinstruktur.** Nur selten ist eine helle Spektrallinie einfach, meist wird sie von einer Anzahl mehr oder weniger intensiver, sehr nahe benachbarter Nebenlinien, Trabanten, begleitet. Zuweilen sind aber auch einige von ihnen so lichtstark, daß man in dem Linienkomplex keine als Hauptlinie ansprechen kann. In solchen Fällen ist seine Interferenzfähigkeit oft nur verhältnismäßig gering, da sich die Maxima und Minima der einzelnen Trabanten mit zunehmendem Gangunterschied bald übereinanderlagern. Die Struktur einer Linie bleibt ziemlich ungeändert erhalten, auf welche Weise man auch die Spektren erzeugen mag.

Von den Quecksilberlinien z. B. zeigen die meisten eine ziemlich komplizierte Zusammensetzung, während die Kadmiumlinien nur wenige Trabanten aufweisen.

Neben der keinen Trabanten aufweisenden grünen Kr-Linie $0{,}5650\,\mu$ werden als geeignete Testobjekte zur Prüfung der Güte und des Auflösungsvermögens der Geräte von Interferenzen hoher Ordnung vielfach die folgenden drei Quecksilberlinien benutzt, wie sie sich in einer im Wasserbade montierten und mit 6 A brennenden Quecksilber-Bogenlampe zeigen. Neben der Hauptlinie 0,0 sind die Abstände der helleren Trabanten von ihr in Å vermerkt; das Vorzeichen minus bedeutet, daß die Wellenlänge des betreffenden Trabanten kleiner ist als die der Hauptlinie.

Hg grün 4916 mit nur sehr lichtschwachen Trabanten;

Hg grün 5461, Abstände auf $\pm$ 0,001 Å sicher, — 0,2361, — 0,1018, — 0,0689, — 0,0475 — 0,0208, — 0,0088, 0,0, + 0,0086, + 0,0181, + 0,0842, + 0,1281, + 0,2141;

Hg gelb 5770, Abstände auf $\pm$ 0,002 Å sicher, — 0,113, — 0,050, 0,0, + 0,044.

**e) Dispersionsgebiet und Auflösungsvermögen.** Für die Beurteilung der Leistungen der Spektralgeräte kommen hauptsächlich die folgenden beiden Größen in Betracht:

Das Dispersionsgebiet $\Delta\lambda$ ist der Umfang des größten Wellenlängenbezirks, der gleichzeitig im Gerät geprüft werden kann.

Das Auflösungsvermögen hängt ab von der kleinsten noch auflösbaren Wellenlängendifferenz $\vartheta\lambda$ zweier äußerst scharfer Linien; als Auflösungsvermögen gilt $\frac{\lambda}{\vartheta\lambda}$. Dieses verringert sich entsprechend, sobald die etwa durch den Doppler-Effekt erzeugte Linienbreite (nach S. 359) gegenüber der durch das Gerät erzeugten merklich in Betracht kommt.

Für ein Prisma mit der Brechungszahl $n$ und der dem brechenden Winkel gegenüberliegenden Basisbreite $a$ ist $\Delta\lambda$ nur durch Totalspiegelung oder Absorption eingeschränkt, und das Auflösungsvermögen, falls das Prisma in der Minimumstellung vom Licht der Wellenlänge $\lambda$ voll ausgefüllt wird, beträgt nach Rayleigh $\frac{\lambda}{\vartheta\lambda} = -a\frac{\partial n}{\partial\lambda}$. Werden alle Längen in Millimeter ausgedrückt, so ist z. B. für ein Flintglas-Prisma von $a = 50$ etwa $\frac{\partial n}{\partial\lambda} = -150$ und folglich $\frac{\lambda}{\vartheta\lambda} = 7500$.

Auflösungsvermögen von Interferenzspektroskopen

| Gerät | Allgemein | | Beispiel | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $q$ | $k$ | $q$ | $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = k$ | $\frac{\lambda}{\vartheta\lambda} = kq$ |
| Beugungsgitter S. 367 | $q$ die Gesamtstrichzahl, $a$ seine Breite, $l$ die Gitterkonstante, $q = \frac{a}{l}$ | Ordnung des Spektrums | 108 000<br>$a = 140$<br>$l = 0{,}0013$ | 2 | 216 000 |
| Luftplatten-spektroskop (Fabry-Perot) S. 374 | $q$ die Anzahl der effektiven Strahlen, $d$ die Etalondicke | $k = \frac{2d}{\lambda}$ | 59 | 67 800<br>$d = 20$ | 4 000 000 |
| Durchlassungs-Stufengitter S. 380 | $q$ die Plattenzahl, $d$ die Stufendicke | $k = \frac{d(n-1)}{\lambda}$ | 35 | 9 660<br>$d = 10$<br>$n = 1{,}57$ | 338 000 |
| Spiegel-Stufengitter S. 382 | $q$ die Plattenzahl, $d$ die Stufendicke | $k = \frac{2d}{\lambda}$ | 35 | 33 900<br>$d = 10$ | 1 190 000 |
| Glasplatten-spektroskop (Lummer-Gehrcke) S. 384 | $q = \frac{a}{2d\,\mathrm{tg}\,\varepsilon'}$<br>$\sin\varepsilon' = \frac{1}{n}$<br>$a$ seine Länge, $d$ die Plattendicke | $k = \frac{2dn\cos\varepsilon'}{\lambda}$ | 11<br>$a = 200$<br>$d = 10$<br>$n = 1{,}52$<br>$\varepsilon' = 41{,}1°$ | 38 800 | 427 000 |

Bezeichnet bei den Interferenzspektroskopen $k$ die zu $\lambda$ gehörige Interferenz-Ordnungszahl und $q$ die Anzahl der interferierenden Strahlenbündel von angenähert gleicher Stärke oder aber die an die Stelle der Anzahl der Strahlen merklich ungleicher Stärke gesetzte Zahl der effektiven Strahlen gleicher Stärke, so wird (nach S. 360) $k\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ und damit $\frac{\lambda}{\vartheta\lambda} = kq$.

In der Tabelle S. 361 sind für die Geräte die Angaben über die erreichbaren Leistungen, mit je einem speziellen Beispiel (Spalten 4—6) für $\lambda = 0{,}00059$ mm belegt, zusammengestellt. Beim Stufengitter für Durchsicht und beim Glasplattenspektroskop ist das Glied mit $\frac{\partial n}{\partial\lambda}$ als unwesentlich hier fortgelassen worden.

## B. Messungen mit dem Spektrographen

**a) Konstruktion des Spektrographen.** So heißen die für photographischen Gebrauch bestimmten Spektrometer. Sie bestehen aus Kollimator, Dispersionsprisma und Kamera zur Aufnahme von Linien- und Bandenspektren, deren Ausmessung dann die Wellenlängen schon mit beträchtlicher Genauigkeit zu liefern vermag. Es gibt zwei Arten von Prismenspektrographen, die sich durch ihren Aufbau unterscheiden. Entweder sind Kollimator und Kamera getrennt und werden vom Licht nacheinander im Winkel durchlaufen, oder die vom Spalt kommenden Strahlen treffen nach einem von Littrow angegebenen Prinzip hinter dem Prismensatz auf einen ebenen Spiegel und durchsetzen, von diesem zurückgeworfen, die optischen Teile rückwärts ein zweites Mal (wodurch die Dispersion der Farben verdoppelt wird), so daß Kollimator und Kamera zusammenfallen. Stets ist die Platte der Kamera wegen der Farbenabweichung der Objektive geneigt gegen die Objektivachse, besonders stark bei den für das Ultraviolett bestimmten Quarzspektrographen.

In letzteren verwendet man als Dispersionsprisma am besten das aus Links- und Rechtsquarz zusammengesetzte Cornusche Prisma von 60°, bei dem die optische Achse des Quarzes parallel $AB$ (Abb. 197) liegt. Die beiden Hälften $L$ und $R$ sind zusammengesprengt, so daß sie fest aneinander haften und sich zwischen ihnen keine merkliche Luftschicht mehr befindet. Das ganze Spektrum darf dann keine mehrfachen Spektrallinien infolge Doppelbrechung aufweisen. Ergeben sich dagegen helle Nebenlinien, so ist das Prisma entweder im Gerät falsch gerichtet oder zur optischen Achse höchst fehlerhaft geschliffen oder aber von außerordentlicher Unreinheit mit nicht konstanter Achsenlage.

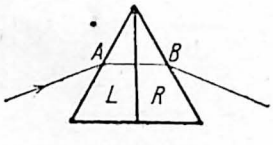


Abb. 197. Cornusches Prisma

Vgl. Schönrock u. Wetthauer, Z. Instrkde. 45, 230, 1925.

Die Objektive sind in Glasspektrographen Achromate, in Quarzspektrographen einfache Quarzlinsen oder Kombinationen mehrerer Quarzlinsen. Deshalb laufen in Quarzspektrographen die Strahlenbündel für die Enden des Spektrums nicht mehr als parallele durch das Prisma, ebensowenig in der Minimumstellung, so daß durch beides zusammen ein merklicher Zweischalenfehler entsteht. Die Quarzlinsen sind senkrecht zur optischen Achse des Quarzes geschliffen und können beliebig aus Links- oder Rechtsquarz hergestellt werden. Dem kristallisierten doppelbrechenden Quarz ist für manche Zwecke das isotrope Quarzglas vorzuziehen, das in genügend großen homogenen (blasen- und schlierenfreien sowie gut spannungsfreien) Stücken im Handel zu haben ist. Allerdings stellt sich die Dispersion des Quarzglases merklich geringer als die des kristallinen Quarzes.

**b) Beleuchtung.** Durch Visieren in Richtung des Kollimatorrohres bringt man die Lichtquelle erst seitlich in die richtige Stellung und entwirft darauf mittels der Beleuchtungslinse ein Bild der Lichtquelle auf dem Spalt, so daß dieser und Kollimatorlinse voll von dem Licht ausgefüllt werden. Zwecks Kontrolle dieser richtigen Einstellung blickt man nach Entfernen der Kassette gegen das Prisma und die Objektive. Die Lichtstärke des Spektrographen ist unabhängig davon, ob die Lichtquelle vergrößert oder verkleinert auf dem Spalt abgebildet wird. Keiner Beleuchtungslinse bedarf es im Falle einer ausgedehnten, gleichmäßig hellen Lichtquelle, wobei ihr Abstand vom Spalt beliebig gewählt werden kann, wenn nur die Kollimatorlinse ausgeleuchtet ist. Die Lichtstärke auf der Mattscheibe bleibt dann immer die gleiche, und zwar so groß, wie wenn sich die Lichtquelle in der Spaltebene befände. Mehr Licht aber wie in diesem Falle läßt sich nicht auf die Mattscheibe bringen; es ist also am besten, den Abstand zwischen Spalt und Lichtquelle klein zu wählen.

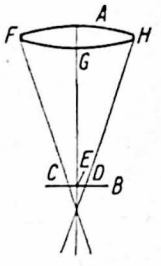


Abb. 198. Kamera

Wichtig ist, daß neben der Kollimatorlinse auch die Kameralinse $A$ (Abb. 198 als Horizontalschnitt) voll oder, wenn das Gerät das nicht gestattet, jedenfalls symmetrisch von dem Licht jeder Wellenlänge ausgefüllt erscheint, weil wegen der Farbenabweichung von $A$ möglicherweise ein Teil der Linien auf der Photoplatte $B$ (meist schräg zu $EG$ liegend) unscharf abgebildet wird, z. B. als Spaltbild $CD$ mit der Mitte $E$. Wird dann etwa ein Teil des Lichtes $GH$ seitlich bei $H$ abgeblendet, so wandert in der Ebene $B$ die Mitte des Spaltbildes nach $C$ zu, was zu einer merklich fehlerhaften Lage des Spaltbildes auf der Photoplatte führt.

**c) Ausrichtung.** $\alpha$) Schärfe in der Achse der Kameralinse. Die Einstellung auf die Schärfenfläche erfolgt durch Verschiebung entweder des Spaltes oder der Photoebene. Ist $f$ die Brennweite des Objektivs und $b$ die ausgenutzte Breite seiner Öffnung, so heißt $o = \frac{f}{b}$ seine Öffnungszahl. Man mache mit dem Linienspektrum des Eisenfunkens eine Reihe von Aufnahmen bei schrittweiser Veränderung der Einstellung von Kameralänge, wobei die Größe der Schritte in mm ungefähr zu $\frac{1}{50}$ der Kamera-Öffnungszahl $o$ gewählt wird, und findet so die Einstellung, bei der die Linien in der Achse am schmalsten abgebildet werden. Wenn Kollimator- und Kamerabrennweite verschieden sind, so ist zu berücksichtigen, daß sich die passenden Verschiebungen an dem Kollimator oder der Kamera je nach Wahl wie die Quadrate der entsprechenden Brennweiten verhalten.

$\beta$) Prüfung der Kassettenneigung. Auf einer Platte, die eine hinreichend große Anzahl von Aufnahmen mit verschiedener Einstellung von Kollimator oder Kamera aufweist, markiert man in jedem Spektrum die Stelle bester Schärfe. Ist die Verbindungslinie dieser Markierungspunkte eine Gerade, so läßt sich daraus leicht der Fehler in der Kassettenneigung ermitteln und somit abstellen; dabei ist der Schlußsatz von Abschn. $\alpha$ zu beachten, falls die Aufnahmen durch Verstellung des Kollimators gewonnen wurden. Ergibt sich dagegen eine gekrümmte Kurve, so ist die Schärfenfläche des Gerätes nicht eben. In ihrer Ebnung besteht die Hauptschwierigkeit bei der Konstruktion von Spektrographen-Objektiven.

$\gamma$) Spaltbreite und Linienbreite. Bei einwandfreier Strahlenvereinigung und engem Spalt ist die Photolinie das Beugungsbild durch die Kameralinsen-

Öffnung. Da die Nebenmaxima in der Beugungsfigur bei kreisförmiger Begrenzung der Öffnung wesentlich schwächer sind als bei rechteckiger, so ist eine kreisförmige Öffnung vorzuziehen. Nun ergibt sich bei sachgemäßer Ausführung der Aufnahme, zumal bei genügend kleiner Expositionszeit, die photographische Gesamtbreite einer Linie erfahrungsgemäß zu $1{,}7\ o\lambda$, wobei hier $o$ die Öffnungszahl der Kameralinse ist. Soll daher das Auflösungsvermögen des Spektrographen voll ausgenutzt werden, so darf der Spalt nicht breiter als etwa $o\lambda$ gemacht werden, wo $o$ diesmal für den Kollimator gilt. Bei starker Schrägstellung der Photoplatte ist die Linienbreite gleich $1{,}7\ o\lambda$ dividiert durch den Sinus des Winkels zwischen der Einfallsrichtung des $\lambda$ betreffenden Mittelstrahles und der Plattenebene.
Die photographische Linienbreite wird unter Umständen begrenzt durch das beschränkte photographische Auflösungsvermögen der Photoplatte, jedenfalls dann, wenn das $o$ der Kamera gleich 10 oder noch kleiner ist. Je nach Empfindlichkeit und Korngröße beträgt das Auflösungsvermögen der Photoplatten 5 bis $20\mu$.

Hansen, D. photographische Auflösungsvermögen als maßgebender Faktor bei d. Konstruktion optischer Instrumente, D. photogr. Ind. **36**, 692 u. 716, 1938; Hansen u. Keck, Körnigkeit an Negativschichten, Z. wiss. Photogr. **37**, 86 u. 99, 1938.

*δ*) Helligkeit. Die Lichtstärke eines Spektrographen ist, unabhängig von der Öffnungszahl des Kollimators, allein durch diejenige der Kamera gegeben. Bei schräger Kassette ist mit dem Kosinus der Neigungswinkel zu multiplizieren, wenn man Geräte mit verschiedener Neigung vergleichen will. Mit einer Verringerung der Spaltbreite unter dem oben angegebenen Betrag von $o\lambda$ ist keine Erhöhung der Auflösung verbunden, wohl aber eine starke Verminderung der Helligkeit infolge der im engeren Spalt stärker auftretenden Beugung des Lichtes. Im übrigen ist die Helligkeit umgekehrt proportional dem Quadrat der Öffnungszahl der Kamera. Wird ihre Linsenöffnung nicht kreisförmig ausgeleuchtet, so vergleiche man die Fläche des Lichtquerschnittes.

**d) Ausführung der Messungen.** Zur Wellenlängenmessung von Spektrallinien einer Lichtquelle bedient man sich der Methode des Vergleichs durch Interpolation mit denen eines bekannten Spektrums. Das zu untersuchende und ein bekanntes Spektrum werden auf derselben Platte übereinander photographiert, möglichst so, daß sie sich ein wenig überdecken. Noch besser ist es, was sich oft einrichten läßt, wenn beide Spektren in derselben Lichtquelle enthalten sind und somit gleichzeitig photographiert werden können. Als Vergleichsspektrum benutzt man z. B. das des Eisenbogens und bei Arbeiten mit geringer Dispersion das der Edelgase (Tab. 36). Das Ausmessen der Linienabstände auf den Spektrogrammen geschieht mit Hilfe eines Meßmikroskops oder eines Komparators oder durch besonders dafür konstruierte Geräte. Man interpoliert dann rechnerisch und nur erforderlichenfalls graphisch. Die Abstände der photographierten Linien werden im allgemeinen durch das Entwickeln und Trocknen der Platten nur um wenige $\mu$ verändert.

Lohse, Z. Instrkde. **30**, 169, 1910; Gatterer, Spektrenkomparator für Bildwurf, ebd. **58**, 271, 1938. Über photographische Platten und die Aufnahmetechnik s. v. Angerer, Wissenschaftliche Photographie. Leipzig 1939. S. auch S. 435.

**e) Technische Spektralanalyse.** Man unterscheidet drei Methoden der Spektralanalyse, nämlich die der Emission, Absorption und Lumineszenz. Letztere

beruht auf der Möglichkeit, bestimmte Stoffe durch eingestrahltes Licht zu einer für sie charakteristischen Fluoreszenzemission anzuregen und dadurch zu identifizieren.

Danckwortt, Lumineszenzanalyse. Leipzig 1940; Riehl, Physik u. technische Anwendungen d. Lumineszenz. Berlin 1941.

Die beiden letzten Methoden werden vorwiegend benutzt, um organische Verbindungen festzustellen und auf ihre Konstitution hin zu untersuchen. In der Absorptions-Spektralanalyse bestehen meßtechnisch nahe Beziehungen zur Spektralphotometrie (S. 525 und 532) und Kolorimetrie (S. 534). Ihrer großen technischen Bedeutung wegen soll hier allein auf die Emissions-Spektralanalyse (Bunsen und Kirchhoff) eingegangen werden, nach der die verschiedensten Stoffe auf die darin enthaltenen Elemente, vor allem Metalle und Halbmetalle, untersucht werden, während die Gase bei den üblichen Verfahren ausscheiden.

α) Lichtanregung. Die zu untersuchenden Proben werden in einer geeigneten Lichtquelle verdampft und zum Leuchten angeregt. Als solche dienen die Flamme, der elektrische Lichtbogen und der Funkenübergang; lediglich die Analyse von Gasen erfolgt mittels Geißlerrohrs.

1. Flamme. Die Probe wird gelöst und die durch einen Zerstäuber vernebelte Lösung in eine Azetylen-Sauerstoff-Flamme geblasen. Auf gleichmäßige Versuchsbedingungen ist durch sorgfältige Regelung der Zerstäubung und Brennstoffzufuhr zu achten. Damit sind vor allem die Elemente mit niedriger Anregungsspannung, also die Alkali- und Erdalkalimetalle, zum Leuchten zu bringen. Besondere Verwendung findet die Flamme für die Analyse von Auszügen aus Ackerböden.

2. Elektrischer Lichtbogen. Mit ihm ist die höchste Nachweisempfindlichkeit zu erzielen. Liegen metallische Proben vor, so läßt man unmittelbar zwischen ihnen den Lichtbogen mit einer Gleichspannung von 60 bis 200 V übergehen. Andere Proben, wie z. B. Gesteine und Lösungen, werden in die Höhlung einer spektral reinen Kohle oder auf eine reine Cu-Elektrode gebracht. Die Kohlen werden am besten durch Ausglühen in Chlorgas gereinigt. Zur Analyse verwendet man nur die Strahlung der Kathodenglimmschicht des Bogens.
Bei quantitativen Analysen kann in vielen Fällen die bei einem längere Zeit brennenden Bogen eintretende starke Erhitzung der Proben infolge der fraktionierten Destillation der einzelnen Bestandteile zu Fehlschlüssen führen. Er wird dann besser periodisch zum Erlöschen gebracht, der Dauerbogen in einen Abreißbogen verwandelt. Die Zündung erfolgt entweder durch eine Vorrichtung, die die Elektroden zur Berührung bringt, dann voneinander entfernt und den Bogen immer kurz nach der Zündung wieder unterbricht, oder bei feststehenden Elektroden durch eine überlagerte Hochspannung hoher Schwingungszahl. Der Abreißbogen liefert ein von Banden und Luftlinien fast freies Spektrum.
Für die Analyse von Gläsern, keramischen Stoffen usw. benutzt man zweckmäßig den mit Hochspannung betriebenen Flammenbogen, der direkt an der Sekundärspule eines Wechselstromumformers liegt.

3. Funkenübergang. Der kondensierte Funke ist für quantitative Messungen bei Gehalten über 0,01% die geeignetste Lichtquelle. Von den Proben werden kleine Stücke als Elektroden zwischen die Backen eines Funkenstativs geklemmt. Ein Kondensator mit einer Kapazität von einigen tausend $\mu\mu$F wird von einem

Hochspannungsumformer auf 10 bis 20 kV aufgeladen und entladet sich über eine veränderliche Selbstinduktionsspule von $10^{-5}$ bis $10^{-3}$ H und die Funkenstrecke. Für die quantitative Spektralanalyse müssen aber die Entladungsbedingungen genau festgelegt und konstant gehalten werden. Das erreichte Feussner bei seinem Funkenerzeuger durch Einbau eines rotierenden Unterbrechers (in den Sekundärkreis), der mit dem erregenden Wechselstrom synchron läuft, und Scheibe durch Abstimmung des Hochspannungskreises, bis er in Resonanz mit dem primären Wechselstrom schwingt. Man beachte auch, daß das Spektrum durch Erhöhung der Selbstinduktion bogenähnlicher, durch Erhöhung der Kapazität funkenähnlicher wird (S. 451).
Zuweilen ändern sich unter der Einwirkung der Entladung die Helligkeiten der Spektrallinien zeitlich, z. B. wenn die Elektroden an dem herausgedampften Metall verarmen oder infolge einer oberflächlichen Verunreinigung ihre Linien allmählich schwächer werden; man spricht dann von Abfunkeffekten. Dem muß die Belichtungszeit und die Dauer des Abfunkens vor der Aufnahme des Spektrums angepaßt werden. Die Abfunkeffekte und die gewonnenen Meßwerte können bei Metallproben vom Gefüge und von weiteren örtlichen Beimengungen abhängen, da diese Art der spektralen Untersuchungen als eine Lokalanalyse zu gelten hat. Für die Prüfung biologischen Materials und überwiegend aus organischen Stoffen bestehender Proben haben sich schwache mittels eines Tesla-Umformers erzeugte Hochfrequenzfunken besonders bewährt.

$\beta$) Qualitative Analyse. Zum Nachweis eines bestimmten Elements sucht man in dem aufgenommenen Spektrum der Probe nach Linien, die mit Sicherheit dem Spektrum jenes Elements zugeordnet werden können. Diese Auswertung einer Spektralaufnahme in Wellenlängen wird erleichtert, wenn auf die Photoplatte gleich noch eine geeichte Wellenlängenskala oder aber das Spektrum des gesuchten Elements mitkopiert worden ist (S. 364). Enthält die Probe nur Spuren eines Elements, so treten bloß seine stärksten, zuletzt übrigbleibenden Restlinien, die Grundlinien, auf (Tab. 36). Man verwechsle sie bei der Auswertung nicht mit Linien anderer Elemente, die gleichzeitig in größerer Menge in der Probe vorhanden sind. Deshalb wurden diese Grundlinien und die bei einem Nachweis des betreffenden Elements störenden anderer Elemente vielfach in Tabellen zusammengestellt. Die Nachweisempfindlichkeit der einzelnen Elemente ist verschieden und hängt auch von der Art der Lichtanregung ab; in günstigen Fällen sind relative Mengen von $10^{-3}$ bis $10^{-4}$ Prozent noch nachzuweisen, eine Empfindlichkeit, die in den meisten Fällen den chemischen Nachweis bei weitem übertrifft.

$\gamma$) Quantitative Analyse. Hier schließt man aus der Helligkeit einer Linie auf die in der Probe jeweils vorhandene Menge des betreffenden Elements. Zu dem Zweck hat man das aufgenommene Spektrum wenigstens teilweise auszuphotometrieren, was für alle genaueren Messungen mit dem Spektrallinienphotometer (S. 528) geschieht. Um den Zusammenhang zwischen Helligkeit und Menge aufzufinden, wird eine Reihe Aufnahmen von Testlegierungen verschiedener vorher bestimmter Zusammensetzung ausgewertet. Damit die Messungen von Schwankungen in der Anregung und Belichtung unabhängig werden, mißt man die Helligkeit einer Linie des zu bestimmenden Elements nicht für sich allein, sondern im Vergleich zu einer Linie eines Bezugselements, das in bekannter Menge in der Probe enthalten ist. Ein solches Bezugselement kann man der Probe

zusetzen oder aber ein Element wählen, das von vornherein in der Probe enthalten ist, z. B. den Hauptbestandteil einer zu untersuchenden Legierung.
Weist das Bezugselement eine Atomlinie und eine Ionenlinie von nahe gleicher Helligkeit auf, so kann ein solches Linienpaar in vielen Fällen als Fixierungspaar dienen, d. h. ihre genaue Gleichheit wird nunmehr als Bedingung für die Fixierung der Entladungsart gefordert (S. 366). Das homologe Linienpaar aus einer Linie des zu bestimmenden Elements und einer Linie des Bezugselements muß nunmehr so ausgewählt werden, daß ihr Stärkenverhältnis möglichst invariant gegenüber Änderungen der Entladungsbedingungen ist, sich aber stark mit der Konzentration des zu bestimmenden Elements ändert. Ferner sollen die Linien des homologen Paares nahe beieinander liegen. Besitzen sie dann auf der Photoplatte gleiche Schwärzung, so entspricht dem eine gewisse Konzentration des zu bestimmenden Elements, und diese wird als Fixpunkt genommen. Auf solche Weise bekommt man für andere Tests mit teils anderen homologen Linienpaaren derselben Elemente eine Reihe von Fixpunkten mit beliebig abnehmenden Konzentrationen. Die Konzentration einer unbekannten Legierung an dem betreffenden Element läßt sich dann leicht durch Vergleich ihrer spektralen Aufnahme mit diesen Fixpunkten ermitteln.

Meist wird natürlich die zu messende Konzentration eines Elements in einer vorgelegten Probe zwischen zwei Fixpunkten liegen. Dann erfolgt die Auswertung der Aufnahme nach dem Dreilinienverfahren, einer einfachen Interpolationsmethode; man wähle hierbei aber die Konzentrationsspanne, über die interpoliert wird, nicht weiter als eine Zehnerpotenz. Bei derartigen Messungen beträgt in günstigen Fällen der mittlere Fehler einer Gehaltsbestimmung nur wenige Prozent vom Gehaltswert.

Gerlach, Schweitzer u. Riedl, D. chemische Emissionsspektralanalyse in 3 Teilen. Leipzig 1930—1936; Seith u. Ruthardt, Chemische Spektralanalyse. Berlin 1941; Löwe, Optische Messungen d. Chemikers u. d. Mediziners (im Abschnitt Spektralanalyse). Dresden u. Leipzig 1939.

## C. Messungen mit dem Gitter und anderen Interferenzgeräten

Für genaue Messungen der Wellenlänge haben die Beugungsgitter (Abschn. a) und unter ihnen besonders die Konkavgitter, sowie die Luftplatten-Etalons (Abschn. b und c) in besonderem Maße universelle Bedeutung. Ihnen gegenüber kommen die anderen Interferenzspektroskope (Abschn. d bis f) mit den Interferenzen hoher Ordnung mehr als Spezialgeräte in Betracht, geeignet zur Lösung bestimmter Einzelaufgaben z. B. betreffs Feinstruktur von Spektrallinien, ihrer magnetischen und elektrischen Zerlegung usw.

**a) Beugungsgitter.** α) Senkrechte Inzidenz. Durch die Öffnungen eines engen nach Fraunhofer benannten Gitters geht Licht erstens gradlinig hindurch; zweitens entstehen auf beiden Seiten der Gitternormale Helligkeitsmaxima erster, zweiter usw. Ordnung, die bei einer sehr großen Anzahl äquidistanter gleicher Gitteröffnungen in der Brennebene eines Fernrohrs für homogenes Licht scharf begrenzt erscheinen. Fällt das Licht senkrecht auf ein solches ebenes Gitter (Abb. 199), so bilden die Richtungen dieser Maxima mit der Mittelrichtung Winkel

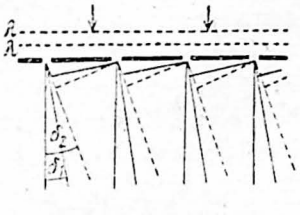


Abb. 199. Beugungsgitter

$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \ldots$, die, wenn $l$ die Gitterkonstante, d. i. den Abstand der Mitten benachbarter Öffnungen bedeutet, durch die Beziehungen gegeben sind

$$\sin \delta_1 = \frac{\lambda}{l}, \quad \sin \delta_2 = \frac{2\lambda}{l}, \quad \sin \delta_3 = \frac{3\lambda}{l} \quad \text{usw.} \tag{1}$$

1. Ausrichtung des Gitters. Die Gitterplatte kommt auf das Tischchen des eingestellten Spektrometers parallel zu der einen der beiden Neigungsachsen des Tischchens (S. 389), die Gitterfläche senkrecht zum Spaltrohr, bei durchsichtigen Gittern die geteilte Fläche dem Fernrohr zugewandt, die Teilstriche parallel der Spektrometerachse. Letzteres wird daran erkannt, daß die Spaltbilder oder Spektra bei dem Anvisieren mit dem nach beiden Seiten gedrehten Fernrohr in konstanter Höhe erscheinen, was mittels einer Marke auf dem Spalt leicht kontrolliert wird. Das Gitter wird in seiner Fassung nur mit etwas Klebwachs befestigt, damit es frei von Spannung bleibt.

2. Homogenes Licht. Sind wieder $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \ldots$ die Ablenkungswinkel der Spaltbilder gegen das mittelste Bild, so ist die Wellenlänge der Lichtsorte

$$\lambda = l \sin \delta_1 = \tfrac{1}{2} l \sin \delta_2 = \tfrac{1}{3} l \sin \delta_3 \quad \text{usw.} \tag{2}$$

Bildet die Gitternormale einen kleinen Winkel mit der Sehlinie des Spaltrohrs, so liegen die Spaltbilder zwar nicht mehr symmetrisch weder zueinander noch zur Gitternormale noch zur Sehlinie, aber der Winkel zwischen zwei zusammengehörigen Seitenbildern (von der gleichen Ordnungszahl $k$) bleibt bis auf kleine Größen zweiter Ordnung der gleiche wie bei genau senkrechter Inzidenz des einfallenden Strahls. Es ist deshalb immer richtig, unmittelbar diesen Winkel zu messen, von ihm die Hälfte zu nehmen und mit diesem Werte in die obige Gleichung einzugehen.

3. Messung der Gitterkonstante $l$. Man ermittelt diese Größe durch Prüfung des Gitters mit recht genau bekannten Wellenlängen, wie z. B. der roten Cd-Linie 0,6439 $\mu$ (S. 359), entsprechend der Gleichung

$$l = \frac{k\lambda}{\sin \delta_k}. \tag{3}$$

Der Temperaturkoeffizient von $l$ ist gleich dem linearen Ausdehnungskoeffizienten des Stoffes, aus dem das Gitter verfertigt ist.

4. Beugungsspektrum. Nicht homogenes Licht wird durch das Gitter in Spektren zerlegt, in denen nach obigen Formeln das Licht von größerer Wellenlänge am stärksten abgelenkt erscheint. Zu je höherer Ordnung man kommt, desto länger wird das Spektrum, und daher greifen in den höheren Ordnungen die Spektren übereinander. Im Beugungs- oder Normalspektrum ist das Licht nahe proportional den Wellenlängen $\lambda$ verteilt, also anders als im Dispersionsspektrum (Abb. 192), in dem der brechbarere Teil relativ breiter erscheint.

Die Helligkeit lichtschwacher Spektrallinien läßt sich oft vorteilhaft dadurch vergrößern, daß man die Linie zu einem Punkt zusammenzieht durch Anbringung einer geeigneten Zylinderlinse in passender Entfernung, wodurch sich bei photographischen Aufnahmen die Expositionszeit bedeutend verkürzt.

$\beta$) Schräge Inzidenz. Nicht immer ist es möglich, bei senkrechter Inzidenz zu arbeiten, zumal bei der Benutzung von Spiegelgittern. Der Strahl falle jetzt

unter dem beliebigen Einfallswinkel $\alpha$ auf die Gitterfläche $AB$ (Abb. 200), deren Normale $CD$ ist, und zwar in Richtung $EF$, wenn es sich um ein Durchlassungsgitter handelt, in Richtung $GF$ für ein Spiegelgitter; dann ist $FH$ der vom Gitter kommende, ungebeugte Strahl. Ein gebeugter Strahl bilde mit der Gitternormale den Beugungswinkel $\beta$, der positiv zu nehmen ist, wenn der einfallende und der gebeugte Strahl auf derselben Seite der Normalen liegen, negativ, wenn sie sich auf entgegengesetzten Seiten der Normalen befinden. Wird weiter wie früher als Ablenkungswinkel $\delta$ der Winkel zwischen $FH$ und dem gebeugten Strahl definiert, wobei das Vorzeichen von $\delta$ und das der zugehörigen Ordnungszahl $k$ den in der Abbildung gemachten Angaben entsprechend zu wählen sind, so gilt allgemein

$$k\lambda = l(\sin\alpha + \sin\beta) \tag{4}$$

und

$$\delta = \alpha + \beta, \tag{5}$$

woraus noch folgt

$$\lambda = \frac{2l \sin\frac{1}{2}\delta \cos(\alpha - \frac{1}{2}\delta)}{k}. \tag{6}$$

Somit ist $\lambda$ bestimmbar, da es keine Schwierigkeit macht, $\alpha$ als Winkel $DFH$ z. B. mittels Fernrohrs mit Gaußschem Okular zu messen.

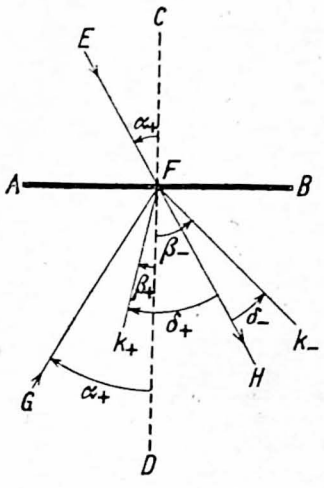


Abb. 200. Schräge Inzidenz

Ebene Strichgitter in der Röntgenspektroskopie s. S. 437.

Autokollimation tritt am Spiegelgitter ein, wenn $\alpha = \beta$ ist, weil in diesem Falle der gebeugte Strahl in die Richtung $FG$ zurückgeworfen wird. Dann ist

$$\lambda = \frac{2l \sin\alpha}{k}; \tag{7}$$

solche Messungen lassen sich leicht ermöglichen unter Benutzung des Abbeschen Okulars (S. 402). Bei dieser Autokollimations-Stellung erreicht die Ablenkung $\delta$ gleichzeitig ihr Minimum, nämlich den Wert $\delta = 2\alpha$.

$\gamma$) Rowlandsches Konkavgitter. Bei diesen Gittern sind die Striche auf schwach sphärischem Spiegelmetall gezogen, und zwar so, daß die gleichmäßige Teilung nicht für den Bogen, sondern für die zugehörige Sehne vorhanden ist. Ein derartiges Gitter entwirft daher das Spektrum ohne Linsen, was wegen der Absorption von Bedeutung ist. Wenn Spalt und Gitter sich auf einem Kreise (dem Rowlandschen Kreise) befinden, dessen Durchmesser gleich dem Krümmungsradius $r$ der Gitter-Kugelfläche ist, so liegen auch die entworfenen scharfen Spektren auf diesem Kreise. Es gilt wieder Gl. (4). Besonders vorteilhaft wird das Spektrum nahe dem Mittelpunkt der Kugelfläche beobachtet; für $\beta = 0$ hat man dann $k\lambda = l\sin\alpha$. Für nahegelegene Stellen im Spektrum bleibt $\beta$ sehr klein, so daß $\frac{d\lambda}{d\beta} = \frac{l}{k}$ wird, d. h. für geringe Abstände zu beiden Seiten der Gitternormalen ist das Spektrum ein genau normales.

Zur Wellenlängenmessung der Spektrallinien bedient man sich meist der Interpolationsmethode des Vergleichens mit den bereits genau bestimmten Linien eines bekannten Spektrums, ähnlich wie auf S. 363 angegeben. Die

Schärfe der Spektrallinien hängt in hohem Maße davon ab, daß der Spalt genau parallel zu den Furchen des Gitters gestellt ist.

Über Beseitigung des Zweischalenfehlers der Abbildung s. Runge u. Mannkopff, Z. Phys. 45, 13, 1927.

Rowlandsche Gitteraufstellung. Sie erfüllt die für den Rowlandschen Kreis aufgestellten Bedingungen. Auf den rechtwinklig zueinander gelagerten Schienen $GS$ und $OS$ (Abb. 201) rollen die Wagen $G$ und $O$, deren Verbindung der Arm $GO$ von der Länge $r$ herstellt. Im festen Punkt $S$ befindet sich der Spalt, auf $G$ das Gitter, das stets senkrecht zu $GO$ gehalten wird, und auf $O$ das Okular oder die photographische Platte, letztere wieder senkrecht zu $GO$. Mit wachsendem $\alpha$ erhält man so nacheinander die Spektren höherer Ordnung in $O$. Wird dann noch in der Kassette die Platte auf einen Kreis vom Radius $\frac{1}{2}r$ gebogen, so läßt sich ein beträchtlicher Teil des normalen Spektrums scharf photographieren.

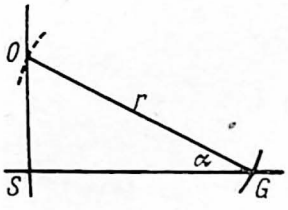


Abb. 201.
Rowlandsche Gitteraufstellung

Um Daueraufnahmen zu ermöglichen, muß die Anordnung des Gitters starr und für beliebig lange Zeit so gut wie unveränderlich sein.

In solchen Fällen benutzt man lieber die Einrichtungen von Runge u. Paschen (Abh. d. Berl. Akad. 1902, Anhang Abh. I; Back u. Landé, Zeeman-Effekt u. Multiplettstruktur d. Spektrallinien. Berlin 1925, S. 149) oder von Abney (Konen, Z. wiss. Photogr. 1, 325, 1903), bei denen wieder Spalt $S$, Gitter $G$ und photographische Platte $O$ auf dem Rowlandschen Kreis vom Radius $\frac{1}{2}r$ angeordnet sind.

Meggers u. Burns, Sci. Pap. Bur. Stand. 18, 185, 1923; Dieke, J. Opt. Soc. Amer. 23, 274, 1933; Bomke, Vakuumspektroskopie. Leipzig 1937; Lyman, The spectroscopy of the extreme ultra-violet. London 1928.

δ) Koinzidenzbeobachtungen. Sind in den Spektren $k$-ter und $m$-ter Ordnung die Wellenlängen $\lambda_k$ und $\lambda_m$ gleich abgelenkt, so folgt aus der allgemeinen Gl. (4) $k\lambda_k = m\lambda_m$, also

$$\lambda_k : \lambda_m = m : k\,. \tag{8}$$

Voraussetzung dafür ist, daß sich die Werte $\lambda_k$ und $\lambda_m$ auf die gleichen Versuchsbedingungen $t$, $p$, $e$ (S. 359) beziehen. Da die Ordnungszahlen $k$ und $m$ ganze Zahlen sind, so läßt sich ihr Verhältnis aus der genäherten Kenntnis von $\lambda_k$ und $\lambda_m$ ableiten. Man kann das auch so ausdrücken: an der Stelle, wo die gebeugte Linie von der Wellenlänge $\lambda_k$ und der Ordnung $k$ liegt, können sich zugleich alle Linien befinden, deren Wellenlängen gleich $\frac{k}{m}\lambda_k$ sind, worin $m$ alle ganzen Zahlen von 1 an durchläuft.

So kann man durch verschiedene Kombinationen die Wellenlängen, auch im Ultraviolett und Ultrarot, auf wenige genau gemessene zurückführen. Kleine Unterschiede in den Ablenkungen werden mit dem Okularmikrometer oder durch photographische Aufnahme gemessen. Sehr hohe Ordnungszahlen werden im allgemeinen nicht durch Abzählen, sondern durch eine passende Lichtsorte von genau bekannter Wellenlänge ermittelt.

ε) Beschaffenheit der Gitter. Gitterteilung. Sie ist sehr verschiedenartig je nach den Zwecken, denen das Gitter dienen soll. Gewöhnlich benutzt man Spiegelgitter, bei denen die Striche auf Spiegelmetall mit dem Diamanten gezogen sind. Bei den größten Gittern beträgt die Breite der geteilten Fläche 200 mm, die Länge der Furchen 40 mm, ihre Anzahl liegt zwischen 1100 und 50 je mm. Sie muß um so kleiner gewählt werden, mit je größeren Wellenlängen man arbeiten will, und desto tiefer müssen auch die Furchen eingeritzt werden zur

Erzielung lichtstarker Beugungsspektren. Für Wellenlängen von etwa 15 $\mu$ und darüber benutzt man Kupferdrahtgitter, bei denen der freie Zwischenraum angenähert gleich der Drahtdicke ist, von $l = 0{,}3$ bis 2,0 mm. Die Krümmungsradien der Konkavgitter betragen 1 bis zu 7 m. In der Regel liefert ein Gitter die Spektren nach der einen Seite senkrecht zu den Furchen lichtstärker als nach der anderen. Man hat auch Gitter von besonderer Furchenform mit anomaler Intensitätsverteilung hergestellt.

Wood, Phys. Z. **12**, 261, 1912; Kühne, Z. Phys. **84**, 722, 1933. Rasterförmige Spiegelgitter bei Hellwege, ebd. **111**, 495, 1939.

Die Reinigung eines Gitters geschieht in der Weise, daß man auf die geritzte Fläche Ammoniaklösung gießt und diese mit einem weichen Leinen durch Wischen längs der Furchen wieder entfernt. Oder es wird mittels eines mit kolloider Tonerdelösung getränkten Wattebausches gereinigt. Eine gute Säuberung wird auch in der Weise erzielt, daß man auf das Gitter nichtsaure Kollodiumlösung gießt, die, sobald sie fast erstarrt ist, als Haut abgezogen wird, wenn dieses Verfahren etwa zehnmal wiederholt wird. Diese Häutchen liefern zugleich billige Gitterkopien, die für Praktikumsaufgaben verwendbar sind. Wie neu reflektieren alte Gitter nach Verspiegelung mit Hochheimscher Legierung.

Eine Brennpunktseigenschaft ebener Gitter kann dadurch entstehen, daß erstens die Gitterfläche nicht hinreichend eben ist oder aber zweitens der gegenseitige Abstand der Striche merklich variiert. Im letzteren Falle ergeben sich für die verschiedenen Gitterteile verschiedene Beugungswinkel, wodurch das gebeugte Licht nicht mehr parallel bleibt. Ob es konvergent oder divergent wird, hängt von dem Verteilungsgesetz der Gitterstriche ab. Diese fokale Eigenschaft ist in ihrer Stärke eine Funktion des Beugungswinkels $\beta$.
Hat sich bei der Herstellung des Gitters eine fehlerhafte Strichführung periodisch wiederholt oder treten periodisch wiederkehrende Abweichungen in der Gestalt (Tiefe, Breite usw.) der Furchen auf, so zeigen sich neben den eigentlichen Linien kleinere Lichtmaxima als falsche Linien oder Geister. Sie bedürfen einer besonderen Untersuchung mittels eines Linienspektrums von genau bekannter Struktur. Aber selbst bei den besten Gittern ist die Gitterkonstante $l$ nicht so gleichförmig, daß nicht in die Meßresultate merkliche systematische Fehler eingingen. Das beweisen die sorgfältigen Rowlandschen Messungen (C. R. **133**, 153, 1901).

Runge, Ann. Phys. **71**, 178, 1923; Buchwald, ebd. **80**, 279, 1926.

**b) Interferometer.** $\alpha$) Kurven gleicher Dicke bzw. Neigung. Die von einer planparallelen, durchsichtigen Platte mit der Brechungszahl $n$ und der Dicke $d$ zurückgeworfenen, homogenen Strahlen $AB$ (Abb. 202) und $CD$ von nahe gleicher Stärke besitzen nach S. 386 den Gangunterschied

$$k\lambda = n(AF + FC) - AE = \frac{2nd}{\cos\varepsilon'} - 2d\,\mathrm{tg}\,\varepsilon'\sin\varepsilon, \quad k\lambda = 2dn\cos\varepsilon'. \quad (9)$$

Die beiden Strahlen werden daher, in der Brennebene einer Linse vereinigt, für alle ganzen Zahlen von $k$ größte Dunkelheit ergeben, weil bei der Reflexion am dichteren Mittel eine Phasenänderung um eine halbe Schwingung entsprechend $\frac{1}{2}\lambda$ eintritt.
Ist $\varepsilon = \varepsilon' = 0$, wird also das Licht senkrecht gespiegelt, so vereinigen sich die beiden Strahlen schon in $A$ mit dem Gangunterschied $k\lambda = 2dn$, und man erblickt (auch ohne Linse) beim Akkommodieren auf die Oberfläche der Platte die Fizeauschen Interferenzkurven gleicher Dicke (Newtonschen Streifen dünner Blättchen, hier aber bei größerer Schichtdicke). Nimmt in einer gegebenen Richtung die Dicke der Platte sehr langsam ständig zu, so ändert sie sich von einem Interferenzstreifen zum benachbarten um $\frac{\lambda}{2n}$.

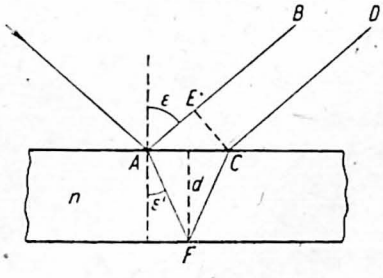


Abb. 202. Interferenzplatte

Besteht eine Lichtsorte, wie z. B. das gelbe Natriumlicht, aus zwei nur wenig verschiedenen, nahezu gleich hellen Wellenlängen $\lambda_1$ und $\lambda_2$, so werden die Interferenzstreifen mit zunehmender Dicke $d$ etwa einer abgegrenzten Luftschicht ($n = 1$, $k\lambda = 2d$) nach Art der Schwebungen periodisch sehr undeutlich bzw. wieder recht scharf sichtbar. Im ersteren Falle liegen die dunklen Streifen von $\lambda_1$ gerade auf den hellen von $\lambda_2$, während im zweiten Falle die dunklen Linien von $\lambda_1$ mit den dunklen von $\lambda_2$ ziemlich genau zusammenfallen. Für sehr kleine $k$, also auch sehr kleine $d$ sind die Interferenzen scharf und werden nach dem Verschwinden zum ersten Male wieder sehr deutlich, wenn die Ordnungszahl für die kleinere Wellenlänge $\lambda_1$ gerade um eine Einheit größer geworden ist als die Ordnungszahl von $\lambda_2$; dies möge bei der Dicke $d$ eintreten. Dann ist $2d = (k + 1)\lambda_1 = k\lambda_2$, woraus folgt $\lambda_1 = k(\lambda_2 - \lambda_1)$, $d = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$. Die Periode von scharfen zu scharfen Linien, wie auch diejenige von verschwindenden zu verschwindenden Streifen ist mithin immer mit dieser Dickenänderung $d$ verknüpft. Denn auch allgemein gilt $2d' = (k + m)\lambda_1 = k\lambda_2$ und $d' = \frac{m\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$; ist $m$ eine ganze Zahl, so sind die Streifen deutlich sichtbar, ist dagegen $m$ gleich einer ganzen Zahl plus $\frac{1}{2}$, so verschwinden sie. Zwecks Messung der Wellenlängen-Differenz $\lambda_2 - \lambda_1$ muß die Dicke der ein wenig keilförmigen Luftschicht etwa zwischen 0,1 und 20 mm veränderbar sein. Dies läßt sich mittels mannigfacher Interferenzvorrichtungen, z. B. auch des Gerätes in Abb. 203, erreichen. Man bestimmt die Zunahme $d$ der Luftdicke, die nötig ist, um aus einer Stellung, wo die Streifen am undeutlichsten sind, in jene nächste Stellung zu gelangen, wo sie wiederum fast ganz verschwinden; alsdann ist

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_1^2}{2d}. \tag{10}$$

Hierin braucht $\lambda_1$ nur angenähert gemessen zu werden. Für die Linien $D_1$ und $D_2$ des Na-Lichts ist z. B. $d = 0{,}291$ mm. Zur Erhöhung der Genauigkeit kann man ein Vielfaches der Zunahme $d$ ausmessen.

Kurven gleicher Neigung als Haidingersche Interferenzringe entstehen im Gesichtsfelde eines auf unendlich gestellten Fernrohres, wenn man es auf das von der Platte (Abb. 202) zurückgeworfene Licht richtet. Jedem Interferenzstreifen von bestimmter Ordnungszahl $k$ ist ein gewisser, konstant bleibender Winkel $\varepsilon'$ zugeordnet. Wird daher das Fernrohr nicht zu schräg gegen die Platte gerichtet, so zeigen sich Interferenzringe, in deren Zentrum sich die Strahlen vereinigen, die von der Platte senkrecht reflektiert werden. Nimmt $d$ zu, so vergrößern sich die vorhandenen Ringe und neue quellen aus dem Zentrum hervor. Einem Wechsel des Zentrums von dunkel über hell auf dunkel entspricht wieder eine Änderung von $d$ um $\frac{\lambda}{2n}$. Die Ringe mit den größeren Durchmessern (größeren $\varepsilon'$) haben die kleineren $k$. Zu beachten ist noch, daß diese Ringe auch bei ziemlich stark unebenen und unparallelen Platten auftreten, sobald man den wirksamen Teil der Platte genügend eng begrenzt.

Im durchgehenden Lichte ist die Erscheinung komplementär, da hier der Phasensprung um $\frac{1}{2}\lambda$ fortfällt, und liefert keine völlig dunklen Ringe, weil die beiden interferierenden Strahlenbüschel sehr ungleiche Intensität besitzen.

$\beta$) Messung der Wellenlänge. Im reflektierten Licht wird für eine planparallele Luftplatte, die von unversilberten, schwach keilförmigen Glasplatten begrenzt wird,

$$2d\cos\varepsilon' = k\lambda, \tag{11}$$

wo jetzt $\varepsilon'$ zugleich der Winkel zwischen den Parallelstrahlen und der Normalen der Luftplatte ist. Der möglichst kleine Plattenabstand $d$ werde so eingeregelt, daß das Zentrum ($\varepsilon' = 0$) dunkel ist, also $2d = k\lambda$, wobei $k$ eine ganze Zahl ist. Vergrößert man jetzt allmählich den Plattenabstand unter Abzählung der hervorquellenden Ringe auf $d_1$ (zum Schluß sei das Zentrum wieder dunkel), so ist $2d_1 = k_1\lambda$, und es wird

$$\lambda = \frac{2(d_1 - d)}{k_1 - k}, \tag{12}$$

worin $k_1 - k$ gleich der recht groß zu wählenden Anzahl der neu entstandenen Ringe ist. Mißt man also die Verschiebung der einen Glasplatte um die Strecke $d_1 - d$ sehr genau, so ist $\lambda$ mit entsprechender Sicherheit bestimmt.

Es ist nicht nötig, immer gerade auf dunkles Zentrum einzustellen, sondern besser, den Durchmesser $i$ eines der innersten, hinreichend scharfen dunklen Ringe zu messen und daraus für das Zentrum die Ordnungszahl $k_0$ zu berechnen, die keine ganze Zahl zu sein braucht. Der betreffende Ring vom Durchmesser $i$ habe die ganze Ordnungszahl $k$, und es sei $f$ die Brennweite des Fernrohrobjektivs, also wegen der Kleinheit von $\varepsilon'$ in Bogenmaß $\varepsilon' = \frac{i}{2f}$, so folgt aus

$$2d = \frac{k\lambda}{\cos\varepsilon'} = k_0\lambda$$

$$k_0 = \frac{k}{1 - \frac{1}{2}(\varepsilon')^2} = k\left(1 + \frac{i^2}{8f^2}\right). \tag{13}$$

Für eine beliebige Platte ergibt sich noch ihre Dickenänderung zu

$$d_1 - d = \frac{d(i_1^2 - i^2)}{8n^2f^2}, \tag{14}$$

wenn sich der Durchmesser ein und desselben Ringes von $i$ auf $i_1$ ändert.

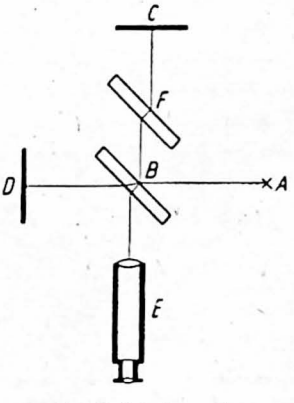


Abb. 203. Interferometer

$\gamma$) Anordnung des Gerätes nach Michelson. Von der homogenen Lichtquelle $A$ (Abb. 203) her fällt der Lichtstrahl $AB$ unter 45° auf die halbdurchlässig versilberte Fläche $B$ einer planparallelen Glasplatte und zerlegt sich hier in einen zum versilberten Planspiegel $C$ zurückgeworfenen und in einen zum versilberten Planspiegel $D$ durchgehenden Strahl. Diese Spiegel senden die beiden Strahlen nach $B$ zurück, von wo der erstere hindurchgelassen, der letztere zurückgeworfen ins Fernrohr $E$ gelangt. Damit für beide Strahlen die Weglänge im Glas die gleiche sei, wird noch die planparallele Glasplatte $F$ von der gleichen Dicke wie $B$ eingefügt. Man hat so gleichsam eine Luftplatte, begrenzt von der Fläche $C$ und dem Spiegelbild der Fläche $D$ (an der Silberfläche $B$). Richtet man also dieses Spiegelbild und die Fläche $C$ einander parallel, so werden im Fernrohr die Interferenzringe erscheinen. Wieder interferieren in jedem Punkte nur zwei Parallelstrahlenbündel von gleicher Intensität, für die also das in Abschn. $\beta$ Gesagte zutrifft. Der Spiegel $C$ kann parallel zu sich in der Richtung $CF$ mittels einer Mikro-

meterschraube fein verschoben werden. Hier ist die Möglichkeit gegeben, die Dicke der Luftplatte auch genau auf Null zu bringen, was eintritt, wenn die Spiegelfläche $C$ mit dem Spiegelbild von $D$ zusammenfällt. Sind beide nicht genau einander parallel, so erscheinen in dem auf $C$ scharf eingestellten Fernrohr die Fizeauschen Interferenzstreifen.

Im Gegensatz zum Beugungsgitter (S. 367) ist hier die zur Messung von $\lambda$ dienende, optische Vorrichtung die denkbar einfachste; es genügt eine planparallele Luftplatte, von der man meist nur ein Stück von etwa 10 mm Durchmesser zu benutzen braucht. Somit können also alle theoretischen Anforderungen praktisch ohne große Schwierigkeit vollkommen erfüllt werden, so daß in dieser Hinsicht die Meßergebnisse frei von systematischen Fehlern sein werden. Dieser Umstand gab mit Veranlassung dazu, nach dieser Methode das Meter direkt in Lichtwellen auszuwerten (S. 41 und 359).

**c) Luftplatten-Spektroskop (Fabry-Perot-Etalon).** $\alpha$) Interferenzen hoher Ordnung. Bei den folgenden Interferenzspektroskopen entstehen überaus scharfe Interferenzmaxima hoher Ordnung, weil sie durch das Zusammenwirken vieler Strahlenbündel zustande kommen, für die der Gangunterschied von Bündel zu Bündel um gleich viel fortschreitet. Beim Luftplattenspektroskop werden diese Bündel durch mehrfache innere Spiegelung des Lichtstrahls an den Begrenzungsflächen einer planparallelen Luftplatte erzeugt, die zwei mit etwa 1 bis 20′ keilförmigen Glasplatten angehören und schwach durchsichtig verspiegelt sind. Dann ergeben sich im Fernrohr die Haidingerschen Ringe, je nachdem man im zurückgeworfenen oder durchfallenden Lichte beobachtet, als sehr scharfe dunkle Kreise auf hellem Grunde oder helle Kreislinien auf dunklem Grunde. Da letzteres vorzuziehen ist und gleichzeitig eine bequemere Aufstellung der Lichtquelle gestattet, so arbeitet man mit diesem Spektroskop immer im durchgehenden Lichte. Im übrigen behalten die Gl. (11) bis (14) auch für diesen Fall ihre Gültigkeit.

Die Verspiegelung der Platten erfolgt mit Silber, Platin, Hochheimscher Legierung, Aluminium oder Rhodium mittels Kathodenzerstäubung nach Lau, Z. Instrkde. **49**, 57, 1929; Lampe u. Weber, ebd. **49**, 174, 1929, oder durch Aufdampfen im Hochvakuum nach Hochheim, Ritschl u. Lesche (z. B. Ritschl, Z. Phys. **69**, 578, 1931). Ausführliche Vorschriften zur Versilberung finden sich bei v. Angerer, Technische Kunstgriffe. Braunschweig 1939.

Nach S. 362 ist das Auflösungsvermögen der Zahl $q$ der effektiven Strahlen proportional, die ihrerseits allein vom Spiegelungsvermögen $\mathfrak{r}$ (S. 493) des Spiegelstoffs abhängt, das für Silber bis zu 0,95 ansteigen kann. Man darf $q = \frac{3{,}03\sqrt{\mathfrak{r}}}{1-\mathfrak{r}}$ setzen, weil die Anzahl der interferierenden Strahlen außerordentlich groß anzunehmen ist; $q$ nimmt also mit wachsendem $\mathfrak{r}$ stark zu.

Childs, J. sci. instr. **3**, 97 u. 129, 1926; Williams, Applications of interferometry. London 1930.

$\beta$) Ausführungsform. Es werden sowohl Spektroskope mit mikrometrisch variabler Luftdicke gebaut, als auch besonders einfach gestaltete von konstanter Luftdicke. Diese, Etalons genannt, brauchen nur noch allein bei der Bestimmung einer Wellenlänge benutzt zu werden, nachdem eine Reihe der schärfsten Spektrallinien mit veränderlichen Luftplatten (mit dem Interferometer, S. 373) genau ermittelt worden ist. Um die Etalondicke (und damit ihre Ordnungszahl $k_0$ einer

bestimmten Wellenlänge) von der Zimmertemperatur unabhängig zu machen, werden die Zwischenstücke des Etalons aus Invar verfertigt. Dann wird sein Ausdehnungskoeffizient $9 \cdot 10^{-7}$ fast genau durch die relative Änderung $9{,}3 \cdot 10^{-7}$ der Wellenlänge in Luft mit der Temperatur (für $\lambda = 0{,}59\,\mu$) kompensiert (S. 387). Dagegen bleibt der beträchtliche Einfluß von Luftdruckänderungen auf die Wellenlänge zu berücksichtigen (s. jedoch Abschn. $\gamma$). Sollen die Ringe ultravioletter Spektrallinien photographiert werden, so ersetzt man die Glasplatten des Etalons durch senkrecht zur optischen Achse geschliffene Quarzplatten.
Dieses Spektroskop eignet sich nicht nur zur Vergleichung stark verschiedener Wellenlängen, sondern auch zur Untersuchung des feineren Baues der Spektrallinien. Soweit sein Auflösungsvermögen reicht, liefert es einwandfreie Ergebnisse und zeigt vor allem keine Geister. Denn wie beim Interferometer (S. 374) ist sein optischer Teil allen Anforderungen entsprechend technisch vollkommen auszuführen.

Spektroskope mit variabler Luftdicke bei Fabry u. Perot, Ann. chim. phys. **22**, 564, 1901; Goos, Z. Instrkde. **32**, 326, 1912. Etalons mit konstanter Luftdicke bei Koch, ebd. **31**, 378, 1911.

$\gamma$) Messung der Wellenlänge. Gebräuchliche Etalondicken sind 1, 5, 15, 40 und 100 mm. Zwecks Richtung der beiden (zuvor auf Ebenheit nach S. 422 untersuchten) Flächen auf Parallelismus stellt man vor dem Etalon eine Blende von 5 mm Öffnung auf und prüft ihn durch Verschieben in seiner Ebene seiner ganzen Ausdehnung nach auf Dickenänderung; der Durchmesser des innersten Interferenzringes soll sich dabei nicht ändern. Da für die Interferenzspektroskope das Dispersionsgebiet (S. 361) nur klein ist, muß das Licht oft einer starken Vordispersion unterzogen werden, bevor es in den Etalon gelangt. Meist setzt man ihn entweder in den parallelen Strahlengang eines Prismenspektrographen (S. 362) zwischen Kollimatorlinse und Prisma, oder aber bildet das Ringsystem mittels besonderer Linsen auf den Spalt eines Spektrographen ab.

1. Eichung des Etalons. Wirklich gemessen werden immer nur die Durchmesser $i$ der innersten hellen Ringe für die verschiedenen Wellenlängen. Setzt man die so ermittelte kleine Größe $\frac{i^2}{8f^2} = \iota$, so lauten die beiden Grundgleichungen (S. 373)

$$2d = k\lambda(1+\iota) \quad \text{und} \quad k_0 = k(1+\iota), \tag{15, 16}$$

$k$ die ganze Ordnungszahl des innersten scharfen Ringes, $k_0 = \frac{2d}{\lambda}$ die Ordnungszahl des Zentrums. Man beleuchte nacheinander den Etalon mit je einer roten, grünen, blauen Spektrallinie, deren Wellenlänge $\lambda$ auf $\frac{1}{1\,000\,000}$ ihres Wertes sicher bekannt ist, und finde die Werte $\iota_1$, $\iota_2$, $\iota_3$. Dann ist

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}(1+\iota_1-\iota_2). \tag{17}$$

Aus der gemessenen Plattendicke $d$ (Dickenmessung des Etalonringes auf etwa $1\,\mu$ genau) berechnet man nach Gl. (15) einen angenäherten Wert für die ganze Zahl $k_1$. Dieser Wert (als ganze Zahl) in Gl. (17) eingesetzt, wird in der Regel für $k_2$ noch nicht genau eine ganze Zahl ergeben. Dann wählt man so lange für $k_1$ die nächstgelegene ganze Zahl, bis sie auch $k_2$ zur ganzen Zahl werden läßt. Ersetzt man weiter in Gl. (17) den Index 2 durch 3, so muß auch $k_3$ eine ganze Zahl werden;

andernfalls ist $k_1$ vielleicht noch um eine Einheit abzuändern. So ergibt sich schließlich die richtige ganze Zahl für $k_1$, deren Sicherheit natürlich durch die Beobachtung weiterer Linien erhöht wird, und damit $k_{01}$ (mit dem Index 1, weil zu $\lambda_1$ gehörig) nach Gl. (16) oder $d$ nach Gl. (15).

2. Bestimmung von $\lambda$. Hier handelt es sich darum, für eine schon anderweitig gut gemessene Linie den möglichst genauen Wert von $\lambda$ mit 7 bis 8 gültigen Ziffern festzulegen. Meist führt schon ihr Näherungswert nach Gl. (15) auf die richtige ganze Zahl $k$, mit der dann der genaue Wert von $\lambda$ zu berechnen ist. Im Zweifelsfall nimmt man mehrere bekannte Linien $\lambda_1$ zu Hilfe, die alle für den Wert

$$k = \frac{k_1 \lambda_1}{\lambda}(1 + \iota_1 - \iota) \tag{18}$$

dieselbe ganze Zahl ergeben müssen. Ein 5-mm-Etalon (d. i. mit etwa $k_0 = 16900$ für $\lambda = 0{,}59\ \mu$) ist für solche Messungen geeignet. Wird dieser in ein passend gebautes, abgedichtetes Gehäuse gesetzt, so lassen sich durch Evakuieren des Gehäuses direkte Bestimmungen der Vakuum-Wellenlängen durchführen. Auch sonst ist die Benutzung einer solchen Druckkammer zu empfehlen, weil in ihr nach Abschluß von der Außenluft die Luftdichte konstant bleibt, sich also $\lambda$ nicht mehr mit dem äußeren Luftdruck und der Zimmertemperatur ändert.

3. Änderung der optischen Plattendicke $\frac{1}{2} k_0 \lambda$ mit $\lambda$. Bleiben bei Benutzung von Gl. (17) kleine, die Messungsfehler von $\iota$ überschreitende Abweichungen (unter 0,1) von den ganzen Zahlen für $k$ bestehen, so ist dies durch die von $\lambda$ abhängige Phasenänderung bei der Zurückwerfung an den Spiegelschichten bedingt. Dieser Einfluß macht sich besonders bei der Vergleichung sehr verschiedener Wellenlängen bemerklich. Man muß dann die Abweichung als Funktion von $\lambda$ ermitteln, um nach Gl. (15) (für $k$ die ganzen Zahlen eingesetzt) die geringe Änderung von $d = \frac{1}{2} k_0 \lambda$ mit $\lambda$ zu erhalten. Da die auftretenden Phasenänderungen auch von der zeitlich veränderlichen Beschaffenheit der Spiegelschicht abhängen (S. 493), so müssen sie von Zeit zu Zeit nachgeprüft werden. Die optische Plattendicke kann sich für Wellenlängen zwischen 0,25 und 0,65 $\mu$ im Maximum um etwa 30 m$\mu$ ändern.

Diese Änderung läßt sich bei einem Interferometer mit veränderlicher Plattendicke leicht eliminieren. Man benutzt dieselben Platten in zwei verschiedenen Abständen $d$ und $d'$. Dann ist für zwei beliebige Wellenlängen $\lambda_1$ und $\lambda_2$ wegen $d_2 - d_1 = d_2' - d_1'$ genau

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{k_1(1 + \iota_1) - k_1'(1 + \iota_1')}{k_2(1 + \iota_2) - k_2'(1 + \iota_2')}, \tag{19}$$

worin nunmehr für die $k$ die wirklich ganzen Zahlen zu nehmen sind.

Rayleigh, Phil. Mag. **11**, 685, 1906; Eversheim, Astrophys. J. **26**, 172, 1907; Fabry u. Buisson, ebd. **28**, 169, 1908; Pfund, ebd. **28**, 197, 1908; Meggers, J. Opt. Soc. Amer. **6**, 135, 1922; Babcock, Astrophys. J. **66**, 256, 1927. Nach dieser Methode haben Perot u. Fabry auch die Wellenlängen vieler Fraunhoferschen Linien gemessen (C. R. **131**, 700, 1900; **133**, 153, 1901).

*δ*) Feinstrukturmessungen. Bei solchen unterscheiden sich die Wellenlängen $\lambda$ und $\lambda_1$ in Gl. (18) nur sehr wenig, so daß bei richtiger Zuordnung $k = k_1$ wird. In diesem Falle ergibt sich aus $\lambda - \lambda_1 = \lambda_1(\iota_1 - \iota)$ die Gleichung

$$\lambda - \lambda_1 = \frac{\lambda_1(i_1 + i)(i_1 - i)}{8 f^2}, \tag{20}$$

nach der der Wellenlängen-Unterschied zu berechnen ist; es kommt demnach hauptsächlich auf die genaue Ausmessung von $i_1 - i$ an.

Bei der Auffindung der Serien-Gesetzmäßigkeiten in den Spektren bedarf man der Wellenzahl $\nu = \frac{1}{\lambda}$ ($\nu$ in $cm^{-1}$ gemessen). Der Abstand der Komponenten einer Linie ist dann in Wellenzahlen

$$\nu_1 - \nu = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda} = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_1^2} = \frac{i_1^2 - i^2}{8\lambda_1 f^2}. \tag{21}$$

Sind ganze Interferenzsysteme von Komponenten einer Linie auszumessen, so läßt sich die Berechnung der Einzelwerte $\nu_1 - \nu$ einfach und übersichtlich gestalten, wenn man nach einem besonderen Rechenschema verfährt, wie z. B. von Ritschl angegeben, der auch die Rechnung bei versenktem Zentrum der Ringe erläutert. Dabei macht man von der folgenden wichtigen Gleichung Gebrauch, die Ringe vom Zentrum aus als 1., 2., ... $m$-ten gezählt:

$$\nu_1 - \nu = \frac{i_{1,m}^2 - i_m^2}{2d\,(i_{m+1}^2 - i_m^2)}. \tag{22}$$

Mißt man mithin $d$ in Zentimeter mit vier gültigen Ziffern (so genau lassen sich auch die Durchmesserunterschiede $i_{m+1} - i_m$ in der Regel nur bestimmen), so bekommt man unmittelbar die Differenz der Wellenzahlen; dagegen können die Durchmesser $i$ in ein und demselben, sonst aber beliebigen Maß ausgedrückt werden. So gilt Gl. (22) z. B. auch für den Fall, daß die Lichtstrahlen (nach Abschn. $\gamma$) erst durch einen Etalon und darauf durch einen Beugungsgitter-Spektrographen von beliebiger Brennweite gehen. Weiter ist noch $i_{m+1}^2 - i_m^2 = i_{1,m+1}^2 - i_{1,m}^2$.

Ritschl, Z. Phys. **79**, 1, 1932.

$\varepsilon$) Dispersionsgrößen einer beliebigen Platte. Für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit eines Gerätes in der Analyse feiner Strukturen kommt es auch auf die folgenden Dispersionsgrößen an, die daher erst allgemein für eine beliebige feste Platte abgeleitet werden mögen. Nach S. 371 folgt aus den beiden Grundgleichungen

(23) $$k\lambda = 2dn\cos\varepsilon' \quad \text{und} \quad \sin\varepsilon = n\sin\varepsilon' \tag{24}$$

$$\lambda = \frac{2d\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}}{k},$$

für die Winkeldispersion $\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon}$ somit

$$\partial\lambda = \frac{\partial\lambda}{\partial n}\partial n + \frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon}\partial\varepsilon = \frac{2d}{k}\left(\frac{n\,\partial n}{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}} - \frac{\sin\varepsilon\cos\varepsilon\,\partial\varepsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}}\right),$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon} = -\frac{\lambda\sin\varepsilon\cos\varepsilon}{n^2 - \sin^2\varepsilon - n\lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}}. \tag{25}$$

Der Winkelunterschied zweier Ordnungen $k$ und $k+1$ wird mit $\Delta\varepsilon$ bezeichnet und ergibt sich aus $\frac{\partial k}{\partial\varepsilon} = -\frac{2d\sin\varepsilon\cos\varepsilon}{\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}}$ zu

$$\Delta\varepsilon = \frac{\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}}{2d\sin\varepsilon\cos\varepsilon}. \tag{26}$$

Das nutzbare Spektralintervall oder Dispersionsgebiet $\Delta\lambda$ (S. 361) ist der Wert von $\partial\lambda$, der sich für $\partial\varepsilon = \Delta\varepsilon$ ergibt, und wird somit, positiv genommen,

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}}{2d\left(n^2 - \sin^2\varepsilon - n\lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right)}. \tag{27}$$

Das Glied mit $\frac{\partial n}{\partial\lambda}$ als unwesentlich fortgelassen, erhält man

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}} = \frac{\lambda}{k}. \tag{28}$$

ζ) Dispersionsgrößen des Fabry-Perot-Etalons. Die Winkeldispersion, nach Gl. (25) für $n = 1$, wird $\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon} = -\lambda\,\mathrm{tg}\,\varepsilon$ oder hinreichend genau

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon} = -\lambda\varepsilon. \tag{29}$$

Aus $\varepsilon = \frac{i}{2f}$ folgt $\frac{\partial\varepsilon}{\partial i} = \frac{1}{2f}$ und somit $\frac{\partial\lambda}{\partial i} = -\frac{\lambda i}{4f^2}$. Diese Gleichung ist identisch mit Gl. (20), wenn $i$ gleich $\frac{1}{2}(i_1 + i)$ gesetzt wird; das muß auch so sein, weil meist $i_1 - i$ nicht sehr klein gegen $i_1 + i$ ist.

Der Winkelunterschied nach Gl. (26) beträgt

$$\Delta\varepsilon = \frac{\lambda}{2d\varepsilon}. \tag{30}$$

Weiter sei $\partial i = \Delta i$ für $\partial\varepsilon = \Delta\varepsilon$, dann wird $\Delta i = \Delta\varepsilon\, 2f = \frac{2\lambda f^2}{di}$. Auch hier ist wieder für $i$ genauer $\frac{1}{2}(i_1 + i)$ einzusetzen, da $\Delta i$ nicht sehr klein gegen $i$ ist. Somit wird genau, auch unmittelbar aus Gl. (15) ableitbar,

$$\Delta i = i_{m+1} - i_m = \frac{4\lambda f^2}{d(i_{m+1} + i_m)}. \tag{31}$$

Das Dispersionsgebiet nach Gl. (28) ist

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{k}. \tag{32}$$

**d) Etalonplatten-Spektroskop.** α) Etalonplatte für Feinstrukturmessungen. Ähnliche Interferenzerscheinungen wie die Luftplatten (S. 374) liefern planparallele, auf beiden Seiten durchsichtig verspiegelte (S. 374) Platten aus Glas oder Quarz. Da für sie Gl. (23) $k\lambda = 2dn\cos\varepsilon'$ lautet, kann man mit ihnen nicht allgemein Präzisionsmessungen von Wellenlängen ausführen, weil die Brechungszahlen $n$ nicht mit der erforderlichen Genauigkeit zu bestimmen sind. Wohl aber lassen sich die Platten zur Ermittlung kleiner Wellenlängenunterschiede verwenden, also für Feinstrukturmessungen, da in diesem Falle die $n$ nicht so genau bekannt zu sein brauchen. Man muß fordern, daß eine solche Etalonplatte gut ebene Flächen besitzt, vor allem aber ihre optische Dicke $dn$ bis auf etwa $\frac{1}{100}\,\mu$ örtlich unverändert ist.

Für eine Etalonplatte bleiben die Austrittswinkel $\varepsilon$ ziemlich klein, so daß nach Gl. (25), (26) und (27) wird

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\varepsilon} = -\frac{\lambda\varepsilon}{n\left(n - \lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right)}, \tag{33}$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{\lambda n}{2d\varepsilon}, \tag{34}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d\left(n - \lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right)}. \tag{35}$$

Nun ist $\varepsilon = \frac{i}{2f}$ und $\frac{\partial \varepsilon}{\partial i} = \frac{1}{2f}$, somit entsprechend Gl. (20) für zwei Komponenten mit den Indizes $a$ und $b$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial i} = -\frac{\lambda i}{4f^2 n\left(n - \lambda \frac{\partial n}{\partial \lambda}\right)}, \qquad \lambda_b - \lambda_a = \frac{\lambda_a (i_{am} + i_{bm})(i_{am} - i_{bm})}{8f^2 n\left(n - \lambda_a \frac{\partial n}{\partial \lambda}\right)},$$

$$\nu_a - \nu_b = \frac{i_{am}^2 - i_{bm}^2}{8\lambda_a f^2 n\left(n - \lambda_a \frac{\partial n}{\partial \lambda}\right)}, \tag{36}$$

$$\lambda_a = \frac{d\,(i_{am+1}^2 - i_{am}^2)}{4f^2 n}, \tag{37}$$

$$\nu_a - \nu_b = \frac{i_{am}^2 - i_{bm}^2}{2d\left(n - \lambda_a \frac{\partial n}{\partial \lambda}\right)(i_{am+1}^2 - i_{am}^2)}. \tag{38}$$

Bei der Ausmessung ganzer Interferenzsysteme von Komponenten einer Linie kann man demgemäß wie auf S. 377 verfahren.

$\beta$) Multiplex-Interferenzspektroskop von Gehrcke und Lau. In diesem werden zwei solche Etalonplatten $A$ und $B$ (Abb. 204) mit 30 bis 60 mm Durchmesser, von der gleichen Brechungszahl $n$ und einem bestimmten Dickenverhältnis miteinander kombiniert; sie werden einander parallel gestellt, was genügend erreicht ist, sobald kreissymmetrische Interferenzringe im Zentrum des Bildes entstehen. Damit die von der Luftplatte zwischen $A$ und $B$ erzeugten und dann störenden Interferenzringe nicht sichtbar werden können, stellt man entweder die beiden Platten in einem Abstand von 30 bis 70 cm auf oder bringt zwischen ihnen eine dritte, unversilberte, etwa 40 mm dicke, höchst vollkommen optisch homogene Platte $C$ an, deren Endflächen um etwa 1° gegen $A$ und $B$ geneigt sind. Wird für die Glasplatten $A$ und $B$ das Dickenverhältnis 1 : 1,7 gewählt, also z. B. ihre Dicken zu 2,94 bzw. 5,00 mm (man kann bis zu Dicken von 30 mm gehen mit einem experimentell erreichbaren Auflösungsvermögen von etwa fünf Millionen für $\lambda = 0{,}59\,\mu$), so treten durch das Zusammenwirken beider Platten deutliche Interferenzringe nur für diejenigen Ordnungen $k_A$ und $k_B$ des Spektrums einer Linie auf, bei denen die Ringe der einzelnen Platten sehr nahe (auf mindestens ein Zwanzigstel des engeren Streifenabstandes) miteinander koinzidieren, während die dazwischenliegenden Ordnungen der beiden Interferenzsysteme fast gänzlich ausgelöscht werden.

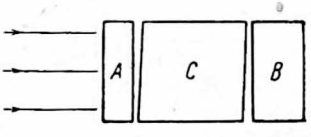


Abb. 204. Multiplex

Man erreicht damit, daß das Dispersionsgebiet das Fünffache der dickeren Platte beträgt, aber für die Schärfe der erzeugten Interferenzringe das Auflösungsvermögen im Multiplex noch etwas größer ist als das der dickeren, hierfür im wesentlichen ausschlaggebenden Platte. Der Multiplex kann z. B. in den parallelen Strahlengang eines Monochromators oder Spektrographen zwischen Kollimatorobjektiv und Dispersionsprisma gestellt werden.

Bezüglich der graphischen Auswertung der quantitativen Messungen an den Aufnahmen mit einem Multiplex unter Zuhilfenahme des in Gl. (35) abgeleiteten Dispersionsgebietes $\Delta\lambda$ eines der beiden mitwirkenden Interferenzsysteme sei auf Görlich u. Lau, Z. Phys. 77, 746, 1932, verwiesen.

**e) Stufengitter.** α) Durchlassungsgitter. Dieses nach Michelson benannte Spektroskop besitzt nur wenige beugende Öffnungen, die aber eine Interferenzerscheinung von sehr hoher Ordnungszahl $k$ erzeugen. Eine Anzahl möglichst schlieren- und spannungsfreier Glasplatten von genau der gleichen Dicke $d$ (größter Dickenunterschied kleiner als 0,06 $\mu$) sind staffelartig so aneinandergesprengt, daß die Breite $a$ jeder Stufe bis auf einige $\mu$ die gleiche ist (Abb. 205). Da sich zwischen ihnen alsdann nur noch eine überaus dünne Lufthaut befindet, so bildet das Ganze für die Lichtstrahlen einen homogenen Glasblock. Gewöhnlich ist die Zahl seiner wirksamen Öffnungen $q = 36$, $d = 10$ mm, $a = 1$ mm und seine Höhe etwa 40 mm.

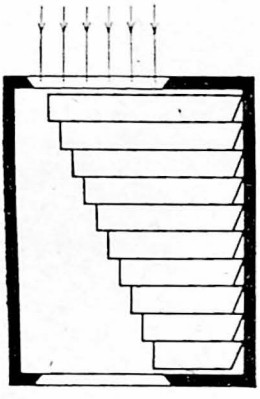


Abb. 205. Stufengitter

Da der Einfallswinkel $\varepsilon$ der Strahlen aufs Gitter gewöhnlich unter 10′ gehalten wird, so braucht die Gangdifferenz $k\lambda$ zwischen den einzelnen gebeugten Bündeln nur für den Fall senkrechter Inzidenz abgeleitet zu werden. Es falle demnach ein Parallelstrahlenbündel homogenen Lichtes senkrecht auf das Gitter, und es bezeichne wieder $\delta$ (Abb. 206) den Ablenkungswinkel der gebeugten Strahlen gegen die aufs Gitter fallenden (Vorzeichen von $\delta$ der Abbildung entsprechend). Bedeutet $n$ die Brechungszahl des Glases für die Wellenlänge $\lambda$, so wird nach S. 386 der Gangunterschied der beiden aufeinanderfolgenden, sich im Glase fortpflanzenden Strahlen $AB$ und $CD$ nach ihrer Beugung gegeben durch

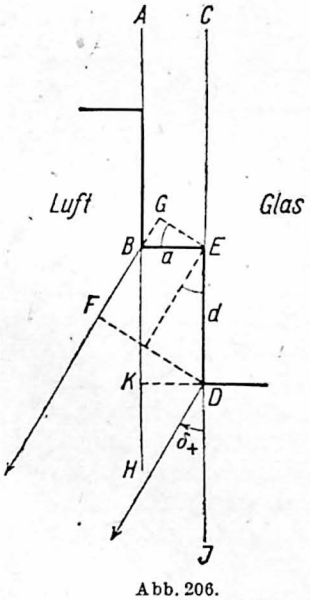



Abb. 206.
Interferenz der Strahlenbündel

$$k\lambda = nED - BF = dn - (FG - BG)$$

$$k\lambda = dn - d\cos\delta + a\sin\delta. \tag{39}$$

Für ganzzahlige $k$ tritt in der Richtung $\delta$ maximale Lichtwirkung ein, und man erblickt in der Brennebene des aufs Gitter gerichteten Fernrohrs eine Reihe heller, äquidistanter Linien, da die $\delta$ klein bleiben.

Aus letzterem Grunde ist auch sehr angenähert $k\lambda = d(n-1)$, so daß sich aus Gl. (39) für die Winkeldispersion $\frac{\partial\lambda}{\partial\delta}$ ergibt

$$k\frac{\partial\lambda}{\partial\delta} = d\frac{\partial n}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial\delta} + d\sin\delta + a\cos\delta,$$

$$\frac{\delta\lambda}{\partial\delta}\left(k - d\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right) = a, \quad \frac{\partial\lambda}{\partial\delta} = \frac{a\lambda}{d\left(n - 1 - \lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right)}. \tag{40}$$

Der Winkelunterschied $\Delta\delta$, d.i. der Abstand zweier aufeinanderfolgenden Ordnungen in Bogenmaß, folgt mit großer Annäherung aus

$$\frac{\partial k}{\partial\delta} = \frac{d\sin\delta + a\cos\delta}{\lambda} = \frac{a}{\lambda} \quad \text{zu} \quad \Delta\delta = \frac{\lambda}{a}. \tag{41}$$

Er ist immer sehr klein, denn es wird z. B. für $\lambda = 0{,}000\,59$ mm (Na) und $a = 1$ mm nur $\Delta\delta = 2{,}0$ Winkelminuten.

Das Dispersionsgebiet $\Delta\lambda$ wird demnach

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{d\left(n - 1 - \lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right)}. \tag{42}$$

Unter Fortlassung des unwesentlichen Gliedes $\lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}$ erhält man auch hier wieder $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{k}$.

Weil das Stufengitter ein Beugungsapparat ist, muß es mittels eines Kollimators beleuchtet werden, dessen Spalt der Längsrichtung der Gitterstufen parallel liegt; ferner muß wegen der Kleinheit von $\Delta\lambda$ das Licht sehr homogen sein. Seine vorgängige Zerlegung erfolgt mit Hilfe eines Monochromators, dessen Austrittsspalt zugleich den Kollimatorspalt des Gitters ersetzt. Während der Ausrichtung der beiden Spektralapparate zueinander wird das Gitter ganz aus dem Gesichtsfelde herausgedreht. Hiernach schaltet man das Gitter ein und dreht es um seine Vertikalachse (so daß der Einfallswinkel $\varepsilon$ nahezu gleich Null wird) in die Minimumstellung, von der aus sich die Linien nach derselben Richtung verschieben, man mag es nach links oder rechts drehen. Ist nun in der Gleichung $d(n-1) = k_1\lambda$ zufällig $k_1$ genau eine ganze Zahl, so wird nach Gl. (39) im Minimum sowohl $\delta = 0$ als auch $\varepsilon = 0$, und man erhält nur eine einzige helle Hauptlinie, während alle benachbarten gänzlich verschwinden, d.i. die Einordnungsstellung des Spektrums. Unterscheidet sich dagegen $k_1$ von einer ganzen Zahl gerade um $\frac{1}{2}$, so wird die Stärke der Hauptlinie um mehr als die Hälfte geschwächt, dafür werden aber auch benachbarte Linien sichtbar, deren Stärke mit wachsendem Abstande von der Hauptlinie sehr rasch abnimmt; jetzt sind zwar $\varepsilon$ und $\delta$ nicht mehr gleich Null, doch betragen sie höchstens $\pm 20'$. Zwischen diesen beiden Grenzfällen liegen die Stärken der Linien für die übrigen Fälle in der Minimumlage.

Nun geht man zur vorteilhaftesten Beobachtungslage des Gitters über, nämlich zur Zweiordnungsstellung, indem man es aus dem Minimum möglichst wenig dreht, bis die Hauptlinie und ihr Nachbar gleiche Helligkeit besitzen; diese beiden hellen Linien sind dann zwei aufeinander folgende Ordnungen derselben Spektrallinie, und hauptsächlich auf das Intervall $\Delta\delta$ zwischen ihnen beschränkt sich das zu erforschende Spektralgebiet, weil die ferneren Nebenlinien auf beiden Seiten im allgemeinen nur sehr geringe Stärke aufweisen.

Aus den beiden Gl. (40) und (41) folgt

$$\partial\lambda = \frac{\partial\delta}{\Delta\delta}\,\frac{\lambda^2}{d\left(n - 1 - \lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right)}. \tag{43}$$

Diese Gleichung erlaubt aus dem Abstande $\partial\delta$ eines Trabanten von seiner Hauptlinie ihren Wellenlängenunterschied $\partial\lambda$ zu berechnen. Da $\frac{\partial\lambda}{\partial\delta}$ nach Gl. (40) positiv ist, so liegen im Falle der Abb. 206 für den Beobachter in der Brennebene des Fernrohrs die größeren Wellenlängen nach links zu. Die Größen $\partial\delta$ und $\Delta\delta$ mißt man als lineare Entfernungen entweder mit einem in der Brennebene des Fernrohrs befindlichen Okularmikrometer oder auf photographischen Aufnahmen.

Zur Untersuchung ultravioletter Spektrallinien dienen Gitter aus Quarz, dessen optische Achse der Längsrichtung der Gitterstufen parallel liegt. Um in

diesem Falle mit der ordentlichen Brechungszahl des Quarzes rechnen zu können, muß das Gitter mit linear polarisiertem Licht beleuchtet werden, dessen Schwingungsebene senkrecht zur optischen Achse liegt.

Um das große theoretische Auflösungsvermögen des Gitters (S. 361) praktisch voll zu erreichen, ist wegen der Kleinheit von $\Delta\delta$ die Brennweite des Fernrohr-Objektivs möglichst groß zu wählen und entsprechend auch die des Kollimator-Objektivs, damit nicht der Spalt stark vergrößert auf der photographischen Platte abgebildet wird. Entsprechend den Ausführungen auf S. 344 kann die Brennweite bei okularen Beobachtungen zu 1 bis 1,5 m, beim Photographieren im Ultraviolett bis zu 3 m gewählt werden.

Da $\delta$ stark von der Temperatur abhängt, ist das Gitter vor Temperaturschwankungen zu schützen. Auf das Vorhandensein von Geistern ist das Gitter mit Linien bekannter Struktur (S. 360) zu prüfen.

Galitzin, Bull. Pétersb. **23**, 67, 1905 u. Z. Instrkde. **27**, 224, 1907 (Theorie); van Cittert, Ann. Phys. **77**, 372, 1925 (Korrektionen).

Druckkammer. Vorteilhaft ist es, das Gitter in einer abgedichteten Druckkammer aufzustellen, in der der Luftdruck geändert werden kann. Dann wird es ein für allemal senkrecht zu den Lichtstrahlen ausgerichtet, und die verschiedenen Ordnungsstellungen des Spektrums lassen sich leicht durch Änderungen des Druckes in der Kammer erreichen, weil sich mit ihm $\lambda$ und $n$ in Gl.( 39) ändern. So kann man vor allem in der Gleichung $d(n-1) = k_1\lambda$ die Ordnungszahl $k_1$ genau zu einer ganzen Zahl werden lassen, so daß die volle Stärke der Linie $\lambda$ in einem einzigen Spaltbild vereinigt ist. Dies ist von besonderer Wichtigkeit, wenn die Stärken der Komponenten einer zusammengesetzten Linie miteinander verglichen werden sollen, weil sich die Stärken der auftretenden Linien überaus schnell mit dem Wert $\delta$ ändern. Durch das Einsetzen des Gitters in eine Druckkammer ist auch der Einfluß atmosphärischer Druckschwankungen auf $\lambda$ und damit auf die Lage der Beugungsbilder ausgeschaltet; dgl. ändert sich $\lambda$ nicht mehr mit der Temperatur, weil die Luftdichte in der Kammer konstant bleibt.

Berechnung der notwendigen Druckänderung. Bezeichnet $p$ in Torr den Luftdruck in der Kammer und $N$ die Brechungszahl der Luft, so ist (nach S. 359) $\partial\lambda = -\lambda\partial N$ und (nach S. 387) $\partial n = -n\partial N$. Da für eine Wellenlänge $\lambda$ der Wert $\frac{\partial N}{\partial p}$ konstant ist, so darf $\partial p$ beliebig groß gewählt werden. Nun ist

$$\partial k = \frac{\partial k}{\partial \lambda}\partial\lambda + \frac{\partial k}{\partial n}\partial n = -\frac{d(n-1)}{\lambda^2}\partial\lambda + \frac{d}{\lambda}\partial n = -\frac{d}{\lambda}\partial N,$$

$$\frac{\partial k}{\partial p} = -\frac{d}{\lambda}\frac{\partial N}{\partial p}. \tag{44}$$

Da z. B. für Na-Licht $\lambda = 589 \cdot 10^{-6}$ mm und $\frac{\partial N}{\partial p} = 358 \cdot 10^{-9}$ (S. 388) bei 20° ist, so ergibt sich für ein Gitter mit $d = 10$ mm, daß $\partial k = 1$ durch $\partial p = -165$ mm hervorgerufen wird.

$\beta$) Spiegelgitter. Werden die Stufen des Glas- bzw. Quarzblocks nachträglich versilbert, platiniert oder mit Hochheimscher Legierung verspiegelt, die noch bei 0,25 $\mu$ ein Spiegelungsvermögen von etwa 78% aufweist und sehr luftbeständig ist, so kann das Stufengitter als Spiegelgitter benutzt werden. Damit ist unter sonst gleichen Umständen ein erhöhtes Auflösungsvermögen (S. 361) und eine für sichtbares Licht etwa $3\frac{1}{2}$ mal stärkere Dispersion verbunden, falls die Spiegelungen in Luft erfolgen. Auch vermag man in diesem Falle den Block aus Quarzglas herzustellen, wodurch der Einfluß der Temperatur auf die Größen $a$ und $d$ sehr vermindert wird. Recht vorteilhaft ist noch, daß das $n$ des Gitterstoffs nicht mehr in die Rechnungen eingeht.

Ließe man die Lichtstrahlen sich innerhalb des Blocks spiegeln, so würden gegenüber dem gleichen Gitter in der Durchsicht das Auflösungsvermögen und die Dispersion, letztere sogar auf das Sechsfache, gesteigert werden, doch wäre damit wieder der Nachteil verknüpft, daß man mit $n$ zu rechnen hätte.

Spiegelungen in Luft. Der Gangunterschied der beiden Strahlen $HB$ und $JD$ (Abb. 206) nach ihrer Beugung ist $k\lambda = KB + BF = d + FG - BG$,

$$k\lambda = d + d\cos\delta - a\sin\delta. \tag{45}$$

Da angenähert $k\lambda = 2d$ ist, so wird die Winkeldispersion

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\delta} = -\frac{a\lambda}{2d} \tag{46}$$

negativ, also liegen jetzt bei der in Abb. 206 gezeichneten Lage des Gitters für den Beobachter in der Brennebene des Fernrohres die kürzeren Wellenlängen nach links zu. Der Winkelunterschied $\Delta\delta$ ist wie früher

$$\Delta\delta = \frac{\lambda}{a}, \tag{47}$$

weil $\frac{\partial k}{\partial\delta} = -\frac{a}{\lambda}$. Das Dispersionsgebiet $\Delta\lambda$ ergibt sich dagegen zu

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d} \tag{48}$$

in Übereinstimmung mit $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{k}$.

Die Beobachtung des Beugungsspektrums geschieht mittels eines Autokollimations-Fernrohres mit Spalt und Spiegelprisma (ähnlich Abb. 223), das das Licht des Monochromators auf den Spalt wirft. Dicht oberhalb des nur kurzen Spaltes werden die gespiegelten Spaltbilder eingestellt, und zwar so, daß das obere Spaltende mit seinen Bildern in gleicher Höhe liegt, denn nur die untersten Teile der gebeugten Linien ergeben in diesem Falle theoretisch fehlerfreie Messungsergebnisse. Sonst behält das auf S. 381 Gesagte auch hier seine Gültigkeit, zumal was die Ein- und Zweiordnungsstellung betrifft. Nur tritt an die Stelle von Gl. (43) zur Berechnung der Wellenlängenunterschiede die Gleichung

$$\partial\lambda = -\frac{\partial\delta}{\Delta\delta}\frac{\lambda^2}{2d}. \tag{49}$$

Die Wellenzahlendifferenzen $\partial\nu = -\frac{\partial\lambda}{\lambda^2}$ nach Gl. (21) ergeben sich somit aus der Gleichung

$$\partial\nu = \frac{\partial\delta}{\Delta\delta}\frac{1}{2d}. \tag{50}$$

Letztere Gleichung bleibt auch anwendbar, wenn man das Gitter mit einem Spektrographen vereinigt, um gleichzeitig viele Linien auf ihre Feinstruktur photographisch zu untersuchen.

Näheres über die Anordnung der Apparate für solche Messungen z. B. bei Ritschl, Z. Phys. 79, 1, 1932.

Auch hier ist es empfehlenswert, das Gitter in eine Druckkammer zu setzen, weil dann alle optischen Teile fest und erschütterungsfrei aufgebaut werden können. Werden dann Aufnahmereihen bei schrittweise geändertem Luftdruck in der Kammer gemacht, so hat man meist genügend Material für die Auswertung aller Linien des photographierten Spektralbereiches.

Beim Spiegelgitter sind die notwendigen Druckänderungen zur Erzielung der verschiedenen Ordnungsstellungen im Spektrum bedeutend kleiner als beim Durchsichtsgitter. Aus $\partial k = k \partial N$ folgt

$$\frac{\partial k}{\partial p} = \frac{2d}{\lambda} \frac{\partial N}{\partial p}. \tag{51}$$

Für das obige Beispiel unter Gl. (44) berechnet sich $\partial p = 82$ mm bei $\partial k = 1$.

Relative Messung einer Wellenlänge. In ähnlicher Weise, wie mit Fabry-Perot-Etalons Wellenlängenmessungen (S. 375) durch Ermittlung der genauen Ordnungszahlen ausgeführt werden, kann dies auch mit einem Spiegelgitter geschehen, wenn es beiderseits je einen schmalen ebenen Spiegel trägt, die zwei etwas gegen die Beugungsstreifen verschobene direkte Bilder des Gitterspalts liefern, zwischen denen die Beugungsstreifen der betreffenden Spektrallinie liegen.

Williams, Proc. Phys. Soc. 45, 699, 1933. Lamellenspiegelgitter für Untersuchungen im Ultrarot beschreibt Cartwright, J. Opt. Soc. Amer. 21, 785, 1931.

**f) Glasplatten-Spektroskop (Lummer-Platte).** Die Strahlen homogenen Lichtes werden in eine höchst vollkommene ebene, bis auf einige hundertstel $\mu$ parallele, möglichst schlieren- und spannungsfreie Glasplatte (Abb. 207) mittels eines Spiegelprismas (Gehrcke) so eingeleitet, daß sie bei den wiederholten Spiegelungen die Wände beinahe unter dem Winkel der totalen Spiegelung treffen. Die fast streifend austretenden, parallelen Teilstrahlen der einen Seite werden in der Brennebene eines Fernrohres zur Interferenz gebracht; da die Platte ein Interferenzgerät darstellt, bedarf sie zur Beleuchtung keines besonderen Spaltes. Beide Seiten der Platte ergeben hier identische Interferenzsysteme, weil die ersten direkt zurückgeworfenen Strahlen fehlen. Die unter etwas verschiedenen Spiegelungswinkeln $\varepsilon$ austretenden Parallelstrahlenbündel erzeugen helle, der (zur Zeichenebene senkrechten) Plattenfläche parallele Interferenzlinien, die Stücke der Haidingerschen Ringe sind. Nach S. 371 ist daher die Gangdifferenz

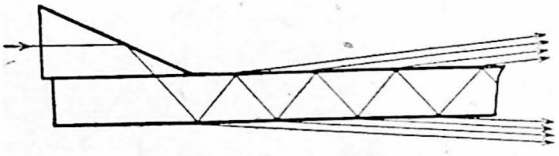


Abb. 207. Lummer-Platte

$$k\lambda = 2dn \cos \varepsilon', \tag{52}$$

worin die Ordnungszahl $k$ für die hellen Linien eine ganze Zahl ergibt. Kommt das auf die Platte fallende Licht von einem Kollimatorspalt her, so kann er beliebig breit gestellt werden, sofern nur das austretende Licht hinreichend homogen ist.

Gewöhnlich werden 20 bis 50 mm breite, 3 bis 10 mm dicke und 100 bis 300 mm lange Platten benutzt. Besitzt die Platte in der Längsrichtung einen kleinen Keilwinkel, oder ist sie regelmäßig durchgebogen oder mit symmetrisch verlaufender Spannung behaftet, so werden die Interferenzstreifen schon vor bzw. erst hinter der Brennebene scharf abgebildet. Dieser Umstand muß dann bei der Auswertung der Meßergebnisse entsprechend berücksichtigt werden.

Die Berechnung der Wellenlängendifferenzen wird hinreichend genau, wenn man $\varepsilon = 90°$ bzw. $\varepsilon = 90° - \tau$ setzt, worin $\tau$ ziemlich klein (meist zwischen 1° und 2°) ist. Dann folgt $\sin \varepsilon \cos \varepsilon = \tau$ und nach S. 377

die Winkeldispersion $$\frac{\partial \lambda}{\partial \varepsilon} = -\frac{\lambda \tau}{n^2 - 1 - n\lambda \frac{\partial n}{\partial \lambda}}, \tag{53}$$

der Winkelunterschied $$\Delta \varepsilon = \frac{\lambda \sqrt{n^2 - 1}}{2 d \tau}, \tag{54}$$

das Dispersionsgebiet $$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2 \sqrt{n^2 - 1}}{2 d \left( n^2 - 1 - n\lambda \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right)}. \tag{55}$$

Die zur Berechnung der Wellenlängenunterschiede $\partial \lambda$ dienende Gleichung ergibt sich aus den Gl. (53) und (54) als

$$\partial \lambda = -\frac{\partial \varepsilon}{\Delta \varepsilon} \frac{\lambda^2 \sqrt{n^2 - 1}}{2 d \left( n^2 - 1 - n\lambda \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right)}. \tag{56}$$

Die Größen $\partial \varepsilon$ und $\Delta \varepsilon$ werden als lineare Entfernungen gewöhnlich auf photographischen Aufnahmen gemessen, wobei es empfehlenswert ist, letztere mit einem Registrierphotometer (S. 325) auszuwerten, wodurch man zugleich über die Stärkeverteilung der Interferenzstreifen unterrichtet wird. Da aber die verschiedenen Ordnungen merklich nicht mehr äquidistanten Abstand voneinander haben ($\Delta \varepsilon$ wächst stark mit $\varepsilon$), so darf man für $\Delta \varepsilon$ und $\partial \varepsilon$ nicht die gemessenen Entfernungen unmittelbar einsetzen, sondern muß graphisch interpolieren.

Zur Untersuchung ultravioletter Spektrallinien dienen Quarzplatten mit der optischen Achse senkrecht zur Zeichnungsebene von Abb. 207. Als zweckmäßigste Anordnung einer Quarzplatte wird ihre Einschaltung zwischen Kollimator und Prisma gefunden, im Gegensatz zur Glasplatte, die besser hinter das Prisma zu setzen ist.

Schrammen, Ann. Phys. **83**, 1161, 1927.

Auf Geister hat man besonders sein Augenmerk zu richten. Denn wegen des streifenden Austritts der Strahlen aus der Glasfläche ergibt sich ohne weiteres, daß an die Ebenheit der Flächen ganz besonders hohe Anforderungen gestellt werden. Man sucht sich vor Geistern zu sichern mit Hilfe der Methode der Interferenzpunkte, die sich bilden, wenn das Licht nacheinander durch zwei Platten hindurchgeht, die zueinander gekreuzt stehen. Hierbei ist der Umstand zu berücksichtigen, daß die Platte das hindurchtretende Licht teilweise polarisiert. Da die zur Einfallsebene senkrecht schwingenden Komponenten das größere Spiegelungsvermögen besitzen, so erhält man mit ihnen auch das erheblich höhere Auflösungsvermögen. Interferieren von ihnen z. B. 20 Strahlen, so beträgt in praktischen Fällen die Zahl $q$ der effektiven Strahlen noch etwa 18 (S. 362).

Gehrcke u. v. Baeyer, Ann. Phys. **20**, 269, 1906; Lau, Phys. Z. **25**, 60, 1924: Hansen, Ann. Phys. **78**, 558, 1925 u. Z. wiss. Photogr. **23**, 17, 1925; Kunze, Ann. Phys. **79**, 528, 1926.

## 3. Messung der Brechungszahl

### A. Definitionen

**a) Allgemeine Beziehungen.** Im Vakuum (für das die Größen den Index 0 erhalten) ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $c_0 = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s für alle Wellenlängen $\lambda_0$ dieselbe. Bedeutet $\nu$ die Schwingungszahl pro Sekunde oder die Frequenz, $\tau$ die Schwingungszeit, so ist

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{c_0}{\lambda_0} = \frac{c}{\lambda}. \tag{57}$$

Nach den bisher genauesten Messungen von Michelson, Pease u. Pearson, Astrophys. J. 82, 26, 1935, ist $c_0 = 299774$ km/s mit einer mittleren Abweichung von 11 km/s vom Mittelwert, stimmt also mit der kritischen Geschwindigkeit (Bd. 2) überein. Neueste Messung durch Hüttel, Ann. Phys. 37, 365, 1940.

Nach dem Snellschen Gesetz ist die Brechungszahl $n$ des zweiten Mittels gegen das erste

$$n = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \tag{58}$$

Tritt der Strahl aus einem Mittel von der auf Luft bezogenen Brechungszahl $n_1$ in ein anderes mit $n_2$, so ist die Brechungszahl des zweiten Mittels gegen das erste

$$n_{1,2} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{59}$$

Die Brechungszahl eines Mittels gegen das Vakuum $n_0 = \frac{c_0}{c}$ heißt die absolute. Somit verhält sich $n_{01} : n_{02} = \lambda_2 : \lambda_1$. Bezeichnet $N$ die Brechungszahl aus dem leeren Raum in Luft, so wird aus $n$ aufs Vakuum reduziert: $n_0 = nN$. Für Luft von 20° und 760 mm Druck (bei 10 mm absoluter Feuchtigkeit) ist z. B. im Natriumlicht $N = 1{,}0002724$. Bedeutet $\lambda_L$ die Wellenlänge in Luft, so gilt die viel benutzte Beziehung $\lambda_0 = \lambda_L N$.

Durchläuft in Luft ein Strahl in der Zeit $t$ den Weg $s_L = c_L t$, so würde er in der gleichen Zeit $t$ in einem beliebigen Mittel den Weg $s = ct$ zurücklegen. Also ist $s_L = s \frac{c_L}{c} = sn$; durch Multiplikation mit $n$ wird ein Weg in einem Mittel auf Luft umgerechnet. Ähnlich ergibt sich fürs Vakuum $s_0 = sn_0$, und man spricht dann kurz von $s_0$ als der optischen Länge des Strahles.

Wenn $\varrho$ die Dichte eines Körpers ist, so heißt $r = \frac{n^2 - 1}{\varrho (n^2 + 2)}$ sein spezifisches Brechungs- oder Refraktionsvermögen, das von Temperatur, Druck und Aggregatzustand des Stoffes nur in verhältnismäßig geringem Grade abhängt. Bezeichnet M den Zahlenwert für das Molekulargewicht des Körpers, so ist $rM$ seine Molekularbrechung.

**b) Dispersion.** Die Brechbarkeit des Lichtes wächst gewöhnlich mit abnehmender Wellenlänge, im sichtbaren Spektrum also in der Reihenfolge rot, orange, gelb usw.; andernfalls spricht man von anomaler Dispersion (Christiansen, Kundt).

Dispersionsformeln. Zur Ausgleichung und Interpolation eignet sich gut die Hartmannsche empirische Dispersionsformel

$$n = n_0 + \frac{c}{(\lambda - \lambda_0)^a} \tag{60}$$

mit vier Konstanten, von denen $\alpha$ meist zwischen 0,5 und 2 liegt (oft führt schon die einfache Form mit $\alpha = 1$ zum Ziel). Auch alle anderen, bei der Beobachtung des prismatischen Spektrums unmittelbar erhaltenen Messungsergebnisse, wie Ablenkungen, Skalenteile, Schraubenteile, auf der photographischen Platte gemessene lineare Größen, lassen sich in der gleichen Form als Funktion von $\lambda$ darstellen. Sehr vereinfacht wird diese Interpolation für $\lambda = 0{,}33$ bis $0{,}77\,\mu$ bei Benutzung des Hartmannschen Dispersionsnetzes (von der Firma

Carl Schleicher & Schüll, Einbeck/Hannover), bei dem die prismatischen Dispersionskurven als gerade Linien erscheinen, sobald man die Werte $\lambda$ an die leicht auffindbare richtige Stelle der Wellenlängenteilung des Koordinatenpapiers verlegt. Auf diese Weise können z. B. die $n$ mit einer relativen Sicherheit von etwa zwei Einheiten der fünften Dezimale abgelesen werden.

Hartmann, Z. Instrkde. **37**, 166, 1917; Hoffmann, Phys. Z. **30**, 238, 1929; Harting, Z. Instrkde. **63**, 41, 1943.

Beschränkt man sich auf einen Bereich, der frei von Absorptionsgebieten ist, so gilt praktisch die verhältnismäßig einfache Gleichung

$$n^2 = A_0 + \sum_m \frac{A_m}{\lambda^2 - \lambda_m^2}, \tag{61}$$

wo $\lambda_m$ die Wellenlängen der Absorptionsstreifen bedeuten, die in beliebiger Zahl vorhanden sein können; die Summe ist über alle diese Streifen zu erstrecken. Für durchsichtige Stoffe kommt man meist mit zwei Streifen aus, einem $\lambda_1$ im Ultraviolett und einem anderen $\lambda_2$ im Ultrarot. Berechnet man die Konstanten nach der Methode der kleinsten Quadrate, so vermag die Gleichung bei hinreichend genauen Beobachtungen die $n$ mit einer Genauigkeit von wenigen Einheiten der sechsten Dezimale richtig wiederzugeben.

Z. B. für Flußspat und Quarz bei Schönrock, Z. Instrkde. **41**, 103, 1921 u. **48**, 275, 1928: s. auch Tab. 38. Dispersion von Gasen z. B. bei Herzfeld u. Wolf, Ann. Phys. **76**, 71, 1925. Dispersion nahe Absorptionsstreifen bei Planck, Theoretische Optik. Leipzig 1927, S. 154.

Für sehr lange Wellen wird $n_0^2$ gleich der Dielektrizitätskonstante des Mittels.

### c) Abhängigkeit der Brechungszahl von Temperatur, Luftdruck, Feuchtigkeit.

Zwischen dem Temperaturkoeffizienten $\frac{dn}{dt}$ der Brechungszahl eines Mittels gegen Luft von gleicher Temperatur (wobei jetzt die beobachteten $n$ auf 760 mm Luftdruck zu korrigieren sind) und dem Koeffizienten $\frac{dn_0}{dt}$ besteht die Beziehung

$$\frac{dn_0}{dt} = \frac{dn}{dt} + n\frac{dN}{dt}. \tag{62}$$

Dabei sind diese Koeffizienten meist noch Funktionen von $t$.

Vom Druck $p$ hängt $n_0$ für feste und flüssige Körper nur in verhältnismäßig geringem Grade ab; z. B. beträgt für Flüssigkeiten bei einer Atmosphäre Druckerhöhung $dn_0$ für Natriumlicht 1 bis 7 Einheiten der fünften Dezimale. Dagegen ist $n$ in stärkerem Maße eine Funktion von $p$ und dem Feuchtigkeitsgehalt $e$ der Luft, weil von diesen Größen die Brechungszahl $N$ abhängt, entsprechend den beiden Gleichungen

$$\frac{dn}{dp} = -n\frac{dN}{dp} \quad \text{und} \quad \frac{dn}{de} = -n\frac{dN}{de}. \tag{63}$$

$N$ ist Funktion von $\lambda_0$ (Wellenlänge im Vakuum), $t$, $p$ (reduziertem Barometerstand), $e$ (in Torr ausgedrückt). Für trockene Luft gilt für $\lambda_0 = 4000$ bis $90000$ Å

$$N^2_{0^0,760} = 1{,}00057642 + \frac{327{,}7}{\lambda_0^2 - 568500}.$$

Koch, Nova Acta Upsal. **2**, 1, 1909. S. auch Dispersion der Luft für $\lambda_0 = 2218$ bis $9000$ Å bei Meggers u. Peters, Astrophys. J. **50**, 56, 1919, für $\lambda_0 = 1850$ bis $9224$ Å bei Traub, Ann. Phys. **61**, 533, 1920 und Stoll, ebd. 69, 81, 1922, für $\lambda_0 = 3900$ bis $7700$ Å bei Kösters u. Lampe, Phys. Z. **35**, 223, 1934.

Wird $\alpha = 0{,}00367$ gesetzt, so ist allgemein

$$N = 1 + \frac{N_{0^0,760} - 1}{1 + \alpha t}\,\frac{p}{760} - \frac{55 \cdot 10^{-9} e}{1 + \alpha t}$$

(das letzte Glied mit $e$ ist für alle sichtbaren Lichtwellen gültig; Lorenz, Wied. Ann. **11**, 70, 1880). Da hieraus für Na-Licht ($t = 20^0$, $p = 760$ mm, $e = 10$ mm) folgt

$$\frac{dN}{dt} = -\alpha\frac{N-1}{1+\alpha t} = -0{,}000000931, \quad \frac{dN}{dp} = \frac{N-1}{p} = 0{,}000000358,$$

$$\frac{dN}{de} = -\frac{55\cdot 10^{-9}}{1+\alpha t} = -0{,}000000051,$$

so können Schwankungen der Zimmerluft um $dt = \pm 5^0$, $dp = \pm 30$ mm, $de = \pm 7$ mm einen merklichen Einfluß auf $n$ gewinnen.

Über die Abhängigkeit des $N$ vom Druck unterhalb einer Atmosphäre s. Zwetsch, Z. Phys. **19**, 398, 1923.

**d) Brechungszahl von Gasen und Dämpfen.** Bei diesen gibt man gewöhnlich die absolute Brechungszahl $n_0$ an, für die innerhalb weiter Grenzen gilt

$$(n_0)_{t,p} - 1 = \frac{(n_0)_{0^0,760} - 1}{1+\alpha t}\,\frac{p}{760} = \frac{(n_0)_{0^0,760} - 1}{\varrho_{0^0,760}}\,\varrho_{t,p}, \tag{64}$$

worin $\varrho$ die Dichte des Gases, d. h. $n_0 - 1$ ist $\varrho$ proportional. Es ist also $\frac{n_0-1}{\varrho}$ von $t$ und $p$ unabhängig, was in Übereinstimmung mit dem Brechungsvermögen $r$ für Gase (S. 386) steht.

$n_0$ für Luft und Kohlensäure zwischen 1 und 10 Atm. bei Opladen, Z. Phys. **42**, 160, 1927.

## B. Spektrometer

**a) Konstruktion des Spektrometers.** Die Spektrometer besitzen je nach den Zwecken, denen sie dienen sollen, sehr verschiedene Bauart. Allen gemeinsam sind die folgenden wesentlichen Teile (Abb. 208): der Teilkreis, das Tischchen für das Prisma oder Gitter usw., das meistens feststehende Spaltrohr (Kollimator), dessen Spalt durch das zu ihm gehörige Objektiv gesehen ein unendlich fernes Ding vertreten soll, sich also in der Brennebene des Objektivs befinden muß, damit jedes von einem Spaltpunkte ausgehende Lichtbündel als Parallelstrahlenbündel aus dem Objektiv austritt, und das Fernrohr mit Fadenkreuz in der Brennebene des Objektivs.

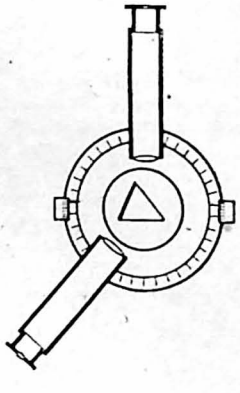


Abb. 208. Spektrometer

Die Feinbewegung der Fernrohrbuchse erfolgt durch eine mit Mikrometerschraube versehene Vorrichtung, die besonders sorgfältig hergestellt sein muß, weil man bei guten Instrumenten Einstellungen verlangen kann, die bis auf Bruchteile einer Bogensekunde genau sind. Das ist sicher zu erreichen mit solchen Schrauben $C$ (Abb. 209), bei denen der den Klemmarm $A$ fortbewegende Stift $B$ beim Drehen der Mikrometerschraube sich nicht mitdreht, wodurch auch jeder tote Gang vermieden wird.

Ist die den Teilkreis bewegende Mikrometerschraube hinreichend gleichmäßig geschnitten, auf ihre Fehler untersucht (S. 39) und mit Trommelablesung versehen, so dient sie als Meßschraube nach Auswertung ihrer Trommelumgänge in Winkelgraden dazu, kleine Winkeldifferenzen (Dispersionswinkel zwischen zwei

Farben, Änderungen der Brechungszahl mit der Temperatur usw.) unabhängig vom Teilkreis zu messen, und zwar oft genauer, als es die Ablesung der Kreisteilung zulassen würde. — Auch größere Winkel lassen sich mittels einer solchen Mikrometervorrichtung genauer messen, indem man mit ihr die gefundene Lage des Kreises abliest und dann mehrmals auf das Zusammenfallen des nächstliegenden Teilkreisstriches mit dem Noniusstrich 0 einstellt, was mit verhältnismäßig großer Genauigkeit geschehen kann.

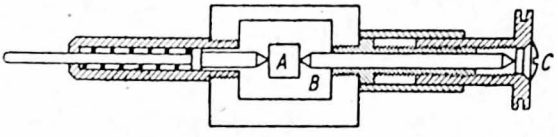


Abb. 209. Feinbewegung ohne toten Gang

Die Einrichtung des Prismentischchens nach Brodhun und Schönrock zeigt Abb. 210. Die obere Scheibe $A$ ist durch die Stellschrauben $B$ und $C$, die Schnittschraube $D$ und die mit Feder versehene Schraube $E$ mit der unteren Scheibe $F$ verbunden. Mittels der Stellschrauben $B$ und $C$ läßt sich somit der Teller $A$ um die beiden zueinander senkrechten Achsen $CD$ und $BD$ drehen, was ein bequemes Richten der auf das Tischchen zu setzenden optischen Teile gestattet.

Brodhun u. Schönrock, Z. Instrkde. **22**, 357, 1902.

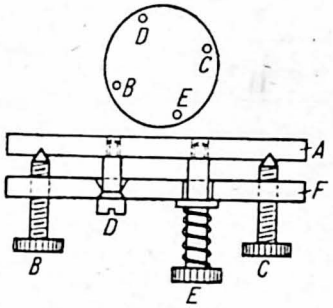


Abb. 210. Prismentischchen

Die Drehungsachsen von Fernrohr und Tischchen müssen einschließlich des Betrages ihres Schlotterns bei guten Geräten bis auf wenige Sekunden zusammenfallen, was nach S. 392 zu prüfen ist; diese gemeinschaftliche Drehungsachse heißt dann Spektrometerachse. Es empfiehlt sich, diese genau vertikal zu stellen: auf das Tischchen wird eine Dosenlibelle gelegt und mit den Stellschrauben am Spektrometergestell sowie denen des Tischchens bewirkt, daß bei seiner Drehung um die Spektrometerachse die Blase der Libelle unverändert einspielt.

**b) Teilkreis.** α) Kreisablesung. Die Anbringung zweier gegenüberliegender Ablesestellen an einer Kreisteilung soll nicht nur die Ablesefehler verringern, sondern zugleich die Exzentrizität der Kreisteilung gegen die Drehachse unwirksam machen. Man hat also jedesmal beide Nonien abzulesen und nimmt dann das Mittel aus den Winkeln, die jeder Nonius ergibt.

Um die Beobachtungen von den Teilungsfehlern des Kreises zu befreien, benutzt man gewöhnlich verschiedene Stellen des Teilkreises, z.B. fünf, indem man bei den Messungen von um je etwa 36° voneinander entfernten Stellen ausgeht; dies wird in einfachster Weise ermöglicht, wenn er in seiner Buchse mit Reibung drehbar eingesetzt ist. — Manche oft vorkommende Winkel lassen sich völlig frei von den Teilungsfehlern bestimmen, wenn die Abweichungen vom Sollwert 90°, 60°, 45° ... unter 5′ bleiben. Z.B. mißt man den 60°-Winkel unter Einstellung auf die Durchmesser 10 und 70, 70 und 130, 130 und 190, dann heben sich in dem Mittel aus den drei Winkelwerten die Teilungsfehler genau auf. Ähnlich für 90°, für 45° und noch für alle anderen Winkel, deren ganzzahlige Vielfache gleich 180° sind. — Um indessen in allen Fällen von den Teilungsfehlern freizukommen, muß man die Fehlerkurve des Teilkreises aufstellen.

$\beta$) Ablesemikroskope. Die besseren großen Spektrometer besitzen Teilkreise von 26 bis 30 cm Durchmesser mit 5-Minuten-Teilung, dazu Ablesemikroskope, bei denen ein Trommelteil einer Sekunde entspricht. Bei den Messungen muß man immer auf dieselbe bestimmte Stelle eines Teilstriches einstellen, was sehr erleichtert wird, wenn die Teilung mit einem die Striche durchschneidenden Kreisstrich versehen ist. Man stellt die Doppelfäden der Mikroskope frei von Parallaxe einem der längsten Striche in seiner ganzen Länge genau parallel. Bei einer Teilung mit guten Strichen wird der mittlere Fehler der einzelnen Mikroskopablesung $\pm$ 0,5″ nicht überschreiten. Eine so hohe Genauigkeit kann aber nur dann voll ausgenutzt werden, wenn auch die anderen mechanischen und optischen Teile des Spektrometers Winkelmessungen mit einer relativen Sicherheit von etwa $\frac{1}{10}$″ zulassen.

Die Ablesemikroskope sind meist so eingerichtet, daß eine $2\frac{1}{2}$malige Umdrehung der Trommel 5′ entsprechen soll. Die Fehler der Mikrometerschraube selbst innerhalb dieses kleinen, allein zu benutzenden Intervalls dürfen meist vernachlässigt werden. Es müssen nur die zu verwendenden $2\frac{1}{2}$ Umdrehungen oder 300 Trommelteile (Tr.-T.) wirklich genau 5′ = 300″ ausmachen. Um beim Richten des Mikroskops von den Teilungsfehlern des Kreises freizukommen, mißt man mit dem Mikroskop 36 Teilstrich-Intervalle (von 5′) aus, die regelmäßig über den ganzen Kreisumfang verteilt sind, also um je 10° voneinander abstehen; das Mittel aus den 36 Intervallen entspricht dann sicher hinreichend genau 300″. Man wählt als Normalintervall (N.-I.) eines derjenigen, die dem Mittelwerte am nächsten kommen; die Größe $a$ des N.-I. läßt sich dann genau in Sekunden berechnen. Darauf richtet man das Mikroskop durch Verschieben in seiner Achse und entsprechende Änderung des Abstandes zwischen Objektiv und Doppelfaden genau dahin ein, daß sich für das N.-I. gerade $a$ Tr.-T. ergeben, was sich bis auf wenige zehntel Tr.-T. erreichen läßt.

$\gamma$) Fehlerkurve des Kreises. Wegen der Veränderlichkeit der Exzentrizität des Teilkreises (was auf seitliche Verschiebungen der Buchse zurückzuführen ist, die ja einen winzigen mit Öl gefüllten Spielraum haben muß) lassen sich immer nur Durchmesser-Korrektionen ableiten. Bei guten Kreisteilungen beträgt der mittlere unregelmäßige Teilungsfehler des einzelnen Durchmessers nur $\pm$ 0,2 bis 0,5″, während der regelmäßige (nicht mittlere) auf $\pm$ 1 bis 3″ ansteigen kann. Die periodische Fehlerkurve läßt sich am fertigen Spektrometer durch Messungen von Prismenwinkeln (S. 395) an passend verteilten Stellen des Teilkreises ermitteln, wofür nach Schönrock das fünfseitige, verspiegelte Glasprisma (Abb. 211) dient, dessen Winkel bis auf etwa eine Minute genau die eingezeichneten Beträge haben. Es liefert, da ein Winkel oder sein Supplement auf dieselben Durchmesser führt, die sechs Winkel 15° (Flächen $a$ und $c$), 30°, 45°, 60°, 75°, 90° (Flächen $b$ und $d$). Stellt man dann die Messungen nach dem symmetrischen Verfahren so an, daß die Rechnungen in geschlossener Form durchgeführt werden können, so gestaltet sich die Auflösung des Normalgleichungssystems und damit die Berechnung der Koeffizienten der Fehlerfunktion nach der Methode der kleinsten Quadrate recht einfach, weil noch die Summe der beobachteten Durchmesser-Korrektionen gleich

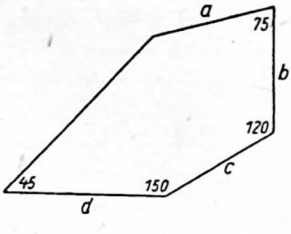


Abb. 211. Verspiegeltes Meßprisma

Null zu setzen ist. Mittels solcher Fehlerkurve kann alsdann jede beliebige Winkelbeobachtung von ihrem regelmäßigen Teilungsfehler befreit werden. Mißt man noch zwecks Ausschaltung der unregelmäßigen Fehler den Winkel an drei um 60° verschiedenen Stellen des Teilkreises, so ist für den Mittelwert eine Genauigkeit von $\pm$ 0,2″ erreichbar.

Helmert, Ausgleichungsrechnung. Leipzig 1924, S. 442; Wolfer, Vierteljschr. naturf. Ges. Zürich 48, 405, 1903.

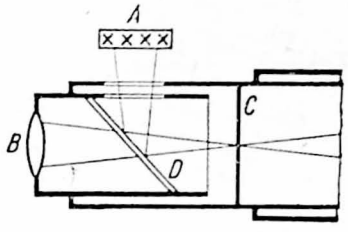


Abb. 212. Gaußsches Okular

**c) Beleuchtetes Fadenkreuz.** α) Gaußsches Okular. Gewöhnlich besteht das Fadenkreuz aus einem horizontalen und einem vertikalen Faden, für genaue Messungen aus einem horizontalen und mehreren vertikalen Fäden, wie z. B. das in Abb. 214 auf S. 396 näher skizzierte (mit Angaben über die Abstände zwischen den fünf Fäden). Das Gaußsche Okular (Abb. 212) ermöglicht eine Beleuchtung der Fäden. Das Licht einer seitlich aufgestellten Lichtquelle $A$ fällt auf ein geneigtes, zwischen Okular $B$ und Fadenkreuz $C$ befindliches, recht dünnes Planparallel-Glasplättchen $D$ und gelangt von da am Fadenkreuz vorüber zum Objektiv.

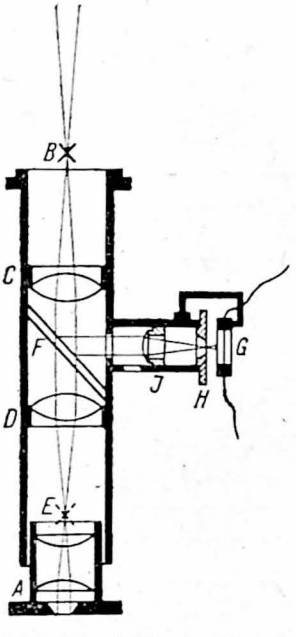


Abb. 213. Schönrocksches Okular

β) Vorrichtung für starke Okulare. Nur bei verhältnismäßig schwach vergrößernden Okularen ist zwischen Fadenkreuz und Okular genügend Raum zur Anbringung der schrägen Glasplatte. Für stärkere Okulare (am Spektrometer benutzt man bis zu 60fach vergrößernde) empfiehlt sich die in Abb. 213 skizzierte Vorrichtung. Bei ihr betrachtet man mit dem Okular $A$ nicht unmittelbar das Fadenkreuz $B$, sondern sein Bild $E$, erzeugt durch die von Farbfehlern freien Linsen $C$ und $D$, zwischen denen die schräge, sehr dünne Glasplatte $F$ liegt. Das von einem Glühlämpchen $G$ erhellte Diaphragma $H$ sitzt in der Brennebene der Linse $J$, so daß das Bild des Lichtkreises $H$ zentrisch auf dem Fadenkreuz $B$ zu liegen kommt.

γ) Autokollimation. Das beleuchtete Fadenkreuz dient nicht nur zu Zwecken der Richtung, sondern wird auch bei einer großen Anzahl von Messungsmethoden verwendet. Dabei ist zur Vermeidung von systematischen Fehlern stets darauf zu achten, es so zu beleuchten, daß das Fernrohrobjektiv von den Lichtstrahlen voll ausgefüllt wird.

Befindet sich das Fadenkreuz in der Brennebene des Fernrohrobjektivs, so treten Strahlen, die von einem Punkte des beleuchteten Fadenkreuzes $B$ kommen, als Parallelstrahlen aus dem Objektiv und geben, von einer ebenen Fläche in das Fernrohr zurückgeworfen, neben dem wirklichen Fadenkreuz $B$ sein reelles Bild in genau der gleichen Größe, das sog. Spiegelbild, das aber in jeder Richtung seitenverkehrt zum wirklichen Fadenkreuz ist. Richtet man also die Spiegel-

fläche so, daß Fadenkreuz und Bild sich decken, so werden allein die vom Fadenkreuz-Schnittpunkt ausgehenden Strahlen genau in sich gespiegelt; eine solche Rückkehr der Strahlen nennt man Autokollimation. Die Spiegelfläche steht daher genau senkrecht zu denjenigen vom Objektiv entlassenen Parallelstrahlen, die als ein Strahlenbündel vom Fadenkreuz-Schnittpunkt ausgehen.

δ) Fadenkreuz mit Spiegelprisma. Viel benutzt wird auch das Okular mit beleuchtetem Andreaskreuz; zwischen beiden ist ein kleines rechtwinkliges Spiegelprisma so angebracht, daß es nur ganz an der Seite einen Teil der Fäden bedeckt und beleuchtet, den größeren Teil des Gesichtsfeldes also für andere Beobachtungen freiläßt. Wenn man das in diesem Falle sehr helle Spiegelbild der leuchtenden Prismenöffnung so einstellt, daß die beiden Fadenbilder genau auf die reellen Fäden an der anderen Seite fallen, so wird wiederum der Fadenkreuz-Schnittpunkt von der spiegelnden Fläche in sich selbst zurückgeworfen.

**d) Ausrichtung.** α) Einstellung des Fern- und Spaltrohrs auf Unendlich. 1. Zwecks Unendlichstellung des Fernrohrs für weißes oder monochromatisches (passendes Farbglas von S. 356 vor das Auge halten) Licht mittels eines fernen Dinges stellt man mit dem Okular scharf auf das Fadenkreuz ein, richtet das Rohr auf einen sehr entfernten Gegenstand und bewirkt mit dem Auszuge, daß das Bild dieses Gegenstandes scharf erscheint und dabei keine Parallaxe gegen das Fadenkreuz zeigt, d.h. daß beide bei einer Seitenbewegung des Auges sich nicht gegeneinander verschieben. Hat das Objektiv die Brennweite $f$ und der Gegenstand die Entfernung $a$, so ist der Abstand zwischen Objektiv und Fadenkreuz noch um $\frac{f^2}{a}$ zu verringern. Die Auszüge für Fadenkreuz bzw. Spalt sollen mit Längsskalen versehen sein, damit man die Unendlichstellungen bequem als Funktion der Wellenlänge bestimmen kann. Die Einstellung für weißes Licht stimmt meist mit derjenigen für die gelbgrüne Wellenlänge 0,55 $\mu$ überein, bei der auch unser Auge den Höchstwert seiner Empfindlichkeit besitzt.

2. Einstellung mittels Gaußschen Okulars. Man stellt auf dem Spektrometer-Tischchen eine spiegelnde, sehr genau ebene Glasfläche so auf, daß an ihr die vom beleuchteten Fadenkreuz herkommenden Strahlen zurück in das Fernrohr geworfen werden, und verschiebt den Auszug, bis das Fadenkreuz und sein Spiegelbild keine Parallaxe zeigen. Meist gelangt das Bild des Fadenkreuzes schon ins Gesichtsfeld, wenn man das spiegelnde Glas außen gegen die Objektivfassung anlegt. Für genaue Einstellungen ist zu beachten, daß ein Planglas nur eben bleibt, wenn kein Druck darauf ausgeübt wird.

3. Einstellung des Spaltrohrs auf Unendlich (Parallelstrahlen). Das so eingestellte Fernrohr wird auf den beleuchteten Spalt gerichtet und der Spaltauszug so weit herausgezogen, daß das Spaltbild keine Parallaxe gegen das Fadenkreuz zeigt. Dabei dreht man zugleich den Spalt so, daß sein Bild genau parallel dem vertikalen Faden liegt.

β) Senkrechtstellung der Sehlinie des Fernrohrs zu seiner Drehachse. Da letztere festliegt, so werden naturgemäß alle Winkel in einer zu ihr senkrechten Ebene gemessen. In diese muß daher die Sehlinie des Fernrohrs gebracht werden; sie ist die Richtung desjenigen aus dem Objektiv tretenden

Parallelstrahlen-Bündels, das vom Fadenkreuz-Schnittpunkt als der Einstellungsmarke ausgeht. Man stellt auf das Tischchen (Abb. 210) ein beiderseitig spiegelndes Planparallelglas so, daß es nach Augenmaß einer der beiden horizontalen Drehachsen des Tischchens parallel steht, und orientiert das Glas so, daß im Fernrohr der horizontale Faden und sein Spiegelbild zusammenfallen. Nach Drehung des Fernrohrs um 180° müssen sich, wenn die Sehlinie zur Drehachse senkrecht ist, abermals Faden und Bild decken. Wenn nicht, so korrigiert man die Hälfte der Abweichung durch Neigen des Glases, die andere Hälfte durch Neigen des Fernrohrs und wiederholt die Probe usw., bis schließlich auf beiden Seiten Faden und Bild in Deckung bleiben. Dann steht die Sehlinie senkrecht zur Drehachse und zugleich dieser parallel das Glas. Läßt man durch Drehung des Fernrohrs auch noch den vertikalen Faden und sein Bild zusammenfallen, so liegt (nach S. 392) die Glasfläche genau senkrecht zur Sehlinie. – Auch eine schwach keilförmige Glasplatte läßt sich zum Richten der Sehlinie verwenden, wenn man die Keilkante vertikal stellt, weil in diesem Falle der Horizontalfaden des Spiegelbildes einfach bleibt.

Messung kleiner Drehungswinkel. Mit Hilfe der senkrecht zur Sehlinie gestellten Glasfläche lassen sich Schrauben, mit denen z. B. Fernrohre geneigt werden, in Winkelmaß auswerten, indem die Sehlinie des neben dem Spektrometer aufgestellten Fernrohrs mittels seiner Schrauben auch erst zur Glasfläche senkrecht gestellt wird und darauf seine Drehungen durch die entsprechenden der Glasfläche ausgemessen werden. Ähnlich wird der Abstand zweier Punkte bzw. Parallellinien (z. B. der Vertikalfäden in Abb. 214) im Gesichtsfelde eines Fernrohrs in Winkelmaß bestimmt. Dabei hat man sich an folgendes zu erinnern. Haben zwei Punkte im Gesichtsfelde des Fadenkreuzes den wirklichen Abstand $d$, so ist er in absolutem Bogenmaß $\delta = \frac{d}{f}$, wo zugleich $\delta$ der Winkel ist, den die den beiden Punkten zugeordneten Parallelstrahlenbündel miteinander bilden. Sind aber der Fadenkreuz-Schnittpunkt und dessen Bildpunkt in beliebiger Richtung um die Strecke $d$ voneinander entfernt, so beträgt der Winkel $\delta_1$ zwischen der Sehlinie des Fernrohrs und dem Lot der Glasfläche $\delta_1 = \frac{d}{2f}$; eine Drehung des Glases um $\delta_1$ erzeugt daher eine Wanderung des Fadenkreuz-Bildes im Betrage von $2f\delta_1$.

$\gamma$) Prüfung des Parallelismus der Drehachsen von Fernrohr und Tischchen. Die Glasplatte sei, wie oben beschrieben, senkrecht zur Sehlinie des Fernrohrs gerichtet. Dreht man jetzt das Tischchen um 180°, und decken sich wieder Horizontalfaden und sein Bild, so liegt die Tischchen-Drehachse zwar senkrecht zur Sehlinie, könnte aber noch in einer zum Glase parallelen Ebene mit der Fernrohr-Drehachse einen Winkel bilden. Man dreht daher das Fernrohr um 90°, bringt das Glas durch Drehung des Tischchens wieder senkrecht zur Sehlinie und dreht darauf von neuem das Tischchen um 180°. Fallen auch jetzt wieder die beiden Horizontalfäden zusammen, so ist erwiesen, daß die Drehachsen von Fernrohr und Tischchen einander parallel liegen. Andernfalls kann man so ihren Winkel messen.

$\delta$) Senkrechtstellung des Spaltrohrs zur Fernrohr-Drehachse. Seine Sehlinie wird durch den Mittelpunkt des Spaltes als Einstellungsmarke gegeben. Man kennzeichnet seine mittlere Höhe etwa durch einen mit Klebwachs

befestigten Querfaden, richtet das Fernrohr gerade auf das Spaltrohr und neigt dann dieses so, daß sich das Bild des Querfadens mit dem horizontalen Faden im Fernrohr deckt.

ε) Parallelstellung von Vertikalfaden und Spalt zur Spektrometerachse. Wie in Abschn. α (S. 392) beschrieben, sei das Fernrohr unmittelbar auf das Spaltrohr gerichtet und das Spaltbild parallel dem Vertikalfaden gestellt. Hierauf läßt man die vom Spalt kommenden Strahlen an einer zur Spektrometerachse parallel gestellten Glasfläche unter etwa 45° zurückwerfen und stellt das Fernrohr auf das gespiegelte Spaltbild ein, so wird dieses nur dann wieder parallel zum Vertikalfaden sein, wenn dieser der Spektrometerachse parallel gerichtet ist. Trifft das nicht zu, so sind die Fassungen von Fadenkreuz und Spalt je um die halbe Abweichung in sich zu drehen.

ζ) Spiegelspektrometer. Um sich von der für viele Zwecke hinderlichen Farbenabweichung der Objektive (S. 392) frei zu machen, ersetzt man diese, zumal bei Messungen im Ultrarot, durch Hohlspiegel. Bei ihnen ist die Brennweite unabhängig von der Wellenlänge, dafür treten aber in der Bilderzeugung Zweischalenfehler und Koma auf, weil die Strahlenbündel schräg zur Spiegelachse verlaufen. Sollen daher scharfe Spaltbilder entstehen, so dürfen die vom Spalt ausgehenden und sein Bild erzeugenden Strahlenbündel in der Breite nur einen verhältnismäßig kleinen Öffnungswinkel besitzen.

Beim Strahlenverlauf nach Czerny u. Plettig, Z. Phys. 63, 590, 1930, ist die Koma beseitigt.

Im übrigen kann die Richtung eines solchen Spiegelspektrometers ganz entsprechend derjenigen des mit Objektiven versehenen Spektrometers erfolgen, wenn man ein kleines, mit Gaußschem Okular versehenes Fernrohr zu Hilfe nimmt, das an seinem Stativ in der Höhe verstellbar und um die vertikale sowie um die zum Rohr senkrechte horizontale Achse drehbar ist; nur müssen Spektrometer und Hilfsfernrohr gemeinschaftlich auf einer festen Unterlage, z. B. einer Steinplatte, stehen. Wie in Abschn. β (S. 392) beschrieben, stellt man die Sehlinie des auf Unendlich eingestellten Fernrohrs mittels eines auf dem Spektrometertischchen befindlichen Planparallelglases senkrecht zur Drehachse des Tischchens und zugleich ihr parallel das Glas (nur ist hier das Tischchen um 180° zu drehen), läßt die Strahlen aus dem Kollimator I (Spalt und Hohlspiegel) in der gewünschten Richtung gegebenenfalls nach der Spiegelung an dem Glase ins Fernrohr fallen und richtet den Kollimator so, daß das Spaltbild neben dem Fadenkreuz scharf erscheint und der Spaltmittelpunkt auf dem horizontalen Faden liegt, dann steht die Sehlinie des Kollimators senkrecht zur Drehachse des Tischchens. Senkrecht zu letzterer ist die Sehlinie des Fernrohrs stets von neuem mittels des Glases auszurichten, wenn es im Laufe der verschiedenartigen Einstellungen nötig wird, das Fernrohr auf der Steinplatte zu verschieben. Wie das Glas lassen sich die brechenden Flächen eines auf das Tischchen gesetzten Prismas parallel zur Drehachse ausrichten (s. Abschn. β unter C). Letzteres ist auch leicht so einzustellen, daß das der Sehlinie des Kollimators parallele Strahlenbündel unter dem gewünschten berechneten Einfallswinkel auf das Prisma trifft. Zu dem Zweck richtet man das Fernrohr unmittelbar auf die Kollimatorstrahlen so, daß der Fadenkreuz-Schnittpunkt mit dem Spaltmittelpunkt zusammenfällt, setzt das Prisma auf das Tischchen und stellt eine brechende Fläche senkrecht zur Sehlinie des Fernrohrs; dann ist mit Hilfe des brechenden Winkels der jetzige Einfalls-

winkel der Kollimatorstrahlen am Prisma leicht zu berechnen und darauf das Tischchen mit dem Prisma auf den gewünschten Einfallswinkel zu drehen unter Benutzung des Spektrometer-Teilkreises. Auf ähnliche Weise kann bei der Wadsworthschen Methode (S. 399) auch der ebene Spiegel neben dem Prisma wie erforderlich genau eingestellt werden. Schließlich ist der Kollimator II wie I zu richten, so daß nachher der Austrittsspalt zentrisch zum Bilde des Eintrittsspaltes liegt. Da im Verlauf der Einstellungen die Hohlspiegel nebst Prisma noch in der Höhe und seitlich so auszurichten sind, daß sie von den Lichtstrahlen voll bzw. zentrisch ausgefüllt werden, so kann die gesamte Richtung in der Regel nicht in einem einzigen Gang erfolgen; man wird vielmehr erst unter Wiederholung mancher Einstellungen zum Ziele kommen.

### C. Messungen an Prismen

**a) Messung des brechenden Winkels $\chi$.** $\alpha$) Ebenheit der brechenden Flächen. Vor den eigentlichen Messungen mit dem Prisma muß die Beschaffenheit der brechenden Flächen geprüft werden (S. 422). Erst wenn man ein Urteil über ihre Güte besitzt und den Grad der Ebenheit zahlenmäßig ausdrücken kann, ist man in der Lage, die Genauigkeit anzugeben, mit der sich die Brechungszahl des Prismas ermitteln lassen wird. Ohne Berücksichtigung der unvollkommenen Ebenheit können oft die systematischen Beobachtungsfehler das Vielfache der zufälligen betragen. Z. B. bilden auf einer Fläche mit einem Krümmungsradius von 1 km zwei um 20 mm voneinander entfernte Flächenelemente bereits einen Winkel von 4,1″ miteinander. Hätte das Prisma also zwei derartige konvexe Flächen von 40 mm Breite, so würde der Prismenwinkel an der brechenden Kante schon um 16,4″ größer sein als der in der Nähe der Basis. Die Flächen sind daher recht genau zum Lichtkegel zu zentrieren, indem man das Okular bzw. den Spalt mit hellem, weißem Licht beleuchtet und gegen sie Papierblätter hält, auf die die passenden Kreise und Durchmesser gezeichnet worden sind. Bei einigermaßen regelmäßig beschaffenen Flächen gilt dann das gemessene $\chi$ für die Mitten der vom Licht durchsetzten Flächenstücke.

$\beta$) Ausrichtung des Prismas. Die brechenden Flächen sind mittels Gaußschen Okulars nach S. 392 parallel zur Drehachse des Spektrometers auszurichten. Hierbei stellt man das Prisma so auf das Tischchen (Abb. 210), daß die eine der brechenden Flächen parallel zu einer der beiden horizontalen Drehachsen des Tischchens gerichtet ist. Dann dreht sich nämlich diese Fläche nur in sich selbst, wenn das Prisma um die zu ihr senkrechte Achse geneigt wird, wodurch man sich das Ausrichten sehr erleichtert.

Darauf verschiebt man das Prisma in eine solche Lage, daß die Mitten der zu benutzenden Flächenstücke genau zentrisch (sowohl seitlich wie in der Höhe) zum Lichtkegel (bei mit Licht voll ausgefülltem Objektiv) liegen. Denn auch mit Bezug auf die Objektive hat man darauf zu achten, daß bei beiden Richtungsbestimmungen zur Messung eines Winkels für jedes Objektiv dieselben Stellen zur Wirkung gelangen. Bei größeren Objektiven können nämlich die Zonenfehler häufig viele Sekunden ausmachen. Nach der fertigen Zentrierung hat man nochmals beide Flächen parallel zur Drehachse zu berichtigen. Dieses genaue Zentrieren wird erleichtert, wenn das Prisma auf einem in der Höhe verstellbaren Tischchen steht, dessen Säule auf einem Kreuzschlitten befestigt ist, der sich in das eigentliche Spektrometer-Tischchen einschrauben läßt.

$\gamma$) Messung von $\chi$ mit Gaußschem Okular. Man stellt die Schlinie des Fernrohrs nacheinander senkrecht auf die brechenden Flächen (nach S. 393). Die Differenz der Ablesungen für beide Senkrechtstellungen gibt $180° - \chi$.

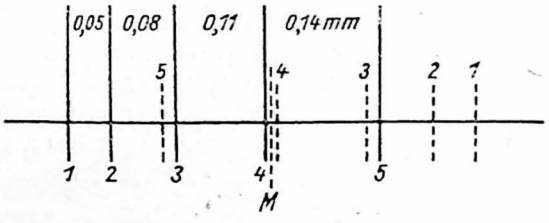


Abb. 214. Fadensystem

Ein Verschieben der Lichtquelle zum Gaußschen Okular ändert oft merklich das Aussehen von Fadenkreuz und Spiegelbild. Die gegenseitige Lage von Okular und Lichtquelle darf daher während einer Messung von $\chi$ nicht geändert werden. Aus dem Grunde wird am besten das Glühlämpchen mit dem Okular fest verbunden (Abb. 213).

Bei genauen Messungen gebraucht man ein Fadensystem 1 bis 5 wie das in Abb. 214 gezeichnete und stellt mit ihm z. B. darauf so ein, daß das Bild der Fäden 3 und 4 (gestrichelt gezeichnet) genau zentrisch zwischen den reellen Fäden 4 und 5 (ausgezogen) zu liegen kommt, wobei also die gedachte Mittellinie $M$ zwischen Faden 4 und seinem Bilde 4 in sich gespiegelt wird, und zu der auch die anderen Nummern symmetrisch liegen. Das ist bedeutend empfindlicher abzuschätzen als das Aufeinanderfallen zweier Fäden. Bei großen Spektrometern kann so der Einstellungsfehler für die einzelne Senkrechtstellung auf etwa 0,5″ herabgedrückt werden. Man beobachte bei den Einstellungen die vertikalen Fäden immer dicht über dem Horizontalfaden.

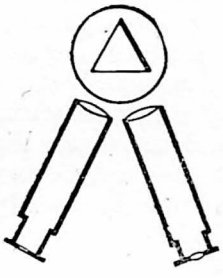


Abb. 215. Prismentischchen drehbar mit dem Teilkreise

$\delta$) Messung von $\chi$ mit Spalt- und Fernrohr (gewöhnlichem Okular). Diese Methode ist einwandfrei, falls das Prismentischchen mit dem Teilkreise drehbar ist. Fernrohr und Spaltrohr werden unter tunlichst spitzem Winkel gegeneinander festgestellt (Abb. 215), das Spaltrohr mit weißem Lichte beleuchtet und nun das Tischchen so gedreht, daß das an der Prismenfläche gespiegelte Spaltbild im Fernrohr zentrisch auf dem Vertikalfaden liegt. Dasselbe wiederholt man mit der anderen Prismenfläche; der gemessene Drehungswinkel des Tischchens ist gleich $180° - \chi$.

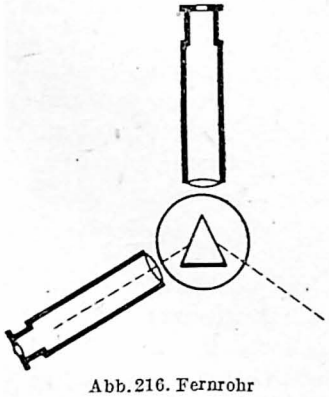


Abb. 216. Fernrohr drehbar mit dem Teilkreise

Ist dagegen das Fernrohr mit dem Kreise drehbar, so stellt man das Prisma derartig auf, daß ungefähr die rückwärts verlängerte Halbierungslinie des brechenden Winkels den Spalt trifft (Abb. 216). Sodann wird das Fernrohr auf das Spiegelbild des Spaltes in jeder Fläche eingestellt. Der Unterschied der Ablesungen am Kreise in beiden Lagen ist der doppelte brechende Winkel. Diese Methode liefert aber keine sicheren Ergebnisse, weil vom Spaltrohr-Objektiv verschiedene Teile zu den beiden Einstellungen benutzt werden, wodurch erhebliche Fehler entstehen können.

$\varepsilon$) Einstellung des Spaltbildes. Um das Spaltbild empfindlich auf den Vertikalfaden einstellen zu können, muß man die Spaltbreite sehr klein machen. Das ist oft mißlich und wird vermieden bei Gebrauch des Fadensystems von Abb. 214. Hier öffnet man den Spalt so weit, daß sein Bild nur sehr wenig breiter als der Abstand zweier Fäden ist, und stellt dann das Bild zentrisch auf

diese beiden Fäden ein. Gewöhnlich wird so das Spaltbild symmetrisch zu den Fäden 1 und 2 gebracht mit einer Empfindlichkeit, die bei starker Fernrohrvergrößerung unter 0,5″ bleibt.

ζ) Abhängigkeit von der Temperatur. Für gewöhnlich ist $\chi$ von der Temperatur $t$ unabhängig, nicht aber bei solchen Kristallen, deren linearer Ausdehnungskoeffizient $\beta$ sich mit der Richtung ändert. Dann ist $\chi$ nur konstant, wenn $\beta$ in der zur brechenden Kante senkrechten Ebene, dem Hauptschnitt, für alle Richtungen den gleichen Wert hat, wie z. B. bei einem Quarzprisma, dessen brechende Kante seiner optischen Achse parallel ist. Liegt diese dagegen, wie das häufig der Fall ist, senkrecht zur Halbierungsebene des brechenden Winkels, so ist $\chi$ variabel mit $t$. Es sei $\beta_1$ der Ausdehnungskoeffizient parallel der Achse, $\beta_2$ der senkrecht zur Achse, dann ergibt sich in diesem Falle

$$\frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}t} = (\beta_1 - \beta_2) \sin \chi, \tag{65}$$

$\mathrm{d}\chi$ in absolutem Bogenmaß gemessen. So ist z. B. für ein solches Quarzprisma von $\chi = 60°$ bei $t = 20°$: $\beta_1 = 0{,}000\,007\,47$, $\beta_2 = 0{,}000\,013\,71$ und somit $\frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}t} = -1{,}11''$ in der Nähe von 20°.

**b) Messung des Ablenkungswinkels δ nach der Methode der minimalen Ablenkung (Fraunhofer).** α) Berechnung der Brechungszahl $n$. Unter allen Methoden mit Prisma läßt die der Minimalablenkung die höchste erreichbare Genauigkeit zu. Nach der Messung von $\chi$ hat man das Prisma durch Verschieben auf dem Tischchen zum Strahlengang richtig zu zentrieren und die brechenden Flächen oder, was dasselbe ist, die brechende Kante parallel zur Drehachse auszurichten (S. 394). Die Messungen erfolgen jetzt mit dem gewöhnlichen Okular (ohne beleuchtetes Fadenkreuz) bei Beleuchtung des Spaltrohrs mit demjenigen homogenen Licht, für das $n$ bestimmt werden soll. Die Ablenkung wird am kleinsten bei symmetrischem Durchgang (Abb. 217). Man dreht das Prisma (über seine ungefähre Stellung vgl. Abb. 208) und folgt der Verschiebung des Spaltbildes mit dem Fernrohr. In der Minimumstellung, von wo sich das Bild nach derselben Seite bewegt, man mag das Prisma links oder rechts drehen, fixiert man das Spektrometer, stellt nun den Vertikalfaden auf das Spaltbild ein und liest den Kreis ab. Diese Einstellung wird von der unmittelbaren Einstellung des Fernrohrs auf den Spalt (nach Wegnahme des Prismas) abgezogen und ergibt den Ablenkungswinkel $\delta$.

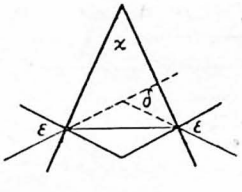


Abb. 217. Minimumstellung

Noch genauer findet man $\delta$, wenn man den Strahl einmal nach links, das andere Mal nach rechts minimal ablenken läßt und von den beiden Einstellungen des Fernrohrs die halbe Differenz nimmt. Die Brechungszahl $n$ berechnet sich zu

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \chi)}{\sin \frac{1}{2}\chi}, \tag{66}$$

weil der Einfallswinkel $\varepsilon = \frac{1}{2}(\delta + \chi)$ ist.

$\beta$) Fehlerrechnung. Die Genauigkeit der Prismenmethoden wächst im allgemeinen mit dem Prismenwinkel. Nur muß dieser für die Minimummethode der Bedingung $\sin\frac{1}{2}\chi < \frac{1}{n}$ genügen. Gebräuchlich ist ein Winkel $\chi$ von etwa 60°. Für diesen Wert und $n = 1{,}52$ (leichtes Kronglas für Linie $D$) ergibt sich nach den Fehlergleichungen

$$\frac{dn}{d\chi} = -\frac{\sin\frac{1}{2}\delta}{2(\sin\frac{1}{2}\chi)^2} \quad \text{und} \quad \frac{dn}{d\delta} = \frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\chi)}{2\sin\frac{1}{2}\chi} \tag{67}$$

z. B. $dn = -0{,}0000032$ für $d\chi = 1''$ und $dn = 0{,}0000016$ für $d\delta = 0{,}5''$.

$\gamma$) Genaue Minimumstellung des Prismas. In ihrer Nähe ändert sich $\delta$ nur sehr wenig mit $\varepsilon$. Weicht nämlich $\varepsilon$ von dem für das Minimum geltenden richtigen Wert $\frac{1}{2}(\delta+\chi)$ um $\Delta\varepsilon$ ab, so wird $\delta$ um die Größe (in absolutem Bogenmaß)

$$\Delta\delta = \operatorname{tg}\varepsilon\left(1 - \frac{\operatorname{tg}^2\frac{\chi}{2}}{\operatorname{tg}^2\varepsilon}\right)(\Delta\varepsilon)^2 \text{ unrichtig gemessen.}$$

Danach ist zwar $\Delta\delta$ klein von zweiter Ordnung gegenüber dem $\Delta\varepsilon$, aber stets positiv. Bei der obigen Methode, das Prisma unter Beobachtung des abgelenkten Spaltbildes zu drehen, bleibt deshalb ein kleiner einseitiger Fehler in $\delta$ bestehen, die Ablenkung fällt immer zu groß aus. Er läßt sich indessen völlig beseitigen, wenn man das Prisma folgendermaßen in die genaue Minimumlage stellt. Ist $\delta$ ungefähr bestimmt, so ist der richtige Einfallswinkel für das genaue Minimum $\varepsilon = \frac{1}{2}(\delta+\chi)$ bekannt, und das Prisma kann so unmittelbar auf diesen Einfallswinkel eingestellt werden. Zu dem Zwecke braucht man nur das Fernrohr aus der Richtung des nicht abgelenkten Strahles um die brechende Kante des Prismas herum um den Winkel $180° - 2\varepsilon$ zu drehen und das Prisma so einzustellen, daß die an der Prismenfläche gespiegelten Strahlen im Fernrohr ein Spaltbild zentrisch zum Vertikalfaden erzeugen. Da es hierbei keiner sonderlichen Genauigkeit bedarf, so ist es meist möglich, das Fernrohr auf den nicht abgelenkten Strahl einzustellen, ohne das Prisma wegzunehmen, indem man das wenige an diesem vorbeigehende Licht benutzt. Nach dieser richtigen Einstellung des Prismas auf das Minimum werden dann die genauen Messungen mit dem abgelenkten Strahl ausgeführt. Auf diese Weise macht es keine Mühe, den Fehler z. B. unter $\Delta\varepsilon = \pm 30''$ zu halten; dem entspricht ($n$ und $\chi$ wie im obigen Beispiele) $\Delta\delta = 0{,}004''$, eine verschwindend kleine Größe.

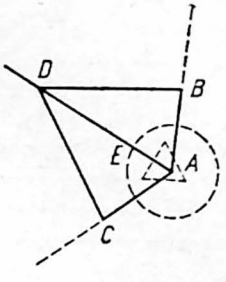


Abb. 218.
Langleysche Methode

$\delta$) Automatische Erhaltung des Minimums. Langleysche Methode. Wenn sich die Beobachtung über weite Gebiete des Spektrums erstreckt, so ist oft eine Einrichtung für die Erhaltung des Minimums erwünscht. Dies wäre z. B. erreicht, wenn das Prismentischchen sich bei Drehung des Fernrohrs automatisch um einen halb so großen Winkel wie dieses dreht. Dazu benutzt man die folgende Vorrichtung (Abb. 218, 219). In gleichen Abständen von der zur Zeichenebene senkrechten Drehachse $A$ ist auf einem Arm $F$, der um den die Spektrometerachse bildenden Konus drehbar und festklemmbar ist, der stehenbleibende Zapfen $B$ und an dem Träger des Fernrohrs der Zapfen $C$ angebracht, um die sich die gleichlangen Arme $BD$ und $CD$ drehen können. Diese sind auch im Zapfen $D$ drehbar gelagert, der längs der Stange $DE$ gleiten kann, die bei $E$ so mit dem Prismentischchen fest verbunden ist, daß sie in ihrer Verlängerung die Dreh-

achse $A$ zentrisch treffen würde. Bewegt man daher das Fernrohr mit dem Zapfen $C$, so wird, da $B$ fest stehenbleibt, $D$ auf der Stange $DE$ gleiten und diese mit dem Tischchen sich um den halben Betrag der Drehung des Fernrohrs bewegen. Obige Konstruktion nach Schönrock hat gegenüber der alten Langleyschen, bei der der Zapfen $B$ am Träger des Spaltrohrs angebracht ist, den Vorteil, daß man den festen Drehpunkt $B$ nach jeder beliebigen wünschenswerten Stelle versetzen und deshalb auch das Dreistangengerüst viel kleiner und in seiner Wirkung sicherer gestalten kann.

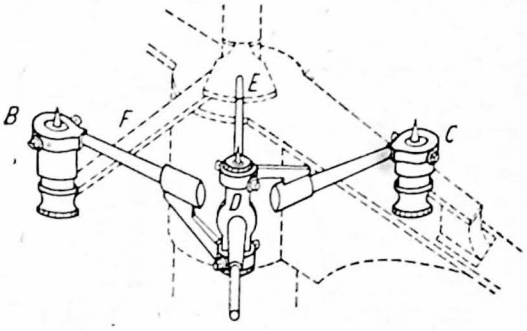



Abb. 219. Ausführungsform nach Schönrock

$\varepsilon$) Wadsworthsche Methode. Sie hat den Vorzug, daß sie sehr genau arbeitet, weil bei ihr auch das Fernrohr fest stehenbleibt und nur das Prismentischchen gedreht wird. Neben dem Prisma $A$ (Abb. 220) wird ein gut ebener Spiegel $B$ derart angebracht, daß seine spiegelnde Fläche senkrecht zur Halbierungsebene des brechenden Winkels liegt. Der homogene Lichtstrahl $CDEF$ durchsetze das Prisma symmetrisch, dann wird er von $B$ in die zu $CD$ parallele Richtung $FG$ zurückgeworfen. Wird jetzt das Tischchen mit Prisma und Spiegel gedreht, so wird stets jeder in der unveränderten Richtung $CD$ auftreffende homogene Lichtstrahl gerade dann das Prisma im Minimum durchlaufen haben, wenn er vom Spiegel in eine zu $FG$ parallele Richtung gelenkt wird. Bringt man also die Sehlinie des Fernrohrs in die Richtung $FG$, so liegt auf seinem Vertikalfaden immer die Wellenlänge, deren Licht das Prisma gerade in der Minimumstellung durchsetzt. Werden ferner Prisma und Spiegel so gestellt, daß sowohl die spiegelnde Fläche als auch die Halbierungsebene des brechenden Winkels durch die Drehachse $H$ gehen, so wird dadurch erreicht, daß der Strahl $FG$ (Minimum) beim Drehen des Tischchens auch keine seitliche Verschiebung erleidet. Beim Fernrohr-Objektiv oder -Hohlspiegel wird also, wie erwünscht, stets derselbe Teil vom Strahlenkegel durchsetzt. Dagegen verschiebt sich der Strahlenkomplex auf dem Spiegel $B$, und deswegen muß seine Ebenheit zuvor genau geprüft werden (S. 422). Das Prisma und der Spiegel lassen sich mit der erforderlichen Genauigkeit durch ein Hilfsfernrohr mit Gaußschem Okular einstellen (S. 396). Das Tischchen wird gewöhnlich mit einer Mikrometerschraube gedreht, die in Winkelmaß geeicht zugleich die Änderungen des Einfallswinkels $\varepsilon$ zu messen erlaubt. Ist die Brechungszahl $n_1$ des Prismas für eine Linie, z. B. Natriumlicht, bekannt, so wird mit ihr das Spektrometer eingestellt. Um eine andere Linie $n$ auf den Vertikalfaden zu bringen, sei das Tischchen um den Winkel $\gamma$ gedreht worden, dessen Vorzeichen positiv (bzw. negativ) zu nehmen ist, wenn $\varepsilon$ größer (bzw. kleiner) als $\varepsilon_1$. Da $\varepsilon_1$

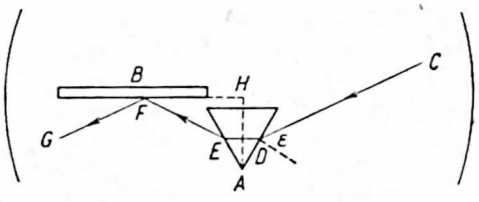



Abb. 220. Wadsworthsche Methode

nach der Gleichung $\sin \varepsilon_1 = n_1 \sin \frac{1}{2}\chi$ berechenbar ist, so ergibt sich das zum beobachteten $\gamma$ gehörige $n$ aus den beiden Gleichungen $\varepsilon = \varepsilon_1 + \gamma$ und $n = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \frac{1}{2}\chi}$.

$\zeta$) Abbesche Methode mit Prismen fester Ablenkung. In den Spektralgeräten, die Prismen mit fester Ablenkung enthalten, wird meist das in Abb. 221 dargestellte Prisma benutzt, bei dem die Ablenkung des Strahls 90° beträgt. Man kann es sich zusammengesetzt denken aus zwei äußeren 30°-Prismen und einem dazwischenliegenden total spiegelnden, rechtwinklig-gleichschenkligen (die Schenkel sind gestrichelt gezeichnet) und erkennt, daß der Strahlengang in den ersteren dem in einem 60°-Prisma für das Minimum der Ablenkung entspricht. Diese Minimumstellung bleibt erhalten, wenn infolge einer Drehung des Prismas an Stelle des Strahles $RR'$ der andersfarbige Strahl $GG'$ vom Kollimator ins Fernrohr gelangt. In Monochromatoren werden vielfach auch dreiseitige rechtwinklige Prismen mit einer festen Ablenkung von 60° benutzt.

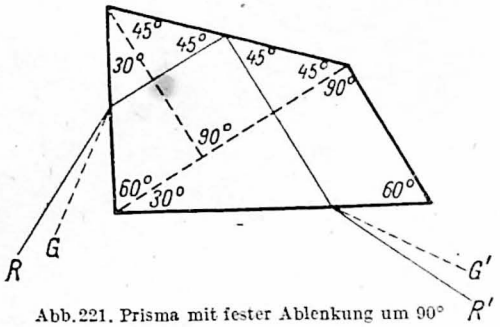


Abb. 221. Prisma mit fester Ablenkung um 90°

Löwe, Z. Instrkde. **27**, 271, 1907. Straubelsches Quarzprisma mit fester Ablenkung s. S. 353.

$\eta$) Messungen im Ultrarot. Sie erfolgen mittels eines Spiegelspektrometers mit Erhaltung des Minimums nach der Wadsworthschen Methode, wobei an die Stelle des Okulars ein Linearbolometer oder eine Thermosäule als Stärkemesser tritt (s. auch S. 355). Das Gerät wird mit einer sichtbaren Linie eingestellt, worauf die Messungen und Berechnungen nach Abschn. $\varepsilon$ erfolgen. Registriervorrichtungen verschiedenster Bauart ermöglichen hier eine photographische automatische Aufzeichnung der erzeugten Galvanometerausschläge.

$\vartheta$) Messungen im Ultraviolett. Hier ist man auf photographische oder photoelektrische Methoden angewiesen. Die Objektive des Apparats sind meist aus Quarz verfertigt. Da sich ihre Brennweiten stark mit der Wellenlänge ändern, so werden beim Photographieren größerer Spektralgebiete Kassetten mit gekrümmten Plattenauflagen für die Zelluloidfilme verwendet; der Kassettenträger ist meist noch um eine vertikale Achse drehbar, um erforderlichenfalls zur Erzeugung scharfer Linienbilder die Plattenebene geneigt zur Objektivachse stellen zu können. Durch Ausmessung der photographischen Aufnahmen erhält man so die Ablenkungen $\delta$, sobald diejenige einer mitphotographierten Linie bekannt ist, für die das Prisma im Minimum stand. Da dann sämtliche Linien das Prisma in der Nähe der Minimumstellung durchsetzt haben, so weichen die gefundenen $\delta$ nur wenig von den wahren Minimumwerten ab und können auch leicht auf diese berichtigt werden entweder mit Hilfe der auf S. 398 befindlichen Gleichung, die $\Delta\delta$ als Funktion von $\Delta\varepsilon$ gibt, oder mittels der beiden gleich folgenden Beziehungen (68).

$\iota$) Gleichzeitige Messung mit vielen Spektrallinien. In ähnlicher Weise kann man auch im sichtbaren Spektrum verfahren, wenn für eine größere

Anzahl von Spektrallinien die Brechungszahlen bestimmt werden sollen. Das Prisma bleibt im Minimum für eine mittlere Linie stehen, und das Fernrohr wird der Reihe nach auf die einzelnen Linien eingestellt. Die Berechnung erfolgt dann so: $\delta_1$ bedeute den beobachteten Ablenkungswinkel einer Linie, $\varepsilon_1$ den zu beobachtenden Einfallswinkel, der für alle Linien gleich ist; dann gilt streng (auch im Falle eines beliebig gewählten $\varepsilon_1$), wenn man den zu $\varepsilon_1$ gehörigen Brechungswinkel $\varepsilon'$ als Hilfswinkel einführt,

$$\operatorname{tg}\left(\varepsilon' - \frac{1}{2}\chi\right) = \frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\chi \operatorname{tg}[\varepsilon_1 - \frac{1}{2}(\delta_1 + \chi)]}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\delta_1 + \chi)} \quad \text{und} \quad n = \frac{\sin\varepsilon_1}{\sin\varepsilon'}. \tag{68}$$

**c) Verfahren der Autokollimation (Abbe).** α) Berechnung der Brechungszahl. Das Verfahren bedarf keines Spaltrohrs, aber eines Fernrohrs mit Gaußschem Okular (S. 391). Das Fernrohr wird zur einen Prismenfläche (Abb. 222) erstens nach S. 392 senkrecht gestellt und abgelesen. Zweitens stellt man vor derselben Fläche so ein, daß die Strahlen vom Fadenkreuz, die ins Prisma gelangen, an der zweiten Fläche zurückgeworfen und durch die erste wieder ausgetreten sind, wieder ins Fadenkreuz fallen (man stellt auf das Spiegelbild des Fadenkreuzes in der hinteren Prismenfläche ein). Beide Stellungen mögen den Winkel $\varepsilon$ (gleich $\delta + \chi$) miteinander bilden. Er ist der Einfallswinkel für die zweite Stellung, so daß

$$n = \frac{\sin\varepsilon}{\sin\chi}. \tag{69}$$

Man pflegt für die Bestimmung von $\varepsilon$ die hintere Prismenfläche (als solche wählt man von den beiden Flächen die ebenere) zu versilbern, um ein möglichst helles Spiegelbild zu erhalten.

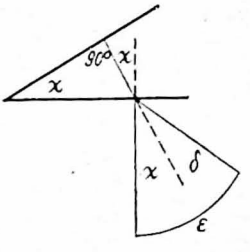


Abb. 222.
Verfahren der Autokollimation

β) Genauigkeit. Diese Methode hat gegenüber dem Minimum-Verfahren den Nachteil, daß die Strahlen hier noch eine Zurückwerfung erleiden, bei der sich die Fehler in der Ebenheit zumal der hinteren Spiegelfläche besonders stark bemerkbar machen. Da $\sin\chi < \frac{1}{n}$ sein muß, so ist ein Winkel $\chi$ von 30 bis 37° gebräuchlich. Ein 30°-Prisma hat gegenüber einem 60°-Prisma bei gleicher Größe der brechenden Flächen den Vorteil bedeutender Stoffersparnis, und deshalb wird in der praktischen Optik meist dieses Autokollimationsverfahren angewandt. Für $\chi = 30°$ und $n = 1{,}52$ ergibt sich nach den Fehlergleichungen $\frac{dn}{d\chi} = \frac{-n}{\operatorname{tg}\chi}$ und $\frac{dn}{d\varepsilon} = \frac{\cos\varepsilon}{\sin\chi}$ z. B. $dn = -0{,}000013$ für $d\chi = 1''$ und $dn = 0{,}0000063$ für $d\varepsilon = 1''$.

γ) Abbesches Okular mit Spalt und Spiegelprisma. Da mit dem gewöhnlichen Gaußschen Okular an der schrägen Glasplatte nur wenig Licht in das Fernrohr geworfen wird, so benutzt man zu den obigen Autokollimations-Messungen das Abbesche Okular, in dessen Sehfeld (Abb. 223) an Stelle des Fadenkreuzes der verstellbare Spalt $A$ liegt, der mit Hilfe eines kleinen Spiegelprismas $B$ von rechts her beleuchtet werden kann. In der oberen Hälfte der Spaltebene sitzt, möglichst dicht über dem Prisma beginnend, als Einstellungsmarke der Vertikalfaden $C$, und zwar zentrisch zum enggestellten Spalt; dieser wird nur beim Richten weit geöffnet zum leichteren Auffinden der Spaltbilder. Es darf also während einer Bestimmung von $\chi$ oder $\varepsilon$ die Spaltbreite nicht geändert werden.

Da das durch ein Prisma hindurch erzeugte Bild eines Spalts schwach gekrümmt erscheint, so läßt man zur Vermeidung von Fehlern das untere Ende des Spaltbildes immer mit dem unteren Ende des Fadens $C$ zusammenfallen. Dem unteren Ende des Spaltbildes entspricht das obere des leuchtenden Spaltes, der vom unteren Fadenende um weniger als 1 mm entfernt ist; dieser geringe vertikale Abstand hat indessen keinerlei Bedeutung, da die Winkelmessungen in der Horizontalebene erfolgen. — Bei den Spektrometern für Autokollimation ist das Prisma mit dem Teilkreis drehbar. Man stellt dann seitlich vom Fernrohr die monochromatische Lichtquelle (bzw. den das homogene Licht aussendenden Spalt eines Monochromators, S. 352) auf und wirft ihr Bild mittels einer Beleuchtungslinse auf das Spiegelprisma $B$, dafür Sorge tragend, daß das Fernrohr-Objektiv ganz mit Licht ausgefüllt wird.

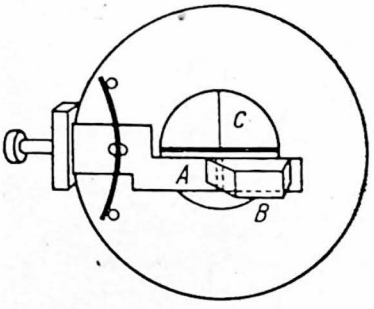



Abb. 223. Abbesches Okular

Statt übereinander sind zuweilen auch Spalt und Fadenkreuz dicht nebeneinander angebracht. Dieser horizontale Abstand schadet zwar nichts bei der Messung von $\chi$, wohl aber bei der von $\varepsilon$, das und mit ihm auch $n$ stets zu groß bestimmt wird, und zwar um den Betrag $\Delta n = \frac{n}{8}\left(1 - \frac{\mathrm{tg}^2\chi}{\mathrm{tg}^2\varepsilon}\right)\frac{b^2}{f^2}$, worin $f$ die Brennweite des Fernrohr-Objektivs und $b$ den linearen Abstand zwischen Spaltmitte und Vertikalfaden bedeutet.

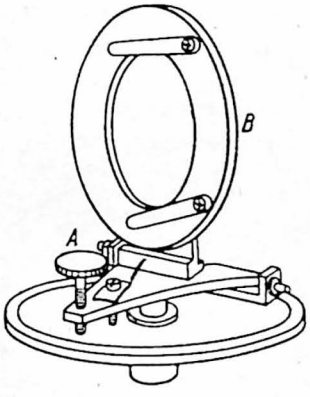



Abb. 224. Abbesches Spektrometer-Tischchen

δ) Abbesches Spektrometer-Tischchen für kleine Prismen. Mit diesem ist die Einstellung des zu prüfenden Prismas besonders bequem auszuführen. Auf einer durch die Stellschraube $A$ (Abb. 224) um eine horizontale Achse drehbaren Platte ist ziemlich über der Mitte des Tischchens ein senkrechter Ständer befestigt, der in einer Hülse die ringförmige Scheibe $B$ so trägt, daß sich diese nahezu in ihrer Ebene unter mäßiger Reibung herumdrehen läßt. Auf $B$ sitzen nahe am Rand zwei Klemmfedern, mit deren Hilfe passend durchlochte, planparallele Messingscheiben auf dem Ring $B$ befestigt werden können. Auf eine solche Scheibe legt man das Prisma mit einer seiner brechenden Flächen und befestigt es mit weichem Klebwachs. Nun wird das Tischchen so gedreht, daß die in der Ringebene liegende Prismenfläche dem Fernrohr zugekehrt ist, und diese dann mittels Schraube $A$ senkrecht zur Sehlinie gestellt. Darauf kann durch einfache Drehung des Ringes $B$, unter Beobachtung des Spiegelbildes an der zweiten brechenden Fläche, auch diese senkrecht zur Sehlinie orientiert werden.

Dieser Prismenträger erlaubt es, kleine Prismen jeder Form, Kristalle, Bruchstücke von unregelmäßiger Gestalt ohne sonstige Zubereitungen der Messung zugänglich zu machen, u. a. auch die Flächenwinkel sehr kleiner Körper zu messen. In Verbindung mit einem kleinen Spektrometer ersetzt er für viele Zwecke das Wollastonsche Spiegelungsgoniometer.

Pulfrich, Z. Instrkde. 40, 212, 1920.

ε) Mikrometer-Vorrichtung zur Messung kleiner Winkeldifferenzen, nämlich des Dispersionswinkels zwischen zwei Farben, der Änderungen der Brechungszahl mit der Temperatur, s. S. 389.

**d) Brechungszahl von Kristallen.** Das Prisma muß, damit die Ergebnisse etwas Bestimmtes aussagen, in seiner Lage zu der Kristallform oder zu den optischen Achsen definiert sein. Ein einachsiger Kristall besitzt eine größte und eine kleinste Hauptbrechungszahl, die man am einfachsten beide mittels eines Prismas bestimmt, dessen brechende Kante parallel der optischen Achse ist. Ein zweiachsiger Kristall besitzt eine größte, mittlere und kleinste Hauptbrechungszahl, die man z. B. mittels dreier Prismen bestimmen kann, deren brechende Kanten je einer der drei optischen Symmetrieachsen parallel sind, d. h. je einer der Schwingungsrichtungen der Lichtwellen mit der kleinsten, mittleren und größten Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Kristall.

**e) Brechungszahl von Flüssigkeiten.** Zu untersuchende Flüssigkeiten werden in Hohlprismen eingefüllt, deren brechende Flächen aus planparallelen Glasplatten gebildet sind. Bei den besseren Glasprismen sind die beiden Seitenflächen so genau eben poliert, daß die aufgelegten geschliffenen Glasplatten allein durch die Adhäsion festgehalten werden. Sonst werden sie durch federnde Vorrichtungen angepreßt oder angekittet; im letzteren Falle benutzt man für wäßrige Lösungen erwärmten dicken Asphaltlack, für alkoholische Flüssigkeiten Fischleim. Da die Brechungszahl der Flüssigkeiten in hohem Maße von der Temperatur abhängt, muß diese durch ein in die Flüssigkeit hineinragendes Thermometer genau gemessen werden.

Ein für solche Zwecke und zu genauen Messungen geeignetes kupfernes Hohlprisma (innen vergoldet und außen vernickelt) findet sich bei Schönrock, Z. Ver. Dtsch. Zucker-Ind., Techn. Teil **61**, 422, 1911, beschrieben. Es wird fest in einem passenden, auf dem Spektrometertisch befestigten Erhitzungsgerät angeordnet. Für die Erzeugung eines konstant temperierten Warmwasserstroms empfiehlt sich ein Höppler-Thermostat (s. S. 152).

Tilton u. Taylor, J. Res. Bur. Stand. **20**, 419, 1938.

Die ebenen Deckplatten sind natürlich außer auf Ebenheit auch auf ihren Parallelismus hin zu prüfen (S. 422). Ist ihre Beschaffenheit bekannt, so lassen sich dementsprechend die Beobachtungen für den brechenden Winkel und für die Ablenkung rechnerisch korrigieren. Sowohl hierbei als auch für das genaue Ausrichten bedarf man häufig der Kenntnis der Verschiebung eines Strahles beim Durchsetzen einer Glasplatte in Luft (Abb. 225). Die betreffenden Verschiebungen sind

$$AB = d \operatorname{tg} \varepsilon' \quad \text{und} \quad CD = d \frac{\sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\cos \varepsilon'}, \tag{70}$$

worin

$$\sin \varepsilon' = \frac{\sin \varepsilon}{n}.$$

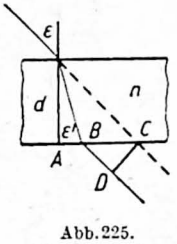



Abb. 225. Versetzung der Strahlen

Oft wird dagegen in der Weise verfahren, daß man zum einfallenden Strahlenbündel symmetrisch das ungefüllte Prisma einsetzt, seine Ablenkung bestimmt und diese mit dem richtigen Vorzeichen versehen von derjenigen des gefüllten Prismas abzieht. Dieses Verfahren ist aber ungenau, weil sein Ergebnis meist mit merklichen systematischen Fehlern behaftet ist (Änderung der Ablenkung mit $\varepsilon$).

**f) Brechungszahl von Gasen.** Auch die Brechungszahlen von Gasen und Dämpfen lassen sich in mit diesen gefüllten Hohlprismen bestimmen. Nur wird der Prismenwinkel sehr groß, bis zu 160° gewählt. Man stellt das mit der Zimmerluft gefüllte Prisma symmetrisch zum einfallenden Strahl auf und dreht das Fernrohr auf

Zusammenfallen von Spaltbild und Fadenkreuz. Wird darauf die Beschaffenheit des Gases im Prisma geändert und dadurch die Ablenkung $\delta$ (hier auf das richtige Vorzeichen achten) der Strahlen gegen vorher erzeugt, so gilt für das im Prisma enthaltene Gas wiederum $n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \chi)}{\sin \frac{1}{2}\chi}$; s. Gl. (66) S. 397. Bei kleinem $\delta$ ist das identisch mit $n = 1 + \frac{\delta}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2}\chi}$, $\delta$ in absolutem Bogenmaß gemessen. Falls die Ablenkung sehr klein ist, mißt man sie nicht über einem Teilkreise, sondern mittels Mikrometervorrichtung zur Drehung des Fernrohrs oder mit Hilfe eines Okularmikrometers am Fernrohr.

Betreffs Reduktion der Brechungszahl auf das Vakuum s. S. 387 wegen $N_{t,\,p,\,c}$ sowie S. 387 wegen $(n_0)_{t,\,p}$ für Gase. Berechnungen unter Berücksichtigung der Abweichungen vom idealen Gaszustand finden sich bei Jones u. Partington, Phil. Mag. **29**, 28, 1915.

Diese Prismenmethode findet auch für gasanalytisch-technische Zwecke Verwendung. Über ein dazu geeignetes Gasrefraktometer mit zweimaliger Durchsetzung des Prismas durch den Strahl und mit mikroskopischer Ablesung vgl. Haber, Z. Elektroch. **13**, 460, 1907.

## D. Messungen der Brechungszahl aus dem Grenzwinkel

**a) Allgemeine Beziehungen.** Der größte Brechungswinkel $\Phi$, bei dem ein Strahl aus einem Mittel in ein stärker brechendes eintreten kann, entspricht streifendem Eintritt, d. h. dem Einfallswinkel 90°. Sind $n$ und $n'$ die einzelnen Brechungszahlen, ist also (nach S. 386) $\frac{n'}{n}$ die Brechungszahl des zweiten Mittels gegen das erste, so gilt hiernach $\frac{\sin 90°}{\sin \Phi} = \frac{n'}{n}$ oder $\frac{n}{n'} = \sin \Phi$. Dieselbe Beziehung gilt, wenn ein in dem Mittel $n'$ verlaufender Strahl das schwächer brechende Mittel $n$ trifft, für den Grenzwinkel $\Phi$ der totalen Zurückwerfung bzw. für den streifenden Austritt. Nach Beobachtung von $\Phi$ kann somit, wenn die Brechungszahl von einem Mittel bekannt ist, diejenige des anderen berechnet werden.

Man unterscheidet daher Beobachtung der Grenze erstens im durchfallenden Lichte bei streifendem Eintritt und zweitens im zurückgeworfenen Lichte bei Totalspiegelung. Demnach stellt man, bei Beleuchtung mit einer ausgedehnten Lichtquelle ohne Kollimator, auf die in homogenem Licht scharfe Grenzlinie im Falle eins zwischen hell und dunkel, im Falle zwei zwischen hell und weniger hell ein. Naturgemäß ist im letzteren Falle die Grenzlinie von $\Phi$ für das beobachtende Auge weniger deutlich ausgeprägt.

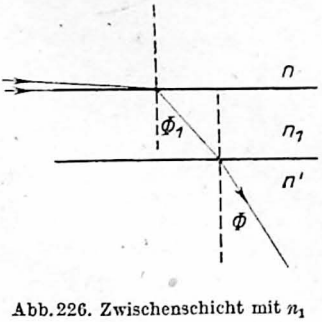


Abb. 226. Zwischenschicht mit $n_1$

Ihre großen Vorzüge zeigt die Methode in ihrer Anwendung auf Flüssigkeiten, von denen man nur sehr geringe Mengen braucht, und von festen Körpern mit einer ebenen Fläche, die nur eine geringe Ausdehnung zu haben braucht (wichtig bei Kristallen), ferner in ihrer Anwendbarkeit auf unvollkommen durchsichtige Körper.

Sind beide Mittel mit $n$ bzw. $n'$ feste Körper, so bedürfen sie zu ihrer engen Berührung einer flüssigen Zwischenschicht von etwas höherer Brechungszahl, als sie selbst besitzen. Geeignete derartige Flüssigkeiten sind: Kassiaöl $n_D = 1{,}60$, Zimtaldehyd $C_9H_8O$ 1,62, $\alpha$-Bromnaphthalin $C_{10}H_7Br$ 1,66, Methylenjodid $CH_2J_2$ 1,74, Arsenbromid $AsBr_3$ 1,78 (giftig, Schmelz-

punkt 20°), Bariumquecksilberjodid-Lösung 1,79 (Dichte 3,6), Phenyldijodarsen $C_6H_5AsJ_2$ 1,843; Flüssigkeiten mit noch höheren Brechungszahlen bei Anderson u. Payne. Nature **133**, 66, 1934. Die Brechungszahl $n_1$ der parallelen dünnen flüssigen Zwischenschicht geht sonst nicht in die Rechnung ein, denn nach Abb. 226 ergibt sich

$$\frac{1}{\sin \Phi_1} = \frac{n_1}{n} \quad \text{und} \quad \frac{\sin \Phi_1}{\sin \Phi} = \frac{n'}{n_1},$$

also wieder

$$\sin \Phi = \frac{n}{n'}.$$

Bei dem technisch nicht mehr benutzten Totalreflektometer von Kohlrausch, Ann. Phys. **4**, 1, 1878, wird der Probekörper in eine Flüssigkeit von bekannter Brechungszahl getaucht; da sich diese infolge ihrer starken Abhängigkeit von der Temperatur leicht ändert, kann die Messung recht fehlerhaft ausfallen. Diese Methode hat weiter den Nachteil, daß die Messungen von $\Phi$ nur im zurückgeworfenen Lichte erfolgen können.

**b) Refraktometer von Abbe.** Dieses Instrument besitzt vor dem vorhergehenden den Vorzug, daß gewöhnlich im durchfallenden Licht beobachtet und die Bezugsflüssigkeit durch einen festen Stoff ersetzt wird, dessen $n'$ sich nur wenig mit der Temperatur ändert. Das Doppelprisma $P$ (Abb. 227) aus stark brechendem (leicht verletzlichem) Flintglase kann gegen einen mit dem (auf Unendlich stehenden) Fernrohr fest verbundenen Teilkreis $K$ meßbar gedreht werden. Der ganze Sektor $K$ samt Fernrohr nebst dem drehbaren Arm $F$ wird von einer Säule auf schwerem Metallfuß getragen.

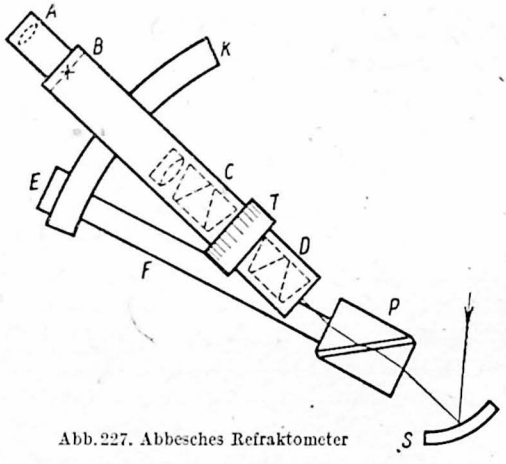


Abb. 227. Abbesches Refraktometer

Um eine durchsichtige Flüssigkeit zu untersuchen, legt man das Gerät um, so daß die Hypotenusenfläche der Prismen horizontal liegt, klappt das obere Prisma auf und, nachdem man einen Tropfen der Flüssigkeit aufgebracht hat, wieder zu. Man beobachtet in durchgehendem (streifend in das obere Prisma eintretendem) Licht, das mit Hilfe des Spiegels $S$ auf das Doppelprisma geworfen wird. Nachdem das Okular $A$ auf das Fadenkreuz $B$ scharf eingestellt ist, dreht man den Prisma und Index $E$ verbindenden Arm $F$, bis die scharfe Lichtgrenze erscheint, und stellt sie auf den Fadenkreuz-Schnittpunkt ein. Der Index gibt dann auf dem empirisch geteilten Kreisbogen $K$ unmittelbar die Brechungszahl der Flüssigkeit für Na-Licht an. Ein Teil der Lichtstrahlen verläuft nämlich streifend in der dünnen Flüssigkeitsschicht.

Beleuchtet wird mit weißem Licht. Man erhält trotzdem eine scharfe Grenzlinie mit Hilfe eines im Innern des Fernrohrs angebrachten Kompensators. Dieser besteht aus zwei genau gleichen, für Na-Licht geradsichtigen, dreiteiligen Amicischen Prismen $C$ und $D$, die gegeneinander um die Fernrohrachse gedreht werden können und dadurch wie ein Prisma von veränderlicher Dispersion wirken. Mit ihnen kann die Dispersion, die das Licht beim Eintritt in das obere Prisma von $P$ erfährt, kompensiert werden. Der Winkel, den die Amici-Prismen mit-

einander bilden, wenn die Lichtgrenze im Gesichtsfeld farblos ist, kann an der Trommel $T$ abgelesen werden (zwei zur Nullage symmetrische Stellungen, aus denen das Mittel genommen wird). Aus den Ablesungen von $T$ und K läßt sich mit Hilfe einer dem Instrument beigegebenen Tabelle die mittlere Dispersion der Probeflüssigkeit $n_F - n_C$ (Abb. 192) berechnen.

Von einem zu untersuchenden festen Körper klebt man eine ebene Fläche mit einer stärker brechenden Flüssigkeit unter das obere Prisma; das untere bleibt entfernt. Hat der Körper eine zum Lichteintritt geeignete Fläche, nämlich eine zur angeklebten brechenden Fläche ungefähr senkrechte Ebene mit scharfer Kante zwischen beiden, so kann man wieder im durchgehenden Licht beobachten. Man muß dann Sorge tragen, daß die Lichtquelle (z. B. eine mattierte elektrische Lampe) das Licht in Richtung der Hypotenusenfläche auf $P$ sendet.

Hat der feste Körper keine geeignete Eintrittsfläche für das Licht oder ist er nur wenig durchsichtig oder hat man eine undurchsichtige Flüssigkeit zu untersuchen, so muß man im zurückgeworfenen Licht arbeiten. Das Licht wird dann in der geeigneten Richtung durch die längere Kathetenfläche in das obere Prisma gelenkt.

Die Genauigkeit beträgt etwa zwei Einheiten der vierten Dezimale für $n_D$ und ist gewöhnlich noch etwas größer für die Differenz $n_F - n_C$. Fehlerquellen sind eine nicht ganz parallele Schicht der Klebeflüssigkeit bei festen Probekörpern (was man mit Hilfe der Newtonschen Interferenzstreifen erkennen kann, vgl. S. 371) und nicht genaue Einstellung des Index $E$. Diese sowie die Richtigkeit der Brechungszahlen-Skala auf $K$ prüft man mit Hilfe von Flüssigkeiten, namentlich Wasser, Glasplatten, deren Brechungszahl für Na bekannt ist, und Bergkristallplatten (Tab. 37). Wenn man nicht den verschieb- und festklemmbaren Index richtig einstellt, sondern Korrektionen an den Ablesungen anbringt, sind die ungleichen Abstände der Teilstriche an den verschiedenen Stellen der Teilung zu berücksichtigen. Nicht hinreichende Ebenheit der angeklebten Fläche des Probekörpers und nicht genügender Temperaturausgleich machen sich durch unscharfe Grenze der Totalspiegelung bemerkbar.

Probeprismen zur Prüfung von Refraktometern bei Richter, Z. Instrkde. **50**, 254, 1930. Messungen an schwach absorbierenden Mitteln fallen schon merklich unrichtig aus, s. Littmann, Ann. Phys. **38**, 139, 1940.

Die Refraktometer mit heizbaren Prismen $P$ werden viel zur Ausführung von Analysen benutzt. Für gewisse spezielle Fälle kann die Dispersion an der Eintrittsfläche des oberen Prismas $P$ anstatt durch Amici-Prismen dadurch kompensiert werden, daß man für das Prisma eine bestimmte Glassorte und einen bestimmten brechenden Winkel wählt (Butterrefraktometer), für andere Fälle durch Anbringen eines festen gewöhnlichen Prismas als Kompensator (Zuckerrefraktometer für wässerige Lösungen von 0 bis 92% Zucker).

Schönrock, Z. Ver. Dtsch. Zucker-Ind., Techn. T. **64**, 10, 1914 (Theorie des Abbeschen Refraktometers) und Wiss. Abh. Phys.-Techn. Reichsanst. **5**, 267, 1922 (Theorie der Farblosigkeit der Grenzlinie im Zuckerrefraktometer).

**c) Eintauchrefraktometer.** α) Mit Okularskala. In Abb. 227 denke man sich das obere Prisma $P$ mit dem Fernrohr $AD$ (aber als Handfernrohr) fest verbunden. Eine sehr feine Hundertteilung auf einer dünnen Glasplatte befindet sich in der Brennebene $B$. Als Index für diese Skala dient die zu ihr senkrechte Auslöschungsgrenze selbst, die über das Gesichtsfeld hin wandert. Wie aus Abb. 228 ersichtlich, taucht man das Fernrohr in die Flüssigkeit ein und liest im Gesichtsfelde des Okulars die Einstellung der Grenzlinie in Skalenteilen ab; die entsprechende Brechungszahl ist ohne weiteres einer dem Apparat beigegebenen Tabelle

für das zugehörige Prisma $P$ zu entnehmen. Die Beleuchtung für streifenden Eintritt des Lichts geschieht mittels Spiegels durch die eine Glaswand des Trogs hindurch.

Bei der hohen Fernrohr-Vergrößerung, die diese Instrumente besitzen, ist die Meßgenauigkeit auf eine Einheit der fünften Dezimale gesteigert, dafür aber der Meßbereich nur ein kleiner. Dieser läßt sich aber erweitern, indem das Prisma $P$ zum Auswechseln gegen neun andere (mit verschiedenen $n'$ bzw. Prismenwinkeln) eingerichtet ist. Der Meßbereich für das $n$ der Flüssigkeiten reicht so z. B. insgesamt von 1,326 bis 1,647.

Bei dem Refraktometer mit Durchflußküvette ist das Fernrohr unten mit einem Wärmebad verbunden, das einen Becher einschließt, durch den die Probeflüssigkeit hindurchfließen kann.

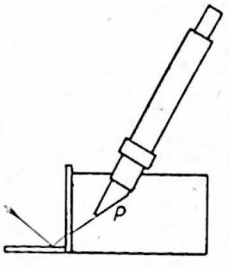



Abb. 228. Eintauchrefraktometer

$\beta$) Mit einfachem Fernrohr. Bei einer anderen Form des Eintauchrefraktometers für homogenes Licht benutzt man ein einfaches Fernrohr, an seinem unteren Ende mit einem von einander parallelen Endflächen begrenzten Glaskörper versehen, der in die Flüssigkeit eintaucht. Hier wird in durchgehendem Licht bei streifendem Eintritt aus Luft die Auslöschungsgrenze beobachtet, so daß, weil $n = 1$ für Luft, $n' = \frac{1}{\sin \Phi}$ ist. Die Anwendbarkeit dieser Methode erleidet daher durch die Höhe der Brechungszahl $n'$ keinerlei Einschränkungen, im Gegensatz zu den übrigen Methoden des Grenzwinkels. Diese Meßmethode ist auch auf feste Körper anwendbar. Genauigkeit einige Einheiten der vierten Dezimale.

Näheres bei Pulfrich, Z. Instrkde. **19**, 335, 1899.

**d) Refraktometer von Pulfrich.** Mit ihm wird gewöhnlich bei streifendem Einfall beobachtet (Abb. 229). Als Meßkörper mit bekanntem $n'$ dient ein Glaswürfel, auf dessen horizontale Oberfläche die zu prüfende Flüssigkeit oder der feste Probekörper gebracht wird, während genau vertikal zu dieser Fläche die Austrittsfläche für das Licht liegt. Um eine in der Eintrittsfläche des Würfels liegende und der Austrittsfläche parallele, also horizontale Achse ist das mit dem Teilkreis fest verbundene, auf Unendlich gestellte Fernrohr drehbar; diesen Vertikalkreis bestreicht ein am Gerätgestell befestigter Nonius, der die Ablesung des Austrittswinkels $\varepsilon$ der Grenzstrahlen ermöglicht. Da das Fernrohr an seinem Objektivende mit einem (gut rechtwinklig-gleichschenkligen) Spiegelprisma versehen ist, so steht in Abb. 229 das Fernrohr in Wirklichkeit senkrecht zur Zeichnungsebene. Der Nullpunkt, d. i. die zur Austrittsfläche senkrechte Lage des Fernrohrs, sowie der rechte Winkel des Würfels lassen sich durch Autokollimation (Andreaskreuz mit Spiegelprisma S. 392 auf die beiden Würfelflächen nachprüfen. Ein fester Probekörper, der eine zweite zum Lichteinlaß geeignete Ebene besitzen muß S. 406), wird mit einer stärker brechenden Flüssigkeit aufgeklebt. Die Brechungszahl des Probekörpers ist

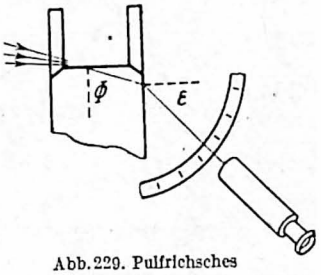



Abb. 229. Pulfrichsches Refraktometer

$$n = \sqrt{n'^2 - \sin^2 \varepsilon}. \qquad (71)$$

Beleuchtet wird mit homogenem Licht (z. B. Na, Geißlerschem H-Rohr). Man kann die Brechungszahl für alle Lichtsorten bestimmen, für die $n'$ bekannt ist. Es werden mehrere Glaswürfel mit verschiedener Brechungszahl zum Auswechseln beigegeben; gebräuchlich sind $n' = 1{,}622$ und 1,755 für die $D$-Linie. Zum Gerät gehört eine Tabelle, aus der die Brechungszahlen für die Linien $D$, $H_\alpha$, $H_\beta$, $H_\gamma$ entnommen werden können. Die Genauigkeit beträgt etwa eine Einheit der vierten Dezimale. Merklich genauer, bis auf einige Einheiten der fünften Dezimale, lassen sich die Dispersionsbestimmungen (die Werte $n_D - n_{H\alpha}$, usf.) ausführen, weil sie mittels einer Mikrometerschraube (S. 388) erfolgen.

Mit einer Heizvorrichtung kann bei höheren Temperaturen beobachtet werden. – Mittels einer der Teilkreisebene parallelen Scheidewand aus schwarzem Glase in dem aufgekitteten Trog lassen sich zwei Flüssigkeiten gleichzeitig, also bei derselben Temperatur beobachten. – Gepulverte feste Körper können untersucht werden, indem man sie auf der Würfelfläche mit einem Flüssigkeitsgemisch (Methylalkohol $CH_4O$ $n_D = 1{,}33$ und Essigsäure $C_2H_4O_2$ 1,37, Äthylalkohol $C_2H_6O$ 1,36 und Xylol $C_8H_{10}$ 1,50 oder Anilin $C_6H_7N$ 1,59, Mineralöl 1,49 und $\alpha$-Chlornaphthalin $C_{10}H_7Cl$ 1,63 oder $\alpha$-Bromnaphthalin $C_{10}H_7Br$ 1,66, Benzol $C_6H_6$ 1,50 und Schwefelkohlenstoff $CS_2$ 1,63) übergießt, das man durch Ausprobieren abändert, bis die Grenzlinie scharf erscheint, also Pulver und Flüssigkeit dieselbe Brechungszahl besitzen.

Einige Verbesserungen dieses Refraktometers zu Refraktionsmessungen an Lösungen bei Geffcken u. Kohner, Z. phys. Chem. (B) **1**, 456, 1928. Tronnier u. Picht, Z. techn. Phys. **13**, 402, 1932, beschreiben ein Zweiwinkel-Totalrefraktometer, bei dem die Brechungszahl des Meßprismas eliminiert und somit auch ihre Abhängigkeit von Temperatur und Wellenlänge ausgeschaltet ist.

**c) Kristallrefraktometer von Abbe.** In der Anordnung (Abb. 230) ähnlich dem vorigen; um aber an Kristallflächen die Grenzen der Totalspiegelung für verschiedene Azimute beobachten zu können, ohne den Kristall auf seiner Unterlage drehen zu müssen, wird an Stelle des Würfels eine in sich drehbare Glashalbkugel $A$ ($n'_D = 1{,}91$) mit horizontal liegender Planfläche benutzt, deren Drehung an einem Horizontalkreis ablesbar ist. Der Einfluß der sphärischen Austrittsfläche wird entweder durch eine etwa 0,5 mm von $A$ entfernte, am Fernrohrobjektiv $B$ sitzende Plankonkavlinse $C$ von gleichem Glase und Radius wie $A$ oder allein durch ein geeignet konstruiertes Fernrohrobjektiv kompensiert. Die ebene Fläche von $C$ ist normal zur Sehlinie des Fernrohrs gerichtet. Dieses ist durch ein zwischen $B$ und dem Fadenkreuz gelegenes Spiegelprisma wiedergebrochen und mit einem Vertikalkreis um eine horizontale Achse drehbar, die durch den Mittelpunkt der Halbkugel geht und senkrecht zur Drehungsachse von $A$ liegt. Zur Beobachtung der Grenzlinie an kleinen und mangelhaften Kristallflächen dient ein etwa dreimal verkleinerndes Fernrohr mit einer Blendenvorrichtung in seinem Augenkreise, die es ermöglicht, nur einen bestimmten Teil der zu untersuchenden Kristallfläche zur Wirksamkeit gelangen zu lassen, da ja der Kristall in der Austrittspupille des Fernrohrs abgebildet wird. Für die Bestimmung der Gesamtdispersion bei weißem Licht wird das Okular durch ein geradsichtiges

Abb. 230. Abbesches Kristallrefraktometer

Okularspektroskop ersetzt, vor das noch ein mit kleinem Teilkreis versehener Analysator-Nicol zur Untersuchung der Polarisationsverhältnisse gesteckt werden kann.

Es kann sowohl im streifend über die Basisfläche von $A$ in den Probekörper einfallenden als auch im zurückgeworfenen Licht beobachtet werden. Man kann das Fernrohr auf die Grenzlinie sowohl rechts als auch links vom Glaskörper $A$ einstellen und liest in beiden Fällen, da der Vertikalkreis zur Lage des Nonius entsprechend beziffert ist, unmittelbar den gesuchten Grenzwinkel $\Phi$ ab, weil die Brechung an der Austrittsfläche von $A$ fortfällt. Es ist also $n = n' \sin \Phi$. Die richtige Lage der Sehlinie zum Nullpunkt der Kreisteilung wird in der Weise nachgeprüft, daß man das $\Phi$ für Luft auf beiden Seiten von $A$ mißt und aus den beiderseitigen Ablesungen das Mittel nimmt, das den richtigen Wert von $\Phi$ ergibt $\left(\text{dann wird } n' = \frac{1}{\sin \Phi}\right)$. Ist so die Nullpunktskorrektion nach Größe und Vorzeichen bekannt, dann genügt für weitere Messungen die Einstellung des Fernrohrs auf einer Seite von $A$. Auch muß die Grenzlinie (z. B. für Luft) ihre Lage zum Fadenkreuz beim Rotieren von $A$ unverändert beibehalten, andernfalls ist die Halbkugel mittels ihrer Stellschrauben nachzurichten. Bei der Prüfung fester Probekörper ist die Flüssigkeits-Zwischenschicht in der Regel schwach keilförmig; der daraus entstehende Fehler wird beseitigt durch Mittelbildung der in zwei um 180° auseinanderliegenden Azimuten von $A$ erhaltenen Ablesungen am Vertikalkreis. Flüssigkeiten untersucht man vorteilhaft in einer mit planparalleler Glas-Bodenplatte versehenen Glasröhre, die unter Zwischenfügung einer Flüssigkeitsschicht auf die Halbkugel aufgesetzt wird. Als Zwischenschicht darf hier Methyljodid $CH_2J_2$ nicht angewandt werden, weil es diesen hochbrechenden Glaskörper angreift.

Pulfrich, Z. Instrkde. **19**, 4, 1899. Vorrichtungen zur Projektion und Photographie der geschlossenen Grenzkurven von Kristallen mit Hilfe der Halbkugel s. Leiss, Z. Krist. **30**, 357, 1898 u. Berl. Ber. S. 42, 1899. Fehlerbestimmung bei merklicher Verlagerung der Halbkugel s. Einsporn, Phys. Z. **37**, 83, 1936.

**f) Messung von Kristallplatten.** α) Allgemeine Beziehungen. Doppelbrechende Objekte geben im allgemeinen zwei Brechungszahlen, also gleichzeitig zwei Grenzen bei der Untersuchung nach der Methode der totalen Zurückwerfung. Die Messungen können nach den Abschn. b, d oder e erfolgen. Die Bestimmung der Hauptbrechungszahlen an einer Kristallplatte erfordert eine genaue Orientierung ihrer ebenen brechenden Fläche in bezug auf die Fortpflanzungsrichtung der diese Fläche streifenden Strahlen. Zu dem Zweck muß man die Platte in der untersuchten Ebene drehen können. Bei den Geräten unter b und d, wo die Platte mit einer Flüssigkeit angeklebt wird, kann man eine selbsttätige Andrückvorrichtung benutzen, ein Cardanisches Ringsystem, das die Platte meßbar zu drehen gestattet, ohne daß die gute Berührung mit dem Prisma gefährdet ist.

Liebisch, Z. Instrkde. **4**, 185, 1884 u. **5**, 13, 1885.

Am einfachsten erfolgen die Messungen indessen mit dem Kristallrefraktometer (Abschn. e, S. 408), bei dem bloß die Halbkugel gedreht zu werden braucht und das Azimut der Kristallplatte am Horizontalkreis abzulesen ist. Deshalb mögen die Erscheinungen des näheren an diesem Gerät erörtert werden, die

in ähnlicher Weise auch für die anderen Geräte gelten. Abb. 230 stellt die Einfallsebene der Lichtstrahlen dar. Die Richtung der streifenden Strahlen, d.i. die Spur der Basisfläche von $A$, sei mit $R$ bezeichnet. Die Beobachtungen werden sehr erleichtert, wenn man vor dem Okular einen Analysator-Nicol anbringt, um damit beim Einstellen auf die eine Grenze inzwischen die andere zum Verschwinden zu bringen. Zugleich erlaubt er dann auch, die Schwingungsebenen der beiden Strahlen nach S. 465 zu bestimmen. Sind die beiden Brechungszahlen $n$ aus den beiden beobachteten Grenzwinkeln $\Phi$ berechnet, so hat man damit die beiden Wellennormalen, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten derjenigen beiden Lichtwellen ermittelt, die sich in der aufgeklebten Kristallplatte in Richtung $R$ fortpflanzen.

$\beta$) Einachsiger Kristall. Steht seine optische Achse senkrecht zur aufgeklebten Fläche, so bekommt man bei jedem Azimut die beiden Hauptbrechungszahlen. Ist die Fläche der optischen Achse parallel, so muß letztere senkrecht zur Richtung $R$ gestellt werden, damit man die beiden Hauptbrechungszahlen erhält. Bei dieser Lage der Fläche hat der Abstand der beiden Grenzen im Gesichtsfeld sein Maximum; er nimmt beim Drehen der Halbkugel ab und wird Null, sobald die optische Achse mit der Richtung $R$ zusammenfällt, weil es dann nur eine Welle gibt mit der Brechungszahl des ordentlichen Strahles. Bestimmt man daher für viele Azimute die beiden Brechungszahlen, so läßt sich daraus die Fresnelsche Wellenfläche ableiten.

Bei einer beliebig zur optischen Achse gelegenen Fläche liefert die eine Grenze stets die Brechungszahl des ordentlichen Strahles; die Fläche enthält aber auch eine zur optischen Achse senkrechte Richtung. Stellt man also diese parallel zur Richtung $R$, so ergeben die beiden $\Phi$ die beiden Hauptbrechungszahlen. Diese Stellung ist auch dadurch auffindbar, daß für sie der Abstand der beiden Grenzen wieder ein Maximum wird.

$\gamma$) Zweiachsiger Kristall. Zur Messung der drei Hauptbrechungszahlen ist nur eine einzige Kristallplatte erforderlich, für die nur die Bedingung erfüllt sein muß, daß die brechende Fläche parallel zu einer optischen Symmetrieachse (S. 471) geschliffen ist. Bringt man diese in die Richtung $R$, so wird der streifende Strahl in zwei zerlegt, die parallel den beiden anderen Symmetrieachsen schwingen; die Einstellung auf die beiden Grenzen liefert also zwei Hauptbrechungszahlen. Dreht man nun die Halbkugel um 90°, so wird jetzt der streifende Strahl in zwei zerlegt, von denen der eine horizontal schwingt, nämlich parallel der Symmetrieachse, die im ersten Falle Fortpflanzungsrichtung war; die Einstellung der zu diesem Strahl gehörigen Grenze gibt also die dritte Hauptbrechungszahl. Hierbei ist die richtige Grenze mit Hilfe des Analysator-Nicols leicht herauszufinden.

Es ist leicht zu übersehen, daß man bei einem Kristall, dessen brechende Fläche einem optischen Hauptschnitt parallel ist, also zwei Symmetrieachsen enthält, jedesmal zwei Hauptbrechungszahlen erhält, wenn man das eine Mal die eine, das andere Mal (durch Drehung um 90°) die andere dieser Symmetrieachsen in die Richtung $R$ bringt. Dabei wird die eine Hauptbrechungszahl doppelt bestimmt. Auf solche Weise kann man mit passend geschliffenen Platten durch Beobachtung in zahlreichen Azimuten die Gestalt der drei optischen Hauptschnitte der Wellenfläche festlegen. Vgl. Lit. in Abschn. e, S. 409.

## E. Messungen mit Interferenzen

Die hierunter zu besprechenden Geräte dienen zur Bestimmung kleiner Brechungszahlen, z. B. von Gasen, und geringer Änderungen der Brechungszahl beliebiger Stoffe.

**a) Interferenzrefraktor von Jamin.** α) Aufstellung des Geräts. Zwei gleiche, dicke (z. B. 3 cm und mehr), gut spannungsfreie und planparallele, am besten rückseitig versilberte Glasplatten stehen sich ziemlich parallel gegenüber, mit der Verbindungslinie ihrer Mitten einen Winkel von etwa 41° bildend (Abb. 231). Ein auf *I* fallender Lichtstrahl liefert durch Zurückwerfung an der Vorder- und Hinterfläche zwei Strahlen. Durch Spiegelung an *II* liefert jeder von ihnen wieder zwei Strahlen, von denen die beiden gezeichneten miteinander austreten und, sobald die Platten schwach zueinander geneigt werden, ein System von Interferenzstreifen erzeugen (Brewster). Die beiden anderen äußeren gespiegelten Widerscheine, nämlich der des oberen Strahles an der Außenfläche von *II* und der des unteren an der Hinterfläche von *II* (falls er aus *II* herausgelangen kann), werden durch Schirmchen vom Auge oder Fernrohr abgeblendet. Den Einfallswinkel der Strahlen auf *I* wählt man der obigen Angabe gemäß zu 49°, weil dann der Abstand der beiden nebeneinander laufenden Strahlen sein Maximum erreicht.

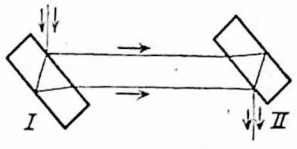


Abb. 231. Interferenzrefraktor

Die genaue Ausrichtung der beiden Platten nach S. 392 wird erleichtert, wenn bei jeder ein vertikal zu stellender Rand von 10 mm Breite unversilbert bleibt; diese beiden Ränder sind der Lichtquelle zuzuwenden, bei den Messungen aber abzublenden. Platte *I* wird senkrecht fest aufgestellt mit dem Einfallslot in der Horizontalebene, während Platte *II* sowohl um die Vertikalachse als auch um die zum Einfallslot von *II* senkrechte Horizontalachse gedreht werden kann.

β) Phasendifferenz. Nach S. 371 erteilt die erste Platte den beiden interferierenden Strahlen den Gangunterschied $2dn\cos\varepsilon_1' - \Delta$, worin $\Delta$ die durch die Spiegelung an der Silberschicht entstandene Phasenänderung ist, und die zweite Platte in ähnlicher Weise den Gangunterschied $2dn\cos\varepsilon_2' - \Delta$. Demnach ist der schließliche Gangunterschied

$$k\lambda = 2dn(\cos\varepsilon_1' - \cos\varepsilon_2'), \tag{72}$$

wobei die Interferenz-Ordnungszahl $k$ positive und negative Werte annehmen kann. Da sich hieraus für alle Strahlen ein und desselben Parallelstrahlenbündels der gleiche Wert von $k$ ergibt, so bekommt man Interferenzstreifen gleicher Neigung, die mit auf Unendlich eingestelltem Auge oder Fernrohr wahrzunehmen sind. Nur bei merklich fehlerhaften Platten werden die Streifen schon vor bzw. erst hinter der Brennebene des Fernrohrs scharf abgebildet.

Wie ohne Rechnung einzusehen ist, gilt Gl. (72) allgemein, auch für den Fall, daß die auf *I* fallenden Strahlen nicht in der Horizontalebene verlaufen und Platte *II* beliebig gegen *I* geneigt ist. Berechnet man mittels der sphärischen Trigonometrie die Einfallswinkel $\varepsilon_1$ und $\varepsilon_2$, so läßt sich für jeden Punkt in der Brennebene des Fernrohrs das entsprechende $k$ nach Gl. (72) angeben.

γ) Praktisches Beispiel. Es sei für Na-Licht $\lambda = 0{,}000\,589\,29$ mm, $n = 1{,}51002$, $d = 30$ mm, ein Fernrohr-Objektiv von 300 mm Brennweite mit einem Gesichtsfelde in der Brennebene von 6 mm Durchmesser und mit dem zentrisch darin gelegenen Fadenkreuz-Schnittpunkt $M$. Die Durchrechnung bzw. der Versuch lehren dann, daß die Interferenzkurven als parallele, mehr oder weniger gekrümmte Streifen erscheinen, die der Schnittlinie der beiden Platten parallel sind. Zu den Messungen darf man nur die horizontale Richtung der Streifen wählen. Die Beleuchtung der Platte $I$ erfolge mittels eines Kollimators, dessen hinreichend breiter Spalt (bzw. Blende von 12 mm Durchmesser) ein Fadenkreuz mit dem Schnittpunkt $M'$ trage. Das auf die von $II$ kommenden Strahlen gerichtete Fernrohr werde zunächst so aufgestellt, daß das Bild von $M'$ mit $M$ zusammenfalle und $\varepsilon_1 = 49°$ für $M$ gelte. Zwecks vollkommener Abblendung der unerwünschten gespiegelten Widerscheine versieht man beide Objektive mit spaltförmigen Blenden von 20 mm Breite und 35 mm Höhe; sind indessen die Platten unvollkommen geschliffen, so wird das Streifensystem merklich schärfer, wenn man die Objektive stärker auf 10 bis 5 mm Durchmesser abblendet.

δ) Vertikale Streifen entstehen, wenn Platte $II$ aus ihrer Parallelstellung zu $I$ um die Vertikalachse gedreht wird. Bis $-10 < k < +10$ für $M$ entstehen dann aber keine Streifen, sondern das Gesichtsfeld wird abwechselnd von hell in dunkel, in hell usf. übergehen. Deshalb kann man auch im weißen Licht nicht gefärbte Streifen erhalten, weil sie nur auftreten, falls für Na-Licht $-10 < k < +10$ ist; das Gesichtsfeld wird vielmehr nur die Newtonschen Farben (einer Luftschicht im zurückgeworfenen Licht) der verschiedenen Ordnungen 1 bis 5 nacheinander aufweisen.

Ein Gesichtsfeld mit 5 bzw. 4 Streifen bekommt man erst bei Drehung von $II$ um $\pm 3'$. Dann ist für $M$ aber schon nahe $k = \mp 2015$, entsprechend einer Luftschicht von 0,59 mm Dicke. Deshalb verschwinden die Streifen für Na-Licht bei gewissen Drehungswinkeln, was zum ersten Male bei $k = \mp 494$ eintritt (S. 372). Da die Streifen aber bogenförmig gekrümmt sind und auf dem Horizontalfaden gemessen einen stark variierenden Abstand besitzen, eignen sie sich nicht für Messungen.

ε) Horizontale Streifen. Bei ihnen liegen die Verhältnisse viel günstiger. Wird Platte $II$ aus ihrer Parallelstellung zu $I$ um die oben definierte Horizontalachse gedreht, und zwar um den Betrag $\pm 17'$, so hat man $k = 0{,}410$ für $M$ und im Gesichtsfeld sechs Streifen mit den Ordnungszahlen $+3$ bis $-2$. Erstere liegen merklich horizontal und sind auch merklich geradlinig, vor allem erweist sich aber der jeweilige Streifenabstand als praktisch vollkommen konstant. Es gibt einen hellen Streifen mit $k = 0$, dessen Parallelbündel also (gehörig zu einem einzelnen Punkt des Streifens) den gleichen Einfallswinkel auf $I$ und $II$ besitzen. Im weißen Licht bekommt man daher eine Reihe gefärbter Streifen mit einem dazwischen liegenden farblosen, für den $k = 0$. Naturgemäß sind im monochromatischen Licht diese horizontalen Streifen sehr scharf wegen der so kleinen Werte von $k$.

Bleibt nunmehr das Fernrohr feststehen (Bild von $M'$ liegt noch auf $M$) und dreht man Platte $II$ langsam um die Vertikalachse um $\pm \zeta$, so wandern die Streifen zu sich parallel in der einen oder anderen Richtung über das Gesichtsfeld hin. Sicherlich für $-10' < \zeta < +10'$ bleiben dabei die Streifen merklich horizontal, geradlinig, in ihrer Anzahl und konstanten Streifenbreite ungeändert, obwohl für $\zeta$ zwischen 0 und $\pm 10'$ je 113 Streifen am Horizontalfaden vorbeigekommen sind; hierbei ist die Zahl der vorüberwandernden Streifen praktisch genau proportional $\zeta$.

Schönrock, Z. Instrkde. **62**, 209, 1942.

ζ) Arbeitsweise mit dem Gerät. Da der Interferenzrefraktor eine weite Trennung der beiden interferierenden Strahlenkomplexe ermöglicht, so kann in den Lichtweg des einen irgendein Stoff eingeschaltet werden, wodurch ein zusätzlicher Gangunterschied zwischen den beiden Strahlen hervorgerufen wird und

damit auch eine Verschiebung des vorher eingestellten Streifensystems. Oft wird so verfahren: in den Weg der beiden Strahlen werden zwei optisch gleiche Körper geschoben. Nimmt man nun an einem von ihnen Änderungen vor, etwa bezüglich Temperatur, Druck, Konzentration, Füllung mit einem Gase usw., während man die Streifen im Auge behält, so wandern diese, und ihre Verschiebung ist ein Maß für die der Zustandsänderung entsprechende Änderung der Brechungszahl.

Die beiden Platten werden gegenseitig sehr fest aufgestellt, entweder gemeinsam auf schwerem Stativ montiert oder, um größeren Raum zu bieten, getrennt auf besonderen Pfeilern. Zum Beobachten dient am besten ein festes Fernrohr, und zwar mit einem Okularmikrometer, um Bruchteile der Streifenbreiten messen zu können. Sind die Träger der beiden Platten in passender Weise mit Teilkreisen bzw. geeichten Mikrometerschrauben versehen, lassen sich Platten und Fernrohr leicht so richten, daß für $M$ angenähert $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 49°$ wird, und darauf Platte $II$ um die Horizontalachse um etwa 17′ neigen. Unbedingt erforderlich ist ein Spaltrohr nicht; man kann z. B. auch eine Natriumflamme, am besten in schwarzem Zylinder mit Fenster, etwa 50 cm vor Platte $I$ passend aufstellen.

Sollen die Messungen für viele Wellenlängen gleichzeitig erfolgen, so benutzt man einen gleichsam in zwei Teile zerlegten Spektrographen (S. 362), dessen Kollimator sich vor $I$ befindet, während die anderen Teile hinter $II$ folgen. Auf der photographischen Platte entsteht dann ein scharfes Bild der horizontalen, durch das Prisma spektral zerlegten Interferenzen. Bringt man durch Drehen von $II$ um die Vertikalachse den farblosen Streifen ($k = 0$) in die Mitte des Spektrums, so erscheint dieses bei Beleuchtung mit weißem Licht von nach Violett hin konvergierenden Streifen durchzogen, die symmetrisch zum farblosen Streifen liegen.

$\eta$) Messung bei stetiger Zustandsänderung. Läßt sich die Änderung eines Körpers so kontinuierlich und überall gleichmäßig vornehmen, daß man dabei den Gang der Streifen verfolgen kann, wie z. B. bei Druckänderung in einer Flüssigkeit, der Verdünnung eines Gases u. dgl., so zählt man, um wieviele Streifenbreiten und Bruchteile davon sich das mit homogenem Licht erzeugte Streifensystem im Fernrohre gegen den Horizontalfaden verschiebt. Ist $L$ die Länge der durchstrahlten Schicht, $s$ die positiv bzw. negativ zu nehmende Anzahl der durchgewanderten Streifenbreiten, $n_1$ und $n_2$ die Brechungszahl vor und nach der Änderung, so gilt

$$n_2 - n_1 = \frac{s\lambda}{L}. \tag{73}$$

Denn nach S. 386 ist der auf Luft umgerechnete Weg im ursprünglichen Mittel $Ln_1$, im abgeänderten $Ln_2$, also der hervorgerufene Gangunterschied $s\lambda = Ln_2 - Ln_1$.

Bei den Messungen von Gasen rechnet man mit den absoluten Brechungszahlen $n_0$ und den Vakuum-Wellenlängen $\lambda_0$, weil dann $n_{02} - n_{01} = \frac{s\lambda_0}{L}$ wird. Erfolgt so allmählich ein vollkommenes Auspumpen des Gases aus dem Hauptrohr, bis in diesem merklich Vakuum herrscht, also $n_{02} = 1$ ist, so ergibt sich, $s$ positiv genommen, die Brechungszahl zu $n_{01} = 1 + \frac{s\lambda_0}{L}$.

$\vartheta$) Messung bei unstetiger Zustandsänderung. Die Verschiebung der Streifen kann nicht immer zählend verfolgt werden, z. B. beim Auflösen eines

Salzes oder Ersetzen einer Lösung durch eine andere. Dann nimmt man weißes Licht zu Hilfe, das in passender Stärke dem monochromatischen beigefügt wird, indem man z.B. ersteres durch Spiegelung an einer schräg gestellten Glasplatte vor *I* in den Strahlengang leitet. Durch Drehen von Platte *II* um die Vertikalachse wird der farblose Streifen ($k = 0$) auf den Horizontalfaden eingestellt; dadurch erhalten die sonst nicht unterscheidbaren Streifen des homogenen Lichtes gleichsam eine Numerierung, zweckmäßig von einer dem farblosen Streifen benachbarten schwarzen Franse an, wenn man mit den dunklen Streifen arbeiten will. Die durch die Zustandsänderung eingetretene Verschiebung dieses so gewählten Nullpunktes wird gefunden, indem man bei dem betreffenden einfarbigen Licht Platte *II* im richtigen Sinne um die Vertikalachse, die durchwandernden Streifen abzählend, so weit dreht, bis wieder der Nullpunktsstreifen einsteht. Dies gibt, bis auf eine noch zu besprechende Korrektion, die Anzahl $s$ der infolge der Änderung des Körpers gewanderten einfarbigen Streifen. Hat man zuvor unter den gegebenen Lageverhältnissen der beiden Platten die Mikrometerschraube, durch die Platte *II* um die Vertikalachse gedreht wird, auf Wellenlängen geeicht, d.h. ermittelt, wieviel Streifen bei einer bestimmten Schraubendrehung vorübergehen (s. Winkel $\zeta$ im Abschn. $\varepsilon$, S. 412), so braucht man nur mit weißem Licht zu arbeiten und die Ablesungen an der Mikrometerschraube vorzunehmen.

*ι*) Wanderung des farblosen Streifens. Die erwähnte Korrektion besteht, oft schon bei so kleinen Werten wie $s = \pm 5$, in der Abänderung der beobachteten Streifenzahl um eine ganze Zahl und entspringt aus der Dispersion. Der vom eingeschalteten Körper erzeugte Gangunterschied soll durch den zusätzlichen der gedrehten Platte *II* für das benutzte monochromatische Licht genau kompensiert werden. Denkt man sich das erreicht, so wird infolge der verschiedenen Abhängigkeit der Brechungszahl $n$ von $\lambda$ für Körper und Platte sowie wegen der verschiedenartigen Erzeugung der Phasendifferenz in beiden im allgemeinen Rot und Blau nicht auch gerade kompensiert werden, also der anfängliche Nullpunktsstreifen jetzt gefärbt erscheinen. Vielmehr wird nun die farblose Linie an der Stelle liegen, wo die resultierende Interferenz-Ordnungszahl für all die einzelnen Farben sehr angenähert die gleiche ist. Der Nullpunkt der Streifennumerierung wandert also mit dem Wachsen des kompensierten Gangunterschiedes langsam auf dem Streifensystem fort. Diese Wanderung läßt sich aus den beiderseitigen Dispersionen berechnen und damit bei den Messungen berücksichtigen. In vielen Fällen kann auch die Größe dieser Wanderung verhältnismäßig einfach durch einen Hilfsversuch bestimmt werden, indem man die Größe der Zustandsänderung und der entsprechenden Streifenverschiebung ermittelt, für die sich die farblose Linie (am besten ein schwarzer Streifen) um eine Streifenbreite in zu beobachtender Richtung verschiebt. Man kann dann, sobald bei einem Versuch die ganze Streifenverschiebung ermittelt ist, immer sagen, welche Nummer einer der dunklen Nachbarstreifen der farblosen Linie ursprünglich hatte, d.h. wie weit er vom anfangs gewählten Nullpunktsstreifen absteht.

Vgl. Hansen, Z. Instrkde. **50**, 460, 1930; Kinder, Z. techn. Phys. **19**, 43, 1938.

*ϰ*) Verschiedene Arten des Gerätes. Um den beiden Teilstrahlen einen für manche Anwendungen bequemeren, größeren Abstand voneinander zu geben, fügt man in den Strahlengang in geeigneter Weise Hilfsspiegel, Doppel-

prismen, rechtwinklige Spiegelprismen u. dgl. In manchen Fällen weicht dann aber die Theorie der Interferenzerscheinungen wesentlich von der oben angegebenen ab; die Arbeitsweise mit den Streifen bleibt dagegen ziemlich die gleiche.

Mach, Wien. Ber. Abt. IIa, **107**, 851, 1898; Martens, Z. Phys. **61**, 363, 1930; Hansen, Z. Instrkde. **60**, 325, 1940.

Über die Anordnung eines Interferenzrefraktors auch für Dispersion: Stoll, Ann. Phys. **69**, 81, 1922. Über einen Interferenzrefraktor für Ultraviolett: Traub, ebd. **61**, 533, 1920; Ladenburg u. Wolfsohn, Z. Phys. **79**, 44, 1932. Über einen Vakuum-Interferenzrefraktor mit Flußspatoptik für das Schumann-Gebiet: Wolfsohn, Z. Phys. **85**, 366, 1933. Über andere Anwendungsgebiete des Interferenzrefraktors s. Schardin, Z. Instrkde. **53**, 396 u. 424, 1933.

λ) Die Kompensatoren sind Vorrichtungen, durch die ein Gangunterschied zweier Strahlen geändert, z. B. aufgehoben werden kann. Sie lassen sich auch statt der Drehung der zweiten Platte beim Interferenzrefraktor benutzen.

Jamins Plattenkompensator besteht aus zwei gleich dicken, schwach gegenseitig geneigten Glasplatten $A$ und $B$ (Abb. 232), die fest verbunden nebeneinander auf die Drehachse eines Goniometers so aufgesetzt sind, daß ihr Durchschnitt dieser Achse parallel liegt. Die Achse mit den Platten und dem Teilkreise $C$ läßt sich mikrometrisch drehen. Das Goniometer wird derart aufgestellt, daß der eine der interferierenden Strahlen durch $A$, der andere durch $B$ hindurchgeht. Bei genau symmetrischer Stellung der Platten zur Richtung der Strahlen wird kein zusätzlicher Gangunterschied in den beiden Strahlen erzeugt; eine sehr kleine Drehung der Achse am Goniometer entwickelt aber einen merklichen Gangunterschied, der dem Drehungswinkel ($<1°$) proportional ist. Der Kompensator läßt sich auch auf Wellenlängen eichen, indem man ermittelt, wieviel Streifen am Fadenkreuz des Fernrohrs vorübergehen, wenn die Achse mittels der Mikrometerschraube um einen größeren bestimmten Winkel gedreht wird.

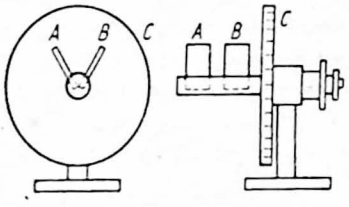


Abb. 232. Plattenkompensator

Aragos Keilkompensator. Das eine der beiden Strahlenbündel geht durch eine planparallele Glasplatte von 1 cm Dicke und $1 \times 3$ cm² Fläche, das andere durch eine ebenso dimensionierte Glasplatte, bestehend aus zwei abgestumpften gleichen Keilen von etwa 5° Keilwinkel, die längs einander gleiten können, so daß sich eine meßbar veränderliche Glasdicke herstellen läßt. Da die Verschiebung des einen Glaskeils genau proportional der durchgewanderten Streifenzahl ist, so läßt sich auch dieser Kompensator in Wellenlängen eichen, so daß man den kompensierten Gangunterschied ohne jedesmalige Zählung der Streifen anzugeben vermag.

Wallot, Ann. Phys. **11**, 355, 1903.

**b) Interferometer von Arago und Löwe.** α) Anordnung des Gerätes. Für die Messung kleiner Brechungsdifferenzen ist das Instrument als Gas- und Flüssigkeits-Interferometer technisch durchgebildet worden. Einander gegenüber stehen ein Kollimator $A$ (Abb. 233 im Aufriß und Grundriß) mit vertikalem niedrigem Spalt $B$ und eine Beobachtungsvorrichtung $D$. Am Objektiv $F$ befindet sich eine Doppelspalt-Blende $G$ mit zwei symmetrisch zur Geräteachse gelegenen, gleich weiten, vertikalen Öffnungen. Die beiden Lichtbündel durchlaufen die beiden

Kammern $H$, von deren Inhalt der Brechungsunterschied bestimmt werden soll. In der Brennebene von $F$ entstehen vertikale Beugungsstreifen vom Doppelspalt $G$. Ihr gegenseitiger Abstand ist der Wellenlänge und der Brennweite von $F$ direkt, der Entfernung zwischen den beiden Öffnungen von $G$ umgekehrt proportional und beträgt nur etwa 0,01 bis 0,02 mm, so daß eine starke Okular-Vergrößerung nötig ist, um die Streifen gut beobachten zu können. Um von ungewollten Veränderungen der Beobachtungseinrichtung unabhängig zu sein, wird nicht mittels einer Marke auf diese Streifen eingestellt, sondern dafür ein zweites festes Streifensystem benutzt, zu dessen Erzeugung Licht oberhalb der Kammern $H$ zum gleichen Doppelspalt $G$ geleitet wird.

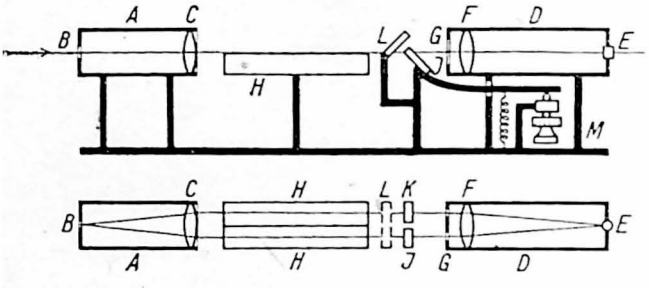


Abb. 233. Interferometer nach Arago

Damit die beiden Streifensysteme getrennt gesehen werden, hat das Okular $E$ eine starke, etwa fünfzigfache Vergrößerung nur im Horizontalschnitt, indem die Interferenzerscheinung mittels einer sehr kurz brennweitigen Zylinderlinse (mit vertikal stehender Achse) sowie einer davor befindlichen torischen Linse betrachtet wird. Im Vertikalschnitt wirkt bloß die letztere, deren Brennweite hier etwa gleich der Länge des Fernrohrs $D$ ist und die damit die Beobachtung der Kante einer schräggestellten Glasplatte $L$ erlaubt, durch die das Vergleichsbündel so versetzt wird, daß die beiden Streifensysteme scharf aneinandergrenzend gesehen werden. Von den beiden gleich dicken Kompensatorplatten $J$ und $K$ (einem dem Jaminschen ähnlichen Kompensator, s. S. 415) steht $K$ fest, während sich $J$ durch einen langen Hebel mittels der Mikrometerschraube $M$ mit Trommelablesung meßbar drehen läßt. Somit kann durch $J$ den beiden Teilen des unteren Bündels ein solcher Gangunterschied erteilt werden, daß der durch den verschiedenen Kammerinhalt erzeugte gerade aufgehoben wird und die beiden Streifensysteme wieder genau übereinander stehen wie bei der Nullstellung des Gerätes.

Der mittlere Fehler der Einstellungen beträgt etwa $\pm \frac{1}{20}$ Streifenbreite, so daß bei Verwendung einer Kammer von 100 cm Länge noch ein Brechungsunterschied von drei Einheiten der achten Dezimale zu erkennen ist.

$\beta$) Absolute Eichung nach Wellenlängen. Die Trommelteile des Kompensators für eine Streifenbreite bestimmt man für verschiedene Wellenlängen, und zwar über seinen ganzen Meßbereich, weil die Kompensatorwirkung nicht konstant ist. Von einer relativen Eichung der Meßtrommel spricht man, wenn die Trommelteile unter Benutzung der Brechungszahl der Gase direkt in Prozenten gewisser Gasgemische ausgewertet werden.

Löwe, Z. Instrkde. **30**, 321, 1910.

$\gamma$) Messungen bei stetiger und unstetiger Zustandsänderung. Die Arbeitsweise ist die gleiche wie beim Jaminschen Interferenzrefraktor (S. 413), nur daß man an Stelle der dortigen Plattendrehung zur meßbaren Veränderung des Gangunterschiedes hier den Kompensator verwendet. Es gilt auch wieder die Gl. (73) und das über die Wanderung des farblosen Streifens Gesagte.

δ) Drehkammer. Die Schwierigkeit des Wanderns des farblosen Streifens läßt sich umgehen, wenn man mit der Drehkammer von 1 bis 10 cm Länge im monochromatischen Licht arbeitet. Diese Meßkammer läßt sich innerhalb eines mit dem Lösungsmittel gefüllten Temperiertroges um einen gegebenen Winkel drehen. Aus der Anzahl der dabei vorüberwandernden Streifen ist dann die Ordnungszahl der beobachteten Interferenzen berechenbar. Auf solche Weise erhält man mit der 1-cm-Kammer die Brechungszahl auf etwa eine Einheit der sechsten Dezimale genau.

Geffcken u. Kruis, Z. phys. Chem. (A) **166**, 16, 1933; (B) **23**, 175, 1933.

## F. Messungen aus Ablenkungen anderer Art

**a) Messung mittels Eintauchens in ein Flüssigkeitsgemisch,** eine Methode zur Bestimmung der Brechungszahl $n$ einer Linse. Am Spektrometer wird bei Unendlich-Stellung des Fernrohrs mit dem Okular scharf auf das Spaltbild eingestellt. Nun wird ein Trog mit parallelen Glaswänden, in dem sich ein Flüssigkeitsgemisch von einer der Linse ähnlichen Brechungszahl befindet, auf das Tischchen gebracht, und zwar senkrecht zur Sehlinie des Fernrohrs (S. 392). Man taucht die Linse so, daß ihre Achse mit der des Fernrohr-Objektivs zusammenfällt, in die Flüssigkeit und verändert deren Zusammensetzung, bis das Spaltbild wieder parallaxenfrei deutlich gesehen wird. Dann sind die Brechungszahlen von Flüssigkeit und Linse gleich, und das $n$ der Flüssigkeit kann darauf z.B. nach S. 407 ermittelt werden. Betreffs hierfür geeigneter Flüssigkeiten vgl. S. 404 und 407. Da die Dispersionen von Linse und Flüssigkeit nicht ganz gleich sein werden, muß man in homogenem Licht oder mit Filter arbeiten.

Man kann die Differenz der Brechungszahlen, wenn sie noch nicht ganz gleich sind, aus der Veränderung $d$ des Fernrohr-Auszuges berechnen, die nötig ist, um das Spaltbild wieder scharf einzustellen. Sind $r_1$ und $r_2$ die Krümmungsradien der Linse (positiv für konvexe, negativ für konkave Flächen), $n$ und $n'$ die Brechungszahlen von Linse und Flüssigkeit, $f$ die Fernrohr-Brennweite, so ergibt sich, wenn $d$ bei Auszugsverlängerung als positiv angenommen wird,

$$n = n' - \frac{d r_1 r_2}{f^2 (r_1 + r_2)}. \tag{74}$$

So wird auch die Brechungszahl eines größeren Bruchstückes bestimmt, indem man die der Flüssigkeit ändert, bis das Spaltbild wieder scharf wird.

Eine ähnliche Einbettungsmethode unter dem Mikroskop wird von Mineralogen viel benutzt; Saylor, J. Res. Bur. Stand. **15**, 277, 1935.

**b) Messung der Brechungszahl einer Flüssigkeit mittels Zwillingsprismas.** Nach dieser Methode läßt sich das $n$ einer Flüssigkeit für sichtbares Licht und Ultraviolett messen, auch noch für solche Strahlen, die in ihr schon stark absorbiert werden, weil es nur einer geringen Dicke der Flüssigkeitsschicht bedarf. Kreuzt man das in einem Trog befindliche Zwillingsprisma mit einem hinter ihn gesetzten stark dispergierenden Prisma, so läßt sich mit einem Blicke die Änderung von $n$ mit der Wellenlänge übersehen.

Martens, Ann. Phys. **6**, 603, 1910.

**c) Messung der Brechungszahl einer Flüssigkeit mittels Kristallplatte.** Eines der einfachsten Mittel, das $n$ zu bestimmen, ist die Messung des scheinbaren Achsenwinkels in Luft $\alpha_2$ und in der Flüssigkeit $\alpha'$ mittels einer und derselben Kristallplatte, z.B. des Baryts $BaSO_4$ (S. 472). Es gilt dann die Gleichung

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}\alpha_2}{\sin \frac{1}{2}\alpha'}. \tag{75}$$

## 4. Prüfung auf optische Homogenität und Planparallelismus

### A. Homogenität

**a) Schlierenmethode (Toepler).** Unter einer Schliere versteht man eine inhomogene Stelle in einem sonst homogenen Mittel, die durch eine besondere optische Anordnung sichtbar gemacht werden kann, sobald die Schliere eine, wenn auch nur sehr wenig, andere Lichtbrechung als ihre Umgebung besitzt. So muß z.B. Glasmaterial, aus dem gute optische Dinge hergestellt werden sollen, zuvor auf seine Homogenität untersucht werden. Nach Cranz benutzt man einen

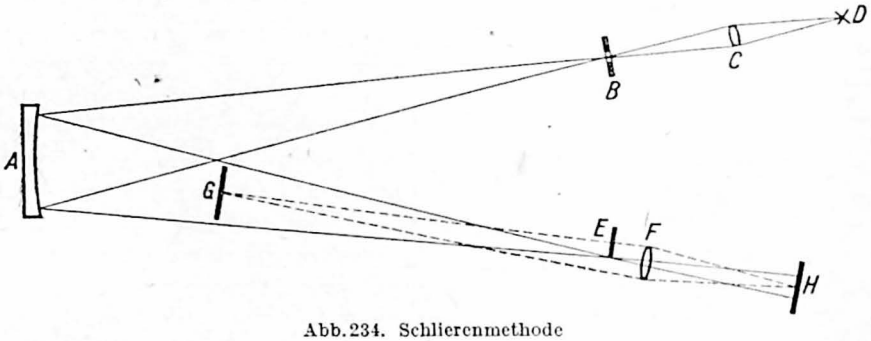



Abb. 234. Schlierenmethode

vorderseitig verspiegelten Hohlspiegel $A$ (Abb. 234) von 35 cm Durchmesser und 700 cm Krümmungsradius; in dieser Entfernung von $A$ wird die Spaltblende $B$ von $5 \times 10$ mm² aufgestellt, die man mittels der Linse $C$ und der Bogenlampe $D$ stark so beleuchtet, daß $A$ ganz von Licht ausgefüllt wird. Ein Bild von $B$ entsteht bei $E$; nahe dahinter befindet sich die achromatische Linse $F$, die das auf Schlieren zu prüfende Ding $G$ auf dem Schirm $H$ (bzw. auf einer photographischen Platte) abbildet. Wird nun durch Einführung der scharfkantigen, einseitig wirkenden Blende $E$ (Schlierenblende) das helle Spaltbild etwa zur Hälfte verdeckt, so erscheinen die Schlieren deutlich auf $H$ abgebildet; denn es erfolgt für diejenigen Punkte einer Schliere (d.h. einer unregelmäßig prismatisch begrenzten Stelle anderer Lichtbrechung), die das einfallende Licht in der Abbildung nach oben brechen, also nach $E$ hin ablenken, eine Verdunkelung auf dem hellen Grunde von $H$. Entsprechend findet bei einer Brechung der Lichtstrahlen nach unten eine Aufhellung für die betreffenden Punkte der Schliere statt, und zwar eine um so größere, je stärker die Ablenkung ist. So bewirkt eine durch die Schliere verursachte Verschiebung des Lichtes auf der Schlierenblende senkrecht zu ihrer Kante um Bruchteile eines Millimeters bereits eine merkbare Helligkeitsänderung auf dem Schirm.

Sehr geringe durch Temperatur oder Druck verursachte Unterschiede in der Dichte und damit der Brechungszahl von Gasen können mit Hilfe dieses Schlierenverfahrens sichtbar gemacht werden. So lassen sich Konvektionsströmungen in Gasen photographieren, ohne den Vorgang selbst in merklicher Weise zu beeinflussen, z. B. Luftschlieren, entstanden durch elektrischen Funken oder Gasstrahl.

Cranz u. Schardin, Z. Phys. 56, 147, 1929; Schardin, D. Toeplersche Schlierenverfahren, Forsch. Ing.-Wes., Ausgabe B, 5, Forsch.-H. 367, 1934.

**b) Anordnung nach Abbe am Spektrometer.** Sein Spalt wird durch die kleine stark beleuchtete Lochblende $A$ (Abb. 235) ersetzt und in der Brennebene des Fernrohr-Objektivs $B$, wo das Lochbild entsteht, die Kreisringblende $C$ so angebracht, daß ihr zentral gelegener runder Schirm das helle Lochbild gerade eben verdeckt. Der äußere Durchmesser der ringförmigen Öffnung in $C$ wird gleich dem Durchmesser der Augenpupille (8 mm) gewählt. Man bringt den Probekörper $D$ zwischen die Objektive auf das Tischchen und akkommodiert, mit bloßem Auge durch den ringförmigen Schlitz von $C$ blickend und $B$ als Lupe benutzend, deutlich auf $D$. Dann werden die Schlieren vermöge der durch sie über den Rand des zentralen Schirmes abgelenkten Strahlen als leuchtende Striche und Bänder auf dunklem Grunde sichtbar. So läßt sich ebenfalls mangelhafte Politur einer Platte gut nachweisen, da sich die geringsten Kratzer und schlecht auspolierte Stellen durch das von ihnen fortgebeugte Licht bemerkbar machen, genau so wie etwa scharfkantige nadelförmige Schlieren im Innern der Platte.

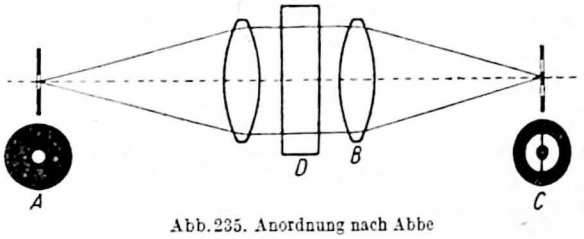


Abb. 235. Anordnung nach Abbe

## B. Isotropie

**a) Eigenspannungen in Glasplatten.** Im Gegensatz zu den anisotropen oder kristallisierten Mitteln pflanzt sich in den isotropen oder amorphen Körpern eine optische Wellenbewegung nach allen Richtungen gleich schnell fort. Zu den amorphen Körpern rechnet man gewöhnlich auch das optische Glas, obwohl dieses nur in dünnen Schichten von wenigen zehntel Millimetern als praktisch wirklich isotrop anzusprechen ist. Dagegen weisen größere Stücke selbst oder bestgekühlten Gläser immer Eigenspannungen auf, die sie von dem Erkaltungsvorgang her behalten haben. Ähnliche Spannungen können wie im Glase auch in anderen durchsichtigen Körpern (z. B. Zelluloid, Bakelit, Xylonit, Harzstoffen) durch einseitigen Druck, Biegungen, schlechten Temperaturausgleich usw. künstlich hervorgerufen werden und erzeugen dann in dem betreffenden Stoff Doppelbrechung des Lichtes. In dünnen Schichten dieser Körper, bei gut gekühltem Glase auch in dickeren Scheiben, kann man die Spannungen über die Dicke der Platte als konstant annehmen.

Fällt ein linear polarisierter Lichtstrahl nahezu senkrecht auf eine solche Platte, so wird er in zwei senkrecht zueinander schwingende Komponenten zerlegt, die in den Richtungen der beiden an der betreffenden Stelle vorhandenen Haupt-

spannungen $T_1$ und $T_2$ schwingen, die Platte mit verschiedenen, den Hauptspannungen proportionalen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten durchsetzen und demgemäß beim Austritt eine gewisse Phasenverschiebung aufweisen, so daß elliptisches Licht entsteht. Bezeichnet $\lambda$ die Wellenlänge der Lichtsorte in Luft, $k$ die Interferenz-Ordnungszahl und $d$ die Plattendicke, so ist der Gangunterschied der beiden Komponenten $k\lambda = Cd(T_2 - T_1)$, worin $C$ eine aus den Elastizitätskonstanten des Stoffes berechenbare Konstante bedeutet.

Da für die oben erwähnten organischen Kolloide der Koeffizient $C$ besonders hoch ist, pflegt man aus ihnen auf dem Gebiete der Photoelastizität die Modellkörper zu verfertigen, die zur Untersuchung der Spannungszustände in Konstruktionsteilen dienen. Coker u. Filon, Photo-elasticity. Cambridge 1931; Föppl u. Neuber, Festigkeitslehre mittels Spannungsoptik. München u. Berlin 1935; Filon, Photo-elasticity for engineers. Cambridge 1936; Mesmer, Spannungsoptik. Berlin 1939.

Andererseits ist $k\lambda = d(n_2 - n_1)$, wenn $n_1$ und $n_2$ die Brechungszahlen für die beiden Komponenten an der betreffenden Stelle der Platte bezeichnen (S. 489). Der Gangunterschied $k\lambda$ läßt sich nach S. 499 messen, sobald man die Schwingungsrichtungen der beiden Komponenten mit Hilfe gekreuzter Nicols bestimmt hat. Durch Berechnung von $n_2 - n_1$ für die einzelnen Plattenorte erhält man ein Bild von der Verteilung der Spannungen in der Platte. Die Linien, die alle die Punkte miteinander verbinden, in denen die Hauptspannungen und damit auch die Schwingungsrichtungen der Komponenten einander parallel sind, heißen Isoklinen. Wollte man die Platte direkt zwischen die Nicols setzen, so würde von einer größeren Platte immer nur ein kleines Stück mit einem Male zu übersehen sein; deshalb wird zur Vergößerung des Gesichtsfeldes eine Linse oder ein Hohlspiegel zu Hilfe genommen.

**b) Untersuchung auf Spannung nach der Linsenmethode.** Die durch Spannungen in durchsichtigen Körpern erzeugte Doppelbrechung ist zwischen gekreuzten Nicols (man benutzt dafür gute Glan-Thompsonsche Prismen nach S. 466) durch teilweise Aufhellung des Gesichtsfeldes erkennbar. Man bringt das Auge an den Ort $A$ (Abb. 236) des von der Linse $B$ erzeugten Bildes der runden

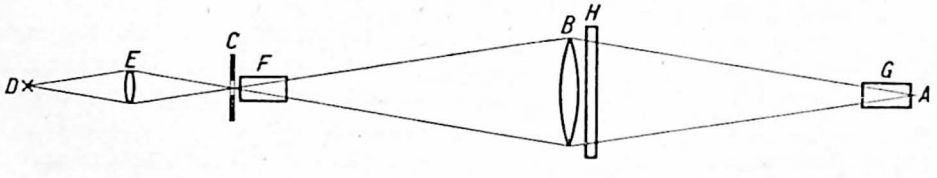



Abb. 236. Spannungsuntersuchung nach der Linsenmethode

Öffnung $C$ (z. B. einer Irisblende) von 5 mm Durchmesser, die durch die recht helle weiße Lichtquelle $D$ mittels der Linse $E$ beleuchtet wird. Im Strahlenkegel befindet sich dicht bei $C$ der polarisierende Nicol $F$, nahe vor $A$ der analysierende $G$. Die bikonvexe Linse $B$ von 10 cm Durchmesser und 100 cm Brennweite muß vor allem nahezu spannungsfrei sein, also möglichst dünn aus ausgesuchtem Glase hergestellt werden. Der Probekörper $H$ in Plattenform wird dicht bei $B$ aufgestellt; einer etwa durch ihn hervorgerufenen kleinen Ablenkung der Lichtstrahlen wird durch seitliche Verschiebung von $G$ nachgegangen. Bei gekreuzten Nicols sieht man beim Akkommodieren auf $H$ direkt die Isoklinen als verschieden geformte dunkle Streifen (ohne gefärbten Saum) auf hellem Grunde,

Wenn an allen dunklen Stellen stimmen die Schwingungsrichtungen der Komponenten in $H$ mit denen der beiden Nicols überein.

Durch Drehen des Körpers $H$ in sich erhält man andere Isoklinen, die in eine Figur von $H$ eingezeichnet werden können; wird $H$ jedesmal um den gleichen Winkel weitergedreht, so erhält man auf der Zeichnung das Isoklinenfeld, aus dem die Spannungsverteilung abgeleitet werden kann. Dagegen bewegen sich bei seitlicher Verschiebung von $H$ die Isoklinen entsprechend mit $H$ zur Seite. Je größer die Spannungen sind, um so schmaler werden die schwarzen Streifen und um so heller das übrige Gesichtsfeld; bei sehr starken Spannungen nimmt letzteres Färbungen an wegen der dann vorhandenen großen Phasendifferenzen. Die Methode ist bei Verwendung starken Lichtes sehr empfindlich. Um das Spannungsbild festzuhalten, stellt man bei $A$ eine Kamera auf, deren Objektiv ein Bild von $H$ auf die photographische Platte wirft.

In gut gekühlten runden Glasplatten zeigen die Eigenspannungen in der Regel eine völlig radiale Symmetrie, indem die Hauptschwingungsrichtungen die radiale und tangentiale sind, wobei der Betrag der Doppelbrechung nur vom Abstand von der Plattenmitte abhängt und in dieser gleich Null ist. Dann bestehen die Isoklinen aus einem dunklen Kreuz, dessen Schnittpunkt in der Plattenmitte liegt und das seine Lage beibehält, wenn die Platte in sich gedreht wird. Da es sich bei seitlicher Verschiebung der Platte mit dieser bewegt, kann es nicht mit dem nur schwach ausgeprägten Kreuz verwechselt werden, das eine selbst spannungsfreie Linse $B$ zeigt und dessen dunkle Achsen parallel zu den Schwingungsrichtungen der beiden Nicols liegen. Im Falle der Linse entsteht die schwache, nach dem Rande hin zunehmende Aufhellung im Gesichtsfelde durch Depolarisation des Lichtes dort, wo die Strahlen genügend schräg auf die Linsenflächen auffallen und die Einfallsebenen merkliche Winkel mit der Schwingungsebene des polarisierten Lichtes einschließen, so daß dieses in die beiden Hauptkomponenten zerlegt wird, und zwar in eine starke und eine sehr schwache, von denen die letztere von dem Analysator $G$ hindurchgelassen wird.

Theorie der Eigenspannungen bei v. Laue, Z. techn. Phys. **11**, 385, 1930 u. **12**, 225, 1931.

In präzisionsgekühlten Objektivscheibengläsern von beliebigen Durchmessern und Dicken soll an keiner Stelle die Doppelbrechung $n_2 - n_1$ für sichtbares Licht den Betrag $1 \cdot 10^{-6}$ erreichen; solche Glasplatten sind dann als hinreichend spannungsfrei für die meisten Zwecke der praktischen Optik zu bezeichnen.

Um stärkere, ungleichmäßig verteilte Spannungen in Objektiven sichtbar zu machen, ersetzt man die Linse $B$ durch das Objektiv und wählt Abstand $CB$ gleich $BA$ gleich der doppelten Brennweite des Objektivs (nur angenähert richtig wegen der Nicols). Bedeutend empfindlicher wird die Untersuchung für Objektive, unregelmäßig begrenzte Stoffe, Hohlkörper uw., wenn sie in eine nahe der Linse $B$ angebrachte Küvette eingetaucht werden, die von gut spannungsfreien Glaswänden begrenzt und mit $m$-Xylol oder einer passend gewählten Lösung von Alkohol und Anilin gefüllt wird, deren Brechungszahl ungefähr mit der des Probekörpers übereinstimmt, damit keine starke Brechung der Lichtstrahlen auftritt (S. 408). Sollen Prismen geprüft werden, so beleuchtet man mit der sehr hellen elektrischen Natriumkleinlampe (S. 449), stellt das Prisma nahe bei $B$ ungefähr ins Minimum der Ablenkung und den Analysator $G$ in den abgelenkten Strahlenkegel.

**c) Untersuchung auf Spannung mittels Hohlspiegels.** Die beiden Nicols werden dicht beieinander am Krümmungsmittelpunkt $J$ (Abb. 237) des vorderseitig verspiegelten Hohlspiegels $B$ (z. B. von 20 cm Durchmesser und 400 cm Krümmungsradius) aufgestellt, damit die kreuzförmige Aufhellung des Spiegels durch Depolarisation des Lichtes möglichst gering bleibt. Die zu prüfende Platte $H$, die von dem Lichte zweimal durchsetzt wird, muß $B$ sehr nahe gebracht werden. Für eine recht starke Beleuchtung durch das Spiegelprisma $K$ hindurch ist auch hier zu sorgen.

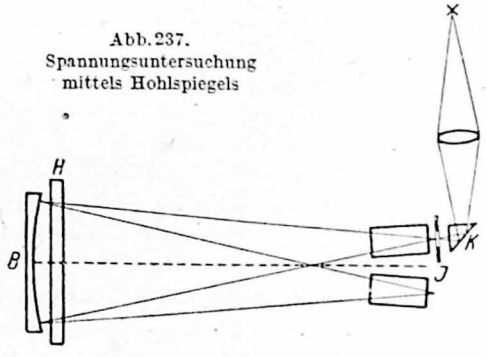


Abb. 237. Spannungsuntersuchung mittels Hohlspiegels

Bringt man links vor den Nicols noch je eine Viertelwellen-Glimmerplatte an, so können nach Tardy, Rev. d'optique **8**, 59, 1929, die Spannungen recht bequem auch quantitativ gemessen werden.

**d) Glasspannungsprüfer** für die Technik zur Untersuchung größerer Glasgefäße, der Einschmelzstellen von Glühlampen, Ionenröhren usw. werden in mannigfaltigen Modellen gebaut. Als Polarisator dient meist ein großer gekrümmter schwarzer Spiegel (S. 464); die Größe der auftretenden Doppelbrechung läßt sich dabei mittels eines Satzes von Glimmer- oder Gipsblättchen schätzen.

**e) Interferometrische Spannungsmessung** mittels eines Vierplatten-Interferometers nach Mach-Zehnder (S. 414) beschreibt Tank, Helv. Phys. Acta **9**, 611, 1936.

### C. Planparallelismus

**a) Ebenheit.** α) Mit dem Spektrometer. Unvollkommen ebene Flächen zeigen häufig in ihrer ganzen Ausdehnung oder einem größeren Teil eine schwache sphärische oder doppelte Krümmung. Dann kann man die Güte durch die Größe des Krümmungsradius oder der Hauptkrümmungsradien angeben. Soll eine Fläche einer Parallelplatte geprüft werden, so überzieht man die andere Fläche mit Zedernholzöl und drückt darauf schwarzes Seidenpapier, um von dieser kein zurückgeworfenes, die Beobachtungen störendes Licht zu bekommen.

Durch Autokollimation (S. 391). Das Fernrohr mit beleuchtetem Fadenkreuz sei bestens auf Unendlich eingestellt. Der Körper mit der zu untersuchenden Fläche wird auf dem Tischchen so gerichtet, daß sie angenähert senkrecht zur Sehlinie des Fernrohrs steht. Bei einer hinreichend ebenen Fläche muß das von ihr gespiegelte Fadenkreuz-Bild genau in der Unendlichstellung des Fernrohres deutlich sein. Läßt sich ersteres zwar scharf (ohne Parallaxe) einstellen, muß man aber dazu den Fernrohr-Auszug aus der Unendlichstellung um $d$ herausziehen (hineinschieben), so ist die Fläche bzw. ihr vom Lichtzylinder getroffener Teil konvex (konkav) und besitzt den Krümmungsradius $r = \frac{F^2}{d}$, wenn $F$ die Brennweite des Fernrohr-Objektivs ist. Wird bei dieser Einstellung nur ein Faden des Fadenkreuzes scharf, so erhält man den Krümmungsradius in der zum deutlichen Faden senkrechten Richtung; auf diese Weise kann man die beiden

Hauptkrümmungsradien ermitteln, wenn die Fläche in sich drehbar aufgestellt wird. Die Einstellungsgenauigkeit wird um so höher, je größer das nutzbare Öffnungsverhältnis des Objektivs ist.

Durch Spiegelung des Kollimatorspaltes. Diese Methode läßt sich dadurch besonders empfindlich gestalten, daß man den Einfallswinkel $\varepsilon$ der Strahlen auf die Fläche des entsprechend auf dem Tischchen eingestellten Probekörpers möglichst groß macht. Muß für das Deutlichwerden des Spaltbildes der Fernrohr-Auszug wieder aus der Unendlichstellung um $d$ verschoben werden, so ist jetzt der Krümmungsradius in der zum Spalt senkrechten Richtung $r = \frac{2F^2}{d \cos \varepsilon}$; Krümmungssinn wie oben. Noch empfindlicher ist es, statt des Spaltes ein in der Brennebene des Kollimators befindliches Kreuz aus feinsten Spinnfäden zu benutzen.

$\beta$) Mit dem Interferenzgerät. Diese Methode ist die empfindlichste und läßt im Gegensatz zu den Methoden unter Abschn. $\alpha$, die die Beschaffenheit einer Fläche nur im großen und ganzen zu beurteilen gestatten, zugleich jede örtliche Unebenheit erkennen. Wohl kann man die Probefläche mit einer anderweitig als eben bekannten Fläche einer Glasplatte in Berührung bringen und aus den dann bei Beleuchtung mit weißem oder homogenem Licht auftretenden Interferenzkurven in der dünnen Zwischenluftschicht Rückschlüsse auf die Güte der Probefläche ziehen, doch ist eine solche Untersuchung mit merklichen Fehlern behaftet, weil sich die Flächen bei der innigen Berührung allzu leicht verziehen. Deshalb und auch um eine Verletzung der Flächen beim Wiederauseinanderziehen der Platten zu vermeiden, ist es besser, zwischen beiden eine etwa 0,4 mm dicke Luftschicht herzustellen und die in ihr entstehenden Interferenzstreifen zu beobachten.

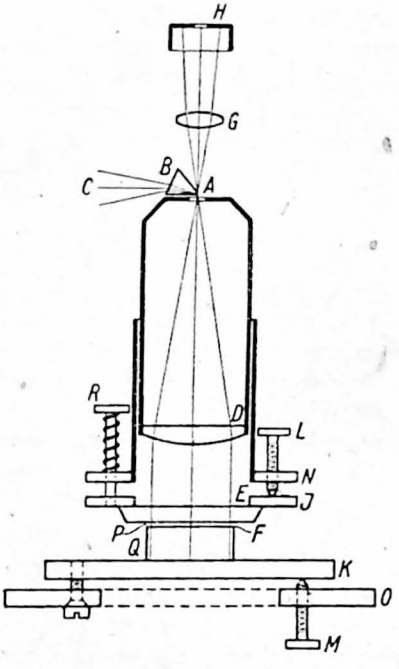


Abb. 238. Interferenzgerät

Eine dafür geeignete Anordnung besitzt das in Abb. 238 angedeutete Interferenzgerät von Brodhun u. Schönrock.

1. Konstruktion. Die Blende $A$ mit kreisförmigem Diaphragma wird zur Hälfte von dem Spiegelprisma $B$ bedeckt. Das in Richtung $C\,B$ eintretende Licht fällt auf die Linse $D$ (z. B. von 5 cm Durchmesser und 13 cm Brennweite) und aus ihr parallel austretend auf die einen Keilwinkel von etwa 45 Minuten besitzende Vergleichsplatte $E$ und die zu untersuchende Fläche $F$. Hier zurückgeworfen, gelangt es in das durch die freigebliebene Halböffnung bei $A$ blickende Auge, und zwar nach Wegklappen der zur Richtung dienenden Lupe $G$ mit dem in ihrer Brennebene befindlichen Okulardeckel $H$ (in Gestalt einer gut schließenden Irisblende). $E$ ist keilförmig, damit das von ihrer oberen Fläche gespiegelte Licht nicht durch die freie Öffnung $A$ gelangt. $E$ und $F$ sind zum Strahlengang richtbar, indem jeder der beiden sie tragenden Teller $J$ und $K$ um zwei zueinander senkrechte Achsen drehbar ist, was zwecks rascher Einstellung des Interferenz-

streifen-Systems unbedingt gefordert werden muß und mit Hilfe von je zwei Stellschrauben $L$ bzw. $M$ geschieht, übereinstimmend mit der Einrichtung des Prismentischchens S. 389, Abb. 210. Die Scheiben $N$ und $O$ sind in vertikaler Richtung verschiebbar und in passender Höhe festklemmbar, und zwar $O$ an den drei zylindrischen Säulen, die das ganze Gerät tragen. Das bei $A$ befindliche Auge erblickt, wenn die Entfernung zwischen $E$ und Objektiv $D$ einigermaßen richtig gewählt ist, durch das letztere als Lupe deutlich die in der Luftschicht $P$ entstehenden Fizeauschen Interferenzkurven gleicher Dicke (S. 371), die um so schärfer erscheinen, je kleiner die Öffnung $A$ gewählt wird, soweit das die Helligkeit der Lichtquelle zuläßt. Mit einer kleinen über $A$ vorklappbaren Kamera kann man das Interferenzbild auch photographieren und dann bequem ausmessen. .

Brodhun u. Schönrock, Z. Instrkde. 22, 355, 1902.

2. Beleuchtung. Mit einer hinreichend großen Beleuchtungslinse wird ein Bild der Lichtquelle nahe bei $A$ entworfen, so daß $D$ ganz von Licht ausgefüllt ist. Als solche ist das Natriumlicht wegen seiner Doppellinie (S. 372) hier wenig geeignet. Man beleuchtet mit einer Quecksilberlampe (S. 451), und zwar entweder ohne jede Reinigung, wobei man die Interferenzstreifen für die weitaus hellste grüne Linie der Wellenlänge $\lambda = 0{,}000\,546$ mm erzielt, oder besser durch Einschalten eines Filters (z. B. des 2 mm dicken Blauglases BG 12, s. S. 356) an der Lampe für die blaue Linie $\lambda = 0{,}000\,436$ mm, weil diese wegen ihrer kürzeren Wellenlänge den Vorzug verdient und auch photographisch gut wirksam ist.

3. Ausführung der Messungen. Es kann jede spiegelnde Fläche aus beliebigem Stoff geprüft werden. Gehört $F$ nicht einer Platte $Q$ an, sondern z. B. einem Prisma oder beliebig anders gestalteten Körpern, so muß ein passender Unterbau hergestellt werden, der auf das Tischchen $K$ gesetzt die Fläche $F$ ungefähr in die horizontale Lage bringt. Besitzt $F$ starke Metallspiegelung, so wird zur Erzielung gut sichtbarer Interferenzstreifen die untere Fläche von $E$ halbdurchlässig verspiegelt, um die beiden interferierenden Wellenzüge auf nahe gleiche Intensität zu bringen. Man richtet die untere Fläche von $E$ und die Fläche $F$ so, daß die durch Spiegelung an ihnen entstehenden Bilder des von $B$ bedeckten Halbkreises der Blende $A$ die freie Hälfte ausfüllen, was mittels Lupe $GH$ zu erkennen ist. Klappt man sie weg, so sieht das Auge durch $A$ eine Reihe von Interferenzstreifen in der Luftschicht $P$, die durch abwechselnde Betätigung der beiden Stellschrauben $L$ so eingeregelt wird, daß möglichst wenige Streifen übrigbleiben. Tritt dabei ein in sich geschlossener Streifen auf, so bringt man ihn möglichst in die Mitte des Gesichtsfeldes; im mittleren Teil des geschlossenen Streifens sind dann die beiden Flächen von $P$ einander parallel gestellt, und mit Bezug auf die Ebene, die durch dieses Stück der Fläche $F$ gelegt werden kann, sind alle Vertiefungen und Erhöhungen von $F$ in Gestalt der vorhandenen Streifen graphisch dargestellt.

4. Krümmungsradius und -sinn. Der Dickenunterschied in der Luftschicht $P$ zwischen zwei benachbarten dunklen Streifen beträgt $\frac{1}{2}\lambda$. Ist $F$ gut eben, so müssen, wenn das Gesichtsfeld noch vier Streifen aufweist, diese geradlinig, parallel und in gleichen Abständen verlaufen; man kann dann schließlich $P$ so parallel machen, daß das Gesichtsfeld ohne jeden Streifen eine

ganz gleichmäßige Helligkeit bzw. Dunkelheit zeigt. Entstehen dagegen Ringe, so ist Fläche $F$ sphärisch gekrümmt, und ihr Krümmungsradius $r$ berechnet sich, wenn $b$ der Durchmesser des äußersten Ringes und seine Luftdicke um $d$ größer oder kleiner als die im Zentrum ist, zu $r = \frac{b^2}{8d}$; zeigen sich z. B. drei dunkle Kreise und in der Mitte noch ein dunkler Fleck, so wird $d = \frac{3}{2}\lambda$. Der Krümmungssinn von $F$ läßt sich bestimmen, indem man mit den Fingerspitzen sanft und gleichmäßig das Tischchen $K$ nach unten drückt und so die Dicke von $P$ ein wenig vergrößert; vergrößern (verkleinern) sich hierbei die Kreise, so ist $F$ konkav (konvex). Der Winkel, den zwei um die Strecke $b$ voneinander entfernte Flächenelemente von $F$ miteinander bilden, ist $\beta = \frac{b}{r}$.

5. Messung einer sehr schwachen Krümmung. Läßt sich nicht mehr als ein dunkler Ring einstellen, so kann $r$ nach Schönrock genauer bestimmt werden, wenn man drei dunkle Streifen erzeugt und die Krümmung des mittleren ausmißt (Abb. 239). Ist $AB = b$ und die leicht zu schätzende bzw. auf der photographischen Platte ausmeßbare Pfeilhöhe des Streifens $\frac{CD}{CE} = s$ ausgedrückt in Bruchteilen des Streifenabstandes, so gilt

$$r = \frac{b^2}{4s\lambda} - \frac{CE(CE-CD)}{\lambda}.$$

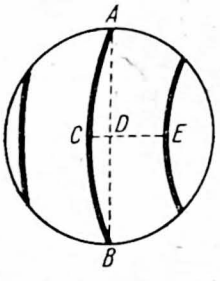


Abb. 239. Interferenzstreifen

Auch der Krümmungssinn ergibt sich wieder eindeutig, denn wandern bei einer Vergrößerung der Luftplattendicke z. B. die Streifen in der Richtung von $C$ nach $E$ hin, so liegt die Keilkante der Luftschicht in der Abbildung nach rechts hin, und folglich ist die Fläche konvex, weil $AB$ rechts von $C$ liegt. Hier erhält man den Krümmungsradius $r$ der Fläche in der Richtung $AB$; da die Streifen in jede beliebige Richtung gestellt werden können, läßt sich so nacheinander die genaue Gestalt der ganzen Fläche bestimmen.

Ein Wert $s = 0{,}1$ macht sich in der Interferenzfigur schon deutlich sichtbar; haben daher in Abb. 238 die Teile $D$ und $E$ Öffnungen von 100 mm Durchmesser und beobachtet man bei einer Fläche $F$ von $b = 100$ mm mit der blauen Hg-Linie $s = 0{,}1$, so besitzt $F$ den Krümmungsradius $r = 57$ km. Derartige Messungen müssen naturgemäß bei sehr konstanter Zimmertemperatur ausgeführt werden.

6. Unregelmäßig gekrümmte Flächen. Hat $F$ zwei Hauptkrümmungsradien, so werden die Ringe oval, und man bekommt im Grenzfall bei walzenförmigen Flächen parallele Streifen, die sich bei Vergrößerung der Luftplattendicke nach der Mitte zu bewegen oder von ihr entfernen. Bei einer teils konkaven, teils konvexen Fläche werden sich mit zunehmender Luftplattendicke gleichzeitig einige Streifen voneinander entfernen, andere einander nähern. Dabei wird sich auch jede örtlich eng begrenzte Unebenheit bemerkbar machen. Immer aber kann man bei entsprechend veränderter Deutung der Größen $b$ und $d$ den Krümmungsradius und -sinn für jede Stelle und Richtung auf $F$ bestimmen.

7. Ebenheit der Vergleichsfläche. Ist die Fläche des Vergleichsglases $E$ nicht als vollkommen plan gegenüber der Beschaffenheit der Fläche $F$ anzusehen, so muß bei der Auswertung der Interferenzfiguren die Unebenheit von $E$ entsprechend rechnerisch berücksichtigt werden. Auf ihre Ebenheit kann die Ver-

gleichsfläche in der Weise geprüft werden, daß man sie mit der planen Flüssigkeitsoberfläche z. B. von Rizinusöl vergleicht, das sich in einem weiten Gefäß auf dem Tischchen $K$ befindet. Dabei wird das Interferenzgerät auf eine Platte mit Stellschrauben gesetzt, um die Öffnung $A$ gegen die stets horizontale Flüssigkeitsoberfläche ausrichten zu können.

Einsporn, Z. Instrkde. **57**, 265 u. 388, 1937.

Wie man die Abweichungen einer Fläche gegen eine ideale Ebene bis auf etwa 0,6 m$\mu$ genau messen kann, zeigt Schönrock, ebd. **59**, 31, 1939.

**b) Parallelismus.** $\alpha$) Mit dem Spektrometer. Abweichungen vom Parallelismus zweier Flächen mißt man durch ihren Keilwinkel. Bei den feineren Prüfungen muß für guten Temperaturausgleich gesorgt werden. Der Keilwinkel einer undurchsichtigen Platte wird wie der brechende Winkel eines Prismas nach S. 396 gemessen, derjenige einer durchsichtigen Platte durch Autokollimation nach S. 401. Entstehen hier bei Benutzung eines Abbeschen Okulars mit Spalt zwei Spaltbilder, so erhält man den Keilwinkel $\chi$ aus dem Abstand (im Winkelmaß) $\varepsilon$ der durch Drehen der Platte in ihrer Ebene in gleiche Höhe gebrachten Bilder zu $\chi = \frac{\varepsilon}{n}$, wenn $n$ die Brechungszahl der Platte ist. Sind solche Plättchen rückseitig versilbert, so richte man sie z. B. für Skalenablesung so, daß ihre Prismenkante senkrecht zu den Teilstrichen steht.

Planparallelglas. Soll ein solches zur Ausrichtung von Spektrometern, Drehachsen usw. gut brauchbar sein, so muß es, auf letztere Art geprüft, bei möglichst guter Einstellung erstens das Spiegelbild des Spaltes (oder Fadenkreuzes) deutlich und einfach zeigen und zweitens, wenn das Spiegelbild auf der einen Seite der Platte keine Parallaxe aufweist, dies auch ohne Verstellung des Fernrohr-Auszuges für die andere Seite ergeben. Dann sind beide Flächen hinreichend eben, und zugleich ist das Fernrohr auf Unendlich eingestellt.

$\beta$) Mit dem Interferenzgerät. 1. Keilwinkel. Das übersichtlichste Ergebnis über die Güte einer durchsichtigen Parallelplatte liefern die in ihr entstehenden Fizeauschen Streifen, weil sie die Kurven gleicher Plattendicke aufzeichnen. Nach Entfernen der Platte $J$ (Abb. 238) mit dem Vergleichsglase $E$ aus dem Strahlengang (durch Lösen der Schraube $R$) richtet man die auf $K$ gelegte Probeplatte $Q$ mittels der beiden Stellschrauben $M$ aus, wie S. 424 angegeben. Der Dickenunterschied, der dem Abstand $a$ zweier benachbarter dunkler Streifen entspricht, ist $\frac{\lambda}{2n}$, für Glas und Quarz gleich 0,000 141 mm im blauen Hg-Licht, also $\chi$ an der betreffenden Stelle in Sekunden

$$\chi = \frac{\lambda}{2na}\,\frac{648000}{\pi} = \frac{103000\,\lambda}{na}, \qquad (76)$$

$\lambda$ und $a$ in gleichem Maße gemessen. Bei konstantem Keilwinkel verlaufen die Streifen geradlinig und in gleichen Abständen einander parallel. Kommen $m$ dunkle Streifen auf die Strecke $b$, so wird $a = \frac{b}{m}$, folglich für Glas und Quarz im blauen Hg-Licht der Keilwinkel in Sekunden $\chi = \frac{29m}{b}$, worin $b$ in Millimetern auszudrücken ist. Andernfalls stellen die gekrümmten Interferenzkurven die Dickenverteilung in der Platte graphisch dar.

2. Sinn der Dickenänderung. Zur Bestimmung der Richtung der Dickenzunahme benutzt man die Haidingerschen Interferenzringe (S. 372), die,

durch Lupe $GH$ gesehen, als Halbkreise in der freien Hälfte der Blende $A$ sichtbar werden, falls $\chi$ unter 20 Sekunden bleibt und die Öffnung in der Irisblende $H$ genügend klein gemacht wird. Alsdann bedingt, da in ihr $Q$ abgebildet wird, nur ein kleines um die Fernrohrachse herum gelegenes Stück von $Q$ als wirksame Stelle die Erzeugung der Halbringe. Bei Verschiebung der Platte $Q$ auf ihrer Unterlage in der Richtung des Keiles, d. i. senkrecht zu den Fizeauschen Streifen, kommt man zu dünneren wirksamen Stellen von $Q$, wenn die Ringe sich nach dem Zentrum zusammenziehend kleiner werden, dagegen zu dickeren Stellen, wenn die Ringe größer werden.

3. Ausmessung sehr guter Parallelplatten. Mit diesen Halbringen in $A$ lassen sich noch die Dickenunterschiede einer Platte messen, bei der die Fizeauschen Streifen zu undeutlich auftreten, was bei sehr vollkommen parallelen oder bei über 20 mm dicken Platten der Fall ist. Man verschiebt $Q$, so daß die wirksame Stelle eine gerade, in der Irisblende $H$ zur Abbildung gelangende Linie auf der Platte beschreibt, und beobachtet den Wechsel des Zentrums von dunkel über hell in dunkel bei Ringänderung im selben Sinne. Entspricht einem solchen Wechsel (dunkel bis wieder dunkel) eine Plattenverschiebung $a$, so ist die zugehörige Dickenänderung wieder $\frac{\lambda}{2n}$. Auf diese Weise kann man die ganze Platte $Q$ regelmäßig abtasten und ihre geometrische Gestalt bezüglich der Dicke festlegen. Noch genauer läßt sich die Dickendifferenz berechnen, wenn man die Änderung des Radius eines der innersten Ringe mißt; s. S. 373.

Messung des Parallelismus bis auf etwa 0,6 $m\mu$ genau mit dem Interferometer von Schönrock, Z. Instrkde. **28**, 180, 1908; **49**, 318, 1929.

4. Prüfung auf optische Dicke $dn$. Sind von einer Platte die Dickenunterschiede und die Ebenheiten der beiden Flächen unabhängig voneinander durch Interferenz gemessen worden, so sollten die Ergebnisse miteinander in Einklang stehen. Andernfalls ist die Brechungszahl $n$ in der Platte örtlich merklich veränderlich, denn man mißt nicht die Änderung der Dicke $d$ für sich, sondern vielmehr entsprechend der Gl. (9) $k\lambda = 2dn$ (nach S. 371) die Gesamtänderung von $dn$. Trotzdem bleibt die obige Untersuchung einer Platte auf Parallelismus für die meisten optischen Zwecke maßgebend, weil nicht die Konstanz von $d$, sondern gerade die Konstanz der optischen Dicke $dn$ erwünscht ist, wie z. B. beim Etalonplattenspektroskop, Stufengitter usw.

# III. Spektroskopie der Atome und Moleküle

## 1. Allgemeines

Die Wechselwirkung zwischen Materie und Strahlung wird beherrscht durch die Frequenzbedingung $E_1 - E_2 = h \cdot \bar{\nu}$. ($E_1$, $E_2$: Energieinhalt des Materieteilchens vor und nach dem Prozeß; $h$ ist das Plancksche Wirkungsquantum, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ erg · s; $\bar{\nu}$ ist die Zahl der Lichtschwingungen pro Sekunde mit der Dimension $s^{-1}$.)

Zwischen der Wellenlänge $\lambda$ und der Schwingungszahl $\bar{\nu}$ besteht die Beziehung $\bar{\nu} = \frac{c}{\lambda}$. $c$ ist die Lichtgeschwindigkeit. In der Spektroskopie benutzt man meist die Wellenzahl $\nu$ mit der Dimension $cm^{-1}$, das ist die Zahl der Wellenlängen je Zentimeter. Es ist $\nu = \frac{1}{\lambda}$.

Als Maß für die Energie, die bei den Strahlungsprozessen zur Umsetzung kommt, dient das E-Volt (eV). 1 eV ist die kinetische Energie eines Elektrons, das durch ein Spannungsgefälle von 1 V beschleunigt worden ist. 1 E-Volt entspricht nach der Frequenzbeziehung einem Wellenzahlenbereich von 8066,0 $cm^{-1}$.

Wird die Wellenlänge des Lichtes in Luft gemessen, so ist sie durch $\lambda_{vac} = \lambda_{Luft} \cdot n$ auf das Vakuum zu berichtigen; hierbei ist $n$ die Brechungszahl der Luft (S. 387). Zur Umrechnung der Luftwellenlängen auf Vakuumwellenzahlen dient die Tabelle von Kayser, Tabelle der Schwingungszahlen. Leipzig 1925. Für nicht in der Tabelle enthaltene Gebiete benutzt man eine Reziprokentafel und ermittelt die anzubringende Berichtigung aus der Dispersion der Luft.

Paschen, Ann. Phys. (5) **31**, 29, 1938.

Die $\gamma$-Strahlen entstehen bei Energieumwandlungen innerhalb der Atomkerne. Die Röntgenstrahlen entstehen bei Energieumwandlungen der inneren Elektronenschalen der schwereren Atome. Die optischen Spektren entstehen durch Energiesprünge der äußeren Elektronen (Valenzelektronen) der Atome und Moleküle, dazu kommen bei den Molekülen noch die Energieänderungen der Schwingung und der Rotation. Atome senden Linienspektren, Moleküle Bandenspektren aus bzw. absorbieren sie. Daneben kommen auch kontinuierliche Emissions- und Absorptionsspektren vor.

Die Messung der Lichtwellenlängen erfolgt in den Einheiten $\mu$ ($10^{-4}$ cm), m$\mu$ ($10^{-7}$ cm), Å (Ångström-Einheiten, $10^{-8}$ cm), X-E. (X-Einheiten, $10^{-11}$ cm).

Man kann die Spektralbereiche abgrenzen in das ultrarote Gebiet, das nicht mehr mit photographischen Methoden untersucht wird, es reicht von der Grenze der elektrischen Wellen bei etwa 1000 $\mu$ bis 1,3 $\mu$; das Gebiet der Photographie in Luft von 13 000 bis 2000 Å; das Gebiet der Vakuumspektroskopie von 2000 Å bis 10 Å; das Gebiet der Röntgenstrahlen von 10 000 bis 50 X-E. und das Gebiet der $\gamma$-Strahlen unterhalb 270 X-E.

## 2. Meßverfahren im ultraroten Gebiet

Schaefer-Matossi, Das ultrarote Spektrum. Berlin 1930; Sutherland, Infrared and Raman-Spectra. London 1935; Czerny u. Röder, Ergebn. exakt. Naturwiss. **17**, 70—107, 1938.

### A. Allgemeines; erreichbares Auflösungsvermögen

Das Ultrarotgebiet ist von den anderen Spektralbereichen dadurch unterschieden, daß hier zum Nachweis der Strahlung noch keine technisch entwickelte photographische Methode zur Verfügung steht. Auch die Photozelle ist nur am kurzwelligen Ende (bis etwa 1,7 $\mu$) verwendbar. Die Strahlung muß daher durch die Temperaturerhöhung eines absorbierenden Körpers nachgewiesen und gemessen werden. Dies geschieht hauptsächlich mittels der klassischen Strahlungsempfänger Thermoelement, Radiometer und Bolometer (s. Abschn. Wärmestrahlung, S. 294). Alle diese Empfänger erreichen ungefähr die gleiche Grenzempfindlichkeit, die durch den geringen Wirkungsgrad der Umwandlung thermischer in mechanische Energie ($\eta = 10^{-10}$) und durch die natürliche Schwankung der Instrumente durch Brownsche Bewegung gegeben ist. Infolgedessen ist das erreichbare Auflösungsvermögen für benachbarte Energieniveaus, ausgedrückt in noch eben trennbarer Wellenzahlendifferenz $\Delta\nu$, nicht, wie im photographisch

erfaßbaren Gebiet, durch die Beugungserscheinungen der abbildenden Systeme, sondern durch die zum Nachweis erforderliche Mindestenergie gegeben. Diese muß (bei Strahlern mit kontinuierlichem Spektrum) durch Vergrößerung der Spaltweite bis zum unteren Schwellenwert der Nachweisbarkeit erhöht werden. Dadurch wird eine obere Grenze des Auflösungsvermögens bedingt, die sich auch nicht durch Temperatursteigerung des emittierenden Strahlers erhöhen läßt, denn nach dem Strahlungsgesetz wird durch Temperatursteigerung sehr viel an kurzwelliger Strahlung, aber wenig an langwelliger Strahlung gewonnen. Die kurzwellige Strahlung ließe sich dann immer schwieriger unterdrücken.
Man kann im Ultraroten mit Prismen etwa Energieniveaus von 10 $cm^{-1}$ Wellenzahldifferenz trennen, mit Gittern solche von etwa 1 $cm^{-1}$ Differenz.

### B. Strahlungsquellen

Im Ultraroten wird fast ausschließlich in Absorption beobachtet; nur für Linienspektren kommt die Emission besonders des Glimmlichts in Frage (vgl. S. 449).
Als kontinuierliche Strahlenquellen für Ultrarot kommen in Betracht:

**a) Der Nernstbrenner.** Er ist für das kurzwellige Ultrarot unter 15 $\mu$ die geeignetste Strahlungsquelle. Die Emissionsverteilung zeigt Abb. 240, Kurve *A*, in Prozenten der Emission des schwarzen Körpers.

Über die Selbstherstellung von Nernstfäden s. Tingwaldt, Phys. Z. 36, 627, 1935. Übliche Daten für Nernstbrenner: Länge 3 cm, Dicke 1 cm, Spannungsquelle 110 V, Stromstärke 1 A.

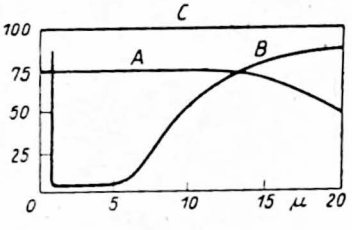



Abb. 240. Emissionsverteilung
*A* des Nernstbrenners
*B* des Auerbrenners
*C* des schwarzen Körpers

**b) Der Auerbrenner.** Er hat den großen Vorteil, keine kurzwellige Strahlung unter 8 $\mu$ zu emittieren, so daß die Schwierigkeiten der Ausfilterung dieser Strahlung fortfallen. Die Emissionsverteilung des Auerbrenners zeigt Abb. 240, Kurve *B*, in Prozenten der Emission des schwarzen Körpers. Der Emission überlagert sind die Emissionsmaxima der Bunsenflamme hauptsächlich bei 2,8 und 4,4 $\mu$.

**c) Sonstige Strahlungsquellen.** Die gasgefüllte Wolfram-Bandlampe mit Quarzfenster ist geeignet als Strahlungsquelle bis 4 $\mu$. Die Quarz-Quecksilber-Bogenlampe sendet langwellige Strahlen mit Maxima bei 218 $\mu$ und bei 343 $\mu$ aus. Thermische Strahler senden an jeder Stelle des Spektrums höchstens die Intensität des schwarzen Körpers gleicher Temperatur und gleicher Wellenlänge aus. Diese nimmt auf der langwelligen Seite des Maximums mit der 4. Potenz der Wellenlänge ab (vgl. S. 290).

### C. Zerlegung des Lichtes im Ultrarot

**a) Filter.** Zur Ausfilterung langwelliger Strahlung sind eine Reihe von Substanzen geeignet, von denen einige in der Tabelle 42 zusammengestellt sind. Der Verlauf der Durchlässigkeitskurven dieser Stoffe ist sehr flach. Steiler ist der Verlauf der Absorption der im zweiten Teil der Tabelle (b) genannten Absorber auf der kurzwelligen Seite des Absorptionsgebietes (s. auch S. 356).

**b) Methode der durchsichtigen Klappe.** Bei allen Ultrarotuntersuchungen stört trotz sorgfältiger Lichtzerlegung die meist sehr starke kurzwellige Strahlung, die durch diffuse Reflexion, Streuung usw. auf den Empfänger fällt und dadurch zu Fehlern Anlaß gibt. Um diese auszuschalten, bringt man in den Strahlengang einen Schirm, der nur für die zu messende Strahlung durchlässig ist, und mißt die Strahlungsintensität einmal mit und einmal ohne diesen Schirm.

**c) Quarzlinsen-Methode** (S. 356). Das Prinzip ist zuerst von Lenard angegeben und beruht auf der Dispersion der Linsensubstanz für langwellige Strahlen. Die Brechungszahl nimmt bei Quarz von 2,46 bei 52$\mu$ auf 2,14 bei 63$\mu$ ab. Abb. 241 zeigt, daß nur die Wellenlänge, für die die Abstände $AL_1, L_1L_2, L_2M$ die durch die Brennweite der Linse für diese Wellenlänge geforderten Werte haben, durch das System hindurchtreten kann. Kurzwellige Strahlung wird durch die Filter $F_1$ ferngehalten.

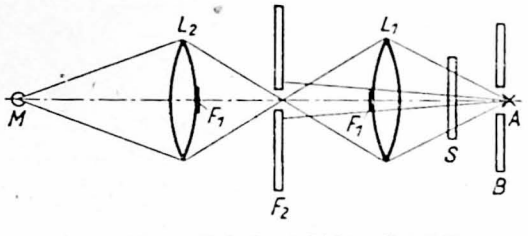



Abb. 241. Quarzlinsen-Methode. $A$ Lichtquelle, $B$ Blende, $S$ durchsichtiger Schirm, $F_1$ Filter, $F_2$ Blende, $L_1$ $L_2$ Quarzlinsen, $M$ Empfänger

Rubens u. Wood benutzten (1910) Linsen von 7,5 cm Durchmesser und einer Brennweite von 27,3 cm für sichtbares Licht. Für die langen Wellen beträgt die Brennweite dann etwa 12 cm.

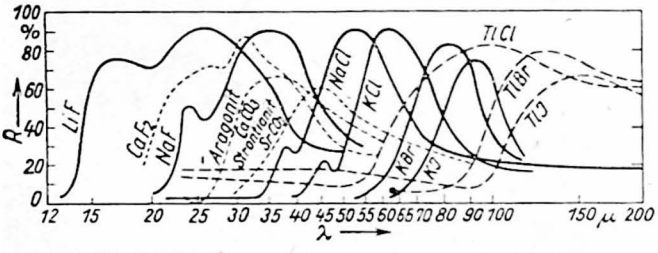



Abb. 242. Reflexionsvermögen von Reststrahlen-Substanzen

**d) Methode der Reststrahlen** (S. 355). Sie benutzt die bei vielen Stoffen vorhandenen selektiven Maxima der Reflexion. Durch vielfache Reflexion des Lichtes an solchen Stoffen findet eine scharfe Aussonderung der Reststrahlen-Wellenlängen statt. Die für diese Methode geeigneten Stoffe und die Lage ihrer Reflexionsmaxima zeigt in graphischer Darstellung die Abb. 242.

**e) Prismenspektrometer** (S. 388). Um die bestmögliche Auflösung zu erzielen, muß man in jedem Gebiet die geeignete Prismensubstanz wählen. Diese ist vom Sichtbaren bis 3,5$\mu$ Quarz, von 3 bis 9$\mu$ Flußspat, von 8 bis 16$\mu$ Steinsalz, von 15 bis 20$\mu$ Sylvin, von 19 bis 28$\mu$ Kaliumbromid.[1]) Bei Annäherung an das Gebiet der Eigenabsorption der Prismensubstanz verringert sich die wirksame Prismenbasislänge.

Zur Abbildung benutzt man im Ultrarot allgemein Hohlspiegel. Gute Abbildung wird erzielt bei Benutzung axialer Strahlengänge, entweder durch zentral gesetzte kleine Planspiegel (Abb. 243a) oder durch im Zentrum durchbohrte große Planspiegel (Abb. 243b). Wegen der endlichen Spaltlänge müssen große Parallel-

1) Eine Prismensubstanz für Ultrarotstrahlen bis 37$\mu$ ist RKS 5, Thalliumbromidjodid. Mit Prismenwinkeln $< 26°$ ist noch $\lambda = 40\mu$ erreichbar. Plyler, Journ. Chem. Phys. **15**, 885, 1947.

strahlengänge vermieden werden. Bei schiefen Strahlengängen lassen sich Abbildungsfehler bis zu einem gewissen Grade kompensieren.

Vgl. Czerny u. Plettig, Z. Phys. **63**, 590, 1930; Czerny u. Turner, ebd. **61**, 792, 1930.

Bei einem einfachen Prismenspektrometer, das mit kontinuierlichem Licht beleuchtet wird, ist bei symmetrischem Strahlengang die den Austrittsspalt verlassende Energie u. a. proportional der wirksamen Prismenfläche sowie dem Quadrat des von den Spalten umfaßten Wellenzahlenbereiches und umgekehrt proportional der abbildenden Brennweite.

Strong, Phys. Rev. **37**, 1661, 1931.

**f) Doppelmonochromatoren** (S. 298). Zur möglichst vollkommenen Reinigung des zu messenden Lichtes von falschem Licht besonders kürzerer Wellenlänge schaltet man zwei einfache Prismenspektrometer hintereinander, wobei der Austrittsspalt des ersten zugleich Eintrittsspalt des zweiten ist. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten der Anordnung, die Anordnung nach Leiß und die nach Lehmann-van Cittert. Bei der ersten (Abb. 244A) erhält man ohne Mittelspalt im Austrittsspalt monochromatisches Licht (addierte Dispersionen). Bei der zweiten (Abb. 244B) erhält man ohne Mittelspalt im Austrittsspalt weißes Licht (subtrahierte Dispersionen); die Wahl der Wellenlänge im Austrittsspalt kann durch Verschieben des Mittelspaltes allein erzielt werden. Die (spezifische) Intensität im zweiten Fall ist doppelt so groß wie im ersten.

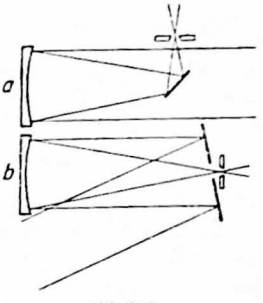



Abb. 243.
Ultrarot-Strahlengänge

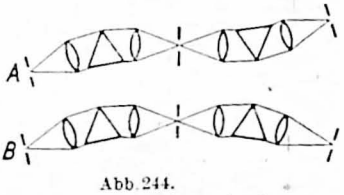



Abb. 244.
Doppelmonochromatoren *A* mit addierten, *B* mit subtrahierten Dispersionen

Doppelmonochromatoren mit Umschaltmöglichkeit von dem einen Typ zum anderen sind im Handel.

Ein Vergleich der beiden Typen bei van Cittert, Z. Instrkde. **46**, 557, 1926. Über den Astigmatismus bei Spiegelmonochromatoren vgl. M. Dühmke, Phys. Z. **43**, 33–42, 1942.

**g) Gitterspektrometer** (S. 367). Für ein Gitter mit der Gitterkonstanten $a$ muß nach der Gittertheorie $\lambda < a$ sein, ein Gitter ist also bis zu der Wellenlänge verwendbar, die fast gleich seiner Gitterkonstanten ist; nach kurzen Wellen ist es etwa bis $\lambda = \frac{a}{10}$ brauchbar. Bei einem bestimmten Gitter nimmt das wellenoptisch bedingte Auflösungsvermögen für $\Delta\nu$ mit wachsender Wellenlänge zu bis zu einem Grenzwert bei $\lambda = a$, der nur von der gesamten Gitterbreite abhängt und z. B. für ein Gitter von 15 cm Breite 0,07 $cm^{-1}$ beträgt.

Daraus folgt, daß für jedes Gebiet ein Gitter mit passender Gitterkonstante ausgewählt werden muß. Die optischen Gitter mit 7500 Strichen pro mm sind bis 1,3 $\mu$ verwendbar.

Für das Ultrarot benutzt man hauptsächlich folgende Gittertypen:

α) Drahtgitter. Man nimmt den freien Zwischenraum gleich der Drahtdicke; so erreicht man maximale Energie, und die geraden Gitterordnungen fallen aus. Die Intensität innerhalb einer Ordnung ist unabhängig von der Wellenlänge.

Barnes, Rev. sci. instr. **5**, 237, 1934; Randall, Rev. mod. Phys. **10**, 72, 1938.

$\beta$) Laminargitter. Dies ist ein Reflexionsgitter, bei dem an Stelle der undurchsichtigen Streifen (Gitterstriche) ebenfalls reflektierende Streifen gleicher Breite sitzen, die gegen die ursprüngliche Gitterfläche um $\frac{\lambda}{4}$ erhöht liegen. Das bewirkt eine Intensitätssteigerung im Beugungsmaximum um den Faktor 4 gegenüber dem Drahtgitter. Die Intensität in einer Ordnung ist aber abhängig von der Wellenlänge.

Hellwege, Z. Phys. **106**, 588, 1937.

$\gamma$) Echelettgitter. Bei diesem reflektieren die etwas schräg gegen die Gitterfläche gestellten Reflexionsstreifen das Licht geometrisch in die Richtung der zu untersuchenden Gitterordnung. Die Intensität im Beugungsmaximum ist zehnmal so groß wie beim Drahtgitter. Es tritt aber das Spektrum zweiter Ordnung auf, und das symmetrische Spektrum erster Ordnung fehlt oder ist sehr schwach. Die Intensität in einer Ordnung ist abhängig von der Wellenlänge.

Wegen der Koinzidenz niederer und höherer Ordnungen verschiedener Wellenlänge muß im Ultraroten das Licht vor Eintritt in das Gitter durch eine besondere Vorzerlegung von kurzwelligem Licht befreit werden. Dazu dienen die auf S.429 unter a), c), d), e) genannten Methoden.

### D. Messung der Ultrarotstrahlung

Vgl. Abschn. Wärmestrahlung. S. 289.

**a) Empfangsgeräte.** Die Empfangselemente müssen geschwärzt sein, um möglichst viel Strahlung zu absorbieren. Dazu dient für das kurzwellige Ultrarot Ruß, Platinschwarz oder Aquadag, ein kolloider Graphit (bis 15$\mu$), für lange Wellen Glaspulver oder Natronwasserglas. Oberhalb 5$\mu$ gibt eine gute Schwärzung Selen, Tellur, Wismut oder Zinn, die in einem Gas von 1 mm Druck durch thermische Verdampfung niedergeschlagen werden. Ideale Grauschwärzung bei geringer Wärmekapazität zeigen aufgedampfte spiegelnde Metallschichten von 50 % Absorptionsvermögen.

Die thermoelektrischen Empfänger erfordern Galvanometer, die ihrem elektrischen Widerstand so angepaßt sind, daß aperiodische Dämpfung erreicht wird. Bei Empfängern, die in freier Luft arbeiten, gibt man den Zuleitungsdrähten Abmessungen, die kleinen elektrischen Widerstand bedingen und ein Galvanometer hoher Voltempfindlichkeit zu benutzen gestatten. Das gilt auch für das Radiomikrometer (innerer Widerstand 0,1 Ω). Vakuumthermoelemente werden mit langen dünnen Drähten versehen. Alle in Luft arbeitenden Instrumente sind gegen Luftdruckschwankungen abzudichten.

Theissing, Phys. Z. **38**, 557, 1937. Als Galvanometer sind gebräuchlich Siemens-Supergalvanometer (ATM Blatt J 721—726) und Zernike-Galvanometer. Über erschütterungsfreie Aufstellung (Juliussche u. Müllersche Aufhängung) sowie über die Vergrößerung kleiner Ausschläge vgl. Bd. II, S. 16.

Über Verstärkung nach der Wechsellichtmethode, die auch die schädliche Strahlung unterdrückt, s. Lehrer, Z. techn. Phys. **18**, 393, 1937. Ein Vergleich der verschiedenen Meßmethoden bei Cartwright, Z. Phys. **92**, 153, 1934; Firestone, Rev. sci. instr. **1**, 630, 1930; Jones, J. sci. instr. **11**, 247, 1934.

Wegen der stark störenden Absorption durch Kohlensäure und Wasserdampf (s. Tabelle 40), die in der Luft stets vorhanden sind, muß man bei Ultrarot-Appa-

raturen, wo diese Absorption vermieden werden soll, den ganzen Strahlengang in ein gasdichtes Gehäuse bauen und es mit einem indifferenten Gas, z. B. Stickstoff, füllen. Neuerdings baut man vielfach den ganzen Strahlengang ins Vakuum; das führt zu weitgehender Wärmeisolation, Strahlungsschutz, Abschirmung gegen elektrische und magnetische Streufelder sowie Schutz gegen mechanische Störungen und Druckschwankungen.

Randall u. Strong, Rev. sci. instr. 2, 585, 1931.

**b) Wellenlängeneichung.** Als Wellenlängennormalen zum Eichen von Spektrometern im Ultrarot dienen die starken Absorptionsstellen von $H_2O$ und $CO_2$ (s. Tabelle 40). Ferner sind geeignet eine Reihe von Absorptionsbanden, die in Tabelle 39 aufgeführt sind.

Die Wellenlängen ultraroter Emissionslinien der Linienspektren enthält bis zu den längsten gemessenen Wellen die Tabelle der Hauptlinien der Linienspektren von Kayser-Ritschl. 2. Aufl. Berlin 1939.

Ultrarote Eichlinien bis 3,6 $\mu$ emittieren die mit Kalium, Rubidium, Cäsium gefüllten Gasentladungslampen sowie die mit Helium oder Quecksilber gefüllten Lichtspritzen, vgl. S. 449 unten.

## 3. Meßverfahren im photographischen Gebiet

### A. Gebiet der Photographie in Luft

**a) Prismenspektrographen.** Das hier zusammengefaßte Gebiet reicht von der Empfindlichkeitsgrenze der photographischen Platte bei 13 000 Å bis zur beginnenden Absorption des Lichtes durch die Luft bei 2000 Å. Die Feinheit und Empfindlichkeit der Photoplatte ermöglicht die Ausnutzung des beugungstheoretischen Auflösungsvermögens der optischen Anordnungen (S. 361). Von 13 000 bis 3500 Å sind Glasapparate, bis zu 1800 Å sind Quarzapparate zu verwenden. Prismenapparate sind am leistungsfähigsten in der Nähe der einsetzenden Absorption des Materials. Große Glasapparate bei 4000, Quarzapparate bei 3000 Å sind mittleren Gittern gleichwertig; das Gitter wird nach langen Wellen immer stärker überlegen. Die gebräuchlicheren Prismenapparate haben 1 bis 3 Prismen und Brennweiten bis zu $1\frac{1}{2}$ m (nur ausnahmsweise mehr). Für die Wahl eines Prismenspektrographen ist das erforderliche Auflösungsvermögen und die zur Verfügung stehende Strahlungsleistung maßgebend. Das Auflösungsvermögen ist allein gegeben durch die wirksame Prismenbasislänge und die Dispersion der Prismensubstanz, allerdings muß die Lineardispersion am Ort der Platte ausreichend sein, damit das Plattenkorn die Auflösung des Apparates auch ausnutzt. Die photographisch wirksame Lichtstärke eines Spektrographen wird bestimmt durch das Öffnungsverhältnis der letzten abbildenden Linse.

An besonderen Konstruktionen seien erwähnt: Auswechselbare Prismenapparate mit 1 bis 3 Prismen und Kameras verschiedener Lichtstärke und Brennweite mehrerer Firmen, zum Teil mit Försterling-Prismensatz, der konstante Ablenkung ergibt; Prismenapparate nach Mannkopff, bei denen durch einen Planspiegel das Licht nach Durchgang durch die Prismen in die Nähe des Spaltes zurückgelenkt wird, um Raum zu sparen; Littrow-Apparate, bei denen die Austrittsfläche des Prismas verspiegelt ist, so daß das Licht das Prisma zweimal durchsetzt und von der Kollimatorlinse auch zur Abbildung gebracht wird (Autokollimation). Hierbei wird die Prismensubstanz doppelt ausgenutzt und eine besondere Abbildungslinse gespart. Bei diesen Apparaten muß auf direkt von den Linsenflächen reflektiertes Licht geachtet werden.

Justierung eines Prismenspektrographen: Bevor die Lichtquelle auf den Spalt abgebildet wird, stellt man dadurch, daß man das Auge an den Ort der Kassette bringt, fest, ob die Lichtquelle in der Kollimatorachse steht; sie muß in der Mitte der Prismenfläche erscheinen. Dann wird durch einen Kondensor die Lichtquelle auf den Spalt abgebildet. Das Prisma muß nun völlig ausgeleuchtet sein, sonst verliert man an Lichtstärke und Auflösungsvermögen und bekommt Linienverschiebungen. Das Auge am Ort der Kassette muß die ganze Prismenfläche erleuchtet sehen. Bei unscharfer Abbildung der Linien auf der Platte läßt sich die wahre Lage der Fokalkurve durch eine gegen die Senkrechte schräg gestellte Photoplatte schnell ermitteln.
Mit Prismenspektrographen lassen sich Energieniveaus von 1 bis 0,1 $cm^{-1}$ Wellenzahldifferenz auflösen.

**b) Gitterspektrographen.** Über die Theorie und die Aufstellung von Beugungsgittern vgl. S. 367.
Die Justierung der Lichtquelle zum Spalt und die Ausleuchtung des Gitters geschieht wie bei Prismenapparaten (S. 433). Wichtig ist die Parallelstellung von Spalt und Gitterstrichen. Zur Kontrolle legt man quer über den Spalt einen etwa 1 mm breiten Streifen, der die Linie in zwei Teile zerlegt. Die beiden Teile müssen mit ihren Spitzen genau ineinanderlaufen. Die Kontrolle ist photographisch auszuführen.
Im Gegensatz zu Prismenapparaten bilden Konkavgitter astigmatisch ab; jeder Punkt des Spaltes wird am Ort der Kassette in eine senkrechte Linie auseinandergezogen. Stigmatisch wird jeweils der Schnittpunkt der Tangente am Rowlandschen Kreis im Ort der Linie mit der Verlängerung der Verbindungslinie Gitter–Spalt abgebildet.

Anordnung zur stigmatischen Abbildung der Lichtquelle beim Konkavgitter: Runge u. Mannkopff, Z. Phys. 45, 13, 1927.

Plangitter benutzt man in Autokollimation mit Linse oder Hohlspiegel (Eagle-Aufstellung; Randall, Rev. sci. instr. 3, 196, 1932).

Die günstigste Spaltbreite $s$ für jedes Spektralgebiet gibt die Formel von Edlén: $s = \frac{\lambda \cdot R}{B}$; darin ist $\lambda$ die Wellenlänge, $R$ der Gitterradius, $B$ die Gitterbreite. Die Formel ist unabhängig von der Gitterordnung. (Vgl. Paschen, Ann. Phys. V, 31, 29, 1938.)

Mit Gitterspektrographen lassen sich Energieniveaus von 0,01 $cm^{-1}$ Wellenzahldifferenz auflösen.

**c) Stufengitter und Interferometer.** Über die Theorie S. 380.

Stufengitter und Interferometer sind nur zur Auflösung der engsten Feinstrukturen und Hyperfeinstrukturen der Spektrallinien erforderlich. Das Stufengitter ist ein Beugungsspektroskop und muß deshalb unter Verwendung eines Spaltes beleuchtet werden, dessen Breite die Breite der Beugungsstreifen mit bedingt. Die Interferometer, für spektroskopische Zwecke vor allem das Fabry-Perot-Interferometer und die Lummer-Gehrcke-Platte, sind Interferenzspektroskope und bringen ohne Spalt in der Brennebene der abbildenden Linse scharfe Interferenzstreifen hervor. Der kleine Dispersionsbereich zwischen zwei Ordnungen erfordert bei diesen Geräten eine „Vorzerlegung“ durch einen Prismenapparat (bei linienarmen Spektren wie Hg auch einfach Monochromatfilter). Doch ist die Reihenfolge, in der das Licht die Vorzerlegung und das Stufengitter oder

Interferometer durchläuft, gleichgültig. Meist bildet man die Interferenz- oder Beugungsstreifen auf dem Spektrographenspalt scharf ab, so daß sie diesen senkrecht schneiden. Man erhält dann bei etwas geöffnetem Spalt jede Spektrallinie quer durchzogen von den Interferenz- oder Beugungsstreifen. Die Interferometer können auch in den parallelen Strahlengang zwischen Kollimatorlinse und Prisma des Spektrographen gestellt werden. Dazu eignet sich besonders der Zeißsche Dreiprismenapparat mit Försterlingschem Prismensatz.

Über Stufengitteraufstellung vgl. Williams, Proc. Phys. Soc. **45**, 699, 1933; Ritschl, Z. Phys. **79**, 1, 1932.

Zur Paralleljustierung der Fabry-Perot-Platten blickt man durch das Interferometer auf eine von rückwärts mit Quecksilberbogenlicht oder Edelgasglimmlicht beleuchtete Mattscheibe. Das auf Unendlich eingestellte Auge (bei großem Plattenabstand mit Fernrohr) erblickt Ringe, deren Durchmesser an allen Stellen der Platten gleich groß sein muß. In der Richtung, in der die Ringe größer erscheinen, muß der Plattenabstand verkleinert werden. Auch Plattenfehler lassen sich so leicht erkennen. Die Fabry-Perot-Platten haben einen Keilwinkel. Die Keilkante soll bei beiden Platten einen Winkel von 45° gegen die Senkrechte bilden, beide Keilkanten werden parallel ausgerichtet.

Über die Verfahren zur Versilberung von Interferometerplatten vgl. Ritschl, Metallwirtschaft **18**, 563, 1939.

Eine Kombination von zwei Interferometern, die das Auflösungsvermögen steigert und gleichzeitig das Dispersionsgebiet erweitert, ist das Multiplexinterferometer. Vgl. dazu W. Houston, Phys. Rev. (2) **29**, 478, 1927; Lau u. Ritter, Z. Phys. **76**, 190, 1932; K. W. Meißner, J. Opt. Soc. Am. **31**, 405, 1941; **32**, 185, 1942

Mit Stufengitter und Interferometern kann man Energieniveaus von 0,001 $cm^{-1}$ Wellenzahldifferenz trennen.

**d) Photographische Platten.** Photoplatten sind im Nachweis von Strahlung etwa 10 000 mal so empfindlich wie photo- und thermoelektrische Empfänger. Da heute empfindliche Platten für alle Spektralgebiete im Handel zu haben sind, lohnt sich die Sensibilisierung für bestimmte Spektralbereiche im Laboratorium im allgemeinen nicht. Nur Empfindlichkeitssteigerung durch Übersensibilisierung kurz vor der Belichtung ist besonders im Rot und Ultrarot empfehlenswert. Eine brauchbare Vorschrift dazu lautet: in einer Lösung von 33 Teilen destillierten Wassers, 33 Teilen Methylalkohol, 6 Teilen 25%iger Ammoniaklösung wird die Platte 1 Minute gebadet, anschließend 1 Minute in Methylalkohol gespült und im kalten Luftstrom rasch getrocknet. Es wird auch empfohlen, die Platte während der Belichtung auf 80° C zu heizen, z. B. durch Anstrahlen der Kassette mit einer Heizsonne.

Sensibilisierte Platten mit Empfindlichkeitsmaximum bei 1050, 950, 850, 750 sowie von 700 bis 560 $m\mu$, die alle zweckmäßig übersensibilisiert werden, sind im Handel ebenso wie die verschiedensten Sorten für spezielle Zwecke, z. B. kontrastreiche oder feinkörnige Platten.

Zur Entwicklung benutzt man z. B. für sensibilisierte Platten Metol-Hydrochinonlösung 1 : 3 bei 15 bis 16° C und entwickelt 3 Minuten.
Nicht sensibilisierte Platten entwickelt man z. B. in Metol-Hydrochinonlösung 1 : 4 bei 15 bis 16° C 4 Minuten lang.

**e) Ausmessung von Spektren.** Über den Anschluß der Wellenlänge an das Längennormal und über die Wellenlängenmessung s. S. 41 und 359.

An die rote Kadmiumlinie bei 6439 Å sind durch interferometrische Messung eine Reihe von gut definierten Linien, die Internationalen Normalen zweiter Ordnung, angeschlossen. Diese sind über das Gebiet der photographischen Spektroskopie in Luft ziemlich gleichmäßig verteilt. Es sind vor allem Eisenbogenlinien, die unter bestimmten Bedingungen emittiert werden (S. 451), daneben auch andere Bogenlinien sowie Linien des Glimmlichtspektrums der Edelgase. Die Wellenlängen dieser Linien sind auf Tausendstel Å sicher.

Normalspektren werden auf das gleiche Spektrogramm wie das des zu messenden Spektrums entworfen, entweder mittels einer besonderen Lichtquelle oder womöglich gleich aus derselben Lichtquelle; bei der Auswechselung von Lichtquellen ergeben sich fast unvermeidliche Linienverschiebungen. Jedenfalls muß auf genau gleiche Ausleuchtung des Spektrographen geachtet werden. Die Ausmessung der unbekannten Linien erfolgt durch Interpolation der Wellenlänge zwischen den Normalen. Bei Gitterspektrogrammen genügt im allgemeinen lineare Interpolation, indem der Dispersionsfaktor in Å/mm aus dem Abstand zweier Normalen auf der Platte jedesmal ausgerechnet und die unbekannte Linie daran angeschlossen wird. Bei Prismenspektrogrammen benutzt man die Hartmannsche Dispersionsformel: $\lambda - \lambda_0 = \frac{c}{s - s_0}$, die man in die Form bringt: $\frac{1}{\lambda - \lambda_0} = B \cdot s + A$. Darin ist $s$ die Ablesung am Komparator. Die Konstanten $\lambda_0$, $B$ und $A$ bestimmt man aus drei Normalen und benutzt sie bei einem bestimmten Spektrographen immer wieder.

Normalen zweiter Ordnung sind angegeben im Handb. d. Spektroskopie von Kayser-Konen. Wellenlängentabellen: Kayser-Ritschl, Tabelle der Hauptlinien der Linienspektren, 2. Aufl. Berlin 1939; G. R. Harrison, Wave-Length Tables, New York 1939.

In Gebieten, wo nicht genügend Normalen zur Verfügung stehen, z. B. im Ultrarot, benutzt man bei Gittern Normalen der halben oder drittel Wellenlänge in zweiter oder dritter Ordnung. Vgl. Paschen u. Ritschl, Ann. Phys. V, **18**, 867, 1933.

Das Ausmessen der Linienabstände auf der Platte geschieht mit dem Meßmikroskop oder dem Komparator, z. B. dem Abbeschen Komparator von Zeiß.

Andere Apparate s. z. B. Lohse, Z. Instrkde. **30**, 169, 1920.

Über die Ausmessung von Stufengitter- und Interferometerspektren s. S. 371.

## B. Vakuumspektroskopisches Gebiet

Bomke, Vakuumspektroskopie. Leipzig 1937.

**a) Vakuumspektrographen.** Die Begrenzung dieses Gebietes gegen die Spektroskopie in Luft liegt in der bei 2000 Å einsetzenden Absorption der Luft, die zum Einbau des ganzen Strahlenganges in ein evakuiertes Gefäß zwingt. Die Abgrenzung der Lichtquelle (S. 452) gegen das Volum des Spektrographen bzw. bei Absorptionsversuchen die Abgrenzung von Lichtquelle, absorbierendem Dampf und Spektrograph geschieht u. U. nach dem Prinzip des Edelgasfensters, soweit Flußspat oder Lithiumfluorid nicht mehr verwendbar sind (s. u.). Edelgas strömt in Zirkulation jeweils gegen das den leuchtenden oder absorbierenden Dampf enthaltende Gefäß; das Vakuum des Spektrographen wird durch hochleistende Dampfstrahlpumpen aufrechterhalten.

Beutler, Z. Phys. **86**, 495, 1933.

Als Spektrographen kommen im Vakuumgebiet Prismen- und Gitterspektrographen zur Verwendung. Als Prismensubstanz dient fast ausschließlich Flußspat,

ebenso als Material für Linsen und Fenster. Seine Durchlässigkeitsgrenze liegt bei 1250 Å und hängt von der Beschaffenheit des verarbeiteten Stückes ab.

Die größte Durchlässigkeit für kurzwelliges Ultraviolett besitzt Lithiumfluorid mit einer Durchlässigkeitsgrenze bei 1150 Å. LiF-Kristalle werden künstlich hergestellt. Stockbarger, Phys. Rev. 49, 200, 1936; Schneider, ebd. 49, 341, 1936.

Die Prismenapparate für das Vakuum werden meist mit einem Prisma gebaut. Wegen der Farbabweichung der Linsen besitzt die Kassette eine starke Neigung gegen die optische Achse. Durch geeignete Blenden ist die Platte vor Streulicht zu schützen.

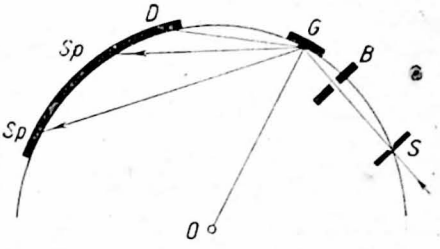



Abb. 245. Vakuumgitter mit streifendem Einfall. *S* Spalt, *B* Blende, *G* Gitter, *O* Mittelpunkt des Rowlandschen Kreises, *D* direktes Bild, *Sp—Sp* Spektrum

Die Vakuum-Gitterspektrographen verwenden Reflexionsgitter aus Glas oder Spiegelmetall, und zwar im optischen Gebiet Konkavgitter. Gewöhnliche Glas- und Metallgitter sind bei senkrechtem Einfall des Lichtes bis höchstens 500 Å nach kurzen Wellen zu verwendbar, dann nimmt das Reflexionsvermögen zu sehr ab. Spezielle, leicht geritzte Gitter reichen bis etwa 200 Å. Für kürzere Wellen arbeitet man nach der Methode des streifenden Einfalls, die in Abb. 245 erläutert ist. Für die kurzen Wellenlängen ist die Brechungszahl des Gittermaterials kleiner als 1, daher tritt von bestimmtem Einfallswinkel ab Totalreflexion ein.

Nach Edlén erreicht man bei einem

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Einfallswinkel $\varphi$ von | 0° | 60° | 80° | 84,6° |
| als kürzeste Wellenlänge: | 320 | 160 | 75 | 53 Å. |

Für die kürzesten Wellenlängen, das Übergangsgebiet zu den Röntgenstrahlen, also das Gebiet etwa von 50 bis 10 Å, benutzt man nach Siegbahn Plangitter mit streifendem Einfall. Es findet wie bei Kristallspektrometern keine Fokusierung, sondern Strahlbegrenzung durch Blenden oder gegen das Gitter gestellte Schneiden statt. Nach diesem Verfahren werden die Wellenlängen der Röntgenstrahlen absolut ausgemessen und die Konstanten der Kristalle bestimmt.

Dünne Quarzfenster von einigen zehntel Millimeter Dicke sind durchlässig bis 1500 Å. Luft von Atmosphärendruck hat in 4 cm dicker Schicht ein Durchlässigkeitsgebiet zwischen 1100 und 1300 Å.

**b) Photoplatten für das Vakuumgebiet.** Die Gelatine der gewöhnlichen Photoplatte fängt unterhalb 2400 Å an zu absorbieren; bei 1850 Å ist diese Absorption vollständig. Für diesen Bereich sensibilisiert man gewöhnliche Platten mit Öl, dessen Fluoreszenz die Platte an der bestrahlten Stelle schwärzt.

Harrison, J. Opt. Soc. Amer. 11, 113, 341, 1925.

Dunkles Maschinenöl wird mit Watte dünn auf die Schicht aufgetragen und nach der Belichtung mit Azeton abgewaschen. Oder es wird eine Lösung von 5 g Vaseline in 1 l Petroläther zum Baden der Platten benutzt. Solche Platten sind bis 1600 Å empfindlich. Unterhalb 500 Å können die für weiche Röntgenstrahlen gebräuchlichen Platten oder Filme benutzt werden. Am empfindlichsten im ganzen Vakuum gebiet sind die Schumann-Platten.

Ihre Herstellung erfolgt nach dem Rezept von Schumann, Ann. Phys. IV, 5, 349, 1901. Fertige Schumann-Platten sind im Handel. Für gekrümmte Kassetten bei Konkavgitterspektrographen nimmt man bei $R = 50$ cm Platten aus 0,3 mm dickem Glas, für $R = 1$ m solche aus 0,3 bis 0,5 mm dickem Glas.

Nach Aston kann man aus gewöhnlichen Platten Schumann-Platten herstellen durch Herauslösen der Gelatine mittels Akkumulatorensäure, 1 : 1 mit Wasser verdünnt. Die Platte wird bei 16° C 12 Stunden gebadet, gewässert und getrocknet. Zum Entwickeln der Schumann-Platten dient eine Lösung von 1 g Metol, 4 g Hydrochinon, 40 g Natriumsulfid (kristallisiert), 40 g Natriumkarbonat (kristallisiert), 5 g Bromkali in 1000 cm³ Wasser bei 16 bis 18° C, Entwicklungsdauer 30 bis 45 s.

**c) Wellenlängenmessung.** Zur Ausmessung der Prismenspektrogramme dient die Hartmannsche Formel in der Form

$$\lambda - \lambda_0 = \left(\frac{c}{s - s_0}\right)^{0,5}.$$

$\lambda$ ist die gesuchte, $\lambda_0$ eine Normalwellenlänge, $s$ und $s_0$ die zugehörigen Ablesungen, $c$ eine empirisch aus drei bekannten Linien zu ermittelnde Konstante. Bei Gitterspektren mit senkrechtem Einfall ermittelt man die Wellenlänge durch lineare Interpolation zwischen Normalen, die mit auf die Platte aufgenommen werden.

Normalen für das Vakuumgebiet bei Boyce u. Robinson, J. Opt. Soc. Amer. **26**, 133, 1936; Kayser-Ritschl, Hauptlinien der Linienspektren. Berlin 1939.

Der Anschluß an interferometrisch bestimmte Normalen geschieht im Vakuumgebiet durch Koinzidenz von Linien hoher Ordnung mit solchen niederer Ordnung der mehrfachen Wellenlänge.

Wegen der Abweichung von der linearen Dispersion bei Gitterspektren muß eine Berichtigung angebracht werden (Hutchinson, Astr. J. **58**, 280, 1923).

Bei Gitterspektren streifender Inzidenz mißt man nach der Formel

$$n \cdot \lambda = d \sin \varphi - d \sin \left(\varphi - \frac{x}{r}\right).$$

Darin ist $d$ die Gitterkonstante, $r$ der Krümmungsradius, $x \triangleq \alpha \cdot r$ der lineare Abstand der Linie vom direkten Spaltbild, $\varphi$ der Einfallswinkel (Winkel Lichtstrahl-Gitternormale), vgl. Abb. 245. Die Dispersion ist also nicht linear und wesentlich größer als bei senkrechtem Einfall. Für sehr kleinen Glanzwinkel ($\varphi \simeq 90°$) kann man setzen

$$\frac{d\lambda}{dx} = \frac{d}{n \cdot r}\left[90° - \left(\varphi - \frac{x}{r}\right)\right].$$

## 4. Atomspektren

Paschen-Götze, Seriengesetze d. Linienspektren. Berlin 1922; Sommerfeld, Atombau u. Spektrallinien. Braunschweig 1939; Hund, Linienspektren u. periodisches System der Elemente. Berlin 1927; Grotrian, Graphische Darstellung der Spektren von Atomen und Ionen. Berlin 1928; H. E. White, Introduction to Atomic Spectra. London 1934; G. Herzberg, Atomspektren und Atomstruktur. Dresden u. Leipzig 1936.

## A. Gesetze, Beziehungen und Konstanten

**a) Termserien und Ionisierungsarbeit bei wasserstoffähnlichen Spektren.** Die Spektrallinien entstehen bei Änderung des Energieinhaltes eines Teilchens von $E_1$ auf $E_2$ unter Emission oder Absorption von Licht nach der Frequenzbedingung (S. 427).

Zwischen den mannigfaltigen Energiezuständen $E_n$ sind „Kombinationen" möglich, d.h. Übergänge unter Emission oder Absorption von Licht (Kirchhoffsches Gesetz; Ritzsches Kombinationsprinzip). Unter allen möglichen Kombinationen sind einige durch gewisse Auswahlregeln „verboten", d. h. sie werden unter normalen Verhältnissen nicht beobachtet. Die „erlaubten" Übergänge werden in ihrer relativen Intensität (Häufigkeit) durch bestimmte Gesetze geregelt. Die Analyse eines Spektrums bezweckt die Darstellung der beobachteten Linien-Wellenzahlen als Differenzen von möglichst wenigen „Termen" $E_n/(hc)$ und der relativen Häufigkeit der zwischen ihnen möglichen Kombinationen.

Vom Normalzustand (0) aus erfordert die Anregung eines Atoms oder Moleküls in einen höheren Zustand ($a$) die Zufuhr von Energie vom Betrag $E_a - E_0$, die z.B von Elektronen geliefert werden kann, die eine bestimmte Potentialdifferenz durchlaufen haben.

Die Klassifizierung der Spektralterme erfolgt durch eine Reihe von Quantenzahlen, denen man eine bis zu einem gewissen Grade anschauliche Bedeutung beilegen kann. Diese beruht auf dem Bohrschen Atommodell in Verbindung mit der Vorstellung des Kreiselektrons und des magnetischen Atomkerns.

Die zur Beschreibung der Spektralterme der Atome hinreichenden Quantenzahlen (Hyperfeinstruktur noch unberücksichtigt) sind: Hauptquantenzahl $n$, Bahndrehimpuls (Präzessionsbewegung) $l$, Spinquantenzahl (Kreiselektron) $s$, Gesamtimpulsmoment $j$. Am einfachsten gebaut sind die Spektren, die einem atomaren System entspringen, bei dem außer dem positiven Atomkern nur ein Elektron vorhanden ist. Es sind dies das neutrale Wasserstoffatom, das einfach ionisierte Heliumatom, das doppelt ionisierte Lithiumatom usw. Man bezeichnet ein Spektrum durch das chemische Symbol mit dahinter gesetzter römischer Ziffer, und zwar I für das neutrale Atom (= Bogenspektrum), II für das einfach ionisierte Atom (= 1. Funkenspektrum) usw. Nach dem Sommerfeld-Kosselschen Verschiebungssatz ist ein Funkenspektrum vom Grade $N$ analog gebaut wie das vom Grade $N-1$ des im periodischen System vorhergehenden Elementes. Die Spektralterme der wasserstoffähnlichen Spektren sind in großer Näherung darstellbar durch den Ausdruck $T = \frac{RZ^2}{n^2}$, bei dem die Hauptquantenzahl $n$ die Folge der ganzen Zahlen durchläuft.

Darin bedeutet $Z$ die Ordnungszahl des Elementes, $R$ die Rydberg-Konstante; sie ist von der Kernmasse abhängig und beträgt für Wasserstoff $R_H = 109677{,}583\ \mathrm{cm}^{-1}$, Deuterium $R_D = 109707{,}420\ \mathrm{cm}^{-1}$, Helium $R_{He} = 109722{,}265\ \mathrm{cm}^{-1}$.

Für die schwereren Kerne kann man setzen $R_\infty = 109737{,}304\ \mathrm{cm}^{-1}$.

Der theoretische Ausdruck lautet

$$R = \frac{2\pi^2 m e^4}{ch^3 \cdot \left(1 + \frac{m}{M}\right)},$$

wo $m$ die Elektronenmasse, $M$ die Kernmasse bedeutet.

Aus $R_H$ und $R_{He}$ bestimmte Houston nach dieser Formel $\frac{e}{m}$ des Elektrons: Phys. Rev. **30**, 608, 1927. Weitere spektroskopische $\frac{e}{m}$-Bestimmungen: U. Stille, Z. Phys. **121**, 133, 1943.

Infolge der Änderung der Rydberg-Konstante liegt in der Nähe jeder Wasserstofflinie die entsprechende Deuteriumlinie (Isotopieeffekt, vgl. S. 448). In der Nähe einer Wasserstofflinie mit dem Sprung der Hauptquantenzahl $n_1 - n_2$ liegt eine Heliumfunkenlinie $2n_1 - 2n_2$.

In manchen Sternspektren sowie im Laboratorium bei geeigneten Anregungsbedingungen lassen sich die Spektralserien bis zur Seriengrenze verfolgen, die durch Unendlichwerden der Quantenzahl $n$ des Laufterms gegeben ist. Daran schließt sich ein kontinuierliches Spektrum, das Grenzkontinuum, an.

Der Seriengrenze entspricht die Anregung des Leuchtelektrons bis zu seiner Abtrennung vom Atomkern (Ionisation). Den Wert des Grenztermes setzt man gleich Null; die Terme des diskreten Serienspektrums sind danach negativ. Der Termwert in $cm^{-1}$, multipliziert mit $hc$, ergibt nach der Frequenzbedingung (S. 427) die Arbeit, die geleistet werden muß, um das Elektron aus dem betreffenden Zustand vom Atomverband zu entfernen, in e-Volt. Für den Grundzustand ist dies die Ionisationsarbeit des Atoms. Bei Wasserstoff beträgt dieser Wert $R \cdot hc$. Wird die Seriengrenze nicht beobachtet, so läßt sie sich durch Extrapolation ermitteln.

**b) Termserien und Ionisierungsarbeit bei Mehrelektronenspektren, Multiplettserien.** Sind außer dem Kern mehrere Elektronen vorhanden, so reicht die Hauptquantenzahl $n$ allein nicht mehr zur Darstellung der Linienmannigfaltigkeit aus. Diese ergibt sich aus der vektoriellen Zusammensetzung der Bahnimpuls-Quantenzahl $l$ ($l = 0, 1, 2, \ldots$) und der Eigendrehimpuls-Quantenzahl des Elektrons $s = \frac{1}{2}$, die in Einheiten $l \cdot \frac{h}{2\pi}$ bzw. $s \cdot \frac{h}{2\pi}$ den mechanischen Impuls der Elektronenbewegung angeben, zur Gesamtimpuls-Quantenzahl $J$. Zwei Impulsquantenzahlen setzen sich so zusammen, daß die Resultierenden aus $a$ und $b$, wenn $a > b$ ist, die Werte $c = a + b, a + b - 1, \ldots a - b$, also $2b + 1$ verschiedene Werte, annehmen kann. Für die Hauptquantenzahl $n$ gilt $l \leqq n - 1$. In der Grundbahn $n = 1$ kann das Elektron nur $l = 0$ haben. Die Resultierende aus $s$ und $l$, die Totalimpuls-Quantenzahl $J$, ist hier $= \frac{1}{2}$. In der ersten angeregten Bahn, $n = 2$, kann $l = 0$ oder $l = 1$ sein. $J$ kann sein $(l + s)$; im ersten Fall $J = \frac{1}{2}$, im zweiten Fall $J = \frac{1}{2}$ oder $J = \frac{3}{2}$. Für $n = 2$ ergibt sich $l = 0{,}1$ oder 2; $J = \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ usw. Jeder $l$-Zustand eines Elektrons außer den $s$-Zuständen ist also doppelt infolge seines Eigendrehimpulses (Spin).

Zustände mit $l = 0$ bezeichnet man mit $s$ ($s$ als Termbezeichnung ist nicht zu verwechseln mit $s$ als Eigendrehimpuls-Quantenzahl des Elektrons); solche mit $l = 1$ heißen $p$; mit $l = 2 : d$; mit $l = 3 : f$; mit $l = 4 : g$; mit $l = 5 : h$ und dann im Alphabet fortschreitend. Die Wasserstoffterme sind danach also mehrfach; diese Dublettstruktur läßt sich unter Verwendung höchstauflösender Spektroskope auch feststellen (Wasserstoff-Feinstruktur). Tritt ein weiteres Elektron hinzu (z. B. bei Helium), so müssen die Quantenzahlen der beiden Elektronen zu denen des Terms zusammengesetzt werden. Nach dem Russell-Saundersschen Kopplungsschema werden die beiden Spinquantenzahlen $s$ zu einer Resultierenden $S$ (große Buchstaben beziehen sich immer auf Resultierende) vereinigt. $S$ kann bei 2 Elektronen also 0 oder 1 betragen. Die resultierende Quantenzahl $L$ kann die Werte $l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \ldots, l_1 - l_2$ annehmen. Ebenso werden schließlich $L$ und $S$ zu $J$, der den Term charakterisierenden Totalimpuls-Quantenzahl zusammengesetzt.

Da bei Zweielektronenspektren $S = 0$ oder $S = 1$ sein kann, so sind die Terme, die zu einem Wert $L$ gehören, entweder einfach (Singulettspektrum) oder dreifach (Triplettspektrum). Läuft z. B. das eine Elektron in einer $s$-Bahn, das andere in einer $p$-Bahn ($l_1 = 0$, $l_2 = 1$), so resultiert $L = 1$, also ein $P$-Term. Dieser ist im Singulettspektrum einfach ($S = 0$; $J = 1$). Im Triplettspektrum zerfällt der $P$-Term in drei Niveaus: $S = 1$; $L = 1$; $J = 2, 1, 0$. Die Bezeichnung der Terme nach Russell und Saunders, die jetzt am meisten gebraucht wird, ist folgende: die zuletzt angeführten Terme heißen

$$(3s\,3p);\quad {}^3P_2;\quad {}^3P_1;\quad {}^3P_0.$$

In der Klammer stehen zunächst die Hauptquantenzahlen und die Bahnimpuls-Quantenzahlen der beiden Leuchtelektronen. $P$ ist der Name des Terms, der ausdrückt, daß das resultierende Bahnimpulsmoment der beiden Elektronen den Wert 1 hat. Die oben links stehende 3 gibt die „Multiplizität", also den Wert $2S + 1$, der durch die resultierende Spinquantenzahl $S$ bedingt ist. Unten rechts wird an $P$ die Totalimpuls-Quantenzahl $J$ als Index angehängt. Die gleichen Prinzipien gelten für mehr als zwei Elektronen.

Das Pauli-Prinzip besagt, daß in einem Atom nicht zwei Elektronen in allen vier Quantenzahlen $n, l, j, m_j$ übereinstimmen können; $m_j = j, j-1, \ldots -j$ (magnetische Quantenzahlen, vgl. S. 445). Durch einfache Abzählung erhält man daraus die Zahl der möglichen Elektronen für eine bestimmte Hauptquantenzahl sowie die Zahl der möglichen Terme einer gegebenen Elektronenkonfiguration. Dies führt zu den maximalen Besetzungszahlen der Elektronenbahnen im periodischen System (2, 8, 18, 32). Sind alle für eine gegebene Hauptquantenzahl möglichen Elektronenbahnen mit Elektronen besetzt, so hat man eine abgeschlossene Schale. Fehlt bei einer abgeschlossenen Schale ein Elektron, so entsteht ein Term mit denselben Quantenzahlen wie die des fehlenden Elektrons. Daraus ergibt sich die Einordnung der Terme der Röntgenspektren, die durch Entfernung eines Elektrons aus einer inneren, abgeschlossenen Schale entstehen. Entfernung eines Elektrons aus der innersten Schale $n = 1$ ($K$-Schale) gibt Anlaß zur Entstehung eines $^2S_{1/2}$-Termes (einfach). Entfernung aus der zweitinnersten Schale $n = 2$ gibt die Terme $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2, 3/2}$ ($L$-Schale) usw. In der Tabelle 51 sind die optischen Bezeichnungen der Röntgenterme und die in der Röntgenspektroskopie gebräuchlichen gegenübergestellt.

Die zu einem bestimmten Wert der Hauptquantenzahl $n$ und einem bestimmten $L$ gehörenden Terme $J$ bilden ein Termmultiplett. Durch Kombination eines Termmultipletts mit einem zweiten entsteht ein vollständiges Linienmultiplett. Bei der Kombination sind folgende Auswahlregeln für die zur Beobachtung kommenden Multiplettkomponenten maßgebend: Die Hauptquantenzahl $n$ kann sich um jeden beliebigen Betrag ändern. Die Totalimpuls-Quantenzahl $J$ kann sich um 0, $\pm 1$ ändern, der Übergang $0 \rightarrow 0$ ist verboten. Je nachdem, ob $\Sigma l$ gerade oder ungerade ist, heißt ein Term gerade oder ungerade; es kann immer nur ein gerader mit einem ungeraden Term kombinieren und umgekehrt.

Bei Multipletts „normaler Kopplung" gilt die Landésche Intervallregel: Der Abstand zweier Terme mit den Impulsquantenzahlen $J$ und $J + 1$ ist proportional $J + 1$.

Als Beispiel eines vollständigen Tripletts folgt ein $^3P - {}^3D$-Multiplett von Ca I nach Paschen-Götze:

$^3P - {}^3D$-Multiplett von CaI (aus Paschen-Götze)

| | $^3D_3$(11 547,0) | $^3D_2$(11 552,6) | $^3D_1$(11 556,4) | Die Termwerte und die Wellenzahlen der Linien sind eingeklammert und in $cm^{-1}$ angegeben. Die Wellenlängen sind in Ångströmeinheiten angegeben. Nullpunkt für die Termwerte ist die Seriengrenze. |
|---|---|---|---|---|
| $^3P_2$ (33 988,7) | 4 454,77 (Å) (22 441,6)($cm^{-1}$) | 4 455,88 (22 436,1) | 4 436,61 (22 432,4) | |
| $^3P_1$ (34 094,6) | | 4 434,95 (22 541,9) | 4 435,67 (22 538,3) | |
| $^3P_0$ (34 146,9) | | | 4 425,43 (22 590,4) | |

Die abgeschlossenen Schalen (Term $^1S_0$) tragen nicht zur Mannigfaltigkeit der Terme bei; dagegen wirken sie auf die Bewegung der außerhalb von ihnen laufenden Elektronen durch Änderung des auf diese wirkenden Zentralfeldes. Infolgedessen treten Änderungen der Seriengesetze gegenüber den wasserstoffähnlichen Spektren ein. Spektren, die den Quantensprüngen eines Leuchtelektrons entspringen (Alkalispektren), zeigen Dublettstruktur. Zu jeder Hauptquantenzahl $n$ gehören $n$ verschiedene Werte von $L$, die mit Ausnahme der $S$-Zustände doppelt sind. In den folgenden Spalten des Periodischen Systems entstehen entsprechend Singulett- und Triplett-, Dublett- und Quartettspektren usw. Die wichtigsten Linienserien sind, wenn $a$ die Hauptquantenzahl des tiefen, festen Zustandes, $m$ die im Verlauf der Serie die Folge der ganzen Zahlen durchlaufende Hauptquantenzahl des angeregten Zustandes bezeichnet: $aS - mP$ Hauptserie, $aP - mS$ Scharfe oder II. Nebenserie, $aP - mD$ Diffuse oder I. Nebenserie, $aD - mF$ Bergmann-Serie usw.

In diesen Fällen sind die Serienformeln durch Korrektionen zu erweitern. Die Seriendarstellung geschieht in der Form der Balmer-Formel, nur schreibt man $n^*$ statt $n$:

$$T = \frac{R}{n^{*2}}, \qquad n^* = \sqrt{\frac{R}{T}}.$$

$n^*$, die „effektive Quantenzahl", ist dann keine ganze Zahl mehr, sondern läßt sich durch verschiedene Näherungsformeln darstellen. Die einfachste und gebräuchlichste ist die Rydberg-Formel: $n^* = m + a$; hier ist $m$ eine ganze Zahl und $a$ eine mit der Bahnimpuls-Quantenzahl veränderliche Konstante.

Zum Auffinden von Serien dienen Tafeln (Paschen-Götze, Seriengesetze der Linienspektren. Berlin 1922; Paschen; J. Opt. Soc. **16**, 231, 1928), in denen in kleinen Intervallen die Werte von $\frac{1}{(m+a)^2}$ enthalten sind.

Ist $n^* = \sqrt{\frac{R}{T}}$ ganzzahlig, so ist der Term „wasserstoffähnlich". Ist $n^*$ nicht ganzzahlig, so trägt man praktisch vorteilhaft in einem Diagramm $n^*$ gegen $\nu$, die Wellenzahl des Terms, auf und kann aus dem Verlauf der Kurve Störungen im Serienverlauf sowie Abweichungen von der Wasserstoffähnlichkeit leicht übersehen.

Andere Serienformeln sind: $n^* = \left(m + a + \frac{b}{m^2}\right)^2$ oder $n^* = (m + a + T(m))^2$, beide von Ritz stammend.

Abb. 246 gibt als Beispiel eines Triplettspektrums das Termschema von Quecksilber in der Darstellung von Grotrian. Die Termwerte sind in einem vertikalen Schema in Wellenzahlen so aufgetragen, daß der obere Rand des Schemas der Seriengrenze, also dem Termwert Null, entspricht. Der Grundzustand liegt am unteren Rand des Schemas. Die einzelnen Anregungszustände des Atoms werden durch horizontale Gerade dargestellt, deren vertikaler Abstand von der Seriengrenze also den Termwert, deren gegenseitiger vertikaler Abstand die Wellenzahl der durch Kombination zwischen ihnen entstehenden Linien angibt. Der vertikale Abstand vom unteren Rand, dem Grundzustand, gibt gleichzeitig die Anregungsenergie eines Terms und damit der von ihm aus möglichen Emissionslinien. Die wichtigsten Kombinationen sind mit ihren Wellenlängen eingezeichnet.

In den Teilen des periodischen Systems, wo viele Elektronen am Leuchtprozeß

beteiligt sind, z. B. bei den eisenähnlichen Elementen und den seltenen Erden, tritt die Serienbildung gegenüber der Multiplettstruktur zurück.

Die Energiezustände der meisten Atome findet man in dem Buch von Bacher u. Goudsmit, Atomic Energy States. New York u. London 1932.

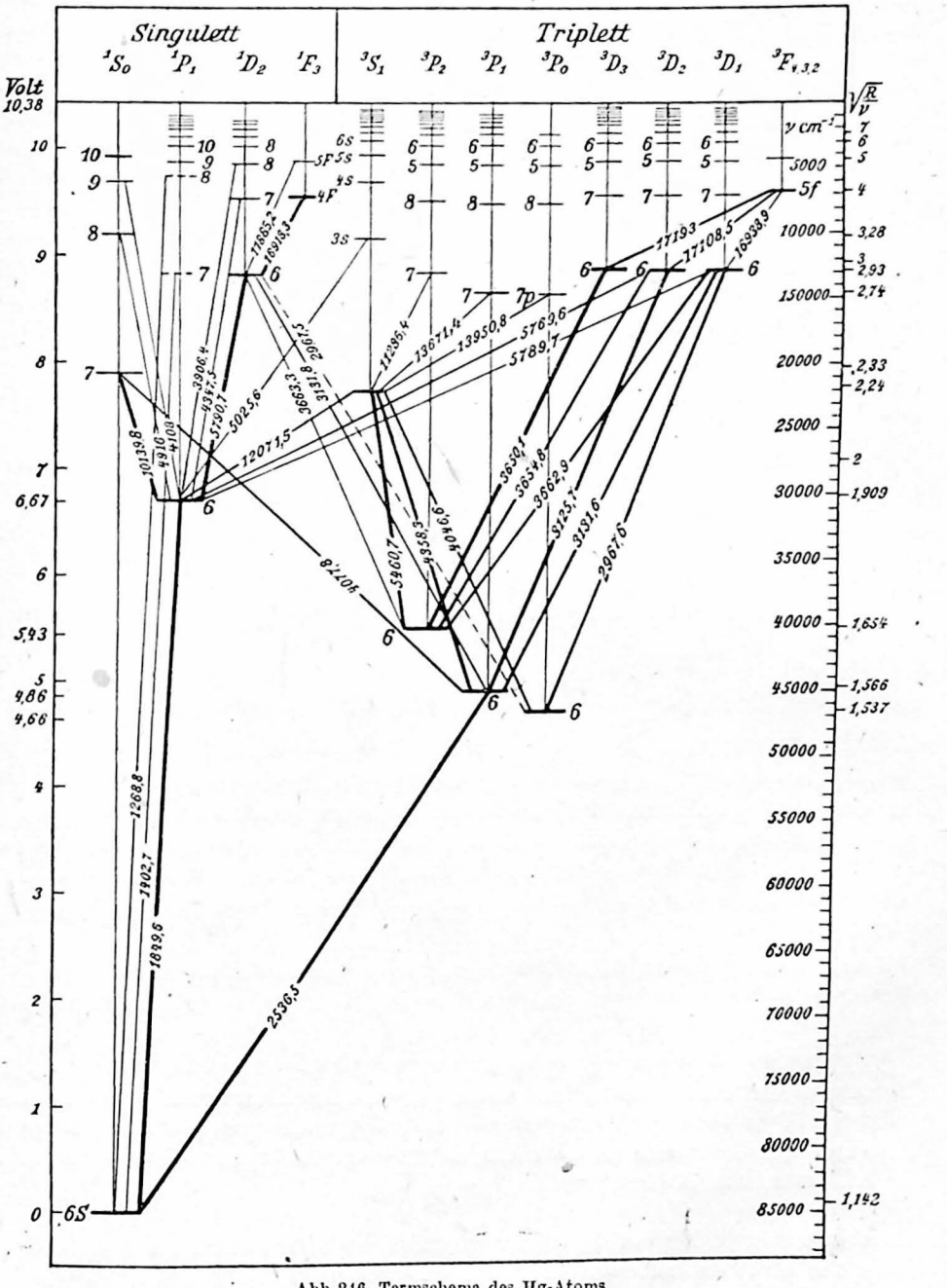



Abb. 246. Termschema des Hg-Atoms
(Nach Grotrian, Graphische Darstellung der Spektren. II. Teil. Verlag J. Springer, Berlin)

**c) Intensität und Dispersion.** Die Intensität einer Spektrallinie ist proportional der Zahl der im Anfangszustand befindlichen Atome sowie der mit $h \cdot \tilde{\nu}$ multiplizierten Übergangswahrscheinlichkeit $A$. Die erstere hängt ab von der Energie des Zustandes und ist außerdem proportional dem statistischen Gewicht $G$, d.h. der Zahl der verschiedenen Möglichkeiten, auf die dieser Zustand verwirklicht werden kann, $G = 2J + 1$. Das bedingt in engen Spektralbereichen, wo die Abhängigkeit von $\tilde{\nu}$ außer acht gelassen werden kann, für Multipletts die Summenregel von Ornstein-Burger-Dorgelo: Die Summe der Intensitäten der Linien eines Multipletts, die auf einem Zustand mit der Quantenzahl $J$ beginnen oder enden, ist proportional dem Wert $2J + 1$ dieses Zustandes. In Spektren mit „normaler Kopplung" gelten Regeln für die relativen Einzelintensitäten von Multiplettlinien, die bei der Einordnung von Multipletts von Wichtigkeit sind. Die Übergangswahrscheinlichkeit für eine Absorptionslinie ist der der entsprechenden Emissions nie proportional.

S. z.B. Hill, Proc. Nat. Ac. Soc. **15**, 779, 1929.

Für die Dispersion (Brechungszahl $n$) gilt die Formel

$$n^2 - 1 = \frac{e^2 N}{\pi m} \cdot \left\{ \sum_{j>k}{}^{j} \frac{f a_k^j}{(\nu_k^j)^2 - \nu^2} - \sum_{j<k}{}^{j} \frac{f e_k^j}{(\nu_k^j)^2 - \nu^2} \right\}.$$

$N$ ist die Zahl der Atome in der Volumeinheit; $k$ und $j$ bezeichnen Atomzustände, die miteinander kombinieren können, und zwar drückt die Formel die Dispersion von Atomen im Zustand $k$ aus. $\nu_k^j$ ist die beim Übergang $j \to k$ auftretende Frequenz. Diesen Übergängen gehören die Werte $f_a (j > k)$ und $f_e (j < k)$ zu, die mit den Übergangswahrscheinlichkeiten $A$ durch die Beziehung $A_k^j = f_k^j \cdot \gamma_k^j$ verknüpft sind. Darin ist $\gamma_k^j = \frac{8\pi^2 e^2 (\nu_k^j)^2}{3mc^3}$ gleich der Dämpfungskonstanten eines klassisch ausstrahlenden linearen harmonischen Oszillators mit Ladung $e$, Masse $m$ und Frequenz $\nu_k^j$. — $f_k^j$ ist die „Zahl der Dispersionselektronen" oder die „Stärke des Oszillators". Durch absolute Intensitätsmessungen lassen sich Übergangswahrscheinlichkeiten, durch Dispersionsmessungen Zahl und Lage von Frequenzen des dispergierenden Mittels bestimmen. Aus der Kenntnis der $f$-Werte läßt sich unter Umständen die Zahl der an einem Emissionsprozeß beteiligten Partikel ermitteln.

S. z.B. Schütz, Z. Astr. **1**, 300, 1930; Bestimmung von Oszillatorenstärken aus Starkeffekten bei Paul, Z. Phys. **124**, 121, 1947.

$\tau = \frac{1}{A}$ ist die Verweilzeit des Atoms im angeregten Zustand. Sie liegt bei Termen, die mit dem Grundzustand unter optischer Strahlung kombinieren können, zwischen $10^{-9}$ und $10^{-7}$ s; Terme, die wegen der Auswahlregeln nicht spontan durch Ausstrahlung verlassen werden können, haben Verweilzeiten von $10^{-3}$ s und mehr; sie heißen metastabile Terme.

Ist das angeregte Niveau das niedrigst mögliche über dem Grundzustand und kann das Elektron in diesen unter Lichtemission zurückfallen, so heißt die entsprechende Linie „Resonanzlinie".

**d) Zeeman-Effekt.** Back u. Landé, Zeeman-Effekt u. Multiplettstruktur d. Spektrallinien. Berlin 1925. Müller-Pouillet, Lehrb. d. Phys., II, 2, 2. Braunschweig 1929.

In magnetischen Feldern werden die Energiezustände der Atome in der Weise beeinflußt, daß die Zeeman-Terme, in die die bisher durch die Quantenzahlen $L, S$ und $J$ zu beschreibenden Zustände aufspalten, darzustellen sind durch weitere „magnetische" Quantenzahlen. Man hat zwei Fälle zu unterscheiden:

$\alpha$) Im schwachen Magnetfeld. Das Magnetfeld $H$ ist so schwach, daß die magnetische Zusatzaufspaltung klein ist gegen die Multiplettaufspaltung des feldfreien Termmultipletts. In diesem Fall wird ein Term mit der Totalimpuls-Quantenzahl $J$ aufgespalten in $2J + 1$ Terme mit den Quantenzahlen $m_J = J, J - 1, \ldots, -J$. Diese Terme liegen äquidistant in Abständen $\Delta\nu = g_J \cdot A_H \cdot H$. In Spektren mit „normaler Kopplung" ist nach Landé

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}.$$

$A_H = 4{,}6899 \cdot 10^{-5} \frac{\text{cm}^{-1}}{\text{Oersted}}$ (Lorentz-Einheit). Aus der Aufspaltung bekannter Linien läßt sich danach das Magnetfeld sehr genau bestimmen. Der theoretische Ausdruck für die Lorentz-Einheit lautet $\Delta\bar{\nu} = \frac{e}{m} \cdot \frac{H}{}$. Die Ausmessung des Zeeman-Effektes bei bekanntem Magnetfeld liefert daher $\frac{e}{m}$ des Elektrons.

S. Campbell u. Houston, Phys. Rev. 39, 601, 1932.
Neueste Werte: U. Stille, Zs. f. Phys. 125, 174, 1948.

Da für zwei miteinander kombinierende Terme die $g_J$-Werte im allgemeinen verschieden und $\neq 1$ sind, so resultieren, beherrscht durch die Auswahlregel für die magnetischen Quantenzahlen: $\Delta m_J = 0, \pm 1$, komplizierte Linienaufspaltungen im Magnetfeld (anomaler Zeeman-Effekt). Nur in Singulettspektren, wo beide Terme $g_J = 1$ haben, resultiert ein „normales Zeeman-Triplett", indem die magnetischen Termabstände oben und unten gleich 1 Lorentz-Einheit sind und drei Linienkomponenten, entsprechend $\Delta m_J = +1, 0$ und $-1$, übrigbleiben. Die Übergänge mit $\Delta m_J = \pm 1$ ergeben zirkular um die Kraftlinien, die mit $\Delta m_J = 0$ parallel zu den Kraftlinien polarisiertes Licht.
Durch die Beobachtung der Zeeman-Effekte der Linien lassen sich unbekannte Linien klassifizieren. Denn aus der Zahl der Komponenten, in die ein Term im Magnetfeld aufspaltet, und aus seinem $g_J$-Wert kann mit Sicherheit seine Klassifizierung erkannt werden.

Die nach der $g$-Formel berechneten Zeeman-Terme und ihre Kombinationen für Singulett- bis Oktettspektren von $L = 0$ bis $L = 6$ finden sich bei Kieß u. Meggers, Bur. Stand. Journ. Res. 1, 641, 1928. Andererseits gelten die Gesetzmäßigkeiten streng nur im Fall „normaler Kopplungsverhältnisse", und aus Abweichungen können Störungen dieser Verhältnisse erkannt werden.

$\beta$) Im starken Magnetfeld. Im Fall, daß das Magnetfeld eine gegen die feldfreie Multiplettaufspaltung große Zerlegung bewirkt, haben an Stelle der magnetischen Quantenzahlen $m_J$ solche $m_L$ und $m_S$ zu treten: $m_L = L, L-1, \ldots, -L$ und $m_S = S, S-1, \ldots, -S$.
Die im Magnetfeld entstehenden Terme werden angegeben durch die Quantenzahlen $m_L + m_S$, deren zugehörige Terme um $m_L + 2m_S$ Lorentz-Einheiten gegen

den feldlosen Term verschoben liegen. Diese treten jetzt an die Stelle des gesamten feldfreien Termmultipletts. Gilt die Voraussetzung des „starken" Feldes für oberen und unteren Term, so verwandelt sich das ganze Multiplett in ein normales Lorentz-Triplett, das analog zustande kommt, wie oben für Singulettspektren beschrieben (Paschen-Back-Effekt).
Zwischen den beiden Extremfällen $\alpha$) und $\beta$) gibt es Zwischenzustände, wo die Auswahlregeln nicht mehr gelten.

Über alle mit dem Zeeman-Effekt zusammenhängenden magneto-optischen Erscheinungen siehe Handbuch der Experimentalphysik. Bd. 16, I. Leipzig 1936. Lichtquellen und Untersuchungsverfahren s. S. 455.

**e) Stark-Effekt.** Stark, Handb. d. Exp. Phys. 21, 1927.

In elektrischen Feldern werden die Energiezustände der Atome ebenfalls beeinflußt, und zwar in mannigfaltiger Weise je nach der Art des Terms. Es sind folgende Wirkungen des elektrischen Feldes zu unterscheiden:

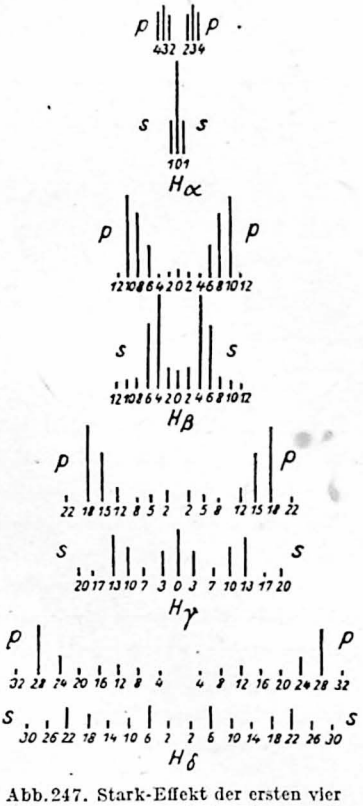



Abb. 247. Stark-Effekt der ersten vier Linien der Balmer-Serie des Wasserstoffs. $s$ senkrecht, $p$ parallel zu den Kraftlinien polarisiert (nach J. Stark)

Die beim Zeeman-Effekt auftretenden Quantenzahlen $m_J$ (S. 445) beschreiben auch die im elektrischen Feld an Stelle eines Terms $J$ auftretenden Zustände (z. B. bei den Alkalien). Im Gegensatz zum Zeeman-Effekt haben aber die Zustände mit gleichem $|m_J|$ gleiche Energie. Es resultieren bei halbzahligem $J$: $J + \frac{1}{2}$ Term, bei ganzzahligem $J$: $J + 1$ Term. Kombinationen mit $\Delta m_J = 0, \pm 1$ sind erlaubt. Die Polarisation ist bei $\Delta m_J = 0$ parallel zu den Kraftlinien, bei $\Delta m_J = \pm 1$ zirkular um die Kraftlinien; wegen der Gleichheit der Verschiebung für $|m_J|$ beobachtet man in Richtung der Kraftlinien unpolarisierte Komponenten. In starken Feldern tritt ein Analogon zum Paschen-Back-Effekt ein. Bei kleiner Multiplettaufspaltung (z. B. Helium) tritt $m_L$ an Stelle von $m_J$.

$\alpha$) Quadratischer Stark-Effekt. Das elektrische Feld bewirkt bei nicht zu kleiner Abweichung $\delta$ des Terms von der Wasserstoffähnlichkeit, $\delta = 1 - \frac{\text{Term}}{R \cdot Z^2/n^2}$, eine Termverschiebung, die proportional dem Quadrat der Feldstärke ist (z. B. Helium).

Kiuti, Z. Phys. 57, 658, 1929; Ryde, ebd. 59, 836, 1930.

$\beta$) Linearer Stark-Effekt. Bei wasserstoffähnlichen Termen tritt schon bei kleinen Feldstärken, bei anderen erst bei hohen Feldstärken, Aufspaltung und lineare Änderung des Energiewertes eines Zustandes mit der Feldstärke ein. Bei noch höheren Feldern beobachtet man Zusatzeffekte, die man durch höhere Feldpotenzen darstellen kann. Die Wasserstofflinien (und wasserstoffähnliche) zeigen symmetrische Aufspaltungen in mit der Seriennummer wachsende Zahlen von Komponenten.

Die Termverschiebung beim linearen Stark-Effekt wird gegeben durch die Formel $\Delta\nu = A \cdot \mathfrak{E} \cdot N/Z$, worin $Z$ die Kernladung, $\mathfrak{E}$ die Feldstärke, $N = n(n_2 - n_1)$, $n$ die Hauptquantenzahl, $n_1, n_2$ ganze positive Zahlen zwischen 0 und $n - 1$ sind.

$$A = \frac{3h}{8\pi^2 mec} = 6{,}406 \cdot 10^{-5} \frac{\text{cm}^{-1}}{\text{V/cm}}$$

Diese Formel dient zur Bestimmung der Feldstärke aus Stark-Effekt-Beobachtungen. Beim Strahlungsübergang ist $\Delta N$ beliebig.
Den Stark-Effekt von $H_\alpha$ bis $H_\delta$ zeigt Abb. 247. Bei jeder Komponente ist die Änderung $\Delta N$ angegeben.

$\gamma$) Durchbrechung der $L$-Auswahlregel. Im elektrischen Feld treten von bestimmten Feldstärken ab „verbotene" Serien ($aS - mS$, $aS - mD$) usw. auf (Stark-Kochsche Linien).

Über Lichtquellen u. Untersuchungsverfahren s. S. 455. Verleger, Ergebn. exakt. Naturwiss. **18**, 99, 1939.

**f) Hyperfeinstruktur.** H. Kopfermann, Kernmomente. Leipzig 1939.

$\alpha$) Darstellung durch die Quantenzahl $i$. Mit verfeinerten spektroskopischen Hilfsmitteln erkennt man eine weitere Feinaufspaltung vieler Spektrallinien ohne Feld, die durch weitere Quantenzahlen beschrieben wird.
Die neu hinzutretende, für den Atomkern charakteristische, also für alle Terme eines Elementes gültige Quantenzahl wird mit $i$ bezeichnet und nach Pauli dem mechanischen Drehimpulsmoment des Atomkerns zugeschrieben. Mit der Impulsquantenzahl $J$ wird $i$ in derselben Weise zu einer Resultierenden vereinigt wie $L$ und $S$ zu $J$. Ist also $J > i$, so resultieren $2i + 1$ Quantenzahlen, die mit $F$ bezeichnet werden und denselben Gesetzen unterworfen sind wie $J$; $\Delta F = 0, \pm 1$; $F = 0 \nrightarrow F = 0$ ist verboten. Auch die Landésche Intervallregel gilt für Feinstrukturen fast immer in Strenge: Der Abstand zweier Niveaus mit $F$ und $F + 1$ ist proportional $F + 1$. Abweichungen von der Intervallregel beruhen auf einem Quadrupolmoment des Kernes.

$\beta$) Bestimmung des Kernmoments. Die Hyperfeinstrukturen bilden also vollständige Multipletts im kleinen, bei deren Analyse zunächst die Bestimmung der Zahl $i$ die Hauptaufgabe darstellt. Ist $J > i$, so ergibt sich $i$ aus der Zahl $2i + 1$ der $F$-Niveaus durch einfache Abzählung. In vielen Fällen stehen aber im „Grobstrukturspektrum" nur Linien mit kleinen $J$-Werten zur Verfügung. Dann resultieren, wenn $i > J$ ist, $2J + 1$ Niveaus, und $i$ bleibt unbestimmt. In solchen Fällen wird $i$ entweder mit Hilfe der Intervallregel oder der Intensitätsregeln zu bestimmen gesucht. Letztere sind ebenfalls den Regeln für Multipletts analog.

Hill, Proc. Nat. Soc. **15**, 779, 1929.

Die sicherste Bestimmung des Kernmoments ist die durch den Zeeman-Effekt. Schon bei geringen Feldern ist meist die magnetische Aufspaltung groß gegen die Hyperfeinstruktur, so daß für diese bald Paschen-Back-Verwandlung eintritt. Infolge eines (bei der Besprechung des Paschen-Back-Effekts vernachlässigten) Effektes tritt eine Feinaufspaltung jeder Komponente des anomalen Zeeman-Effektes (S. 445, Abschn. $\alpha$) in $2i + 1$ äquidistante Feinkomponenten ein, deren Aufspaltung von der Größenordnung der feldlosen Hyperfeinstruktur ist.

Die Größe der Hyperfeinaufspaltung eines Termes bei gegebenem Kernmoment $i$ (mechanisches Kernmoment) ist gegeben durch die Elektronenkonfiguration und durch das magnetische Kernmoment $\mu$, das zum mechanischen Kernmoment im Verhältnis $\frac{1}{g_i}$ steht.

Aus der Multiplettaufspaltung und der Hyperfeinaufspaltung eines Termes bestimmt man $g_i$ und $\mu$ nach Formeln von Goudsmit, Phys. Rev. 43, 636, 1933.

Über die Bestimmung von Kernmomenten aus Molekularstrahlmessungen s. Kopfermann, a. a. O. u. Ergebn. exakt. Naturwiss. 15, 229, 1936; aus Bandenspektren s. S. 461.

$\gamma$) Isotopieaufspaltung. Als weiterer Grund für die Hyperfeinstruktur der Linien vieler Elemente kommt Isotopie in Frage. Zwei Elemente gleicher Kernladung, aber verschiedenen Atomgewichts heißen Isotope.
In den Linienspektren können die Termwerte verschiedener Isotope etwas verschiedene Werte haben. Diese Verschiedenheit beruht bei Wasserstoff auf der Abhängigkeit der Rydberg-Konstante von der Kernmasse.

Bei nicht wasserstoffähnlichen Elementen ist die Verschiebung so allein nicht zu erklären. Allgemein gültige Gesetze über den Zusammenhang von Isotopieverschiebungen und Termcharakter sind noch nicht gefunden. Bei manchen Elementen haben die schwereren Isotope den größeren Termwert, bei anderen die leichteren. Ist der Unterschied in den beiden eine Linie bestimmenden Termen ungleich, so spaltet die Linie in eine der Zahl der vorhandenen Isotope gleiche Zahl von Feinkomponenten auf, deren relative Intensität dem Häufigkeitsverhältnis der Isotope entspricht.
Besitzen die Isotope ein die Linien aufspaltendes Kernmoment, so besteht die Isotopieverschiebung in einer Verlagerung des „Linienschwerpunktes" der Kernmomentstruktur. In vielen Fällen ist im Kernmoment, in der Aufspaltungsgröße und Aufspaltungsrichtung durch das Kernmoment ein Unterschied zwischen den Isotopen eines Elementes vorhanden.

## B. Untersuchungsverfahren

Hanle, Anregung der Spektren. Handb. d. Chem. Phys. 9, 1, 1937.

**a) Elektronenstoßanregung.** Die spektroskopischen Verfahren zerfallen in Emissions- und Absorptionsuntersuchungen. Bei den ersteren bringt man die zu untersuchenden Teilchen durch Energiezufuhr auf hohe Energiestufen (Anregung), von denen aus dann die Rückkehr in den Normalzustand unter Emission von Licht, entweder unmittelbar oder unter Durchlaufen von verschiedenen Zwischenstufen, geschieht. Die Anregung zur Lichtemission erfolgt praktisch hauptsächlich durch Stoß elektrisch geladener Teilchen bestimmter Geschwindigkeit (Elektrolumineszenz), durch Temperaturerhöhung (Thermolumineszenz) oder durch Einstrahlen von Licht, das von den zu untersuchenden Teilchen absorbiert werden kann (Fluoreszenz).

Wird die den Atomen durch die Anregung mitgeteilte Energie begrenzt, so werden von den Linien des Spektrums nur diejenigen emittiert, die von dem jeweils erreichten Anregungszustand aus beim Zurückfallen des Elektrons in den Grundzustand, unmittelbar oder mit Zwischenstufen, als Kombinationen möglich sind. Geschieht die Anregung durch Elektronenstoß, so kann sie durch die Geschwindigkeit der Elektronen begrenzt werden. Solche Lichtquellen sind zum optischen Nachweis der Anregungsstufen der Atome zahlreich entwickelt worden.

Franck u. Jordan, Anregung von Quantensprüngen durch Stöße. Berlin 1926.

Für schwer flüchtige Substanzen wurde eine Methode entwickelt, bei der sich im Vakuumofen innerhalb eines elektrisch geheizten Kohlerohres ein zweites, davon

isoliertes Kohlerohr befindet, das den Potentialabfall des Heizrohres abschirmt und von diesem nur durch Strahlung geheizt wird. Als Anode dient ein konzentrisch eingeführter Kohlestift. Die Lichtanregung erfolgt von beliebig kleinen Spannungen an mit großer Lichtstärke.

Ritschl, Ann. Phys. (V) 13, 337, 1932.

**b) Anregung in der Glimmentladung.** Die verschiedenen Teile der Glimmentladung (vgl. Bd. 2) dienen zur Anregung von Linienspektren in verschiedener Weise.

α) In der positiven Säule erhält man vor allem die Bogenspektren der einatomigen Gase lichtstark und störungsfrei mit guter Entwicklung der Serien.

Eine Anwendung des positiven Glimmlichtes sind die edelgasgefüllten Leucht- und Reklameröhren. Sie werden mit hochgespanntem Wechselstrom oder, unter Vernichtung des Kathodenfalls durch Glühelektroden, mit Netzspannung betrieben. Die Farbe ist bei Füllung mit: Stickstoff gelbweißlich, Kohlensäure weiß, Neon rot, Helium hellgelb, Neon mit Quecksilber blaugrün bzw. in gelbem Glasrohr grün.

Auch Metalldämpfe lassen sich in der positiven Säule lichtstark anregen. Dazu dienen die von der Osram K. G. entwickelten technischen Spektrallampen.

Diese sind mit einer Edelgasgrundfüllung als Entladungsträger versehen. Das Metall befindet sich im Innern des Entladungsrohres und kommt durch die Stromwärme zur Verdampfung. Bei hinreichendem Metalldampfdruck wird das schwerer anregbare Edelgasspektrum weitgehend unterdrückt. Die Elektroden sind Glühelektroden, die bei den Natriumlampen bei zunächst kurzgeschlossener Entladungsbahn durch den Strom aufgeheizt werden. Dann wird der Kurzschließer geöffnet, und die Entladung geht durch das Gas, wobei der Entladungsstrom die Elektrodenheizung aufrechterhält. Bei den übrigen Lampen erfolgt die Zündung selbsttätig mittels einer Hilfsentladung zwischen einer Zünd- und der einen Hauptelektrode.

Alkali-Metalldampflampen zeigen bei 1 A Belastung vorwiegend die Linien der Hauptserie; bei stärkerer Belastung (etwa 3 A) schnürt sich die Entladung ein, es treten die Nebenserien und Wiedervereinigungskontinua auf. – Für Metalle, die schwerer verdampfen oder das Glas angreifen, verwendet man nach Ewest „Lichtspritzen", hergestellt für Mg, Ba und Li. Der technische Wert der Gasentladungslampen liegt in der hohen Lichtausbeute. Liegt die Resonanzlinie im Sichtbaren, so läßt sich die elektrische Energie der positiven Säule fast verlustfrei in sichtbares Licht verwandeln (Na-Lampe). Liegt die Resonanzlinie im unsichtbaren Ultraviolett, so ist die Ausbeute an sichtbarem Licht gering; durch Drucksteigerung läßt sich z. B. bei der Quecksilberlampe die Ausstrahlung weitgehend ins Sichtbare verlegen (bei 10000 mm Hg bis 70 Hlm/W). Eine Steigerung der Ausbeute an sichtbarem Licht wird weiter erreicht durch Luminophore, das sind Leuchtstoffe, die innen oder außen auf die Wand des Entladungsrohres gebracht werden und durch ultraviolette Bestrahlung zu sichtbarer Fluoreszenz oder Phosphoreszenz kommen. Auch zur Erzeugung weißen Lichtes aus farbigem für Beleuchtungszwecke dienen die Luminophore. Sulfid-, Wolframat-, Phosphat- und Silikatgruppen dienen zur Umwandlung des ultravioletten in sichtbares Licht. Zinksulfidluminophore tragen zum Rotgehalt bei. Die Lichtausbeute der Luminophorlampen mit Ne und Hg beträgt das Zwei- bis Achtfache der Glühlampe.

Ewest, Z. techn. Phys. 12, 645, 1931; Sewig, Handb. d. Lichttechnik. Berlin 1938; Krefft u. Pirani, Z. techn. Phys. 14, 393, 1933. Quecksilberlampen s. Abschn. c, β, S. 451.

An der Grenze vom Faradayschen Dunkelraum und positiver Säule treten, wie zuerst Stark beobachtete, die Emissionslinien nach Anregungsspannungen räumlich getrennt auf, entsprechend der allmählichen Beschleunigung der Elektronen der Entladung.

Lau u. Reichenheim, Z. Phys. **61**, 782, 1930.

$\beta$) Das negative Glimmlicht dient ebenfalls zur Spektrallinien-Anregung. Dabei ist die zur Verfügung stehende Energie hier wesentlich höher als in der positiven Säule, so daß vorwiegend die ersten Funkenspektren zur Beobachtung kommen. Das negative Glimmlicht läßt sich besonders lichtstark erzeugen in der von Paschen in die Spektroskopie eingeführten Hohlkathode.

Paschen, Berl. Ber. 207, 1927.

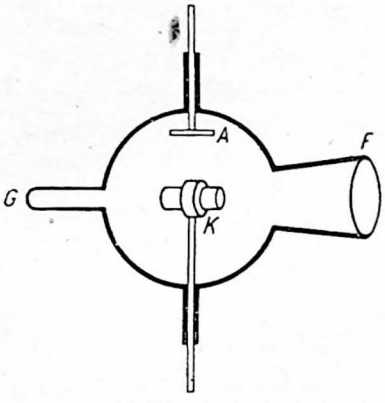



Abb. 248.
Paschensche Hohlkathode. *K* Kathode, *A* Anode, *F* Fenster, *G* Gaseinlaß

Eine Ausführungsform der Hohlkathoden-Glimmlampe zeigt Abb. 248. In der Hohlkathode kommt bei Füllung mit Edelgas neben dessen Spektrum auch das Spektrum des Kathodenmetalls lichtstark zur Anregung, da durch Kathodenzerstäubung genügend Metallatome in die Entladung eintreten. Diese sind leichter anregbar als die Edelgase und geben daher ein lichtstarkes Spektrum, hauptsächlich das erste Funkenspektrum. Dabei tritt nach Paschen eine Begrenzung der Anregung durch die metastabilen Zustände der Edelgasatome ein. Auch die Ionisierungsspannung des Edelgases spielt bei der Anregung eine Rolle. Die Anregungsenergie der metastabilen Terme und die Ionisierungsspannungen der Edelgase gibt die Tabelle 46.

Über die fraglichen Anregungsprozesse s. Frerichs, Ann. Phys. (IV), **85**, 362, 1928; Sawyer, Phys. Rev. **36**, 44, 1930. Ausführungsform der Hohlkathode: Campbell, Z. Phys. **84**, 393, 1933.

Das Edelgas muß sehr rein sein, dann kommen auch die festesten Oxydschichten der Metalle, wie von Al, zur Zerstörung, und das Metallspektrum erscheint lichtstark.

Der Betrieb der Glimmlampen, soweit sie nicht abgeschmolzen zur Verwendung kommen, erfolgt bei dauerndem Durchströmen des Grundgases. Für Edelgas verwendet man zweckmäßig eine Zirkulation, bei der dieses nach Durchtritt durch eine Quecksilberfalle von der Diffusionspumpe abgesaugt wird und aus dem Vorvakuum-Vorratsgefäß durch eine Edelgas-Reinigungsfalle wieder in das Entladungsrohr, unter passender Drosselung, eintritt.

Technisch wird das negative Glimmlicht ausgenutzt in den Glimmlampen, bei denen die Anode bis an das negative Glimmlicht herangeführt ist. Sie sind mit Edelgas von 5 bis 25 mm Druck gefüllt. Die Brennspannung hängt vom Kathodenmaterial ab. Die Lampen können am Netz gebrannt werden. Zur Strombegrenzung dient ein in den Sockel eingebauter Widerstand.

$\gamma$) Die elektrodenlose Entladung ist eine Glimmentladung, bei der keine metallischen Elektroden die Potentialdifferenz in den Gasraum einführen, sondern bei der ein Hochfrequenzfeld auf kapazitivem oder induktivem Wege so hohe

Felder im Gasraum erzeugt, daß Leuchtanregung erfolgt. Diese Anregungsart eignet sich zur Erzeugung scharfer Bogen- und Funkenspektren von Gasen und Dämpfen. Bei der kapazitiven Entladung liegen an den mit Gas geeigneten Druckes gefüllten Röhren metallische Außenelektroden, an die Wechselspannung von einigen Tausend Schwingungen je Sekunde angelegt wird. Bei der induktiven Entladung, auch Ringentladung genannt, befindet sich das Entladungsgefäß im Innern einer von starkem Hochfrequenzstrom durchflossenen Spule. Die größte Lichtintensität entsteht in der Nähe der Wand; die Höhe der Anregung (Ionisationsgrad) nimmt von der Wand zur Rohrachse ab. Bei der Beobachtung in Richtung der Rohrachse unterscheiden sich die Linien verschiedener Ionisationsstufen durch ihre Länge. Als Hochfrequenzschwingungskreis kann ein Funkenkreis oder besser ein Kurzwellenröhrensender, z. B. ein 20-m-Sender, benutzt werden.

Mierdel, Phys. Z. **25**, 240, 1924; Herzberg, Ann. Phys. (IV), **84**, 553, 1927; L. u. E. Bloch, Zeeman Verhandelingen. s'Gravenhage 1935, S. 18; Davis, Phys. Rev. **20**, 129, 1905.

**c) Der Lichtbogen.** $\alpha$) Der elektrische Lichtbogen gibt eine sehr intensive Leuchtanregung insbesondere von Metalldämpfen. In der Säule des Bogens kommen vorwiegend die Spektren der neutralen Atome zur Emission, daher die Bezeichnung „Bogenspektren". Daneben treten in der Nähe der Elektroden auch Linien der ionisierten Elemente auf. Das zu untersuchende Metall bringt man entweder rein oder als Salz in die untere (Kohle-) Elektrode, oder man versieht die Kohle mit einem mit Metallsalz getränkten Docht. Viele Metalle lassen sich auch selbst als Elektroden des Bogens verwenden (Fe, Cu usw.).
Brennt der Bogen in freier Luft, so sind die Linien meist unscharf und in der Wellenlänge verschoben; scharfe und unverschobene Linien sendet der Bogen im Vakuum aus. Die Linien des Bogens zeigen leicht Selbstumkehr (s. S. 455); Schärfe und Umkehrfreiheit wachsen mit abnehmender Konzentration der Atome im Bogenplasma. Kohleelektroden zeigen immer die Linien und Banden des Kohlenstoffs als Verunreinigung.
Zur Erzeugung von Eisennormallinien dient der Pfundsche Eisenbogen. Bessere Bedingungen bietet der Kingsche Ofen mit besonderer elektrischer Anregung (halbselbständige Entladung) nach Schüler und Wolf sowie die Pirani-Rompesche Eisenbogenlampe.

John u. Babcock, Astr. J. **46**, 138, 1917; Wolf, Z. Phys. **44**, 170, 1927; Pirani, Z. techn. Phys. **13**, 134, 1932.

$\beta$) Die Quecksilberlampen. Besondere Formen gibt man dem Quecksilberbogen. Hier unterscheidet man mehrere Arten: die langgestreckte Quecksilber-Niederdrucklampe brennt mit einem Druck von 0,01 bis 1 Torr. Die positive Säule füllt den ganzen Rohrquerschnitt aus.

Die Aronssche Hg-Bogenlampe brennt mit Gleichstrom bei flüssigen Hg-Elektroden. Für Wechselstrom wurde die Cooper-Hewitt-Lampe mit Gleichrichterschaltung entwickelt. Weiter gibt es Niederdrucklampen mit Glühelektroden, die durch den Entladungsstrom geheizt werden; das Hg befindet sich als Bodenkörper im Entladungsrohr. Diese Lampen besitzen eine Edelgasfüllung und werden mit Gleich- oder Wechselstrom betrieben. Die Zündung erfolgt mit Netzspannung, der Druck steigt beim Betrieb auf 2 mm (Glimmentladung). Die Quecksilberlampe von Harries u. v. Hippel ist eine Niederdruck-Kapillarlampe mit Leuchtrohr aus Quarz oder Hartglas; der Dampfdruck im Leuchtrohr ist durch den Druck in einem Ausdehnungsgefäß gegeben und daher von Spannungsschwankungen sehr unabhängig.

Harries u. v. Hippel, Phys. Z. **33**, 81, 1932.

Die Hg-Niederdrucklampen liefern scharfe, aber leicht selbstumgekehrte Linien. Über die Vermeidung der Selbstumkehr s. S. 455.

Besonders lichtstark sind die Quecksilberhochdrucklampen. Als Wandmaterial dient Hart- oder Quarzglas. Wegen des hohen Spannungsgradienten kann die Länge des Bogens gering gehalten werden. Die Entladungsbahn schnürt sich im Rohrinneren zusammen. Die Kathoden sind durch den Bogenstrom aufgeheizte Oxydkathoden, Wolframwendel mit Erdalkalioxyden. Die Lampen haben eine Grundfüllung von Argon oder Neon. Die Zündspannung beträgt 180 V, die Brennspannung 135 V. Zur Strombegrenzung dienen Vorschaltwiderstände oder Drosseln. Bei 10 at Druck und 75 Watt am Rohr beträgt der Lichtstrom 3300 Hlm. Die Quecksilberlinien sind bei diesen Lampen sehr stark verbreitet, das Spektrum nähert sich schon einem Kontinuum.

**d) Funken.** Die intensivste Anregung optischer Spektren erhält man im kondensierten elektrischen Funken. Er emittiert Bogen- und vor allem Funkenlinien der Bestandteile der Elektroden und des umgebenden Gases. Die relative Intensität der Linien der verschiedenen Ionisationsstufen wird durch die Frequenz des Funkenkreises weitgehend bestimmt. Bei erhöhter Kapazität des Funkenkreises steigt die Anregungshöhe und damit der Ionisationsgrad der emittierenden Atome; bei erhöhter Selbstinduktion geht sie zurück. Für höchste Anregung muß die Selbstinduktion des Kreises soweit wie möglich verringert werden. Zur Trennung der Linien der verschiedenen Ionisationsgrade eines Elementes dient ein Funkenkreis mit variabler Selbstinduktion. Bei gesteigerter Selbstinduktion wird die Stromdichte im Funken geringer und die Linienschärfe größer. Im Gegensatz zum Bogen und zur Flamme treten im Funken auch die Linien der Nichtmetalle auf. Der Funke in Luft zeigt die Linien der Luftbestandteile mit etwas verschobener Wellenlänge; durch Selbstinduktion lassen sich diese unterdrücken. – Schärfere Linien und höhere Anregung erhält man im Funken im Vakuum; bei höchster Kondensation der Entladung gibt der Vakuumfunke Spektren der zehnten oder höheren Ionisationsstufe.

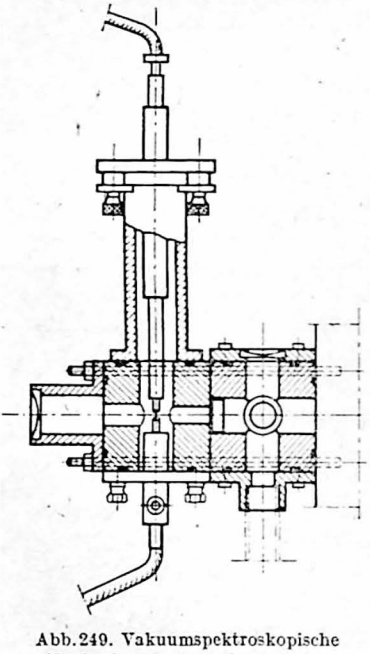


Abb. 249. Vakuumspektroskopische Funkenkammern nach Siegbahn

Als Elektrodenabstand wählt man 1 bis 2 mm; als Parallelkapazität 0,03 bis 0,3 $\mu$F; die Funkenspannung liegt bei etwa 70 kV; als Selbstinduktion genügt z. B. eine Spule aus starkem Kupferdraht von 50 cm Durchmesser mit 2 cm Windungsabstand. Eine Funkenkammer für vakuumspektroskopische Zwecke zeigt die Abb. 249.

**e) Thermische Anregung.** Durch reine Temperatursteigerung kann man Gase und Dämpfe zum Leuchten bringen. Die Zahl der in einem Zustand der Energie $E$ über dem Grundzustand durch die absolute Temperatur $T$ angeregten Atome ist proportional $G \cdot e^{-E/kT}$, darin ist $G$ das „statistische Gewicht" des Zustandes (S. 444). Entsprechend der verfügbaren kinetischen Energie der Temperaturbewegung kommen mit steigender Temperatur immer höher angeregte Zustände zur Lichtemission. Darauf beruht die von King eingeführte Temperaturklassi-

fizierung der Spektrallinien. Die Anregung, speziell von Metalldämpfen, erfolgt im Kingschen Ofen in einem elektrisch geheizten Kohlerohr.

King, Trans. Amer. Electrochem. Soc. 56, 97, 1929.

Auch in Flammen findet eine thermische Anregung von Atomen und Ionen zur Lichtemission statt, doch kommen hier vielfach auch chemische Prozesse als Energiequelle hinzu.

In Flammen wird fast nur das Bogenspektrum angeregt. Die Metalle werden in die Flamme als Salze in der Platinöse oder in Lösungen durch Zerstäuber eingeführt.

Leichte Metalle (Li, Na, K) lassen sich schon in der normalen Bunsenflamme lichtstark anregen. Für Metalle mittleren Atomgewichts braucht man eine heiße Flamme (Azetylen mit Luft oder Sauerstoff), z. B. für Ag, Co, Cu, Cr, Fe, Mn, Ni, Pd. Die spektrale Empfindlichkeit sinkt mit steigendem Atomgewicht. Die nicht metallischen Komponenten treten nicht in Erscheinung und beeinflussen die Intensität fast nicht.

Die Flamme wurde für die quantitative Spektralanalyse von Lundegardh verwendet. Lundegardh, Die quantitative Spektralanalyse. I und II. Jena 1928 u. 1934. S. auch Waibel, Wiss. Veröff. Siemens-Konzern 14, 2, 1935.

**f) Fluoreszenzanregung.** Pringsheim, Fluoreszenz u. Phosphoreszenz. Berlin 1928.

Definierte Anregung erreicht man durch Einstrahlung von monochromatischem Licht (Fluoreszenz). Das eingestrahlte Licht muß von den Atomen absorbiert werden. Das Atom wird dadurch auf ein bestimmtes Niveau angeregt, von dem aus unter Lichtemission Rückkehr in den Grundzustand erfolgt. Die erregende Lichtquelle muß frei von Selbstumkehr sein.

Wird z. B. in ein mit Quecksilberdampf gefülltes Gefäß die Resonanzlinie eingestrahlt, so wird nur diese in Fluoreszenz wieder emittiert, es liegt ein Analogon zur akustischen Resonanz vor. Ist das angeregte Niveau mehrfach (Multiplett- oder Hyperfeinstruktur), so werden durch Drucksteigerung auch die benachbarten Niveaus mit angeregt und das Fluoreszenzspektrum vervollständigt.

**g) Lichtquellen für scharfe und umkehrfreie Spektrallinien.** Die Spektrallinien sind nicht streng monochromatisch, sondern zeigen jeweils eine bestimmte endliche Breite, die durch die Überlagerung verschiedener Ursachen bedingt ist. Diese sind:

α) Die natürliche Linienbreite, die der Dämpfung des klassischen Oszillators entspricht. Die Größe der Halbwertsbreite, also des Wellenzahlenabstandes von der Linienmitte, bei dem Abfall der Intensität auf die Hälfte stattfindet, ist

$$\Delta\nu = \frac{4\pi e^2}{mc^2}\left(\sum_k \nu_{1k}^2 f_{1k} + \sum_l \nu_{2l}^2 f_{2l}\right).$$

Darin beziehen sich die Indizes 1 und 2 auf die Zustände, aus deren Kombination die Linie entsteht; $k$ und $l$ sind die unterhalb dieser Zustände liegenden Terme, die mit ihnen mit den Frequenzen $\nu$ und den Oszillatorenstärken $f$ (vgl. oben S. 444) kombinieren können. $e$ ist die Ladung, $m$ die Masse des Elektrons, $c$ die Lichtgeschwindigkeit.

$\beta$) Die Doppler-Breite, die durch die Temperaturbewegung der Atome und den dadurch bedingten Doppler-Effekt entsteht. Die Doppler-Halbwertsbreite beträgt

$$\Delta\nu = \frac{4\pi\nu_0}{c}\sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad \text{(vgl. S. 359).}$$

$M$ ist das Molekulargewicht, $R$ die Gaskonstante. Im Gebiet der Röntgenstrahlen überwiegt die natürliche Breite, im Ultrarot die Doppler-Breite.

$\gamma$) Die Druckverbreiterung. Es ist zu unterscheiden zwischen Eigendruckverbreiterung (Halbwertsbreite proportional der Gasdichte) und Fremddruckverbreiterung (Halbwertsbreite proportional der Fremdgasdichte); diese bewirkt außerdem eine dem Druck proportionale Maximumsverschiebung der Linie, die über 15 Atmosphären proportional dem Quadrat des Druckes wird. Dazu kommt eine Verbreiterung durch geladene Teilchen, die proportional $N^{2/3}$ ist ($N$ = Zahl der Ladungsträger je cm³). Ihre Größe ist abhängig vom Stark-Effekt der Linien.

P. Schulz, Phys. Z. **39**, 412, 1938.

Zur Verringerung der Linienbreite, die bei allen Präzisionswellenlängenmessungen störend wirkt, dient erstens Verringerung des Druckes, also Verwendung von Vakuumlichtquellen (Bogen und Funken), zweitens Verringerung der Stromdichte, also Verwendung von Glimmentladung oder elektrodenloser Entladung (S. 450); drittens Verringerung der Temperatur. Diese erreicht man durch Kühlung der Entladungsgefäße in fließendem Wasser oder mit flüssiger Luft, z. B. bei Geißler-Röhren. Die Paschensche Hohlkathode (S. 450) läßt sich nach Schüler direkt mit flüssiger Luft kühlen. Eine einfache von Ritschl angegebene Ausführungsform dieser Hohlkathodenlampe zeigt Abb. 250.

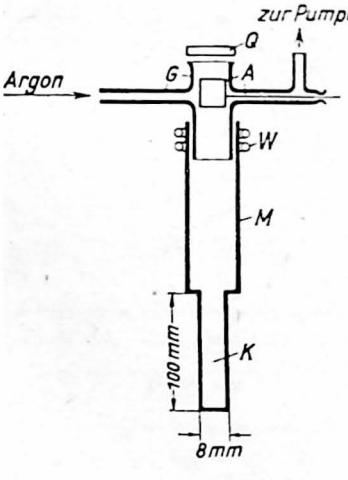



Abb. 250. Hohlkathode für Kühlung mit flüssiger Luft. *A* Anode, *K* Kathode, *Q* Quarzfenster, *G* Glasrohr, *M* Metallrohr

Schüler, Z. Phys. **59**, 149, 1930; Ritschl, ebd. **79**, 1, 1932.

Der Messingzylinder $M$, der Kathode ist, taucht bis unterhalb der Wasserschlange $W$, die die Kittung des Glaszylinders $G$ vor der Kälte schützt, in die flüssige Luft. $A$ ist die Anode, Edelgas strömt durch die Glasansatzrohre, $Q$ ist ein Quarzfenster, im engen Teil der Kathode bei $K$ ist der Sitz des negativen Glimmlichtes.

Für geringe Substanzmengen dient die Sparlampe von Schüler und Gollnow.

Schüler u. Gollnow, Z. Phys. **93**, 611, 1935.

Die äußerste Linienschärfe erreicht man in Emission oder Absorption durch Querbeobachtung eines im höchsten Vakuum verlaufenden Atomstrahls. Die Doppler-Komponente in der Beobachtungsrichtung fällt hier bis auf den durch die Aperturen des Atomstrahls und der Abbildung bedingten Wert fort. Die Anregung eines Atomstrahls zur Lichtemission erfolgt durch Beschießen mit einem Elektronenstrahl.

Minkowsky u. Bruck, Z. Phys. **95**, 274, 284, 1935; Meißner, Ann. Phys. **28**, 667, 1937; Jackson u. Kuhn, Proc. Roy. Soc. London (A) **158**, 172, 1937; Kopfermann, a. a. O. (S. 447).

In Emission verbreiterte Linien, deren Licht außerhalb der emittierenden Entladungsbahn absorptionsfähiges Gas durchläuft (Bogen, Geißler-Rohr in Längsbeobachtung) zeigen leicht Selbstumkehr, d.h. eine schmale Absorptionslinie erscheint als Intensitätsminimum in der Mitte der Emissionslinie. Zur Ausmessung einer Linie kann Selbstumkehr vorteilhaft sein, da sich das Fadenkreuz des Meßmikroskops gut auf die helle Umkehrlinie einstellen läßt. Zur Messung von Hyperfeinstrukturen, Intensitäten und zur Erregung von Fluoreszenzstrahlung sind selbstumgekehrte Linien unbrauchbar. Zur Vermeidung der Selbstumkehr wird entweder die Entladungsbahn mittels eines Magnetfeldes an das Beobachtungsfenster herangedrückt, um eine kalte Absorptionsschicht zu vermeiden (z. B. beim Quecksilberbogen), oder man erhält zwischen dem Fenster und der Entladungsbahn durch Zirkulation eine Edelgasschicht aufrecht.

Cario u. Lochte-Holtgreven, Z. Phys. 42, 22, 1927.

Selbstumkehrfrei sind auch die Linien der Resonanzlampen (S. 453) und des angeregten Atomstrahls (s. o.).

**h) Lichtquellen für Zeeman- und Stark-Effekt.** $\alpha$) Lichtemission im Magnetfeld. Bei der Untersuchung der Lichtemission im Magnetfeld (Zeeman-Effekt) ist die Beeinflussung der Gasentladung durch das Feld zu berücksichtigen; in starken Magnetfeldern erlöschen Bogen und Glimmentladung. Gase lassen sich im Magnetfeld durch Hochfrequenz anregen; für Metallspektren benutzt man den Backschen Abreißbogen, bei dem eine Elektrode beweglich ist und durch einen Motor der Bogen fortlaufend neu gezündet wird. Ein Wechselstrombogen geeigneter Frequenz kann im Magnetfeld dauernd brennen.

Zur Erzeugung der Magnetfelder dienen Spulen, die große Räume konstanten Feldes liefern und sich exakt berechnen lassen. Campbell u. Houston, Phys. Rev. 39, 601, 1932. Stärkere Felder, bis zu 50000 Gauß, erreicht man zwischen den Polen großer Elektromagnete mit Ferrokobalt-Polschuhen z. B. nach Weiß. Zur Abführung der Stromwärme dient Wasser-, Öl- oder Luftkühlung.

$\beta$) Lichtemission im elektrischen Feld: Die Untersuchung der Lichtemission in starken elektrischen Feldern (Stark-Effekt) stößt auf die Schwierigkeit, große Spannungsdifferenzen bei der Anwesenheit von Entladungsträgern aufrechtzuerhalten. Dies wird erreicht durch die Starksche Kanalstrahlmethode oder durch die Lo Surdosche Kathodenschichtmethode. Bei der ersteren beobachtet man nicht in der Entladungsbahn selbst, sondern in einem von dieser durch eine enge Öffnung (Kanal) in der Kathode getrennten Raum, in den die Kanalstrahlen eintreten. Hier lassen sich homogene Felder bis zur $10^6$ V/cm zwischen Kondensatorplatten aufrechterhalten, zwischen denen die Kanalstrahlemission beobachtet wird. Ist der Kanal hinreichend eng ($0{,}1 \times 1$ mm$^2$ Querschnitt, 20 mm lang) und wird der Strahlraum mit leistungsfähigen Pumpen evakuiert (Diffusionspumpen mit kurzen, weiten Rohrverbindungen), so erhält man das Abklingleuchten der Kanalstrahlatome (Wien). Zur Untersuchung des Druckleuchtens im eigenen Gas kann im Entladungsraum und im Strahlraum der gleiche Druck herrschen. Wünscht man Druckleuchten in einem Fremdgas (Trennung von bewegtem und ruhendem Leuchten), so läßt man den Kanalstrahl zunächst in einen Abklingraum und dann durch einen zweiten Kanal in den mit dem Ruhgas von wenigen Zehntelmillimeter Druck gefüllten Beobachtungsraum treten.

Über das Erzeugen der höchsten Feldstärken vgl. Rausch v. Traubenberg u. Gebauer, Z. Phys. 62, 289, 1930; Bomke, Phys. Z. 36, 158, 1935.

Bei der Kathodenschichtmethode wird innerhalb der Entladungsbahn im Gebiet der ersten Kathodenschicht beobachtet; das elektrische Feld ist das des Kathodenfalls. Man schnürt die Entladung vor der Kathode durch ein 0,5 bis 2 mm weites Glas- oder Quarzrohr ein. Es muß mit großem Vorschaltwiderstand gearbeitet werden, um ruhiges Brennen zu erzielen. Die Spannungsquelle liefert 20 kV; am Rohr liegen 10 kV, der Strom beträgt einige mA. Die Elektroden werden am besten aus Aluminium hergestellt; nach einiger Zeit tritt Bestäuben der Rohrwand ein.

Besondere Formen des Lo-Surdo-Rohres: Steubing, Ann. Phys. **10**, 296, 1931; Foster, Proc. Roy. Soc. **114**, 51, 1927.

**i) Absorptionsuntersuchungen.** Bei normaler Temperatur absorbieren die Gase und Dämpfe vom Grundzustand aus; bei höherer Temperatur werden durch thermische Anregung (S. 452) auch über dem Grundzustand liegende Energieniveaus angeregt, und es erscheinen in Absorption die von ihnen aus möglichen Übergänge zu höheren Termen (Grotrian).

Im vakuumspektroskopischen Gebiet erscheinen in Absorption Linien, die der Anregung innerer Elektronenschalen entsprechen; solche Linien werden in Emission nicht beobachtet.

H. Beutler, Z. Phys. **86**, 495, 1933.

Die Absorptionsmethode dient auch zur Untersuchung des Stark- und Zeeman-Effektes sowie der Druckverbreiterung, vor allem hoch angeregter Zustände.

Als Lichtquelle für kontinuierliche Spektren dienen bis herunter zu 4000 Å Glühlampen, Wolframbogenlampen und der positive Krater des Kohlebogens, dessen Spektrum allerdings durch Kohlebanden besonders im Ultravioletten überlagert ist. Für kürzere Wellenlängen dient das Wasserstoffkontinuum.

Bay u. Steiner, Z. Phys. **59**, 48, 1929; Lau, Z. Instrkde. **50**, 581, 1930.

Es wird erzeugt in Geißler-Röhren, bei denen für eine Wiedervereinigung der Wasserstoffatome zu Molekülen durch große, an der Wand anliegende Elektroden gesorgt ist. Die Kapillare ist 20 bis 60 cm lang und 5 bis 10 mm weit und innen versilbert. Die Füllung geschieht mit trockenem Wasserstoff von 0,1 bis 10 mm Druck. Das Kontinuum reicht von 5000 bis 1680 Å mit einem Intensitätsmaximum bei 2500 Å.

Für noch kürzere Wellen dient das Heliumkontinuum. Es wird in einem Geißler-Rohr von 60 cm Länge und 1 bis 3 cm Weite bei leicht kondensierter Entladung erzeugt (Betriebsspannung 50 kV, in Serie liegt eine Funkenstrecke von 1,5 mm, parallel eine Kapazität von 4000 cm). Das Kontinuum ist besonders intensiv zwischen 1100 und 600 Å.

Hopfield, Phys. Rev. **36**, 784, 1930.

Ein lichtstarkes Kontinuum vom Ultrarot bis herunter zu 300 Å erhält man in stark kondensierter Entladung durch 1 mm weite Kapillaren bei sehr geringem Gasdruck nach Lyman. Betriebsspannung 35 kV; Kapazität 0,35 $\mu$F. Die Füllung mit beliebigem Gas hat einen Druck von 0,1 bis 10 mm.

Rathenau, Z. Phys. **87**, 32, 1933; Finkelnburg, Kontinuierliche Spektren. Berlin 1938. Ultrarot-Lichtquellen s. S. 429.

## 5. Molekülspektren

Handb. d. Exp. Phys. Ergbd. I: Weizel, Bandenspektren; Herzberg, Molekülspektren u. Molekülstruktur. Dresden u. Leipzig 1939; Sponer, Molekülspektren. I. Berlin 1935. II. Berlin 1936; Herzberg, Infrared and Raman Spectra of Polyatomic Molecules. New York 1945.

### A. Gesetze, Beziehungen und Konstanten

**a) Elektronenanregung.** Über die Prinzipien der Emission und Absorption von Licht durch Materie s. S. 427. Die diskreten Energiewerte der Moleküle werden durch Quantenzahlen bestimmt, die außer den Elektronenbewegungen noch die Oszillationen der Atome gegeneinander und die Rotationen der Moleküle als Ganze zu beschreiben haben. Jeder Energiezustand eines Moleküls läßt sich deshalb angenähert darstellen als Summe von Elektronenterm, Schwingungsterm und Rotationsterm, $T = T_{(el)} + T_{(osz)} + T_{(rot)}$.

Die Elektronen der Moleküle können wie die der Atome durch Anregung Termserien $T_{(el)}$ bilden (S. 439), die in einfachen Fällen in der Rydbergschen Form $T_{(el)} = \frac{R}{n^{*2}}$ darstellbar sind. Für die Elektronenterme der Moleküle gelten ebenfalls Multiplizitätsgesetze (S. 440). Auch für Moleküle gilt die Unterscheidung in Bogen- und Funkenspektren (S. 439) analog.

Bezeichnung der Terme zweiatomiger Moleküle s. Mulliken, Phys. Rev. **36**, 611, 1930, mehratomiger Moleküle: Sponer u. Teller, Rev. Mod. Phys. **13**, Nr. 2, 1941.

**b) Schwingungsanregung.** Die diskreten Schwingungszustände sind gegeben durch

$$T_{(osc)} = \omega_e (v + \tfrac{1}{2}) - \omega_e x_e (v + \tfrac{1}{2})^2.$$

$\omega_e$ ist die durch $c$ dividierte Zahl der Molekülschwingungen je s im unangeregten Zustand. Der Index $e$ bezieht sich auf das Minimum der potentiellen Energie.

$x_e$ ist $\ll 1$ und gibt die Anharmonizität der Bindung an.

$v$ ist die Oszillationsquantenzahl (0, 1, 2, 3, . . .).

Beim Übergang des Moleküls von einem Anregungszustand zu einem anderen ist $v$ keiner Auswahlregel unterworfen; die Konstanten der Kernschwingung ändern sich von einem Anregungszustand zum anderen.

Bei wachsender Schwingungsanregung liegen die Schwingungsniveaus immer enger, um schließlich gegen eine Grenze zu konvergieren, jenseits deren keine diskreten Niveaus, sondern kontinuierliche Energieverteilung vorliegt. Die Konvergenzstelle entspricht der Dissoziation des Moleküls.

**c) Rotationsanregung.** Wesentlich enger als die Schwingungsniveaus liegen die Rotationszustände. Ihre Spektralterme lassen sich darstellen durch $T_{(rot)} = BJ(J+1)$. Darin ist $B = \frac{h}{(8\pi^2 c I)}$; $I$ ist das mittlere Trägheitsmoment des Moleküls in dem betreffenden Zustand. Durch das Trägheitsmoment und die Massen der beteiligten Atome ist bei zweiatomigen Molekülen auch der Kernabstand bestimmt.

$J$ ist die Rotationsquantenzahl (0, 1, 2, 3 . . .).

Bei einer Energieänderung unter Ausstrahlung kann die Änderung $\Delta J = \pm 1$ sein; haben die Elektronen des Moleküls in einem der betrachteten Energiezustände ein nicht verschwindendes Drehimpulsmoment, so kann $\Delta J$ auch $= 0$ sein, Übergänge $0 \to 0$ sind aber verboten. Durch die zwei (drei) Übergangsmöglichkeiten in $J$ sind zwei (drei) Folgen von Rotationslinien möglich: $J \to J - 1$: $P$-Zweig; $J \to J$: $Q$-Zweig; $J \to J + 1$: $R$-Zweig.

## B. Entstehung der Molekülspektren

**a) Rotationsspektren.** Damit ein Teilchen Licht emittieren oder absorbieren kann, muß mit seiner inneren Bewegung im allgemeinen die Schwingung eines elektrischen Dipolmomentes verbunden sein. Bei den „erlaubten" Elektronensprüngen ist das immer der Fall; bei Energieänderungen ohne Elektronenbewegung nur im Falle „polarer" Moleküle, die im Grundzustand ein elektrisches Moment besitzen. Solche Moleküle sind imstande, Licht durch reine Änderung der Oszillations- und Rotationsenergie oder letzterer allein zu emittieren oder zu absorbieren. Infolge der kleinen umgesetzten Energien liegen diese Spektren im Ultrarot.
Bei reiner Rotationsanregung entsteht infolge der Auswahlregel der Rotationsquantenzahl $J$ eine äquidistante Folge von Linien, die den $J$-Änderungen $1 - 0$, $2 - 1$, $3 - 2$ usw. entsprechen, ihre Wellenzahlen sind $\nu = 2B(J + 1)$. Die gleichen Linien erscheinen auch in Absorption, da durch Temperatur die energiearmen Rotationsniveaus schon angeregt sind. Die Frequenz der Linie $(\nu \cdot c)$ ist nahezu gleich der Rotationsfrequenz des Moleküls in dem betreffenden Zustand.

Ein solches Spektrum wurde z. B. bei HCl von Czerny beobachtet; es wurden zwischen 40 und 100 $\mu$ acht äquidistante Linien gefunden. Die Spektrallinien liegen bei $\nu = 20{,}68\,(J + 1)\ \mathrm{cm}^{-1}$. Das Trägheitsmoment von HCl ergibt sich zu $2{,}71 \cdot 10^{-40}\ \mathrm{g \cdot cm^2}$.

**b) Rotationsschwingungsspektren.** Entsprechend der größeren Energie der Schwingung liegen die Spektren, die durch Schwingungsänderungen entstehen, im kurzwelligen Ultrarot; den Energiestufen der Schwingungsanregung sind die der Rotation überlagert, wobei eine geringe gegenseitige Beeinflussung stattfindet. Am intensivsten ist die Grundschwingungsbande, die dem Übergang zwischen dem unangeregten Molekül und der ersten Anregungsstufe entspricht. Die Wellenzahl ist für Rotation Null (unter Vernachlässigung der sehr kleinen Glieder mit $x_e$) $\nu = \omega_e$; die Grundschwingungsfrequenz des Moleküls ist $\bar{\nu}_{(\mathrm{osz})} = \omega_e \cdot c$ Schwingungen je Sekunde. Die Kraftkonstante der Bindung folgt daraus nach

$$\bar{\nu}_{(\mathrm{osz})} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\mu}} \quad \left(\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}\right);$$

$m_1$ und $m_2$ sind die Massen der Atome, $\mu$ die reduzierte Masse.

Bei HCl liegt die Grundschwingungsbande bei 3,5 $\mu$, ihre Wellenzahl ist $2885{,}9\ \mathrm{cm}^{-1}$. Die dazugehörige Kernschwingungsfrequenz ist $8{,}65 \cdot 10^{13}\ \mathrm{s}^{-1}$.

Außer der Grundschwingungsbande, bei der die Schwingungsquantenzahl $v$ sich von 1 auf 0 ändert, beobachtet man mit stark abnehmender Intensität die Banden, die zu den Übergängen $2 - 0$, $3 - 0$ usw. gehören, da $v$ keiner Auswahlregel unterliegt (Oberschwingungen). Sie liegen angenähert bei der halben, drittel Wellenlänge usw.

Bei HCl liegt die zweite Schwingung bei 1,8 $\mu$ ($= 5668{,}0\ \mathrm{cm}^{-1}$), die dritte bei 1,2 $\mu$ ($= 8347{,}0\ \mathrm{cm}^{-1}$) usw.

Die Überlagerung der Rotationsniveaus bewirkt bei jeder Schwingungsbande eine Feinstruktur. Die Nullinie selbst fällt aus ($\Delta J\, 0 \to 0$ ist verboten). Nach kurzen Wellen läuft der $R$-Zweig: $\nu = \nu_{(osz)} + 2B + 2BJ$; nach langen Wellen läuft der $P$-Zweig: $\nu = \nu_{(osz)} - 2BJ$; die Zweige bestehen aus Serien von fast äquidistanten Linien. Ist ein $Q$-Zweig vorhanden, so fallen seine Linien nahe zusammen. Wegen der Änderung des Trägheitsmomentes mit der Schwingungsanregung gilt aber die Äquidistanz nicht streng, die Linien des $P$-Zweiges divergieren, die des $R$-Zweiges konvergieren mit wachsendem $J$.

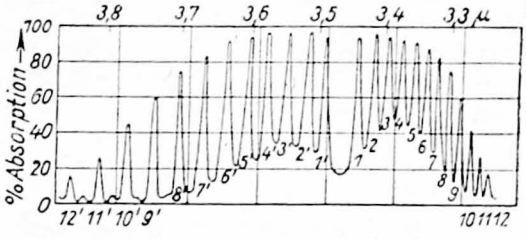


Abb. 251. Grundschwingungsbande von HCl nach Imes

Die Grundschwingungsbande des HCl zeigt die Abb. 251. Ist die Rotationsstruktur nicht in Einzellinien aufgelöst, so beobachtet man die Rotationsschwingungsbande als Dublett mit zwei Maxima (Bjerrumsche Doppelbande), die den beiden Zweigen entsprechen. Bei Molekülen mit mehr als zwei Atomen sind die Gesetzmäßigkeiten entsprechend erweitert, indem die Zahl der Trägheitsmomente und der Schwingungsmöglichkeiten erhöht ist.
Rotations- und Rotations-Schwingungsspektren werden fast ausschließlich in Absorption beobachtet.

**c) Elektronenbanden.** Die Anregung der Molekülelektronen führt zur Emission oder Absorption der Bandenspektren im Sichtbaren und Ultravioletten. Es kommen sowohl neutrale wie ionisierte Moleküle zur Beobachtung. Zu jedem Elektronenübergang gehört dabei die Mannigfaltigkeit der gleichzeitigen Änderung von Rotations- und Schwingungsenergie, das Bandensystem.
Zu den beiden Elektronentermen, die zu einem Bandensystem gehören, gibt es je eine Folge von Schwingungszuständen, die angenähert durch $T_{(el)} + T_{(osz)}$ gegeben sind. Die Größen $\omega_e$ und $\omega_e x_e$ sind dabei in den verschiedenen Elektronenzuständen verschieden. Die Änderung der Schwingungsquantenzahl $v$ beim Elektronensprung unterliegt keiner Auswahlregel. Die Einordnung der Banden, deren Lage angenähert durch die Bandkante (vgl. unten) gegeben ist, erfolgt zweckmäßig in einem quadratischen Schema. $v'$ bezieht sich auf den höher angeregten, $v''$ auf den niedrigeren (oder Grund-) Zustand der Elektronen. Zu jeder Kombination $v' - v''$ wird die gemessene Wellenzahl der Bandkante und die geschätzte Intensität eingetragen. Die Richtigkeit der Einordnung ergibt sich aus der Konstanz der Längs- und der Querdifferenzen.

Beispiel: Bandensystem von CuJ bei 4574,8 Å nach Ritschl
(Wellenzahlen; in Klammern: geschätzte Intensitäten)

| $v''$ \ $v'$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 21 852,6 (5) | 21 589,1 (3) | 21 327,9 (3) | 21 066,6 (0) | |
| 1 | 22 082,0 (3) | 21 819,0 (0) | 21 557,3 (1) | 21 296,5 (2) | 21 037,4 (1) |
| 2 | 22 311,4 (2) | 22 045,1 (0) | 21 785,6 (1) | 21 523,8 (0) | 21 262,8 (1) |
| 3 | 22 537,4 (1) | 22 273,4 (2) | 22 013,0 (0) | 21 751,7 (2) | 21 490,2 (0) |
| 4 | | 22 497,4 (1) | 22 235,2 (0) | 21 975,2 (0) | 21 717,7 (0) |
| 5 | | | 22 461,2 (0) | | |
| 6 | | | | | |

Das Bandensystem ist darstellbar durch

$$\nu = 21\,852{,}2 + \{229{,}17\,(v' + \tfrac{1}{2}) - 0{,}528\,(v' + \tfrac{1}{2})^2\},$$
$$- \{236{,}90\,(v'' + \tfrac{1}{2}) - 0{,}728\,(v'' + \tfrac{1}{2})^2\};$$

21 852,2 ist die reine Elektronenfrequenz.

Die Zeilen und Spalten des Systems ($v'$ = const und $v''$ = const) heißen Bandenserien; die Diagonalen ($v' - v''$ = const) heißen Bandengruppen.
Die Besetzung des quadratischen Schemas, d.h. die Verteilung der Intensität auf die verschiedenen möglichen Übergänge, hängt nach Franck und Condon mit dem Unterschied der Schwingungsenergien in Anfangs- und Endzustand eng zusammen. Ist die Änderung stark, so wird die Ausbildung langer Serien begünstigt. In diesem Fall kann man auf die „Bandenkonvergenzstelle" extrapolieren oder sie beobachten. Trägt man in einem Diagramm die Größe der Oszillationsterme $T_{(osz)}$ einer Bandenserie in $cm^{-1}$ gegen die Schwingungsquantenzahl $v$ auf, so liefert der von dieser Kurve und den Koordinatenachsen begrenzte Flächeninhalt, mit $hc$ multipliziert, die Dissoziationsarbeit des Moleküls in dem betreffenden Zustand. Es gibt noch andere Erscheinungen in den Bandenspektren, aus denen die Dissoziationsarbeit bestimmt werden kann, z. B. die u. U. schon vor der Konvergenzstelle einsetzende Prädissoziation.

Franck, Trans. Faraday Soc. **21**, 3, 1925; Birge u. Sponer, Phys. Rev. **28**, 259, 1926; Kuhn, Z. Phys. **39**, 77, 1926.

Jede Einzelbande, die gegeben ist durch einen bestimmten Übergang $v' - v''$, besteht aus einer großen Anzahl von Rotationslinien, die von der gleichzeitigen Änderung der Rotationsenergie des Moleküls herrühren. Die Größe $B$ ändert sich bei Elektronensprüngen nicht unbeträchtlich. Die Rotationsquantenzahl folgt den Auswahlregeln $\Delta J = \pm 1$ oder $\Delta J = \pm 1$ und 0. Die Bande besteht demnach aus zwei oder drei Zweigen, dem $P$-Zweig für $J \to J - 1$, dem $R$-Zweig für $J \to J + 1$ und gegebenenfalls dem $Q$-Zweig für $J \to J$. Verlauf und Intensitätsverteilung einer Einzelbande zeigt Abb. 252. Die „Kante" ist eine (physikalisch bedeutungslose) Umkehrstelle im Verlauf eines der Zweige und ist bedingt durch das Parabelgesetz der Bandenlinien (Deslandressches Gesetz). Sie liegt nahe der Nullinie ($J = 0 \to J = 0$) und kann bei mäßiger Auflösung an ihrer Stelle zur Aufstellung des Kantenschemas ausgemessen werden. Die Nullinie selber und meist eine oder mehrere Nachbarlinien fallen aus.

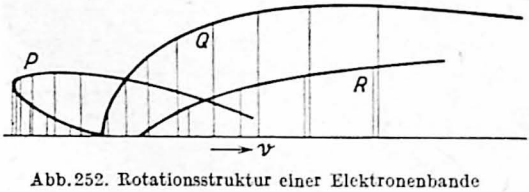


Abb. 252. Rotationsstruktur einer Elektronenbande

Je nachdem, welcher Zweig eine Kante bildet (bedingt durch die Größen $B$ im Anfangs- und Endzustand), ist die Bande nach Rot oder nach Violett abschattiert. Die Multiplizität des Elektronenterms gibt sich häufig nur in einer Feinaufspaltung der Rotationslinien zu erkennen. Weitere Feinaufspaltungen dieser Linien lassen sich als Wechselwirkungsglieder der verschiedenen Energien darstellen, wie überhaupt die angegebenen Gesetze nur eine erste Näherung darstellen, die das Wesentliche der Bandenstruktur erkennen lassen und jeweils der Verfeinerung bedürfen, um der Beobachtung gerecht zu werden.
Bei kleinen Trägheitsmomenten sind die Abstände der Rotationslinien groß und umgekehrt; die Banden von $H_2$ und $He_2$ haben daher weit getrennte Struktur, bei der die Kantenbildung nicht ohne weiteres erkennbar ist.

Die Intensität der Rotationslinien wird bestimmt durch die Zahl der Teilchen, die sich in einem bestimmten oberen Zustand befinden, sowie von der mit $h \cdot \bar{\nu}$ multiplizierten Übergangswahrscheinlichkeit; die erstere ist proportional dem statistischen Gewicht. Es gilt die Formel

$$\text{Int.} = C \cdot (2J+1) e^{-\frac{B \cdot J(J+1)}{kT}}.$$

Aus der Intensitätsverteilung der Rotationslinien erhält man daher die Temperatur des Gases oder Dampfes.

Das statistische Gewicht ist proportional der Zahl der Möglichkeiten, auf die der Zustand verwirklicht werden kann. Diese ist bei Kernen ohne Kernmoment (S. 447) nur von $J$ abhängig, wird aber bei Anwesenheit eines Kernmoments $i$ noch von diesem beeinflußt. Unter Berücksichtigung der „Symmetrieeigenschaften" der Molekülzustände ergeben sich über die Besetzung der Rotationsniveaus folgende Regeln:

Bei Molekülen mit zwei gleichen Atomen fällt, wenn das Atom das Kernmoment 0 hat, jede zweite Linie aus. Aus der Feststellung, ob die ausfallenden [oder schwächeren (s.u.)] Linien gerade oder ungerade Laufzahl haben, läßt sich bestimmen, welcher Statistik der Kern gehorcht (ob Bose- oder Fermi-Statistik).

Bei nicht verschwindendem Kernmoment findet bei gleichatomigen Molekülen Intensitätswechsel der benachbarten Rotationslinien statt. Das Intensitätsverhältnis der benachbarten Linien für ein Kernmoment $i$ beträgt $\frac{i+1}{i}$.

**d) Isotopieeffekt.** Die Kernmasse geht als wichtiger Bestandteil in die Ausdrücke für die Schwingungs- und Rotationsenergie ein. Daraus erhält man eine Isotopieverschiebung sowohl im Schwingungsterm wie auch im Rotationsterm, die sich folgendermaßen darstellen läßt: Ist $p = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}$, wo $\mu_1$ und $\mu_2$ die reduzierten (S. 458) Massen zweier Isotopenmoleküle bedeuten, so ist

der Schwingungseffekt $\quad \nu_2(v) - \nu_1(v) = (p-1)\,\nu_1(v)$,

der Rotationseffekt $\quad \nu_2(J) - \nu_1(J) = (p^2-1)\,\nu_1(J)$.

**e) Beobachtungsverfahren.** Elektronenspektren beobachtet man in Emission, Übergänge vom Grundzustand aus auch in Absorption. Über die spektroskopischen Lichtquellen s. S. 448. Die Anregungsstärke darf bei Molekülen nicht zu hoch gewählt werden, da sonst Dissoziation eintritt. Flamme, Geißler-Rohr und Lichtbogen regen Molekülspektren lichtstark an. Organische Moleküle lassen sich nach Schüler zur Emission anregen, wenn durch Edelgasfüllung und mit flüssiger Luft gekühlte Fallen die organische Substanz von den metallischen Elektroden ferngehalten wird.

Schüler u. Woeldicke, Physik. Z. **41**, 381, 1940; **42**, 390, 1941.

Gut entwickelte Spektren liefert die Anregung durch aktiven Stickstoff (Kneser, Ergebn. exakt. Naturwiss. **8**, 229, 1929).

Über die Erzeugung des $He_2$-Spektrums s. Weizel, Z. Phys. **54**, 321, 1929.

Ein wichtiges Hilfsmittel für die Analyse ist oft die Beobachtung des Fluoreszenzspektrums, das durch Einstrahlen von intensivem Licht in den Moleküldampf erhalten wird. Wird weißes Licht eingestrahlt, so unterscheidet sich das Fluores-

zenzspektrum nicht vom gewöhnlichen Emissionsspektrum. Strahlt man dagegen monochromatisches Licht großer Schärfe ein, das vom Molekül absorbiert werden kann, so wird von allen möglichen Zuständen des angeregten Moleküls ein einziger angeregt. Man beobachtet dann in Fluoreszenz von allen Schwingungsserien $v' = \text{const}$ nur eine einzige (Resonanzserie) und von den Rotationslinien jeder dieser Banden infolge der Auswahlregel für $J$ (S. 458) nur ein einziges Dublett (oder Triplett). Erst durch Druckerhöhung beginnt das Spektrum sich zu vervollständigen. Im Fluoreszenzspektrum treten im allgemeinen nur Wellenlängen auf, die länger sind als die des eingestrahlten Lichtes (Stokessches Gesetz). Nur wenn die eingestrahlte Linie von einem durch Temperatur usw. bereits angeregten Molekül absorbiert wurde, treten auch kurzwelligere (antistokessche) Glieder auf.

Ein Hilfsmittel großer Empfindlichkeit zur Sichtbarmachung von Absorptionsfrequenzen ist das Magneto-Rotationsspektrum, das auf dem hohen Wert der magnetischen Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in der Nähe einer Absorptionsfrequenz beruht. Befindet sich das zu untersuchende Gas in einem Magnetfeld zwischen gekreuzten Nikols, so zeigt das spektral zerlegte durchgelassene Licht die nächsten Nachbarwellenlängen der Absorptionsstellen hell auf dunklem Grund. Diese Methode ist besonders von Wood und Mitarbeitern ausgearbeitet worden.

S. z. B. Loomis, Phys. Rev. 31, 323, 1928.

**f) Raman-Effekt.** K. W. F. Kohlrausch, Der Smekal-Raman-Effekt. I. Berlin 1931, II. Berlin 1937.

Eine wichtige Ergänzung der Sichtbarmachung von Molekülfrequenzen bietet die Beobachtung des inkohärenten Streulichtes. Ein Molekül, das über dem Grundzustand eine Reihe von Niveaus der Anregungsenergie $E = h \cdot \overline{\nu_n}$ besitzt, kann eine eingestrahlte Linie der Energie $h \cdot \overline{\nu_0}$ unverändert kohärent streuen (Rayleigh-Streuung). Es kann aber auch unter gewissen Bedingungen einen Teil der eingestrahlten Energie zur Anregung in einen Zustand $h \cdot \overline{\nu_n}$ entnehmen und nur den Restbetrag an Energie $h(\overline{\nu_0} - \overline{\nu_n})$ streuen, also eine Streulinie verminderter Frequenz. Hat es sich bei Einstrahlung von $h \cdot \overline{\nu_0}$ bereits im Anregungszustand $h \cdot \overline{\nu_n}$ befunden, so kann es diese Anregungsenergie der gestreuten Frequenz mitteilen und eine Linie der Energie $h(\nu_0 + \overline{\nu_n})$ ausstrahlen, also eine Streulinie vermehrter Frequenz.

Man beobachtet also im Streulicht neben der unveränderten kohärenten Frequenz des eingestrahlten Lichtes (das nicht wie bei der Fluoreszenz eine Linie des Moleküls zu sein braucht) zu beiden Seiten schwache inkohärente „Raman-Komponenten", deren Frequenzabstand von der eingestrahlten Linie ein Maß ist für die Lage der im Molekül vorhandenen Energiestufen.

Für die Emission und Absorption von Licht durch ein Materieteilchen ist die Änderung seines (festen) elektrischen Momentes maßgebend; die Rayleigh-Streuung ist durch Dichteschwankungen bedingt; die Raman-Streuung beruht auf einer Änderung der elektrischen Polarisierbarkeit der Teilchen (induziertes Moment), sie ist der Dichte proportional. In Flüssigkeiten und Gasen ist daher die Grundlinie stark, die Raman-Linien sind schwach; in Kristallen ist es umgekehrt. Die für Lichtemission und -absorption gültigen Intensitäts- und Auswahlregeln sind für die Raman-Streuung nicht gültig.

α) Schwingungs-Raman-Effekt. Das Intensitätsverhältnis einer nach Rot verschobenen (Stokesschen) Komponente zu der entsprechenden nach Violett verschobenen (antistokesschen) Komponente ist stark temperaturabhängig, da für die letztere die thermische Anregung zahlreicher Teilchen in das betreffende Niveau erforderlich ist.
Die Auswahlregel für den Schwingungs-Raman-Effekt ist dieselbe wie für die Rotationsschwingungsbanden. Bei weitem am stärksten ist die Anregung des ersten Schwingungsquantes $v = 0$ auf $v = 1$. Der Schwingungs-Raman-Effekt besteht daher meist aus einer intensiven Stokesschen Komponente und der sehr viel schwächeren antistokesschen.

β) Rotations-Raman-Effekt. Die Auswahlregel lautet $\Delta J = 0$ oder $\pm 2$. Die Rotationslinien sind daher in drei Zweige geordnet: $\Delta J = -2$: $O$-Zweig oder $PP$-Zweig; $\Delta J = 0$: $Q$-Zweig; $\Delta J = +2$: $S$-Zweig oder $RR$-Zweig. Der $O$-Zweig enthält die Stokesschen, der $S$-Zweig die antistokesschen Glieder; wegen der Kleinheit der Rotationsenergien sind beide etwa gleich intensiv. Die Linien des $Q$-Zweiges fallen sehr nahe zusammen, da sich das Trägheitsmoment bei der Anregung in das erste Schwingungsniveau nur wenig ändert. Die beobachteten Raman-Schwingungslinien sind meist unaufgelöste $Q$-Zweige. – Für die Raman-Rotationslinien gilt das S. 461 Gesagte über Linienausfall bzw. Intensitätswechsel bei gleichatomigen Molekülen.
Der Raman-Effekt ist unabhängig von der Frequenz der eingestrahlten Linie; die Intensität der Rayleigh- und Raman-Linien ist proportional der 4. Potenz der erregenden Frequenz.
Bei mehratomigen Molekülen brauchen sich die „ramanaktiven" und die „ultrarotaktiven" Schwingungen nicht zu decken, aber auch nicht auszuschließen.

γ) Untersuchungsverfahren. Als erregendes Licht wird fast ausschließlich das Quecksilberspektrum benutzt, da es genügend intensive, durch große Zwischenräume getrennte Linien besitzt. Zur Erzielung einer homogenen Strahlung arbeitet man mit Filtern.

Als Filter sind geeignet für die Linie 2537 Å $Cl_2$-Dampf von 20°, 6,6 at in 3 cm dicker Schicht; für 4047 Å Jod gelöst in $CCl_4$; für 4358 Å Chininsulfatlösung mit Filterglas zu dessen Schutz oder eine 12 mm dicke Schicht $NaNO_2$-Lösung; für 5461 Å das Rapid-Filter Grün Nr. 1 der Höchster Farbwerke.

Welche Linie man wählt, hängt von der Substanz ab; photochemische Zersetzung (besonders durch 2537 Å) und Fluoreszenz müssen vermieden werden. Die Linie 2537 Å läßt sich durch kalten Hg-Dampf zwischen Streurohr und Spektrograph herausabsorbieren. Die Linie 1849 Å wird durch Essigsäure ausgeschaltet.

Auch das Heliumbogenspektrum wird zur Raman-Streuung verwendet, vor allem die Linie 3889 Å. Zum Herausfiltern dieser Linie dient ein Nickeloxydglasfenster.

Zur Untersuchung von Gasen arbeitet man, um Intensität zu gewinnen, entweder mit großem Volum oder bei hohem Druck. Das erregende Quecksilberentladungsrohr und das Streurohr liegen auf langer Strecke dicht nebeneinander, mit gemeinsamem reflektierendem Schirm umgeben, oder in den beiden Brennlinien eines elliptischen Hohlzylinders, oder das Hg-Rohr umgibt das Streurohr allseitig. Die Anordnungen für Flüssigkeiten sind ähnlich. Oder man bildet den Bogen durch ein zylindrisches Gefäß, das zugleich mit Filtersubstanz (z. B. $NaNO_2$ für die Linie 4358 Å) gefüllt ist und als Zylinderlinse dient, in das Streugefäß ab. Reflexion von erregender Strahlung in den Spektrographen muß verhindert werden; dazu dient

als Ende des Streurohres ein Woodsches Horn, das geschwärzt ist (Abb. 253). In verflüssigten Gasen bildet man die Quecksilberlampe ab und beobachtet rechtwinklig zum abbildenden Strahlengang. Klare Kristalle setzt man vor den Spektrographenspalt und beleuchtet sie von der Seite oder setzt sie in einen lichtdichten Kasten mit dunklen Wänden und geeigneten Blenden; die Lichtquelle wird in den Kristall abgebildet. Kristallstücke bettet man in eine Flüssigkeit mit nahezu gleicher Brechungszahl, um Oberflächenreflexion zu unterdrücken. Ebenso wird Kristallpulver untersucht, und zwar in Suspension. Auch trockenes Kristallpulver kann benutzt werden. Die Streusubstanzen müssen sauber sein.

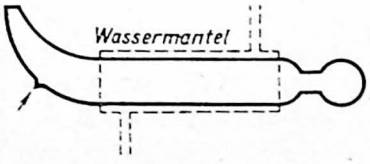



Abb. 253. Woodsches Horn. Der Pfeil deutet auf eine Einlaßstelle für den Justier-Strahlengang

Es können mittlere und kleine Spektrographen benutzt werden ($f/12$; 50 bis 70 Å/mm); nur für den Raman-Effekt an Gasen ist besondere Lichtstärke erforderlich.

Zur Auflösung der Rotations-Raman-Linien, der Polarisation und der Linienform benötigt man größere Dispersion (einige Å/mm) und muß dann mit langen Expositionszeiten arbeiten. Gute Justierung ist wesentlich.

Wood, Phil. Mag. **7**, 744, 858, 1929.

# IV. Polarisation und optisches Drehvermögen

## 1. Lineare Polarisation und Doppelbrechung

### A. Definitionen und Grundlagen

**a) Polarisation durch Spiegelung.** Bei einer linear polarisierten Strahlung haben nach der Maxwellschen elektromagnetischen Lichttheorie senkrecht zur Wellennormale schwingend die elektrische und die magnetische Feldstärke der Welle bestimmte Richtungen. Da die durch Wellennormale und elektrische Feldstärke gelegte Ebene die Schwingungsebene der Welle genannt wird, und die magnetische Feldstärke auf der elektrischen senkrecht steht, so liegt die magnetische senkrecht zur Schwingungsebene, also in der zu letzterer senkrechten Polarisationsebene, wie die durch Wellennormale und magnetische Feldstärke gelegte Ebene heißt. Die elektrischen Schwingungen sind ferner die des Lichtvektors, der mithin senkrecht zu seiner Polarisationsebene schwingt und sind immer dann gemeint, wenn man kurz von Schwingungen spricht. Den allgemeinsten Zustand der Polarisation gibt das elliptisch polarisierte Licht, bei dem die Endpunkte der Lichtvektoren Ellipsen beschreiben; im Spezialfall der Kreisbahn heißt das Licht zirkular polarisiert (S. 489).

Durch schräge Spiegelung an durchsichtigen Körpern (S. 491 und ebendort auch Metallspiegelung), bei denen im Vorgange der Zurückwerfung und Brechung kein Licht verlorengeht (keine merkliche Absorption erfolgt), wird das natürliche Licht in teilweise polarisiertes verwandelt, indem vorwiegend, und bei

einem bestimmten Einfallswinkel (Polarisationswinkel $E$) ausschließlich, die senkrecht zur Einfallsebene schwingende Komponente zurückgeworfen wird. Für $E$ stehen der gespiegelte und der gebrochene Strahl aufeinander senkrecht (Brewster), so daß die Brechungszahl des spiegelnden Mittels $n = \operatorname{tg} E$ wird. Für Glas $n = 1{,}53$ ist $E = 56{,}8°$. – Das eindringende Licht ist dagegen stets nur teilweise linear polarisiert, der polarisierte Anteil schwingt in der Einfallsebene.

Die Ausbeute $R$ (in Prozenten der einfallenden Lichtstärke, S. 492) an linear polarisiertem Licht durch Spiegelung natürlichen Lichtes für $E$ beträgt bei einer Platte (aus hinten geschwärztem oder schwarzem Glase) $R = 8{,}1\%$ für $n = 1{,}53$, $R = 13\%$ für $n = 1{,}75$, bei einem Glasplattensatz (recht dünnen übereinandergelegten Glasplatten) aus zehn Platten von $n = 1{,}53$ $R = 40\%$, von $n = 1{,}75$ $R = 44\%$, aus fünf Platten von $n = 1{,}75$ bereits $R = 39\%$.

**b) Polarisation durch Doppelbrechung.** α) Allgemeine Beziehungen. Ein Körper bricht das Licht einfach, wenn er amorph oder regulär kristallisiert ist; doppelt, wenn er einem nicht regulären Kristallsystem angehört oder aus anderen Ursachen, wie z. B. durch Druck, Zug, rasche Kühlung, elektrisches Feld, nach verschiedenen Richtungen ungleich beschaffen, anisotrop ist. In diesem Falle hängt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit transversaler Wellen von der Schwingungsrichtung ab, und zwar gehören zu jeder Fortpflanzungsrichtung zwei senkrecht aufeinanderstehende Schwingungsrichtungen $I$ und $II$ (Abb. 254) von kleinster und größter Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Eine einfache Lichtschwingung $S$ zerlegt sich daher in zwei Komponenten $I$ und $II$, die sich dann mit verschiedener Geschwindigkeit und deshalb gewöhnlich ungleich gebrochen in verschiedenen Richtungen fortpflanzen.

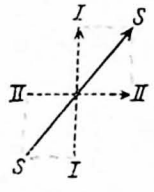


Abb. 254. Zerlegung einer Lichtschwingung

Es gibt in jedem Körper – von optisch aktiven abgesehen (S. 475) – mindestens eine Richtung, in der eine Lichtwelle unzerlegt fortgepflanzt wird; sie heißt optische Achse. Im amorphen Körper oder in einem Kristall des regulären Systems ist in diesem Sinne jede Richtung eine optische Achse. Die doppelbrechenden Körper haben entweder eine oder zwei optische Achsen.

Hier soll nur auf die Beziehungen für einachsige Kristalle eingegangen werden. Eine Ebene, die die optische Achse enthält, heißt ein Hauptschnitt. Von den beiden Schwingungen, in die das den Kristall durchsetzende Licht zerfällt, folgt die eine dem gewöhnlichen Brechungsgesetz (ordentlicher Strahl); sie findet stets zur optischen Achse, also zu dem durch den ordentlichen Strahl gelegten Hauptschnitt senkrecht statt. Die andere Schwingung (außerordentlicher Strahl) fällt in den durch seine Wellennormale gelegten Hauptschnitt und hat je nach ihrem Winkel zur optischen Achse eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit; der außerordentliche Strahl liegt im allgemeinen nicht in der Einfallsebene.

Die Wellenfläche des ordentlichen Strahles ist eine Kugel, die des außerordentlichen ein Rotationsellipsoid. Für den letzteren schwingt der Lichtvektor senkrecht zur Wellennormale und gelten die folgenden Brechungsgesetze. Bezeichnen $n_o$ und $n_e$ die beiden Hauptbrechungszahlen des ordentlichen bzw. außerordentlichen Strahls, so wird die Brechungszahl $n_\varrho$ der außerordentlichen Wellennormale gegeben durch

$$\frac{1}{n_\varrho^2} = \frac{1}{n_o^2} + \frac{n_o^2 - n_e^2}{n_o^2 n_e^2} \sin^2 \varrho, \qquad (1)$$

worin $\varrho$ der Winkel zwischen der optischen Achse und der Wellennormale ist. Für letztere gilt wieder das gewöhnliche Brechungsgesetz: die gebrochene Wellennormale liegt in der Einfallsebene, und es ist

$$n_\varrho = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'}, \tag{2}$$

worin $\varepsilon$ der Einfallswinkel und $\varepsilon'$ der Brechungswinkel der Wellennormale ist. Optische Achse, Wellennormale und gebrochener außerordentlicher Strahl liegen in einer Ebene; ist $\sigma$ der Winkel zwischen letzterem und der optischen Achse, so wird

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{n_o^2}{n_e^2} \operatorname{tg} \varrho. \tag{3}$$

Die optische Achse bilde mit dem Einfallslot den Winkel $\nu$ und ihre gemeinschaftliche Ebene mit der Einfallsebene den Winkel $P$, so ist

$$\cos \varrho = \sin \nu \sin \varepsilon' \cos P + \cos \nu \cos \varepsilon'. \tag{4}$$

Aus $\varepsilon$, $\nu$ und $P$ läßt sich durch sukzessive, wegen der Kleinheit von $\frac{n_o^2 - n_e^2}{n_o^2 n_e^2}$ schnell zum Ziele führende Näherung $\varrho$, $n_\varrho$ und $\varepsilon'$ berechnen. Dann ergibt sich $\sigma$ nach Gl. (3) kleiner als $\varrho$ für positive Kristalle ($n_o < n_e$, s. S. 470), größer als $\varrho$ für negative. Der Winkel zwischen Wellennormale und zugehörigem Strahl ist $\varrho - \sigma$. Der Brechungswinkel $\varepsilon_e'$ zwischen Einfallslot und gebrochenem Strahl berechnet sich nach den beiden Gleichungen

$$\sin B = \frac{\sin \varepsilon' \sin P}{\sin \varrho} \quad (5) \qquad \text{und} \qquad \cos \varepsilon_e' = \sin \nu \sin \sigma \cos B + \cos \nu \cos \sigma. \tag{6}$$

Anisotrope Beschaffenheit durch innere Spannungen und aus diesem Grunde ungleichmäßige Erhellungen des Gesichtsfeldes im Polarisationsgerät zeigen viele Körper, sogar die bestgekühlten Gläser (S. 421). Wird Glas elastisch gedehnt (gepreßt), so pflanzen sich bei den meisten Gläsern die Schwingungen senkrecht zur Dehnungs- bzw. Druckrichtung schneller (langsamer) fort als diejenigen parallel dazu.

*β*) Polarisierende Vorrichtungen. 1. Nicols. Sie dienen dazu, aus natürlichem Licht durch die Doppelbrechung im Kalkspat oder Quarz linear polarisiertes Licht zu erzeugen. Als Polarisationsprismen werden noch viel die Nicolschen Prismen aus Kalkspat mit schrägen Endflächen benutzt; bei diesen Prismen wird der ordentliche Strahl an der schrägen Kittschicht total zurückgeworfen und von der geschwärzten Seitenfläche absorbiert, so daß nur der außerordentliche Strahl seiner Einfallsrichtung parallel zum Austritt gelangt; sie liefern aber kein normal polarisiertes Gesichtsfeld. Dagegen ergibt das Glan-Thompsonsche Kalkspatprisma (Abb. 255) mit senkrechten rechteckigen Endflächen $AB$ und $DC$, in denen die optische Achse (meist parallel $AB$) liegt, ein normales Gesichtsfeld, weil die Schwingungsrichtungen symmetrisch zu der durch die optische Achse und das Einfallslot gelegten Hauptschwingungsebene orientiert sind (die Abweichungen der Schwingungen von letzterer steigen bis zu etwa 20 Minuten für Einfallswinkel von 20° in denjenigen Einfallsebenen, die um 45° gegen die Hauptschwingungsebene geneigt sind); zwei derartige Prismen gekreuzt hintereinandergestellt (d.h. ihre Schwingungsebenen stehen senkrecht zueinander) ergeben daher in schwach konvergentem Lichte (unter 1°) ein praktisch völlig dunkles Gesichtsfeld.

Abb. 255. Glan-Thompsonsches Kalkspatprisma

Berek, Verh. D. Phys. Ges. 21, 338, 1919.

Diese Prismen werden gewöhnlich mit Kanadabalsam, Terpentin oder Leinöl gekittet. Das Foucaultsche Prisma, bei dem unter entsprechender Abände-

rung seiner Dimensionen diese Kittung durch eine dünne Luftschicht ersetzt wird, ist wegen der vielfachen Spiegelungen in ihr nur mit Vorsicht zu gebrauchen; man sucht die gespiegelten Widerscheine durch Anwendung einer keilförmigen Luftschischt möglichst zu beseitigen.

2. Bestimmung der Schwingungsrichtung eines Nicols. Beobachtet man durch ihn das unter dem Polarisationswinkel von einer Glasplatte zurückgeworfene Licht und dreht ihn auf Auslöschung, so liegt seine Schwingungsrichtung parallel zur Einfallsebene am Glasspiegel (S. 464). Beim Nicol mit schrägen Endflächen ist die Schwingungsrichtung die kurze Diagonale des Rhombus. Sitzt ein Nicol mit senkrechten Endflächen in einem Teilkreise, an dem seine Drehungen abgelesen werden können, so verfährt man zur genauen Festlegung seiner Schwingungsrichtung folgendermaßen: Auf einem horizontalen Tischchen, das um die vertikale Achse drehbar ist (z. B. mit Dosenlibelle gerichteten Spektrometertischchen, S. 389), wird ein Hilfsnicol als Polarisator so befestigt, daß seine Schwingungsrichtung ungefähr vertikal steht. Das durch ihn polarisierte helle, etwa grüne Licht beobachtet man unter Zwischenfügung einer drehenden Halbschattenplatte (S. 496) durch den Nicol (mit Teilkreis) als Analysator und dreht diesen, bis die beiden Felder gleich dunkel erscheinen; hierfür sei $r_1$ die Ablesung am Teilkreise. Nun wird das Tischchen um 180° gedreht und der Analysator wieder auf gleich dunkle Felder eingestellt; jetzt sei die Ablesung $r_2$. Wird dann der Analysator auf die Marke $\frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ gedreht, so liegt seine Schwingungsrichtung genau horizontal (d. i. senkrecht zur vertikalen Spektrometerachse).

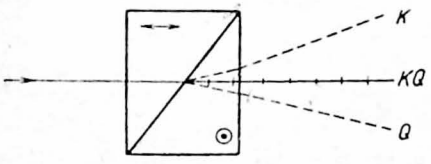



Abb. 256. Rochon-Prisma

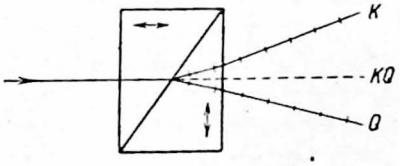



Abb. 257. Sénarmont-Prisma

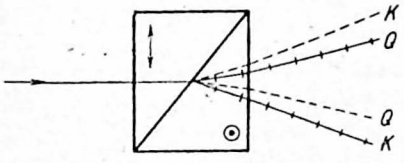



Abb. 258. Wollaston-Prisma

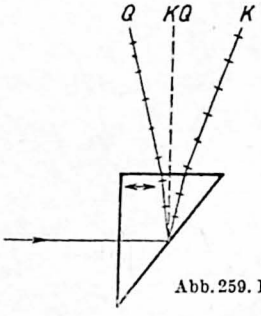



Abb. 259. Dove-Prisma

3. Prismen. Die ebenfalls aus zwei Stücken, aber mit verschiedener Achsenrichtung zusammengesetzten doppelbrechenden Prismen aus Kalkspat oder Quarz nach Rochon (Abb. 256), Sénarmont (Abb. 257), Wollaston (Abb. 258) sowie das Spiegelprisma nach Dove (Abb. 259) zerlegen das Licht in zwei senkrecht zueinander schwingende Strahlen, von denen der eine leicht abzublenden ist; als solchen wählt man gewöhnlich den abgelenkten und deshalb farbig zer-

streuten. In diesen vier Abbildungen liegt die optische Achse entweder in der Zeichnungsebene (parallel dem Pfeil) oder senkrecht zu ihr (durch Kreis mit Punkt angedeutet); die Strahlen $K$ gelten für Kalkspat, die Strahlen $Q$ für Quarz; die Schwingungen der gestrichelt dargestellten Strahlen erfolgen senkrecht zur Zeichnungsebene, die der gekreuzt gezeichneten in ihr. Das Wollastonsche Prisma verwendet man, wenn beide Strahlen benutzt werden sollen. Dienen die Prismen aus Quarz nach Rochon, Sénarmont und Dove als Analysatoren, so ist der einfallenden Strahlung die entgegengesetzte, parallel zur optischen Achse geschnittene Stirnfläche zuzukehren; in diesem Falle besitzen sie den Nachteil, daß Doppelbilder entstehen, weil die Strahlen zum Schluß nahe der optischen Achse verlaufen.

4. Gewisse dichroitische Kristalle, wie z. B. der Turmalin, besitzen die Eigenschaft, den einen der beiden Strahlen so stark zu absorbieren, daß sie für diesen fast undurchsichtig sind. Aus derartigen künstlichen Einkristallen des Herapathits, eines Perjodids des Chininsulfats, bestehen die im Handel erhältlichen großflächigen, dünnen Polarisationsfilter, die für mannigfaltige Zwecke recht brauchbar sind, da eine einzelne bloße Folie ohne Deckgläser von senkrecht auffallendem, natürlichem, weißem Licht etwa 34 % linear polarisiert und nur noch 0,6 % als natürliches Licht in sichtbarer Strahlung entläßt.

Haase, Zeiß-Nachr. **2**, 55 u. 64, 1936; Grabau, J. Opt. Soc. Amer. **27**, 420, 1937; Rösch, Z. Instrkde. **58**, 181, 1938.

5. Beim Arbeiten im Ultraviolett erhalten die Kalkspat-Polarisationsprismen Glyzerinkittung oder noch besser einen festen Kitt nach S. 358. Die doppelbrechenden Prismen aus zusammengesprengten Quarzhälften sowie das Dovesche Prisma sind bis 0,18 $\mu$ verwendbar. Strahlung unterhalb 0,2 $\mu$ läßt man an einer Quarzglasplatte unter dem Polarisationswinkel spiegeln. – Im Ultrarot dienen als Polarisatoren Kalkspatprismen bis 2,5 $\mu$ für den außerordentlichen, bis 2,0 $\mu$ für den ordentlichen Strahl, Quarzprismen bis 3,5 $\mu$, Sätze von aufeinandergelegten, 0,2 mm dicken Platten aus UR-Glas bis 4,3 $\mu$ unter Reflexion der Strahlen (S. 465), für noch größere Wellenlängen Selenspiegel nach Pfund.

Meyer, Ann. Phys. **30**, 614, 1909.

$\gamma$) Savartsches Polariskop. In vielen meßtechnischen Anordnungen zu mancherlei Zwecken oft benutzt wird die Savartsche Doppelplatte, bestehend aus zwei Kalkspatplatten von je etwa 2 mm gleicher Dicke, die unter 45° gegen die optische Achse geschnitten und so aufeinandergekittet sind, daß sich ihre Hauptschnitte rechtwinklig kreuzen. Beim Polariskop wird diese Platte mit einem Analysator fest verbunden, dessen Schwingungsebene mit den beiden Hauptschnitten Winkel von 45° bildet; Platte und Analysator sind gemeinsam drehbar. Fällt auf erstere homogenes linear polarisiertes Licht (auch gemeinsam mit natürlichem) auf, so erscheinen parallele helle und dunkle Interferenzstreifen, die verschwinden, sobald seine Schwingungsebene einem der beiden Hauptschnitte parallel ist, also beim Drehen des Polariskops in vier Lagen. Mit dieser Vorrichtung kann eine teilweise Polarisation von etwa einem Prozent noch nachgewiesen werden.

### B. Polarisationsmikroskop

**a) Anordnung zur Untersuchung im polarisierten Licht.** Der Polarisator befindet sich unterhalb des Kondensors, der Analysator im Tubus zwischen dem Objektiv und dem Okular eines gewöhnlichen Mikroskops (S. 345). Beide Nicols sind entweder einzeln für sich drehbar oder mittels eines Systems von je zwei miteinander verbundenen Zahnrädern gleichzeitig drehbar gemacht; im letzteren Falle bleibt der Gegenstand unbeweglich auf dem Tischchen liegen. Oberhalb des Analysators läßt sich ein Hilfsobjektiv, die Bertrandsche Linse, in den Tubus einschieben, die mit dem Okular ein schwaches Mikroskop bildet, das auf die obere Brennebene des unteren Objektivs scharf eingestellt wird, in der (durch den Analysator gesehen) die Interferenzbilder des auf dem Tischchen befindlichen Präparats entstehen. In jedem Punkte dieses Gesichtsfeldes vereinigen sich alle die Strahlen, die die Kristallplatte als ein Parallelstrahlenbündel in einer dem Punkte entsprechenden Richtung durchsetzt haben. Man vermag so mit einem Blicke die Interferenzen von Strahlen zu übersehen, die in sehr mannigfaltigen Richtungen durch den Kristall hindurchgegangen sind, d.h. man sieht die im konvergenten Lichte erzeugten konoskopischen Interferenzfiguren.
Die Schwingungsebene des Polarisators und die zu ihr senkrechte Ebene sollen Hauptebenen des Geräts heißen. Meist gebraucht man es mit gekreuzten Nicols, also mit dunklem Gesichtsfeld, falls kein Kristall eingeschaltet ist.

**b) Aufsuchen der Schwingungsrichtungen.** Ob ein durchsichtiger Körper einfach oder doppelt bricht, erkennt man bei weißem Licht am besten mit gekreuzten Nicols. Einfach brechende Körper lassen das Gesichtsfeld dunkel, mit Ausnahme der optisch aktiven, die die Schwingungsebene drehen, ohne Doppelbrechung gewöhnlicher Art zu besitzen (S. 475). Ein doppelbrechender Körper erhellt oder färbt im allgemeinen das Gesichtsfeld.

$\alpha$) Platte aus doppelbrechender Substanz. Wenn die Mitte des Gesichtsfeldes beim Drehen der Platte in ihrer Ebene immer dunkel bleibt, so zeigt dies an, daß die Platte senkrecht zur optischen Achse geschnitten ist. Sonst finden sich stets zwei um 90° verschiedene Lagen der Platte, bei denen die Mitte dunkel bleibt. In diesen Stellungen fallen die Schwingungsrichtungen der beiden die Platte durchsetzenden Wellenzüge in die Hauptebenen des Geräts. Für einen einachsigen Kristall enthält eine der so festgestellten Schwingungsebenen seine optische Achse.

$\beta$) Komplementärfarben. In jeder anderen Stellung ist die Mitte mehr oder weniger erhellt, oder es treten in hinreichend dünnen Platten (Gipsblättchen) Farben auf, die von der Dicke abhängen und dadurch entstehen, daß die verschiedenen Farben wegen ihrer ungleichen Wellenlängen und Fortpflanzungsgeschwindigkeiten durch Interferenz ungleich stark geschwächt werden. Am intensivsten ist die Färbung in der gegen die Dunkelstellung um 45° gedrehten Lage der Platte. Dreht man nun einen der Nicols um 90°, so wird die ganze Erscheinung, also auch die Farbe, an jeder Stelle genau komplementär. — Ein doppelbrechendes Prisma als Analysator zeigt die komplementären Erscheinungen gleichzeitig nebeneinander.

**c) Mikrostauroskop.** Diese einfache Einstellung auf Dunkelheit zur Bestimmung der Schwingungsrichtungen reicht für feinere Messungen nicht aus. Um die Einstellungen empfindlicher zu gestalten, gibt es eine lange Reihe von Verfahren

sowie Nebengeräten, die man als Stauroskope bezeichnet, wie Calderonsche Doppelplatte, vierteilige Betrandsche Platte, Rotviolett-Blättchen erster Ordnung, Bravaissche Doppelplatte, Halbschattenplatte, gespanntes Glasplättchen usf., von denen manche nur im weißen Licht, andere besser im einfarbigen Licht verwendet werden können. Einige von diesen Platten sind gewöhnlich in eigenen Okularen untergebracht; in der Bildebene des Okulars befindet sich die Platte mit einer das Gesichtsfeld entsprechend begrenzenden Blende, zwischen Okular und dem Okulardeckel mit enger Öffnung ein Analysator. Ersetzt man am Polarisationsmikroskop das Okular durch ein derartiges Stauroskopokular und schaltet den Tubusanalysator aus, so ist das Mikroskop in ein empfindliches Mikrostauroskop umgewandelt.

Tronstad, J. sci. instr. **11**, 144, 1934; Perucca, ebd. **12**, 8, 1935; Szivessy u. Herzog, Z. Instrkde. **58**, 229, 1938.

### C. Einachsige Kristalle

**a) Achsenbilder.** Zu den einachsigen Kristallen gehören die des trigonalen, tetragonalen und hexagonalen Systems. Die Richtung der optischen Achse fällt mit der kristallographischen Hauptachse zusammen.

Beispiele: Kalkspat, Natronsalpeter, Turmalin, Eis, Quarz. Über letzteren vgl. aber S. 477 und wegen seiner Wellenfläche nahe der optischen Achse Schönrock, Z. Instrkde. **30**, 186, 1910 (zugleich Bestimmung ihrer Lage im fertigen Quarzprisma), überhaupt Försterling, Lehrbuch d. Optik. Leipzig 1928, S. 193.

Im Polarisationsmikroskop zwischen gekreuzten Nicols zeigt eine zur optischen Achse senkrecht geschnittene Platte ein Interferenzbild (Abb. 260), dessen Mitte stets dunkel bleibt. Diese Dunkelheit erstreckt sich in die beiden Hauptebenen des Gerätes (dunkles Kreuz); die vier Quadranten sind von Ringen durchsetzt, die im einfarbigen Lichte von hell zu dunkel übergehen, im weißen Lichte gefärbt erscheinen. Optisch aktive Kristalle (Quarz) verdunkeln bei weißem Lichte die Mitte nie, bei homogenem nur ausnahmsweise. Von diesen abgesehen entspricht dem innersten dunklen Ringe ein Gangunterschied der beiden Komponenten von einer ganzen Wellenlänge, dem zweiten dunklen ein solcher von zwei Wellenlängen usf., da bei gekreuzten Nicols der Gangunterschied um eine halbe Wellenlänge zu ändern ist. Je enger bei gleich dicken Platten die Ringe beisammenliegen, desto größer ist die Doppelbrechung $|n_o - n_e|$. Durch Drehung des Analysators um 90° entsteht an jedem Punkte der komplementäre Zustand (S. 469); das Kreuz wird hell, im weißen Lichte werden rote Ringe grün, blaue gelb usw.

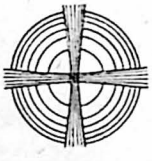


Abb. 260. Achsenbild

Schönrock, Z. Instrkde. **22**, 13, 1902 (Größe der Gangunterschiede für Quarz).

**b) Unterscheidung positiver und negativer Kristalle.** Ein Kristall, der den außerordentlichen Strahl stärker bricht als den ordentlichen ($n_e > n_o$), heißt positiv. Man kann das Vorzeichen von $n_e - n_o$ z. B. mit einer Viertelwellen-Glimmerplatte (S. 495) erkennen; durch einen Pfeil auf ihr wird in der Regel die Richtung der durch die beiden optischen Achsen des Glimmers gelegten Ebene bezeichnet. Bei gekreuzten Nicols schiebt man die Glimmerplatte über dem

Kristall so in das Mikroskop ein, daß ihr Pfeil um 45° gegen die Hauptebenen des Geräts gedreht ist. Dann zeigen sich die Ringe im einen Quadrantenpaar hinaus-, im anderen hineingerückt; Schema beistehend (Abb. 261). An Stelle des schwarzen Kreuzes erscheinen innen zwei schwarze Flecke. Liegen diese in der Ebene der optischen Achsen der Glimmerplatte (wie in der schematischen Abbildung), so ist der Kristall negativ (Kalkspat); liegen sie senkrecht dazu, so ist er positiv. Bei einem negativen Kristall sind die Ringe in den Quadranten, durch die der Pfeil geht, um etwa $\frac{1}{4}$ Ringabstand erweitert, in den anderen beiden Quadranten um ebensoviel verkleinert; bei einem positiven Kristall verhält sich auch das umgekehrt.

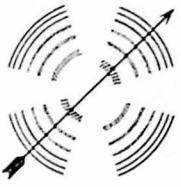


Abb. 261. Achsenbild vom Kristall nebst Glimmerplatte

## D. Zweiachsige Kristalle

**a) Achsenbilder.** Ein Kristall aus dem rhombischen oder einem schiefachsigen (dem monoklinen und triklinen) System hat zwei optische Achsen. Entsprechend drei aufeinander senkrechten Schwingungsrichtungen des Lichtes (im rhombischen System fallen diese drei Hauptschwingungsrichtungen, d.h. die optischen Symmetrieachsen, mit den kristallographischen Symmetrieachsen zusammen) besitzt der Kristall drei Hauptbrechungszahlen, die nach ihrer Größe absteigend geordnet $n_1$, $n_2$, $n_3$ heißen mögen. In der durch die Hauptschwingungsrichtungen mit $n_1$ und $n_3$ gehenden Ebene liegen die beiden optischen Achsen.

Beispiele: Kalisalpeter, Aragonit, Topas, Glimmer, Gips, Baryt, Kupfervitriol, Blutlaugensalz. Einige Hauptbrechungszahlen in Tab. 37.

Rubens, Berl. Ber. 1919, S. 976, hat durch Messung des Spiegelungsvermögens und der Durchlässigkeit von Adular und Gips die Lage ihrer optischen Symmetrieachsen für Strahlen des langwelligen Spektrums zwischen 22 und 310 $\mu$ ermittelt und gefunden, daß erstere in Übereinstimmung mit der elektromagnetischen Lichttheorie allmählich in die elektrischen Symmetrieachsen mit den zugehörigen Hauptdielektritätskonstanten übergehen.

Eine zur Mittellinie der beiden optischen Achsen senkrechte Platte zeigt im Polarisationsmikroskop bei gekreuzten Nicols eine Figur, im homogenen Licht aus hellen und dunklen, im weißen Licht aus gefärbten Lemniskaten; diese werden, wenn die Ebene der optischen Achsen mit einer der Hauptebenen des Geräts zusammenfällt, von einem dunklen Kreuz (Abb. 262 *A*) und sonst bei Drehung der Platte in ihrer Ebene von dunklen hyperbolischen Ästen durchsetzt, die bei 45° Neigung zwischen Achsenebene und Hauptebenen (Abb. 262 *B*) zu den Lemniskaten symmetrisch liegen. Die beiden Punkte (in den Ästen), um die sich die Lemniskaten zusammenziehen, bezeichnen die optischen Achsen des Kristalles, sind also die Vereinigungsstellen derjenigen Wellen, die die Platte parallel den beiden optischen Achsen durchsetzt haben.

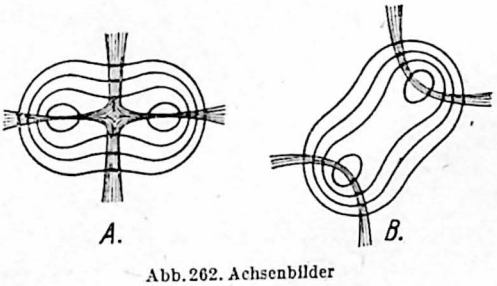



Abb. 262. Achsenbilder

**b) Messung des Achsenwinkels.** Der von der optischen Symmetrieachse mit $n_1$ halbierte Winkel der optischen Achsen heißt innerer Achsenwinkel $\alpha_0$. Er ist gegeben durch die Beziehung

$$\sin^2 \frac{1}{2}\alpha_0 = \frac{n_1^2(n_2^2 - n_3^2)}{n_2^2(n_1^2 - n_3^2)} = \frac{1 - \left(\frac{n_3}{n_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2}. \tag{7}$$

Wenn $\alpha_0 < 90°$, so heißt der Kristall positiv, sonst negativ. — Meistens nennt man jedoch Achsenwinkel $\alpha_1$ den spitzen Winkel zwischen beiden Achsen.

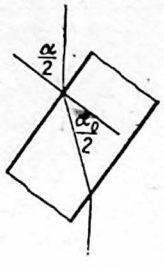



Abb. 263. Innerer und äußerer Achsenwinkel

Der äußere Achsenwinkel $\alpha$, d. h. der Winkel der Strahlen in der Luft, die sich in einer senkrecht zur Symmetrieachse mit $n_1$ geschnittenen Kristallplatte in den Richtungen der beiden optischen Achsen fortgepflanzt haben, ist gegeben durch $\sin \frac{1}{2}\alpha = n_2 \sin \frac{1}{2}\alpha_0$ (s. Abb. 263). Da der Achsenwinkel von der Farbe abhängt, so verlangt die genaue Messung eine bestimmte Lichtsorte; der Unterschied der Achsenwinkel in verschiedenen Farben heißt Achsendispersion für diese Farben.

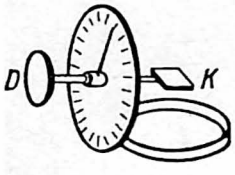



Abb. 264. Achsenwinkel-Nebengerät

Hat man kein besonderes Achsenwinkelgerät zur Verfügung, so wird die kleine Meßvorrichtung (Abb. 264), an deren Drehungsachse $D$ die Kristallplatte $K$ mit Wachs befestigt wird, auf den Tisch des Polarisationsmikroskops gesetzt. Meist bestimmt man den Achsenwinkel mittels einer planparallelen Platte, die senkrecht zur Halbierenden des spitzen Achsenwinkels $\alpha_1$ geschliffen ist. Man kennzeichnet an der Kristallplatte die zur Verbindungslinie der Achsenbilder senkrechte Richtung und befestigt die Platte dann so an der Drehachse $D$, daß diese Richtung in der Drehachse liegt; die Platte wird also um die zur Ebene der optischen Achsen Senkrechte gedreht. Zur Messung empfiehlt sich Abb. 262 $B$, die entsteht, wenn die Hauptebenen des Geräts Winkel von 45° mit der Drehachse $D$ bilden. Man stellt die Scheitelpunkte der Hyperbeln durch Neigen der Kristallplatte $K$ um die Drehachse $D$ nacheinander auf den Fadenkreuz-Schnittpunkt des Okulars ein. Der Winkel $\alpha_2$ zwischen beiden Einstellungen ist dann der scheinbare oder äußere Achsenwinkel. Somit ergibt sich der wirkliche Achsenwinkel $\alpha_1$ im Kristall aus

$$\sin \frac{1}{2}\alpha_1 = \frac{\sin \frac{1}{2}\alpha_2}{n_2}. \tag{8}$$

Für positive Kristalle ist $\alpha_1 = \alpha_0$ und $\alpha_2 = \alpha$. Bei großem Achsenwinkel erscheint jedesmal nur ein Achsenbild im Gesichtsfeld.

Wenn der Winkel $\frac{1}{2}\alpha_1$ den Grenzwinkel $\Phi$ der totalen Reflexion im Kristall $\left(\sin \Phi = \frac{1}{n_2}\right)$ übersteigt, so werden die Achsenbilder in Luft unsichtbar (S. 404). Dann kann man aber den Kristall innerhalb einer hinreichend stark brechenden Flüssigkeit messen, deren Grenzflächen (Trogplatte) ungefähr senkrecht zur Achse des Polarisationsmikroskops stehen. Das Verfahren ist im übrigen das nämliche wie vorhin. Der hier beobachtete scheinbare Achsenwinkel sei $\alpha'$, so findet man $\alpha_1$, wenn $n$ die Brechungszahl der Flüssigkeit ist, aus

$$\sin \frac{1}{2}\alpha_1 = \frac{n}{n_2} \sin \frac{1}{2}\alpha'. \tag{9}$$

## E. Künstliche Doppelbrechung

**a) Elektrische Doppelbrechung.** $\alpha$) Kerr-Effekt und Kerrsche Konstante. Im elektrischen Felde (zwischen Kondensatorplatten, Kerrsche Zelle) haben bei Beobachtung senkrecht zur Feldrichtung (in diesem Falle erreicht die Doppelbrechung ihr Maximum) die parallel und senkrecht zu den Kraftlinien schwingenden Komponenten einen vom Mittel abhängigen Geschwindigkeitsunterschied, das vorher isotrope Mittel verhält sich dann also wie ein einachsiger Kristall mit parallel der Feldrichtung liegender optischer Achse. Ist die parallel den Kraftlinien schwingende Komponente die langsamere, so heißt der Körper elektrooptisch positiv (S. 470); entsprechend redet man von einer positiven bzw. negativen Kerr-Konstante. Ziemlich stark positiv zeigt sich Schwefelkohlenstoff $CS_2$.

Ist $k\lambda$ der erzeugte Gangunterschied der beiden Komponenten ($k$ Ordnungszahl, $\lambda$ Wellenlänge in Luft, strenger im Vakuum), so wird

$$k = Kl\mathfrak{E}^2, \tag{10}$$

worin $K$ die Kerrsche Konstante des Körpers bedeutet, wenn die Länge $l$ der durchstrahlten wirksamen Schicht in cm und die äußere elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ im elektrostatischen CGS-Maßsystem ausgedrückt wird. $K$ ist von $\lambda$ und der Temperatur abhängig.

Über die diesbezüglichen Gesetzmäßigkeiten vgl. Debye u. Sack im Handb. d. Radiologie von Marx, Leipzig 1934, 2. Aufl., Bd. 6, Teil 2, S. 179.

Es bezeichne $n$ die Brechungszahl des Stoffs (ohne elektrisches Feld), $n_o$ und $n_e$ die der beiden Wellen (S. 470), so folgt (S. 489) $n_e - n_o = K\lambda\mathfrak{E}^2$, $\lambda$ in cm ausgedrückt. Alsdann ist in Übereinstimmung mit der Theorie der molekularen Orientierung $\frac{n_e - n}{n_o - n} = -2$, wie Pauthenier, Ann. phys. 14, 239, 1920, unter Vermeidung des Einflusses der Elektrostriktion und der Jouleschen Wärme nachwies.

Bei Gasen (z. B. $NH_3$, $CO_2$, $SO_2$) ist $K$ dem Druck proportional. Für Schwefelkohlenstoff $CS_2$ ist bei $\lambda = 5893$ Å und 20° $K = 3{,}226 \cdot 10^{-7}$, also bei $\mathfrak{E} = 100$ gilt $n_e - n_o = 1{,}901 \cdot 10^{-7}$; für Nitrobenzol $C_6H_5NO_2$ bei $\lambda = 5461$ Å und 20° ist $K = 3{,}86 \cdot 10^{-5}$.

$\beta$) Messung der Kerr-Konstante. Man läßt in die Kerrsche Zelle monochromatisches, durch einen Polarisator linear polarisiertes Licht von 45° Schwingungsazimut gegen die elektrischen Kraftlinien einfallen und mißt die bewirkte Phasendifferenz $2\pi k$ (S. 489) mit einem empfindlichen Halbschattenkompensator (S. 499 bis 506). Bedeutet $E$ die in Volt gemessene Potentialdifferenz zwischen den Kondensatorplatten und $a$ in Zentimeter ihren Abstand, so kann $\mathfrak{E} = \frac{E}{300a}$ gesetzt werden. Bei Untersuchung von Flüssigkeiten und Gasen liegen die Platten meist ganz innerhalb des Mittels; der an den Plattenrändern auftretenden Inhomogenität des Feldes trägt man dann durch eine am Lichtwege $L$ anzubringende Korrektur Rechnung. Es sei $L$ in Zentimeter die parallel dem Lichtweg gemessene Länge jeder Platte und $d$ in Zentimeter die Dicke jeder Platte, dann kann man mit großer Annäherung die korrigierte Länge des Lichtweges ansetzen zu

$$l = L + \frac{a}{\pi}\left[1 + \frac{d}{a}\ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)\right]. \tag{11}$$

Chaumont, Ann. phys. **5**, 17, 1916 (genauere Korrektionsformel); Stuart, Z. Phys. **63**, 533, 1930; Stuart u. Volkmann, Ann. Phys. **18**, 121, 1933 (Gase bei höheren Temperaturen); Briegleb, Z. phys. Chem. (B) **16**, 249, 1932 (Flüssigkeiten, Lösungen); Borchert, Phys. Z. **39**, 156, 1938 (flüssige und gasförmige Kohlensäure).

$\gamma$) Technische Anwendung. Die Kerr-Zelle arbeitet bis zu Lichtwechseln von $10^8$/s ohne merkbare Trägheit, ist somit das trägheitsloseste von allen bekannten Lichtsteuerorganen und für ihre technischen Verwendungen praktisch trägheitsfrei zu nennen, weil Versuche zeigten, daß bei dem technisch wichtigen Nitrobenzol die zur Ausbildung des Kerr-Effekts notwendige Zeit kleiner als $6 \cdot 10^{-9}$ s sein muß. In Forschung und Technik findet daher die Kerr-Zelle allgemeine Verwendung zur Lichtsteuerung, z.B. für die Messung kurzer Abklingungszeiten der Fluoreszenz (Fluorometer), für die Messung der Lichtgeschwindigkeit, für die Zwecke des Tonfilms, als Zeitschreiber (Geschwindigkeitsmesser, S. 63). Der Kerr-Effekt läßt sich auch zur Hochspannungsmessung benutzen, denn es hat sich erwiesen, daß für bestgereinigtes Nitrobenzol die geforderte quadratische Abhängigkeit des $k$ von $\mathfrak{E}$ mit einer mittleren Genauigkeit von $\pm 1\,\%$ gilt sowohl bei elektrostatischen Feldern bis zu Feldstärken von $1{,}5 \cdot 10^5$ V/cm als auch bei Wechselspannung (50 Hz) bis zu Momentanwerten der Feldstärke vom gleichen Betrage.

Szymanowski, Z. Phys. **95**, 440, 1935 (Fluorometer); Mittelstaedt, Ann. Phys. **2**, 285, 1929 (Lichtgeschwindigkeit auf optischem Wege); Fischer u. Lichte, Tonfilm. Leipzig 1931, S. 10; Hehlgans, Phys. Z. **33**, 378, 1932 sowie Gabler u. Sokob, Z. techn. Phys. **18**, 322. 1937 (bestgereinigtes Nitrobenzol); Hanle u. Maercks, Z. Phys. **114**, 407, 1939 (Trägheit d. Kerr-Effekts).

**b) Magnetische Doppelbrechung.** $\alpha$) Allgemeines Verhalten. Sie ist das Analogon zu der vorhergehenden elektrischen Doppelbrechung (S. 473) und am größten für Strahlen senkrecht zur Feldrichtung. Auch hier ist die Ursache der Doppelbrechung in einer Orientierung der Moleküle durch das äußere Feld zu suchen. Der Körper verhält sich dann wie ein einachsiger Kristall mit der optischen Achse parallel den Kraftlinien. Pflanzt sich die senkrecht zu ihnen schwingende ordentliche Komponente schneller fort, so ist die magnetische Doppelbrechung als positiv zu bezeichnen (S. 470).

$\beta$) Cotton-Moutonsche Konstante $C$. Entsprechend S. 473 ist

$$k = C l \mathfrak{H}^2, \qquad (12)$$

wenn die äußere magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ in Örsted ausgedrückt wird. Die Konstante $C$ des betreffenden Stoffs besitzt Dispersion und Temperaturabhängigkeit. So ist z.B. für Nitrobenzol $C_6H_5NO_2$ bei $\lambda = 5893$ Å und $19{,}5°$ $C = 2{,}41 \cdot 10^{-12}$. Man mißt wie nach S. 473 die erzeugte kleine Phasendifferenz $2\pi k$ und berechnet dann nach Gl. (12) den Wert von $C$.

Schütz, im Handb. d. Exper. Phys. Leipzig 1936, Bd. 16, T. 1, 210. Über den Temperaturkoeffizienten von $C$ bei Flüssigkeiten s. Szivessy, Ann. Phys. **68**, 127, u. **69**, 231, 1922; König, ebd. **31**, 289, 1938 (Dämpfe).

$\gamma$) Voigt-Effekt. Als solchen bezeichnet man die in der unmittelbaren Umgebung scharfer Absorptionslinien auftretende Doppelbrechung transversal zur Beobachtungsrichtung magnetisierter Körper. Diese magnetooptische Wir-

kung beruht aber nicht auf dem Orientierungsphänomen, sondern ist eine Begleiterscheinung des transversalen inversen Zeeman-Effekts.

Gabler, Z. Phys. **116**, 495, 1940 (magnetische Doppelbrechung an den Dämpfen von Na, K, Rb, Cs).

**c) Strömungsdoppelbrechung** tritt bei einer (z.B. in enger Kapillare oder in Rotation zwischen zwei konzentrischen Röhren mit rotierendem Innenzylinder, wobei das Licht die Flüssigkeit parallel zur Zylinderachse durchsetzt) strömenden Flüssigkeit mit innerer Reibung auf und beruht bei reinen zähen Flüssigkeiten auf einer Orientierung ihrer anisotropen Moleküle, bei Flüssigkeiten mit eingebetteten kleinen Teilchen (z.B. von Kolloiden sowie großen Faden-, Blättchen- und Kornmolekülen in Lösung) auf ihrer Gleichrichtung in größeren Schwärmen (Stäbchendoppelbrechung). Durch derartige Untersuchungen erlangt man weitgehende Aufschlüsse über die Größe und Form sowie die optische Anisotropie der dispersen Teilchen, als Ergänzung ultramikroskopischer Beobachtungen (S. 347).

Sadron, J. phys. et Radium **7**, 263, 1936 u. **8**, 481, 1937; Schweiz. Arch. angew. Wiss. u. Technik **3**, 8, 1937; Hess, Kiessig u. Philippoff, Naturwiss. **26**, 184, 1938; Buchheim, Stuart u. Menz, Z. Phys. **112**, 407, 1939; Kontinuumstheorie der elektrischen, magnetischen und Strömungsdoppelbrechung von Peterlin u. Stuart, ebd. **112**, 1 u. 129, 1939; **113**, 663, 1939.

**d) Spannungsdoppelbrechung** (s. S. 419).

## 2. Optisches Drehvermögen

### A. Definitionen und Grundlagen

**a) Natürliche Drehung.** $\alpha$) Spezifische Drehung. Ein optisch aktiver Körper dreht die Polarisationsebene durchgehenden Lichtes. Er heißt rechts drehend oder positiv, wenn die Schwingungsebene des Lichtes dem empfangenden Auge in der Richtung des Uhrzeigers gedreht erscheint, andernfalls links drehend oder negativ. Im aktiven Körper entstehen zwei Wellen, die im entgegengesetzten Sinne zirkular polarisiert sind und mit ungleicher Geschwindigkeit fortschreiten. Diese Zirkularpolarisation beruht bei flüssigen oder dampfförmigen bzw. gelösten Stoffen auf dem asymmetrischen Bau des Moleküls (van't Hoffs Theorie vom asymmetrischen Kohlenstoffatom), bei Kristallen auf ihrer Gitterstruktur und wird durch die Gleichung gekennzeichnet

$$n_2 - n_1 = \frac{\alpha}{180^\circ}\,\frac{\lambda}{l}, \tag{13}$$

worin bedeuten $n_1$ und $n_2$ die Brechungszahlen der rechts bzw. links zirkularen Komponente gegen Luft, $\alpha$ den Drehungswinkel in Kreisgraden, $\lambda$ die Wellenlänge in Luft, $l$ die Länge der durchstrahlten Körperschicht, $\lambda$ und $l$ in derselben Längeneinheit ausgedrückt. So ist z.B. beim Quarz für Hg grün 5461 bezogen auf Luft von 20° und 760 mm Druck $n_2 - n_1 = 0{,}000077470$; dagegen ergibt sich $\alpha$ unabhängig vom Luftdruck, solange man den Einfluß des Druckes auf die absolute Brechungszahl des Stoffs vernachlässigen darf.

Unter der mit ($\alpha$) bezeichneten Drehung versteht man bei festen Körpern (Kristallen) den Drehungswinkel für 1 mm Kristalldicke. Bei Flüssigkeiten, z.B. auch Lösungen aktiver Körper in einem inaktiven Lösungsmittel, gibt man die spezifische Drehung [$\alpha$] an. Dreht eine Lösung von der Dichte $s$, dem Prozentgehalt $p$ (Anzahl der Gramm aktiven Stoffes in 100 g Lösung) und der Konzentration $c$ (Anzahl der Gramm aktiven Stoffes in 100 cm³ Lösung) in der Länge $l$ Dezimeter um den Winkel $\alpha$ Grad, so hat man für die spezifische Drehung des aufgelösten aktiven Stoffes

$$[\alpha] = \frac{100\alpha}{l \cdot c} = \frac{100\alpha}{lps}. \tag{14}$$

Für einen reinen flüssigen aktiven Körper ist $p = 100$. Für eine bestimmte Temperatur $t$ ist $[\alpha]_t = \frac{100\alpha_t}{l_t p s_t}$. – Molekulares Drehvermögen nennt man [$\alpha$] × Molekulargewicht : 100.

Die spezifische Drehung pflegt sich mit der Konzentration ein wenig zu ändern, was man in zugefügten Korrektionsgliedern darstellt. Auch kann sich [$\alpha$] stark mit dem Lösungsmittel ändern.

$\beta$) Rotationsdispersion. Die Drehung hängt von der Farbe ab; kurzwelligeres Licht wird meist stärker gedreht; andernfalls spricht man von anomaler Rotationsdispersion.

Bei genauem Arbeiten ist der optische Schwerpunkt des benutzten einfarbigen Lichtes zu berücksichtigen, zumal bei Beleuchtung durch eine Natriumflamme. Schönrock, Handb. d. Phys. **19**, 751, 1928.

Die Theorie gibt für das Drehvermögen ($\alpha$) und [$\alpha$] in hinreichender Entfernung von einer Eigenwellenlänge $\lambda_m$ den Ausdruck (ähnlich der Refraktionsdispersion, S. 386)

$$(\alpha) = \sum_m \frac{A_m}{\lambda^2 - \lambda_m^2}. \tag{15}$$

Liegen alle $\lambda_m$ im Ultravioletten, so kann man nach steigenden Potenzen von $\lambda^{-2}$ entwickeln und erhält die erweiterte Boltzmannsche Dispersionsformel $(\alpha) = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^6} + \cdots$. Auch die Form $(\alpha) = \frac{A_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{A_2}{\lambda^2}$ vermag oft (wie z.B. für Quarz) die Beobachtungen befriedigend darzustellen.

$\gamma$) Zirkularer Dichroismus tritt auf, sobald die beiden zirkularen Wellen im aktiven Stoff ungleich stark absorbiert werden, was zumal innerhalb der Absorptionsstreifen der Fall ist. Die den Stoff verlassende Welle ergibt sich dann schwach elliptisch polarisiert mit einer großen Achse, die gegen die einfallende Schwingungsrichtung wieder um $\alpha = 180° \frac{l}{\lambda}(n_2 - n_1)$ gedreht erscheint; s. Gl. (13). Der Schwingungssinn dieser elliptischen Welle stimmt mit dem der weniger stark absorbierten zirkularen Welle überein. Das Halbachsen-Verhältnis der Ellipse ergibt sich in großer Annäherung (da $K_2 - K_1$ sehr klein) zu $\frac{b}{a} = \operatorname{tg}\gamma = 2\pi \frac{l}{\lambda}(K_2 - K_1)$, worin $K_1$ und $K_2$ die Extinktionskoeffizienten (S. 493) für die beiden zirkularen Wellen bedeuten. Der zirkulare Dichroismus ist stets mit anomaler Dispersion verknüpft.

Bruhat, Traité de polarimétrie. Paris 1930, S. 173 u. 243; Mathieu, J. phys. et Radium **2**, 189, 1931.

δ) Zuckerlösungen. Noch ist es nicht gelungen, Saccharose $C_{12}H_{22}O_{11}$ merklich völlig rein darzustellen wegen der ihr anhaftenden verwandten Zuckerarten; $[\alpha]$ verschiedener, möglichst gut gereinigter Zuckersorten schwankt bis zu $\pm$ 0,05%. Im Mittel ergibt sich als zuverlässigster Drehungswert des in Wasser gelösten Rohrzuckers für $c = 26{,}016$ bei Natriumgelb (der Piranischen elektrischen Natriumkleinlampe, S. 449, mit dem optischen Schwerpunkt $\lambda = 0{,}589\,30\,\mu$ in Luft von 20° C und 760 mm Druck) $[\alpha]_{20} = 66{,}523$ und damit

$$\alpha = 0{,}665\,23\,lc, \quad \text{woraus} \quad c = 1{,}5032\,\frac{\alpha}{l}. \tag{16}$$

Soll der höchste Grad der Genauigkeit erreicht werden, so ist die Abhängigkeit von $c$ zu berücksichtigen gemäß Gleichung (gültig für $c < 65$)

$$[\alpha]_{20} = 66{,}456 + 0{,}008\,70\,c - 0{,}000\,235\,c^2. \tag{17}$$

Mit dem nach Gl. (16) gefundenen, genäherten Wert für $c$ berechnet man nach Gl. (17) den genauen Wert von $[\alpha]$, setzt diesen in die Gl. (16) ein und findet so den genauen Wert von $c$. Oder die Berechnung erfolgt nach der Gleichung

$$c = 1{,}5048\,\frac{\alpha}{l} - 0{,}000\,2961\left(\frac{\alpha}{l}\right)^2 + 0{,}000\,01202\left(\frac{\alpha}{l}\right)^3. \tag{18}$$

Für Linie Hg grün 5461 ist $[\alpha]_{20} = 78{,}333$.

Von der Temperatur hängt die Drehung merklich ab. Für $9 < t < 31°$ C, $0{,}43 < \lambda < 0{,}59\,\mu$, $15 < p < 30$ ändert sich $\alpha$ (bis auf wenige tausendstel Prozent genau) linear mit $t$. Das hat zur Folge, wenn $\gamma_t = \frac{1}{c_t}\frac{dc_t}{dt}$ der Temperaturkoeffizient von $c$, der entgegengesetzt gleich dem kubischen Ausdehnungskoeffizienten der Lösung ist, und $\delta_t = \frac{1}{[\alpha]_t}\frac{d[\alpha]_t}{dt}$ der Temperaturkoeffizient von $[\alpha]$ ist, daß $\frac{d\delta_t}{dt} = -\frac{d\gamma_t}{dt}$ sein muß, weil sich $\gamma$ stark mit $t$ ändert. So ist für die in der Saccharimetrie gebräuchliche Normalzuckerlösung ($c = 26{,}016$ bzw. $p = 23{,}7038$) in einem Glasrohr mit dem Ausdehnungskoeffizienten 0,000008:

$$\alpha_{20} = \alpha_t[1 - \zeta(t - 20)] \quad \text{für} \quad \begin{array}{lccc} \lambda = & 0{,}4359 & 0{,}5461 & 0{,}5893\,\mu \\ \zeta = & -0{,}000\,419 & -0{,}000\,457 & -0{,}000\,461 \end{array} \tag{19}$$

für Natriumlicht $\delta^D_{10} = -0{,}000\,242$, $\delta^D_{20} = -0{,}000\,184$, $\delta^D_{30} = -0{,}000\,121$, d.h. in der Nähe von $t = 20°$ gilt

$$[\alpha]^D_t = [\alpha]^D_{20}[1 - 0{,}000\,184\,(t - 20)]. \tag{20}$$

Schönrock, Z. Ver. Dtsch. Zucker-Ind., Techn. T. 53, 650, 1903; Z. Instrkde. 24, 173, 1904 u. 25, 147, 1905.

ε) Traubenzucker $C_6H_{12}O_6$. Seine Konzentration im diabetischen Harn ermittelt man durch Polarisation im 2-dm-Rohr bei 20° mit Natriumlicht zu

$$c = \frac{100\,\alpha}{l\,[\alpha]} = \frac{100\,\alpha}{2 \cdot 52{,}607} = 0{,}9504\,\alpha. \tag{21}$$

Bei Benutzung eines Rohres von 1,9009 dm wird $c = \alpha$.

ζ) Quarz $SiO_2$. Es gibt, an sekundären kleinen Kristallflächen unterscheidbar, rechts und links drehende Quarze. Der Achsenfehler von Quarzplatten, d. i. der Winkel zwischen optischer Achse und Plattennormale, sollte 10 Minuten nicht überschreiten. Für spektral gereinigtes Natriumlicht der Piranischen Natriumkleinlampe (S. 477) ist $(\alpha)_{20} = 21{,}724°$, ein Wert, der für optisch homogene Quarze verschiedener Sorte um $\pm$ 0,009° schwanken kann. Weiter ergibt sich nahe den $D$-Linien $\frac{d(\alpha)_{20}}{d\lambda} = -78{,}01$ Grad/$\mu$. Für Linie Hg grün 5461 ist $(\alpha)_{20} = 25{,}536$. In der Nähe von $t = 20°$ hat man

$$\alpha^D_t = \alpha^D_{20}\,[1 + 0{,}000\,143\,(t - 20)] \tag{22}$$

und somit, da der Ausdehnungskoeffizient des Quarzes parallel zur Achse gleich 0,000007 ist,

$$(\alpha)_t^D = (\alpha)_{20}^D [1 + 0{,}000136\,(t - 20)]. \tag{23}$$

Für $0{,}43\,\mu < \lambda < 0{,}66\,\mu$ und $0 < t < 100$ gilt

$$\alpha_t = \alpha_0(1 + 0{,}000131\,t + 0{,}0000001951t^2). \tag{24}$$

Über Rotationsdispersion des Quarzes s. Tab. 38. Genaueres über die Untersuchung von Quarzplatten auf ihre Güte bei Brodhun u. Schönrock, Z. Instrkde. 22, 353, 1902. In Zusätzen zu einem Referat ebd. 21, 90, 1901 wies Schönrock darauf hin, daß optisch homogene Quarze in ihren optischen Konstanten merkliche Unterschiede aufweisen können, und führte auch die Ursachen für dieses Verhalten an.

**b) Elektromagnetische Drehung.** $\alpha$) Faradaysches Gesetz und Verdetsche Konstante. Jeder Körper wird, in ein magnetisches Feld gebracht, infolge zirkularer Doppelbrechung optisch aktiv, wobei im Falle diamagnetischer Stoffe $\alpha$ der der Richtung des Lichtstrahles parallelen Komponente des magnetischen Feldes proportional ist. Durchsetzen die Lichtstrahlen den Körper in der Richtung der Kraftlinien eines magnetischen Feldes von der Stärke $\mathfrak{H}$, so wird demnach

$$\alpha = \omega l \mathfrak{H}, \tag{25}$$

worin $\omega$ in $[\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{g}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{s}]$ die Drehung für 1 cm und die Feldstärke 1 Örsted bedeutet und in Winkelminuten ausgedrückt als Verdetsche Konstante des Stoffs bezeichnet wird. Ist das Feld, wie streng genommen stets, in der Lichtrichtung nicht homogen, so wird

$$\alpha = \omega \int_0^l \mathfrak{H}_l \mathrm{d}\, l. \tag{26}$$

$\omega$ heißt positiv, wenn die Drehung, wie beim Wasser und bei den meisten Körpern, in der Richtung des Stromes erfolgt, der das magnetische Feld durch Umkreisen hervorrufen würde. Negativ ist z. B. Titanchlorid $TiCl_4$.

$\beta$) Absolute Werte der Verdetschen Konstante $\omega$. Für Eichungen geeignet sind, bei Benutzung von Natriumlicht (Rodger u. Watson, Borel),

| | |
|---|---|
| Schwefelkohlenstoff $CS_2$ $\omega_t = 0{,}04347'\,(1 - 0{,}001696t)$ | $(t = 0$ bis $42°)$ |
| Wasser $H_2O$ $\omega_t = 0{,}01311'\,(1 - 0{,}0000305t - 0{,}0000030 5t^2)$ | $(t = 3$ bis $98°)$ |
| Quarz (Licht parallel der Achse) $SiO_2$ $\omega_t = 0{,}01660'\,(1 + 0{,}00011t)$ | $(t = 20$ bis $96°)$. |

Wasser hat $\omega_{20}^D = 0{,}01309'$, Steinsalz NaCl $\omega_{20}^D = 0{,}0328'$. Bei optisch aktiven Körpern ist die magnetische Drehung gleich groß, mag sie in der gleichen oder in der entgegengesetzten Richtung stattfinden wie die natürliche Drehung. Für Gase ist bis zu Drucken von 100 at $\omega$ direkt proportional der Dichte des Gases; für Wasserstoff $H_2$ (Druck 1 kp/cm²) $\omega_{20}^D = 0{,}00000538'$.

$\gamma$) Dispersion der Magnetorotation. Ähnlich der natürlichen Drehung (S. 476) gilt hier in hinreichendem Abstand von den kurzwelligen Eigenwellenlängen $\lambda_m$ der Ausdruck

$$\omega = \sum_m \frac{A_m}{\lambda^2 - \lambda_m^2}. \tag{27}$$

Für das sichtbare Spektrum genügt meist schon die Form $\omega = \frac{A_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{A_2}{\lambda^2}$ mit einem ultravioletten $\lambda_1$.

Im Violetten und Ultravioletten berechnet sich eine einfache Dispersionsformel für $\omega$ als Funktion von $\lambda$ und der zugehörigen Brechungszahl $n$ des unmagnetisierten Stoffs mittels des für die Elektronen charakteristischen Verhältnisses $\frac{e}{m} = -1{,}76 \cdot 10^7$ im elektromagnetischen CGS-System ($e$ negative Ladung, $m$ Masse eines ruhenden Elektrons) zu

$$\omega = \frac{e}{m} \frac{\lambda}{2c} \frac{dn}{d\lambda}; \tag{28}$$

$c$ ist die Lichtgeschwindigkeit, $\omega$ wird in Bogenmaß erhalten. Diese Gleichung gibt den Gang der Dispersion bei vielen Stoffen (festen, flüssigen und gasförmigen) ziemlich gut wieder, und zwar um so besser, zu je kleineren Wellenlängen man gelangt.

Meyer, Ann. Phys. **30**, 607, 1909 (Wasser im Ultraviolett und -rot); Lowry, J. chem. Soc. **105**, 81, 1914 (organische Flüssigkeiten); Ingersoll, J. opt. Soc. Amer. **6**, 663, 1922 (Ultrarot); Stephens u. Evans, Phil. Mag. **10**, 759, 1930 (im Sichtbaren und Ultraviolett); Gabler, Wien. Ber. Abt. IIa **148**, 111, 1939 (Drehung in Kristallen).

Selektive Drehungen erfolgen in der Umgebung von Absorptionsstreifen, besonders ausgeprägt neben und zwischen den Zeeman-Komponenten schmaler Absorptionslinien (S. 456), wie z. B. von Dämpfen (Natrium, Jod) und den Kristallen seltener Erden (Abschn. $\varepsilon$).

Minkowski, Ann. Phys. **66**, 206, 1921; Schütz, Z. Phys. **45**, 30, 1927 u. **77**, 437, 1932.

$\delta$) Mischungsregel. Die Verdetsche Konstante einer Lösung ist

$$\omega = \sum_m \frac{\omega_m q_m}{\varrho_m}, \tag{29}$$

worin $\omega_m$, $q_m$, $\varrho_m$ bzw. die Verdetsche Konstante, den Volumgehalt pro cm³, die Dichte der einzelnen in der Lösung vorhandenen Stoffe bedeuten. Diese Gleichung ist mit seltenen Ausnahmen immer dann merklich gültig, wenn die Gleichung $\sum_m \frac{q_m}{\varrho_m} = 1$ hinreichend genau für die Lösung zutrifft.

Schönrock, Z. Phys. **46**, 314, 1928 u. **78**, 707, 1932.

Mit der obigen Mischungsregel stimmt überein die von Schönrock gegebene Definition der molekularen Drehung chemischer Verbindungen und gelöster Stoffe in Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen. 5. Aufl., Berlin 1923, S. 1015. S. auch Scharf, Ann. Phys. **13**, 377, 1932.

$\varepsilon$) Paramagnetische Drehung. Die meist negativen Drehungen paramagnetischer Stoffe, z. B. der Kristalle der Salze seltener Erden wie Tysonit (Ce, La, Nd + Pr) $F_3$, Xenotim (Ce, Er, Y) $PO_4$ usw., der Salze der Eisengruppe wie Eisenalaune in flüssigen Lösungen, hängen nicht allein von der äußeren magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ ab, sondern auch von der in den Stoffen erzeugten Longitudinal-Magnetisierung infolge der Einstellung der paramagnetischen Atome in die Richtung des Feldes. Die dadurch bedingte paramagnetische Drehung überlagert sich der allgemeinen diamagnetischen, und von der relativen Stärke dieser beiden Effekte hängt die resultierende Drehung ab. Sie erreicht in den Kristallen bei voller Sättigung der Magnetisierung einen maximalen Betrag, und es ergeben sich in tiefen Temperaturen sehr große Werte für $\alpha$; so ist z. B. für Tysonit, Lichtstrahlen parallel der Achse, $l_{20} = 0{,}1$ cm, $\mathfrak{H} = 26730$ Örsted, $\lambda = 0{,}44140\,\mu$, $\alpha = -2128°$ bei 1,95° abs.

Sirks, Versl. Kon. Akad. Wet. Amsterdam **21**, 685, 1912; Chaudier, C. R. **156**, 1008 u. 1529, 1913 (Sauerstoff); Becquerel u. de Haas, Proc. Akad. Wet. Amsterdam **32**, 1199, 1929; Becquerel, de Haas u. van den Handel, ebd. **34**, 1231, 1931 (Kristalle); Miescher, Helv. phys. Acta **3**, 93, 1930; Kaufmann, Ann. Phys. **18**, 251, 1933 (Salze der Eisengruppe).

Der diamagnetische und paramagnetische Faraday-Effekt sind beide trägheitslos, denn sie folgen dem magnetischen Felde innerhalb Zeiten, die kleiner als $0{,}5 \cdot 10^{-9}$ s sind.

Hanle, Z. Phys. **114**, 418, 1939.

$\zeta$) Ferromagnetische Drehung. Die Drehung der ferromagnetischen Metalle (Fe, Co, Ni) ist positiv und der in ihnen erzeugten Longitudinal-Magnetisierung proportional, erreicht daher bei Magnetisierung des Metalls bis zur Sättigung (Feldstärke $\mathfrak{H}'$) einen endlichen maximalen Grenzwert ($\alpha'$ für $l = 1$ cm). Das austretende Licht ist hier schon merklich elliptisch polarisiert (zirkularer Dichroismus). Obwohl die Metallschichten sehr dünn sein müssen, um überhaupt noch durchsichtig zu sein, werden doch schon große Drehungen beobachtet, da z. B. für Eisen $\mathfrak{H}' =$ etwa 6000 Örsted, $\alpha' = 204000°$ bei $\lambda = 0{,}550\,\mu$ wird. Vielfach nimmt mit wachsendem $\lambda$ auch $\alpha'$ zu.

Ingersoll, Phil. Mag. **18**, 74, 1909; J. opt. Soc. Amer. **8**, 493, 1924.

$\eta$) Magnetooptischer Kerr-Effekt. Bei der Zurückwerfung an ferromagnetischen Spiegeln im Magnetfeld wird die Schwingungsebene einfallenden Lichtes, wenn sie erst in oder senkrecht zu der Einfallsebene lag, um einen sehr kleinen Winkel gedreht, wobei mehr oder weniger ausgeprägte elliptische Polarisation entsteht. Diese Drehung ist wie die ferromagnetische Drehung (Abschn. $\zeta$) der im Spiegel erzeugten Magnetisierung proportional und erreicht daher auch einen der Sättigung entsprechenden Grenzwert. Die Dispersion ist gleichfalls meist anomal.

Martin, Ann. Phys. **55**, 561, 1918; v. Klitzing, Z. Phys. **85**, 240, 1933; Pietzcker, ebd. **88**, 311, 1934; Zapf, Ann. Phys. **27**, 477, 1936 (Magnetit $Fe_3O_4$).

## B. Polarimeter

**a) Einfaches Polarisationsgerät.** Die in der Wissenschaft gewöhnlich benutzten Polarimeter zur Messung des Drehungswinkels $\alpha$ besitzen einen drehbaren Analysator mit Kreisteilung und bestehen aus der Beleuchtungslinse $B$ (Abb. 265), dem festen Polarisator $C$, dem mit dem Teilkreise $G$ drehbaren Analysator $H$ und

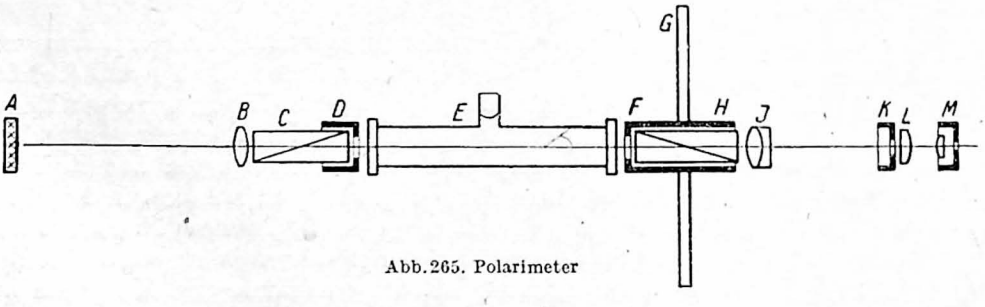



Abb. 265. Polarimeter

dem kleinen Fernrohr $J$ bis $M$, das man durch Verschieben des Okulars $LM$ scharf auf das Polarisator-Diaphragma $D$ einstellt. Der homogenes Licht aussendenden Lichtquelle $A$ gibt man eine solche Lage, daß durch $B$ das scharfe Bild von $A$ auf dem Analysator-Diaphragma $F$ entworfen wird. Das durch das Gerät ins Auge gelangende Licht soll nur durch die beiden Diaphragmen $D$ und $F$ begrenzt werden; dann bestimmt $D$ die Größe und $F$ die Helligkeit des Gesichtsfeldes. Einerseits werden $A$ und $F$ dicht vor dem Okulardeckel $M$ im Okularkreise

abgebildet, wo sich die Pupille des beobachtenden Auges befindet, andererseits $D$ vermittels des Objektivs $J$ im Diaphragma $K$; dieses Bild von $D$ wird alsdann mit dem Okular $L$ betrachtet. Zur Erzielung einer möglichst großen Helligkeit im Gesichtsfeld wählt man die Fernrohrvergrößerung so, daß es dem Auge nur 10 bis 15 mm im Durchmesser groß erscheint, womit sich auch bei Halbschattenfeldern schon die größte Einstellungsgenauigkeit erreichen läßt. – Natriumlicht ist zu reinigen; meist genügt es, dieses vor dem Auftreffen auf $B$ durch ein Filter mit Kaliumdichromatlösung (S. 356) gehen zu lassen.

Man dreht den Analysator auf größte Dunkelheit des Gesichtsfeldes. Darauf wird die mit der Flüssigkeit gefüllte Röhre $E$ oder das etwa eine Quarzplatte enthaltende Rohr eingelegt und durch Nachdrehen des Analysators um $\alpha$ wieder auf größte Dunkelheit eingestellt; so wird $\alpha$ zweimal bestimmt, indem man von den beiden um 180° entfernten Nullpunkts-Einstellungen des Analysators ausgeht, und daraus das Mittel genommen. Um die Exzentrizität des Teilkreises unwirksam zu machen, hat man stets beide Nonien abzulesen (S. 389).

Nach Einschaltung einer drehenden Flüssigkeit ist zunächst das Fernrohr von neuem auf das Gesichtsfeld bei $D$ scharf einzustellen. Die Deckplatten der Röhren darf man nicht zu fest anschrauben, weil die sonst entstehende Doppelbrechung des Glases die Gleichmäßigkeit des Gesichtsfeldes stört und deshalb eine merkliche Drehung beobachtet werden kann. Eine Lösung soll klar sowie gleichmäßig gemischt und temperiert sein.

Einen Zweifelfall, ob ein Körper links oder rechts dreht, kann man mit weißem Lichte entscheiden: bei Drehung des Analysators in dem richtigen Sinne des Drehwinkels muß der empfindliche Farbenwechsel von bläulich nach rötlich stattfinden. – Sollte es unsicher sein, ob der Drehwinkel größer oder kleiner als 180° ist, so beobachte man mit rotem Lichte (Kupferglas) und mit Natriumlicht. Die beiden Drehungen verhalten sich durchschnittlich etwa gelb : rot = 5 : 4.

Dieses einfache Gerät ist im Prinzip fehlerfrei, indem seine Angaben durch keine systematischen Fehler gefälscht werden, und deshalb vielen der angeblich empfindlicheren Polarimeter (mit Laurentscher Platte, Soleilschem Doppelquarz, Lummerschem Halbschattenprisma usw.) vorzuziehen. Auch ist mit ihm schon eine beträchtliche Genauigkeit zu erreichen, denn für helles Natriumlicht läßt sich z. B. ein Drehwinkel von etwa 100° mit einer Unsicherheit von $\pm$ 0,007° ermitteln.

**b) Genauigkeit der Halbschattengeräte.** Sie besitzen größere Einstellungsempfindlichkeit als das vorhergehende, weil bei ihnen ein gleichzeitiger Helligkeitswechsel im Gesichtsfelde zur Einstellung benutzt wird. Die Polarisator-Vorrichtung ergibt ein zweiteiliges Gesichtsfeld, in dessen Hälften sich polarisiertes Licht, aber von verschiedenen Schwingungsrichtungen $s_1$ und $s_2$ (Abb. 266) befindet. Das Licht der einen Hälfte ist meist etwas stärker als das der anderen. Auf die Trennungslinie im Gesichtsfelde wird das Fernrohr scharf eingestellt. Als Kriterium für die Analysator-Einstellungen gilt die gleiche Helligkeit der Felder; dann bildet die Schwingungsebene $A$ des Analysators nahezu gleiche Winkel mit $s_1$ und $s_2$. Der spitze Winkel $\varepsilon$ zwischen $s_1$ und $s_2$ heißt Halbschatten. Er ist gleich dem Drehungswinkel des Analysators, wenn man diesen auf die größte Dunkelheit erst der einen und dann der anderen Feldhälfte einstellt.

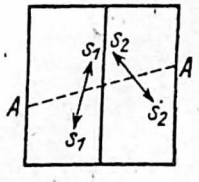


Abb. 266.
Halbschatten-Felder

Aus dem Einstellungsfehler des Analysators läßt sich die dabei erzielte photometrische Genauigkeit $u$ in Prozenten berechnen. $AA$ bilde mit $s_1$ den Winkel $90° - \beta$, dann ist in der Nähe der Nullpunkts-Stellung $\beta = \frac{1}{2}\varepsilon$ und die vom Analysator hindurchgelassene Lichtstärke $\mathfrak{J}$ proportional $\sin^2\beta$. Es folgt

$$\frac{\mathrm{d}\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}} = \frac{2\,\mathrm{d}\beta}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\varepsilon} = \frac{4\,\mathrm{d}\beta}{\varepsilon}, \quad u = \frac{200\,\mathrm{d}\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}} = \frac{800\,d\beta}{\varepsilon} \quad \text{und} \quad 800\,\mathrm{d}\beta = u\varepsilon. \qquad (30)$$

Die Genauigkeit dieser einfachen Gleichung ist bis $\varepsilon = 20°$, auch für das Lippichsche Polarimeter, völlig ausreichend. Bei genügend intensiver Beleuchtung ergibt sich $u = 0{,}6\,\%$, d.h. z.B. für $\varepsilon = 2°$ als Durchschnittsfehler der einzelnen Einstellung $\mathrm{d}\beta = 0{,}0015°$ oder $5{,}4''$.

Gemäß der Beziehung $\mathrm{d}\beta = \frac{u\varepsilon}{800}$ ist der Einstellungsfehler $\mathrm{d}\beta$ am kleinsten, wenn das Produkt $u\varepsilon$ für die gegebene Lichtquelle sein Minimum erreicht. Mit abnehmendem $\varepsilon$ wächst zunächst die Empfindlichkeit der Analysator-Einstellungen, doch ist der Kleinheit des Halbschattens durch die abnehmende Lichtstärke des Gesichtsfeldes eine Grenze gesetzt. Man wählt ihn nur gerade so groß, daß das Auge ohne bedeutende Anstrengung die Einstellungen auszuführen vermag. Der Nullpunkt ist erst nach dieser Regulierung zu bestimmen.
Es gibt auch Geräte mit mehr als zweiteiligem Gesichtsfelde, jedoch hat diese Mehrteilung keine wesentliche Erhöhung der Genauigkeit zur Folge.

Über genaue Ausrichtung der Halbschattengeräte und der einzuschaltenden drehenden Körper sowie über Wasserbadröhren für Flüssigkeiten und über andere Einzelheiten vgl. Schönrock, Handb. d. Phys. **19**, 733, 1928 (Polarimetrie).

**c) Halbschatten-Polarisator von Lippich.** Zwischen Polarisator und Polarisator-Diaphragma wird ein kleineres Glan-Thompsonsches Polarisationsprisma eingefügt, das nur das halbe Gesichtsfeld einnimmt und deshalb als Halbprisma bezeichnet wird. Zwecks Änderung des Halbschattens ist der große Polarisator mit Hilfe eines Hebelarms um seine Längsachse drehbar. Damit die Trennungslinie der Gesichtfeldhälften bei Einstellung auf gleiche Helligkeit der Felder vollkommen verschwindet, erfordert das Halbprisma eine besondere Konstruktion und Richtung. Anwendbar ist jede beliebige Lichtquelle. Da ferner das Licht jeder Feldhälfte für alle Wellenlängen linear und praktisch genau in der gleichen Ebene schwingt (S. 466), so liefert das Lippichsche Polarimeter auch richtige Ergebnisse, sobald für einen korrekten Strahlengang durch das Polarimeter gesorgt ist. Stellt man nach S. 480 die Lichtquelle richtig auf, so bleibt trotz aller Veränderungen und Ungleichmäßigkeiten der Verteilung der Leuchtdichte in der Strahlungsquelle die Helligkeitsverteilung im Gesichtsfelde stets gleichförmig, und es können durch die Lichtquelle keine Nullpunktsschwankungen des Geräts verursacht werden.
Dem Lippichschen Polarimeter hat Landolt eine für viele Zwecke besonders geeignete Form gegeben, die nicht nur Röhren, sondern auch beliebig gestaltete Beobachtungsgefäße einzuschalten gestattet.

**d) Halbschatten-Polarisator von Schönrock und Bechstein.** Der in Abb. 267 skizzierte Halbschatten-Polarisator liefert gleichfalls von systematischen Fehlern freie Ergebnisse, besitzt zwar einen festen Halbschatten, ist dafür aber symmetrisch gebaut, wodurch die Herstellung eines korrekten Strahlengangs erleichtert

wird, und läßt beliebige homogene oder heterogene Lichtquellen zu. Das Licht durchsetzt den Polarisator in Richtung der Pfeile und hat beim Auffallen natürlichen Lichtes in beiden Gesichtsfeldhälften die gleiche Stärke. Zur optischen Achse $AB$ des Kalkspats stehen die brechenden Kanten $A$ und $B$ senkrecht. Durch drei Schnitte wird er in zwei nebeneinander gelagerte Polarisationsprismen verwandelt; diese werden an den Schnittflächen $CD$ um die Hälfte des gewünschten Halbschattens abgeschliffen und dann wieder zu einem einzigen Prisma vereinigt, wobei die Fläche $CD$ undurchsichtig bleibt. Dieser Polarisator ist für die Messungen im Ultraviolett nach der Voigtschen Methode (S. 484) besonders geeignet und besitzt zu diesem Zweck gerade Endflächen, d.h. Eintritts- wie Austrittsfläche $ACB$ bilden je eine einzige zu $CD$ senkrechte Ebene.

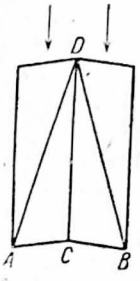


Abb. 267. Halbschatten-Polarisator

Werden dagegen die beiden polarisierenden Prismen passend schräg zueinander angeordnet, so läßt sich die Trennungslinie $C$ im Gesichtsfeld bei Einstellung auf gleiche Helligkeit vollkommen zum Verschwinden bringen; deshalb und wegen der großen Ersparnis an Kalkspat gegenüber anderen Polarisatoren wird dieser Halbschatten-Polarisator besonders in den Saccharimetern (S. 485) verwendet, die keines veränderlichen Halbschattens bedürfen.

### C. Spezielle Meßverfahren

**a) Messung der Rotationsdispersion.** $\alpha$) Lippichsche Methode. Mit dieser werden im sichtbaren Spektrum die genauesten Resultate erzielt. Intensives weißes oder auch anderes heterogenes (etwa Hg-, Cd-, Zn-) Licht wird durch einen Monochromator (S. 352) zerlegt; das den Austrittsspalt verlassende einfarbige Licht vom gewünschten Wellenlängenbezirk gelangt darauf in ein Lippichsches Polarimeter (S. 482), mit dem die Drehungsbestimmung in gewöhnlicher Weise ausgeführt wird. Dabei gibt man dem Austrittsspalt eine solche Lage, daß sein durch die Beleuchtungslinse des Polarimeters entworfenes Bild zentrisch am Analysator-Diaphragma zu liegen kommt. Um die Strahlen mehr zu zentrieren, bringt man noch außen am Monochromator unmittelbar vor dem Austrittsspalt nach Schönrock eine Linse an, die ein Bild des Monochromator-Objektivs auf der Beleuchtungslinse des Polarimeters entwirft, wodurch auch die Ausrichtung der beiden Geräte zueinander erleichtert wird. Die Trennungslinie im Gesichtsfelde verschwindet auch hier vollkommen, sobald man sie senkrecht zum leuchtenden Spalt anordnet und diesen genügend lang macht, was immer möglich ist.

Schönrock, Z. Instrkde. **20**, 104, 1900, über die Linse am Austrittsspalt des Monochromators; Brodhun u. Schönrock, ebd. **24**, 70, 1904, über den Einfluß der Beugung auf das Verschwinden der Trennungslinie im Gesichtsfelde photometrischer Vergleichsvorrichtungen.

Die aus dem leuchtenden Spalt mitaustretende schädliche Streustrahlung kann wegen der Rotationsdispersion das dunkle Gesichtsfeld stark aufhellen und muß deshalb hier unbedingt entfernt werden (S. 353). – Damit der aus einem Monochromator mit Glasoptik tretende linear polarisierte Anteil (S. 354) ungeschwächt durch den Polarisator gelangt, muß die Schwingungsebene dieses Lichtanteils um 90° gedreht werden; zu dem Zweck befestigt man nach Schönrock und Bechstein am Austrittsspalt ein Halbwellen-Glimmerblättchen (für

je 100 mμ Wellenlängenbezirk genügt ein solches) mit seinen Hauptschwingungsrichtungen unter 45° zur Spaltrichtung, so daß dann der Polarisator sogar etwa 66% des auffallenden Lichtes hindurchläßt.

Lowry, Phil. Trans. A **212**, 261, 1913.

β) Im Ultraviolett. 1. Voigtsche Methode. Das durch einen mit einem Teilkreise drehbaren Polarisator und den feststehenden Halbschatten-Analysator mit geraden Endflächen nach Schönrock (S. 482) von $\varepsilon = 5$ bis 10° gegangene Licht wird in einem Quarzspektrographen (S. 362) zerlegt. Die dicht am Spalt befindliche Trennungslinie $C$ (Abb. 267) teilt ihn in eine obere und eine untere Hälfte. Das Spektrum besteht also aus zwei übereinander liegenden Teilen, die den beiden Feldern eines Halbschattengeräts entsprechen. Der Drehwinkel derjenigen Linie, für die beide Spektren gleich hell sind, wird durch die Stellung des Polarisators gemessen. Diese Linien gleicher Helligkeit sind durch Ausphotometrierung der Aufnahmen im Registrierphotometer (S. 528) genau bestimmbar. Für die Empfindlichkeit der Methode ist eine richtige Expositionszeit von Wichtigkeit, da bei zu langer Exposition die feineren Unterschiede verschwinden.

Landau, Phys. Z. **9**, 417, 1908. Photographisches Spektropolarimeter von Descamps, Rev. Opt. **5**, 481, 1926. Ähnliche Verfahren: Lowry u. Coode-Adams, Phil. Trans. A **226**, 391, 1927; Lowry u. Gore, Proc. Roy. Soc. A **135**, 13, 1932.

2. Lichtelektrische Halbschatten-Methoden. Im telezentrischen Strahlengang durchsetzt das aus einem Doppelmonochromator kommende Licht einen mit dem Teilkreise drehbaren Polarisator, ein festes Wollaston-Prisma (S. 467) und einen frei dauernd umlaufenden Analysator, sodann zwei Quarzlinsen, die für jede beliebige Wellenlänge die beiden durch das Wollaston-Prisma erzeugten Strahlenbündel auf ein und dieselbe Stelle der lichtempfindlichen Zelle in gleichbleibender Größe führen; der Polarisator wird so eingestellt, daß die Photozelle zeitlich konstante Lichtstärke anzeigt. Oder aber der Analysator wird zwischen zwei festen Anschlägen um 90° drehbar angeordnet und aus den dabei beobachteten Stärkeänderungen die Bezugslage des Polarisators in einfacher Weise abgeleitet. Schließlich ist es auch möglich, auf eine ähnliche Weise ohne Wollaston-Prisma nur mit Polarisator und Analysator Drehungen nach dem Halbschattenprinzip zu messen.

Schönrock u. Einsporn, Phys. Z. **37**, 1, 1936.

γ) Im Ultrarot. Hier wird die Strahlung nach Verlassen der beiden Polarisationsvorrichtungen spektral zerlegt und der Drehungswinkel aus Stärkemessungen berechnet. Als Stärkemesser benutzt man Thermosäule, Mikroradiometer oder Vakuum-Linearbolometer (S. 294). Die genauesten Resultate werden nach einem von Ingersoll durchgearbeiteten Verfahren erzielt. Dicht vor dem Eintrittsspalt des Spektrometers befindet sich als Analysator ein Wollaston-Prisma, so daß zwei Spektren übereinander entstehen, deren Polarisationsrichtungen senkrecht zueinander liegen. Der Polarisator läßt sich meßbar drehen, und die Stärkemessungen erfolgen mit einem Differentialbolometer, dessen beide genau übereinander stehende Streifen in den beiden Spektren liegen. Schwankungen in der Lichtstärke der Strahlungsquelle bleiben so ohne Einfluß auf die Genauigkeit der Beobachtungen.

Ingersoll, Phys. Rev. **23**, 489, 1906; **9**, 257, 1917; Lowry u. Snow, Proc. Roy. Soc. A **127**, 271, 1930.

*δ*) Berücksichtigung des Erdmagnetismus. Wegen der elektromagnetischen Drehung der Schwingungsebene des Lichtes sind bei genauen Drehungsbestimmungen von langen Flüssigkeitssäulen Korrekturen bezüglich des Erdmagnetismus anzubringen (S. 478). In Betracht kommt seine Horizontalkomponente, die z. B. für Berlin 0,183 Örsted beträgt. Der Einfluß des Erdmagnetismus wird ganz vermieden, wenn man die Achse des Geräts senkrecht zum magnetischen Meridian stellt. Beim Wasser erfolgt die Drehung im positiven Sinne, falls die Strahlen den Körper von Süden nach Norden durchsetzen. Für eine parallel zum magnetischen Meridian liegende, 20 cm lange Wasserschicht wird z. B. $\alpha_{20}^{0,250\,\mu} = 0{,}0064°$.

**b) Saccharimetrie.** *α*) Zuckerbestimmung mit Polarimeter. Die Konzentration $c$ an Zucker einer reinen wässerigen Zuckerlösung wird gefunden, wenn man letztere in einem Polarimeter (S. 482) mit Natriumlicht polarisiert und dann $c$ nach Gl. (18) (S. 477) berechnet.
Enthält dagegen die Lösung oder ein vorgelegter zuckerhaltiger Stoff außer Zucker und Wasser noch andere nicht drehende Bestandteile, so handelt es sich um die Ermittelung des Prozentgehaltes $P$, d. h. der Anzahl Pond Zucker in 100 p des zuckerhaltigen Stoffes. In der Saccharimetrie ist 20° als Arbeitstemperatur, 26,000 p (in Luft mit Messinggewichtsstücken gewogen) als Normalgewicht, ein Kölbchen von 100 cm³ als Normalvolum, sowie die Benutzung eines 2-dm-Rohrs vorgeschrieben.
Um $P$ zu finden, löst man das Normalgewicht des vorgelegten Stoffes in Wasser auf, verdünnt aufs Normalvolum und polarisiert diese Lösung, die als Normallösung des Stoffes bezeichnet wird. Dann ist, da man für die 26,000 p auf den luftleeren Raum reduziert 26,016 p setzen kann,

$$[\alpha] = \frac{100\,\alpha}{l\,0{,}260\,16\,P}, \quad P = \frac{100\,\alpha}{2 \cdot 0{,}260\,16 \cdot 66{,}523} = 2{,}8891\,\alpha. \tag{31}$$

Hier genügt es fast immer, $[\alpha]$ als konstant anzunehmen. Die Berücksichtigung der Veränderlichkeit von $[\alpha]$ würde sonst mit Hilfe der Gl. (17) erfolgen, indem $c = 0{,}260\,16\,P$ ist. — Benutzt man hier ein Rohr von 1,9260 dm Länge, so wird einfach $P = 3\,\alpha$.

*β*) Saccharimeter mit Quarzkeil-Kompensation. Die in der Zuckertechnik viel gebrauchten Saccharimeter dienen speziell zur Bestimmung des Zuckergehalts von Lösungen oder festen Stoffen und werden mit weißem Licht beleuchtet, das durch eine 1,5 cm dicke Schicht einer wäßrigen 6%-Kaliumdichromatlösung gegangen ist (S. 356). Die von einem aktiven Körper hervorgerufene Drehung läßt sich durch eine entgegengesetzt drehende, gleichfalls zwischen Polarisator und Analysator eingeschaltete Quarzplatte kompensieren, im allgemeinen nur für einfarbiges, bei einer Zuckerlösung jedoch für beliebiges Licht, weil Quarz und Zucker sehr nahe die gleiche Rotationsdispersion besitzen. Bei den Saccharimetern bleibt also der Analysator fest in seiner Nullstellung, und die Zuckerdrehung wird durch Einschalten der erforderlichen Quarzdicke aufgehoben.
In der Abb. 268 ist die alte Soleilsche Keilkompensation dargestellt, bestehend aus einer rechtsdrehenden Quarzplatte und zwei linksdrehenden Quarzkeilen, von denen der längere mittels eines Triebes in der Längsrichtung $AB$ ver-

schiebbar ist, so daß also die beiden Keile zusammen einen Linksquarz von veränderlicher Dicke vorstellen. Die optischen Achsen der Quarze liegen der Pfeilrichtung parallel, in der auch die Lichtstrahlen hindurchgehen. Die Verschiebung des Keils wird an einer Nickelinskala gemessen. In einer seitlichen Stellung ist die Gesamtdicke des Linksquarzes gleich derjenigen des Rechtsquarzes, so daß sie die Drehung Null ergeben; diese Stellung soll der Ablesung Null an der Skala entsprechen. Wird nun die Zuckerlösung eingeschaltet, so ist der Keil zu verschieben, und es ist die zur Kompensation notwendige Verschiebung genau proportional dem Drehungswinkel der Lösung. Mit der gezeichneten Keilkompensation können sowohl größere positive als auch kleinere negative Drehungen gemessen werden. Sie wird immer dicht am Analysator angebracht.

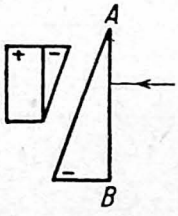



Abb. 268. Soleilsche Keilkompensation

Die Halbschatten-Saccharimeter werden meist mit dem Schönrock-Bechsteinschen Halbschatten-Polarisator ausgerüstet (S. 482). Demnach durchläuft das weiße Licht der Reihe nach: Bichromatgefäß, Beleuchtungslinse, Halbschatten-Polarisator, Flüssigkeitsröhre, Quarzkeilkompensation, Analysator und Fernrohr. Der unveränderliche Halbschatten beträgt meist nahe 8°. Die lineare Skala ist in gleiche Teile geteilt und von 0 bis 100 beziffert; bei einer Skalenlänge von etwa 30 mm zwischen dem Null- und Hundertpunkt lassen sich mittels des Nonius die Zehntel ablesen und noch $\frac{2}{100}$ gut schätzen; der Durchschnittsfehler der einzelnen Einstellung (einschließlich Ablesungsfehler) beträgt etwa $\frac{3}{100}$ Skalenteile.

Weiteres über Saccharimeter bei Schönrock, Z. Ver. Dtsch. Zucker-Ind., Techn. T. 54, 521, 1904.

$\gamma$) Internationale Zuckerskala. In allen Ländern mit Ausnahme von Frankreich sind die Saccharimeter mit der internationalen Zuckerskala (mit dem deutschen Normalgewicht 26 p) im Gebrauch (S. 485).

1. Definition des Hundertpunktes. Er wird erhalten, indem man die Normallösung reinen Zuckers polarisiert; ihre Drehung muß 100 Zuckergrade gleich 100° S ergeben (S Abkürzung für sugar).

2. Normalquarzplatten. Geprüft wird der Hundertpunkt in der Regel mit einer Normalquarzplatte (von etwa 100° S oder nahe 1,593 mm Dicke), die zuvor auf ihre Güte und Drehung (Zuckerwert) untersucht worden ist. Ebenso werden andere Stellen der Saccharimeterskala mit solchen Quarzplatten von entsprechenden Zuckerwerten geeicht; ergeben sich hierbei trotz richtigen Hundertpunktes unter Berücksichtigung der Nullpunkts-Einstellungen merkliche Fehler, so sind diese meist der optischen Unreinheit der Quarzkeilkompensation zuzuschreiben. Es ist nicht leicht, sich optisch homogenen Quarz zu beschaffen.

3. Ermittlung des Prozentgehaltes $P$. Man stellt von dem zuckerhaltigen Stoff eine Normallösung her und polarisiert sie; dann gibt die Skala unmittelbar die Gewichtsprozente $P$ an Zucker an.

4. Reduzierung der Messungen auf die Normaltemperatur 20°. Die Drehungswerte von Quarzplatten im Saccharimeter sind von der Temperatur unabhängig, falls Quarzplatte und Keilkompensation gleiche Temperatur be-

sitzen. Der einem Punkte der Skala entsprechende Drehungswert $w_t$ nimmt mit wachsender Temperatur zu gemäß der Gleichung

$$w_t = w_{20}\,[1 + 0{,}000\,15\,(t - 20)]. \tag{32}$$

Dreht eine Zuckerlösung im Glasrohr um $z$ Grad S, so ist

$$z_{20} = z_t\,[1 + 0{,}000\,61\,(t - 20)], \tag{33}$$

falls Lösung und Saccharimeter die gleiche Temperatur besitzen.

5. Umrechnung der Zucker- in Kreisgrade. Eine Quarzplatte von 100° S dreht spektral gereinigtes Natriumlicht der Piranischen Kleinlampe (S. 477) um 34,613° bei $t = 20$. Demnach ist 1° S = 0,346 13 Kreisgraden.

$\delta$) Soleilsche Skala. Bei dieser französischen Skala wird das Normalgewicht 16,271 p benutzt. Die entsprechende Normalzuckerlösung soll Na-Licht um 21,667° drehen, also 1° Soleil = 0,216 67 Kreisgraden.

## D. Elektromagnetische Drehungsmessungen

**Messung der Verdetschen Konstante.** $\alpha$) Mit Elektromagnet. Der Drehungswinkel $\alpha$ wird mittels eines empfindlichen Polarimeters (S. 482) bestimmt. Das starke magnetische Feld erzeugt man zwischen den Polen eines Elektromagnets (Bd. 2), dessen Polschuhe enge Bohrungen für den Durchtritt des Lichtes besitzen. Für gute Kühlung des Prüflings mittels eines Mantels von fließendem Wasser ist zu sorgen. Man pflegt bei der Messung von $\alpha$ nicht von dem feldlosen Zustand auszugehen, sondern durch Kommutation des Feldes $2\alpha$ zu bestimmen. Da das Feld ziemlich ungleichmäßig ist und sich die magnetische Spannung nicht hinreichend genau ermitteln läßt, so kann man nur relative Messungen ausführen durch Vergleichsbestimmungen mit einem bekannten Körper ($CS_2$, $H_2O$, $SiO_2$, s. S. 478). Dabei ist darauf zu achten, daß Probe- und Vergleichskörper die gleiche Länge $l$ haben und nacheinander genau die gleiche Lage zwischen den Polstücken einnehmen. Aller Stoff des Polarimeters einschließlich des Beobachtungsrohrs ist möglichst eisenfrei zu wählen. Nach Gl. (26) (S. 478) verhalten sich die Verdetschen Konstanten $\omega$ der Stoffe wie die beobachteten Drehungen $\alpha$, nachdem von diesen bei Flüssigkeiten und Gasen die Drehungen der dünn zu wählenden Deckplatten abgezogen sind.

1. Mehrmaliger Hin- und Hergang der Strahlen. Da der Drehungssinn von der Richtung des Strahles unabhängig ist, summieren sich die Drehungen, wenn man das Licht zwischen spiegelnden Endflächen mit einer Ein- und Austrittsöffnung ein wenig schräg hin und her gehen läßt.

2. Korrektur wegen der gespiegelten Strahlen. Dieser Umstand ist auch der Grund dafür, daß an dem beobachteten $\alpha_b$ eine Korrektur anzubringen ist für die von den Grenzflächen plattenförmiger Präparate hin und her geworfenen Strahlen, deren Drehungen ein ungerades Vielfaches von $\alpha$ sind. Für praktische Zwecke genügt es, nur den ersten zweimal zurückgeworfenen Strahl zu berücksichtigen; dann wird der richtige Drehungswinkel

$$\alpha = \alpha_b - \frac{1}{2}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^4 \sin 4\alpha_b, \tag{34}$$

worin $n$ die Brechungszahl des Stoffs und das Korrektionsglied in Bogenmaß gemessen ist. Ersteres erlangt für $\alpha_b = 22{,}5°$ seinen Maximalwert $-\frac{1}{2}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^4$, z. B. $-0{,}055°$ mit $n = 1{,}53$.

Voigt in Graetz, Handb. d. Elektrizität u. d. Magnetismus. Leipzig 1920, Bd. 4, S. 401.

3. Stellt man zur Vermeidung der Korrektur die Grenzflächen etwas schräg zum Strahlengang und blendet im Fernrohr die vielfach gespiegelten Strahlenbündel ab, so muß man entsprechend der Schrägstellung das wirksame $l$ berechnen. Auch die Widerscheine an den schräg zu stellenden Nicols sind stets abzublenden, weil sie sonst zweimal zurückgeworfene Strahlen durch den Prüfling senden können.

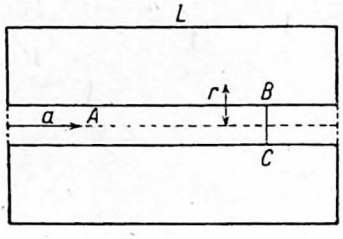


Abb. 269. Drahtspule

$\beta$) Mit Drahtspule. 1. Für absolute Messungen nimmt man lange Drahtspulen, weil sich hier die magnetische Spannung mit beträchtlicher Genauigkeit ermitteln läßt. In einem Punkte $A$ (Abb. 269) der Achse einer gleichmäßig bewickelten Spule (von der Länge $L$ und von $m$ Windungen auf jedem Zentimeter der Länge, und zwar die Drähte in $s$ Lagen übereinander angeordnet), der um $a$ von der einen Endfläche absteht, bewirkt der Strom $I$ A die Feldstärke $\mathfrak{H}_a$ Ø, wenn $r$ der Halbmesser der einzelnen Drahtlage ist (Bd. 2, S. 92):

$$\mathfrak{H}_a = 0{,}2\pi \frac{m}{s} I \sum_s \left( \frac{a}{\sqrt{r_s^2 + a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{r_s^2 + (L-a)^2}} \right). \qquad (35)$$

In einer Kupferspule kann man ohne besondere Kühlung bis zu einer Feldstärke von 1500 Ø für eine Zeit von 15 Minuten kommen.

2. Entlang eines inneren Spulendurchmessers $BC$ ist die Feldstärke weitgehend konstant; nur dicht bei $B$ und $C$ wächst sie kräftig an, während sie bis zu einem Abstande $\frac{1}{4}\,BC$ von der Achse bis auf einige hundertstel Prozent konstant bleibt. Deshalb muß die Flüssigkeitsröhre mit ihrem Kühlwasser-Mantel in Richtung $BC$ genau zentrisch in der Spule gelagert werden. Wählt man z. B. den inneren Durchmesser der Röhre zu 1 cm, $BC$ zu 5 cm, die Rohrlänge $l = L - 4$ cm bei $L = 40$ cm, so ist das wirksame Feld in der Querrichtung praktisch homogen.

3. Symmetrische Lagerung der Polarisationsröhre in Richtung der Spulenachse ist wichtig, weil sich dann die Berechnung der magnetischen Spannung sehr vereinfacht, indem je zwei symmetrisch zur Spulenmitte gelegene Punkte $A$ der Achse das gleiche $\mathfrak{H}_a$ aufweisen. Setzt man $a_1 = \frac{1}{2}(L - l)$, so ergibt sich die magnetische Spannung

$$\int_0^l \mathfrak{H}_l \,\mathrm{d}\, l = \int_{a_1}^{L-a_1} \mathfrak{H}_a \,\mathrm{d}\, a = 0{,}4\pi \frac{m}{s} I \sum_s \left( \sqrt{r_s^2 + (L-a_1)^2} - \sqrt{r_s^2 + a_1^2} \right). \qquad (36)$$

Ihr ist derjenige Drehungswinkel $\alpha$ in Gl. (26) zugeordnet, der sich ergibt, wenn von der beobachteten Drehung die der leeren Röhre mit den Verschlußplatten subtrahiert wird.

4. Unregelmäßigkeiten in der Feldstärke längs der Spulenachse sind trotz sorgfältiger Bewickelung der Spule unvermeidlich und bedingen Fehler in dem berechneten Wert $\int \mathfrak{H}_a da$, die bei $l < 10$ cm bis 0,5 % betragen können. Deshalb ist eine Kontrollmessung von $\mathfrak{H}_a$ als Funktion von $a$ mit Hilfe einer sehr kleinen Hilfsspule und eines ballistischen Galvanometers nach Bd. 2, S. 87 anzuraten.

5. Relative Messungen lassen sich ähnlich wie S. 487 vornehmen.

## 3. Elliptisch polarisiertes Licht

### A. Definitionen und Grundlagen

**a) Schwingungsformen des Lichtes nach dem Durchtritt durch eine Kristallplatte.** $\alpha$) Relative Phasendifferenz. Geht linear polarisiertes, einfarbiges Licht durch eine doppelbrechende Kristallplatte in einer anderen Richtung als der einer optischen Achse, so zerfällt nach S. 465 die eintretende Schwingung im Kristall in zwei Komponenten, die sich beim Wiederaustritt in das unkristallinische Mittel durch Interferenz zu einer einzigen Schwingung zusammensetzen. Die Wellenlänge des Lichtes in Luft sei $\lambda$, die der Komponenten in der Platte $\lambda_1$ und $\lambda_2$, also ihre Brechungszahlen $n_1 = \frac{\lambda}{\lambda_1}$ und $n_2 = \frac{\lambda}{\lambda_2}$, so ergibt sich der Gangunterschied, wenn die Komponenten die Platte von der Dicke $d$ senkrecht durchsetzen, beim Austritt aus der Platte zu

$$d(n_2 - n_1) = k\lambda \tag{37}$$

nach S. 386 und die Ordnungszahl zu $k = \frac{d}{\lambda_2} - \frac{d}{\lambda_1}$. Einem Gangunterschied von $k\lambda$ der beiden Komponenten entspricht ihre relative Phasendifferenz $2\pi k$ bzw. $k$ 360°.

Das Licht ist nach seinem Durchtritt ungeändert linear polarisiert, wenn der Gangunterschied $\lambda$, $2\lambda$, $3\lambda$ usw. beträgt.

$\beta$) Geradlinig polarisiertes Licht. Beträgt der Gangunterschied $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$ usw. und bildet die Schwingungsrichtung vor dem Eintritt mit einer Hauptschwingungsrichtung des Kristalles das Einfallsazimut $\omega$, so bleibt das austretende Licht geradlinig polarisiert und schwingt unter $\omega$ nach der entgegengesetzten Seite; vgl. Abb. 270. Spezieller Fall: $\omega = 45°$; das austretende Licht hat eine um 90° gedrehte Schwingungsrichtung.

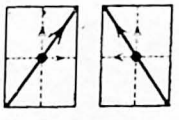


Abb. 270.
Licht bleibt linear polarisiert

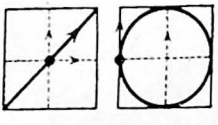


Abb. 271.
Licht wird zirkular polarisiert

$\gamma$) Zirkular polarisiertes Licht. Die Schwingung des eintretenden Lichtes erfolge unter $\omega = 45°$, und der Gangunterschied betrage $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{3}{4}\lambda$, $\frac{5}{4}\lambda$ usw., dann ist das austretende Licht zirkular polarisiert (Abb. 271). Wenn z. B. die horizontale Komponente wegen ihrer geringeren Geschwindigkeit gegen die vertikale Komponente um $\frac{1}{4}\lambda$ zurückgeblieben ist, so entsteht rechts zirkular polarisiertes Licht, weil der Endpunkt des Lichtvektors im Sinne des Uhrzeigers rotiert, falls man dem Strahl entgegensieht. $\frac{3}{4}\lambda$, $\frac{7}{4}\lambda$ usw. gibt die Kreisbewegung entgegengesetzt gerichtet wie $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{5}{4}\lambda$ usw. Ebenso wird die Schwingungsrichtung umgekehrt, wenn die Schwingungsebene des eintretenden Lichtes um 90° geändert wird.

δ) Elliptisch polarisiertes Licht. In allen anderen Fällen tritt elliptisch polarisiertes Licht aus, dessen Schwingungssinn wie unter $\gamma$ definiert wird. Falls $\omega = 45°$ war, ist das Halbachsenverhältnis oder die Elliptizität der Schwingungsellipse (für den Gangunterschied $k\lambda$) gleich

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg}(k\,180°). \tag{38}$$

Die Ellipsen sind um so gestreckter (bzw. runder), je näher der Gangunterschied 0, $\frac{1}{2}\lambda$, $\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$ usw. (bzw. $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{3}{4}\lambda$, $\frac{5}{4}\lambda$ usw.) beträgt. Die Ellipsenhalbachsen sind dabei um 45° gegen die Hauptschwingungsrichtungen geneigt. — Für beliebiges $\omega$ ist das Licht auch bei $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{3}{4}\lambda$ usw. Gangunterschied elliptisch polarisiert, die Ellipsenachsen fallen aber in die Hauptschwingungsrichtungen, während sie im allgemeinen (bei anderen Gangunterschieden) schräg dagegen liegen.

**b) Erzeugung beliebig polarisierten Lichtes.** α) Zirkular polarisiertes Licht. Durch einen Nicol hinter der Zeichnungsebene von Abb. 272 linear polarisiertes Licht mit der Schwingungsebene senkrecht zu $A$ schickt man senkrecht durch eine Viertelwellen-Glimmerplatte $B$ (S. 495) so, daß $A$ mit der durch einen Pfeil bezeichneten Ebene $C$ der optischen Achsen der Glimmerplatte einen Winkel von 45° bildet. Dann ist das aus der Platte $B$ nach oben tretende Licht zirkular polarisiert, und zwar nach rechts (*a.*) oder links (*b.*), wie in der Abbildung angegeben, je nach der Lage von $C$ zu $A$.

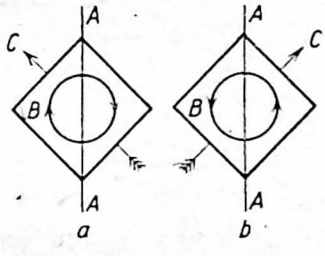



Abb. 272. Zirkular polarisiertes Licht

Zur leichten Kontrolle an einem Quarzprisma merke man sich, daß in Richtung der optischen Achse des Quarzes der ordentliche Strahl (mit der kleineren Brechungszahl) in rechtsdrehenden Kristallen rechts, in linksdrehenden aber links zikular polarisiert ist, während der außerordentliche Strahl entsprechend im entgegengesetzten Sinne zirkular polarisiert erscheint.

β) Erzeugung beliebig elliptischen Lichtes. Läßt man in den Kompensator *C-D-E* (Abb. 275 auf S. 496, ohne *H*) homogenes linear polarisiertes Licht von 45° Schwingungsazimut gegen die Hauptschnitte des Kompensators

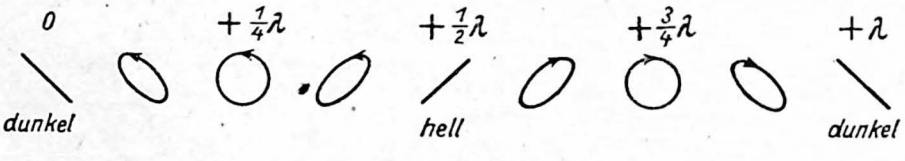



Abb. 273. Elliptisches Licht

einfallen, so entläßt dieser zwischen zwei aufeinanderfolgenden Dunkelstellungen des verschiebbaren Keiles Licht, das nacheinander alle möglichen Schwingungsformen annimmt, wie das Abb. 273 andeutet und nach dem auf S. 489 Gesagten ohne weiteres verständlich ist. Die Bezeichnung der Helligkeit gilt für den Fall, daß der Analysator gegen den Polarisator gekreuzt ist. In der einen Hälfte ist die Schwingung links, in der anderen rechts elliptisch polarisiert. Die Abbildung entspricht dem Falle, daß die horizontale Schwingungskomponente gegen die vertikale von links nach rechts gerechnet immer stärker in der Phase verzögert wird.

**c) Eigenschaften des elliptisch polarisierten Lichtes.** Die allgemeinste Form der Bahn einer Lichtschwingung ist die Ellipse (Abb. 274). Zu einer solchen setzen sich zwei homogene, geradlinig polarisierte Strahlen zusammen, die mit den Amplituden $u$ bzw. $v$ in Richtung der $X$- bzw. $Y$-Achse schwingen und gegeneinander die Phasendifferenz $\Delta$ besitzen, wobei $-2\pi < \Delta < +2\pi$. Dabei wird im folgenden stets angenommen, daß die beiden Komponenten aus einem linear polarisierten Strahl entstanden sind, dessen Schwingungsrichtung im Quadranten $XY$ (also rechts oben) gelegen ist. Geht das Licht in der Abbildung von hinten nach vorn, so ergibt sich die Welle als links bzw. rechts elliptisch polarisiert, je nachdem $\sin\Delta$ positiv bzw. negativ ist, falls man festsetzt, daß $\Delta$ positiv angesetzt wird, wenn die Komponente mit der Schwingungsrichtung $X$ die schnellere gewesen ist, der gegenüber also die vertikale Komponente in der Phase verzögert wird. Die Stärke des resultierenden Strahles ist proportional $u^2 + v^2$. Demgemäß muß, wenn die Ellipsen-Halbachsen wieder mit $a$ und $b$ bezeichnet werden, $u^2 + v^2 = a^2 + b^2$ sein, was sich auch aus den geometrischen Eigenschaften der Ellipse ergibt.

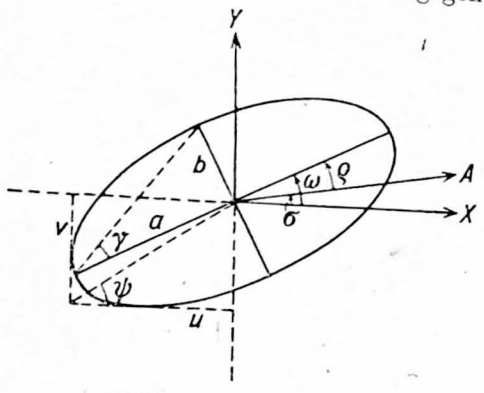


Abb. 274. Schwingungsellipse

Weiter sei $\frac{b}{a} = \operatorname{tg}\gamma$, also $0 < \gamma < 90°$, und $\frac{v}{u} = \operatorname{tg}\psi$, folglich $0 < \psi < 90°$. Die Lage der Schwingungsellipse wird bestimmt durch ihr Azimut $\omega$, das ist den Winkel zwischen der Ellipsenachse $a$ und der positiven $X$-Achse; $\omega$ ist positiv zu nehmen, wenn $a$ zwischen der positiven $X$-Achse und der positiven $Y$-Achse liegt, dann ist $-90° < \omega < +90°$. Aus $\psi$ und $\Delta$ lassen sich $\gamma$ und $\omega$ berechnen, und umgekehrt, nach den beiden Gleichungen

$$\operatorname{tg} 2\omega = \operatorname{tg} 2\psi \cos\Delta, \quad (39) \qquad \cos 2\psi = \cos 2\gamma \cos 2\omega; \quad (40)$$

zur Kontrolle dient noch die aus ihnen folgende Beziehung

$$\sin 2\gamma = \pm \sin 2\psi \sin\Delta, \quad (41)$$

worin das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem $\sin\Delta$ positiv oder negativ ist.

Eine elliptische Schwingungsbahn $(\gamma, \omega)$ läßt sich auf unendlich viele Arten in zwei zueinander senkrechte Komponenten (mit $\psi, \Delta$) zerlegen, da man die Lage des $X$-$Y$-Achsenkreuzes und somit $\omega$ beliebig wählen kann.

**d) Änderung des Lichtes durch Spiegelung.** $\alpha$) Spiegelung an durchsichtigen Körpern. Hier wird bei der Zurückwerfung das Licht nur durch die ungleiche Schwächung geändert, der die beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Hauptkomponenten im allgemeinen unterliegen, falls wir von einzelnen sehr stark brechenden Körpern wie Diamant, von der Spiegelung in doppelbrechenden Kristallen sowie von der Totalreflexion absehen. Be-

deuten $\varepsilon$ und $\varepsilon'$ den Einfalls- und den Brechungswinkel, so beträgt der zurückgeworfene Bruchteil der Lichtstärke für Lichtschwingungen: zur Einfallsebene

$$\text{senkrecht } \frac{\sin^2(\varepsilon-\varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon+\varepsilon')}, \qquad (42) \qquad \text{parallel } \frac{\operatorname{tg}^2(\varepsilon-\varepsilon')}{\operatorname{tg}^2(\varepsilon+\varepsilon')}. \qquad (43)$$

Der zweite Ausdruck wird Null, wenn $\varepsilon + \varepsilon' = 90°$, d.h. für den Polarisationswinkel (S. 465), und in diesem Falle wird der erste Ausdruck gleich $\frac{(n^2-1)^2}{(n^2+1)^2}$. Für $\varepsilon = 0$ wird, da $\sin\varepsilon = n\sin\varepsilon'$, in beiden Fällen der zurückgeworfene Bruchteil gleich $\frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$. — Die Anwendung auf polarisiertes Licht beliebiger Richtung ergibt sich durch Zerlegung in die beiden Hauptkomponenten.

Eine merklich andere als Null oder $\pi$ betragende, gegenseitige Phasenverschiebung findet hier nicht statt, wenn man von der totalen Reflexion (Fresnelsches Parallelepiped) absieht; die Phasendifferenz zwischen den beiden Komponenten ist gleich Null für $\varepsilon = 90°$ bis zum Polarisationswinkel, springt hier auf $\pi$ und behält diesen Wert bis $\varepsilon = 0°$. Linear polarisiert eingefallenes Licht bleibt daher auch zurückgeworfen (oder gebrochen) stets linear polarisiert; war es schräg zur Einfallsebene schwingend, so erleidet es im allgemeinen eine Drehung seiner Schwingungsebene.

Aus dem Reflexionsvermögen für lange Wellen läßt sich unter Benutzung der obigen Fresnelschen Formeln die Dielektrizitätskonstante eines Stoffs nur dann einwandfrei berechnen, wenn sein Extinktionsindex (Abschn. $\beta$) für die betreffenden Wellen genügend klein ist. — Über das Reflexionsvermögen vieler Kristalle im langwelligen ultraroten Spektrum zwischen 22 und 310 $\mu$ s. Liebisch u. Rubens, Berl. Ber. 1919, S. 198 u. 876; 1921, S. 211.

$\beta$) Spiegelung an Metallen. Bei der Reflexion an stark absorbierenden Körpern, wie Metallen, erleiden die Hauptkomponenten sowohl eine ungleiche Schwächung wie eine gegenseitige Phasenänderung. Linear polarisiert einfallendes Licht ist also nach der Reflexion im allgemeinen elliptisch polarisiert; für senkrechte und für streifende Inzidenz verschwindet seine Elliptizität, da die relative Phasendifferenz der beiden Komponenten von $\pi$ für $\varepsilon = 0°$ bis auf Null für $\varepsilon = 90°$ abnimmt. Die zur Einfallsebene senkrechte Schwingung wird stets stärker zurückgeworfen als die in der Einfallsebene schwingende Komponente.

Die beiden Änderungen (in Stärke und Phase) hängen von der Eigenschaft des Metalles, dem Einfallswinkel $\varepsilon$, dem Schwingungsazimut und der Wellenlänge $\lambda$ des Lichtes in Luft ab und lassen sich allgemein aus dem Haupteinfallswinkel und Hauptazimut des Metallspiegels ableiten. Die Schwingungsebene des einfallenden Lichtes sei um 45° gegen die Einfallsebene geneigt.

Es heißt dann Haupteinfallswinkel $A$ derjenige Einfallswinkel, für den die beiden Hauptkomponenten durch die Spiegelung eine gegenseitige Phasenverschiebung $\Delta = \frac{1}{2}\pi$ (entsprechend $\frac{1}{4}\lambda$) erleiden.

Wird nun die bei der Reflexion entstandene Phasendifferenz mittels eines Kompensators, dessen Hauptschnitte parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene liegen, aufgehoben, so daß lineares Licht entsteht, so wird das Azimut dieser Polarisationsebene gegen die Einfallsebene als das Azimut $\omega$ der wiederhergestellten linearen Polarisation bezeichnet.

Sodann heißt Hauptazimut $\Omega$ dasjenige Azimut $\omega$, das sich für $A$ ergibt. – Für $\varepsilon = 0$ und 90° ist $\omega = 45°$, also $\operatorname{tg}\omega = 1$, während $\omega$ für den Wert $\Omega$ angenähert sein Minimum erreicht, indem sonst stets $\operatorname{tg}\omega < 1$ bleibt.
Weiter sind spezifische optische Konstanten des Metalls $n$ und sein Extinktionsindex $\varkappa$, die folgendermaßen definiert werden: Die Wellenlänge des Lichtes in dem absorbierenden Körper sei $\lambda_1$, dann ist wie gewöhnlich $n = \frac{\lambda}{\lambda_1}$, und es nimmt im Körper die Lichtamplitude bei dem Durchlaufen der Strecke $\lambda_1$ im Verhältnis $e^{-2\pi\varkappa}$ ab. Ferner heißt die Größe $K = \varkappa n$ Extinktionskoeffizient.

Die elektromagnetische Lichttheorie ergibt mit großer Annäherung

$$\sin A \operatorname{tg} A = n\sqrt{1+\varkappa^2}, \quad \operatorname{tg} 2\Omega = \varkappa, \quad \varkappa = \sin\Delta \operatorname{tg} 2\omega,$$

$$n = \sin\varepsilon \operatorname{tg}\varepsilon \frac{\cos 2\omega}{1+\cos\Delta \sin 2\omega}, \quad n^2(1+\varkappa^2) = \sin^2\varepsilon \operatorname{tg}^2\varepsilon \frac{1-\cos\Delta \sin 2\omega}{1+\cos\Delta \sin 2\omega}. \tag{44}$$

Nach diesen Gleichungen lassen sich aus den beobachteten Größen $\varepsilon, \Delta$ und $\omega$ im zurückgeworfenen Lichte die Werte $\varkappa, n, A$ und $\Omega$ berechnen.
Andererseits können auch aus den optischen Konstanten die Werte $\Delta$ und $\omega$ für einen beliebigen Einfallswinkel $\varepsilon$ gefunden werden mittels der Hilfswinkel $P$ und $Q$ nach den Gleichungen

$$\operatorname{tg} Q = \varkappa, \quad \operatorname{tg} P = \frac{n\sqrt{1+\varkappa^2}}{\sin\varepsilon \operatorname{tg}\varepsilon}, \quad \operatorname{tg}\Delta = \sin Q \operatorname{tg} 2P, \quad \cos 2\omega = \cos Q \sin 2P. \tag{45}$$

Strengere Formeln s. bei Drude, Ann. Phys. **35**, 508, 1888; **64**, 159, 1898; Wiener, Abh. Sächs. Ges. Wiss., Math.-Phys. Kl. **30**, 491, 1909.

Das Reflexionsvermögen $r$ (Bruchteil an zurückgeworfener Lichtstärke bei senkrechtem Einfall) ist bestimmt als

$$r = \frac{n^2(1+\varkappa^2)+1-2n}{n^2(1+\varkappa^2)+1+2n}. \tag{46}$$

Strahlung der Wellenlänge $\lambda$ wird hiernach um so stärker reflektiert, je größer $\varkappa$ für dieses $\lambda$ ist. Läßt man also gemischte Strahlung aller Wellenlängen an spiegelnden Flächen des gleichen Stoffs wiederholt zurückwerfen, so wird der das größte $\varkappa$ besitzende Spektralbereich zum Schluß am wenigsten geschwächt sein. Hierauf beruht die Methode der Reststrahlen mit Hilfe von Körpern, die selektiv absorbieren (S. 355).

Die Messung der optischen Konstanten ist schwierig, weil sie in hohem Maße von der Oberflächenbeschaffenheit der Metallspiegel abhängen. Für denselben Stoff hat man denjenigen Spiegel als den reinsten anzusprechen, der das kleinste $n$ aufweist. Gefunden wurde z. B. mit Natriumlicht

| | $A$ | $\Omega$ | $K$ | $n$ | $r$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Gold | 72,3° | 41,6° | 2,82 | 0,37 | 0,85 |
| Quecksilber | 79,6 | 35,7 | 4,96 | 1,73 | 0,78 |

Försterling, Gött. Nachr. 1911, S. 449. Beobachtete Dispersionskurven bei Tool, Phys. Rev. **31**, 1, 1910. Anomale Dispersionskurven von Metallsulfiden zwischen 20 und – 160° bei Tyndall, ebd. **21**, 162, 1923. Messungen im Ultraviolett bei Coblentz u. Hughes, Sci. Pap. Bur. Stand. **19**, 577, 1924. Die optischen Konstanten dünner Metallschichten als Funktion der Schichtdicke vgl. Lauch, Ann. Phys. **74**, 55, 1924; Richter, ebd. **77**, 81, 1925; Krautkrämer, ebd. **32**, 537, 1938. Eine photographisch-photometrische Methode bei Pfestorf, ebd. **81**, 906, 1926. Eine Interferenzmethode für Ultraviolett bei Malsch, ebd. **7**, 360, 1930. Dünne Silber- und Jodsilberschichten bei Essers-Rheindorf, ebd. **28**, 297, 1937. Sehr dünne Metallschichten können nicht als homogen isotrop angesehen werden, Försterling, ebd. **30**, 745, 1937. Messungen an dünnen Goldschichten von Ultrarot bis Ultraviolett bei Goos, Z. Phys. **106**, 606, 1937. Gaseinsaugung dünner Metallschichten bei Kindinger u. Koller, ebd. **110**, 237, 1938. Berechnung für nicht senkrechten Einfall der Strahlung auf dünnste Metallfilme bei Haeman, ebd. **114**, 170, 1939. Optische Konstanten dicker Metall-

schichten im Sichtbaren und Ultrarot bei Kretzmann, Ann. Phys. **37**, 303, 1940. Temperaturabhängigkeit der optischen Konstanten von Ag, Au, Cu bei Martin, ebd. **38**, 615, 1940. S. ferner Tab. 44.

Das Ergebnis, daß für manche Metalle $n$ kleiner als 1, folglich in ihnen die Phasengeschwindigkeit größer als in Luft ist, wird durch unmittelbare Ermittelung von $n$ aus der Brechung an sehr dünnen Metallprismen von weniger als einer Minute Prismenwinkel bestätigt (Kundt u.a.).

### B. Kristallplatten zu Meßzwecken

**a) Strahlengang.** Für Messungen elliptisch polarisierten Lichtes werde von folgender Anordnung der optischen Teile ausgegangen. Die homogenes Licht ausstrahlende Öffnung von 0,6 mm Durchmesser liegt in der Brennebene einer farbenfehlerfreien Linse von 260 mm Brennweite und 8 mm runder Öffnung, so daß die aus der Linse tretenden, schrägsten Parallelstrahlenbündel nur um 4,0′ gegen die Achse geneigt verlaufen. Sie gelangen in ein Fernrohr, dessen Objektiv um 750 mm von der Linse entfernt ist. Dicht hinter der Linse steht der Polarisator $P$, dicht vor dem Objektiv der Analysator $A$. Stellt man dann die erste spiegelnde Fläche einer optischen Vorrichtung um 400 mm von $P$ entfernt auf, so ist es leicht, der Fläche die gewünschte Lage zur Strahlenachse bis auf weniger als 4,3′ genau zu geben, wenn man das von der Fläche zurückgeworfene Licht auf einer weißen, während der Ausrichtung über $P$ gestülpten und mit zentrischem Loch von 4 mm Durchmesser versehenen Kappe entsprechend zu diesem Loch einstellt. So läßt sich eine Platte nach der anderen, auch $A$ richtig ausrichten; nach der Brechung der Strahlen in die Platte bleibt der Fehler unter 2,9′, der ohne merklichen Einfluß auf die Meßergebnisse ist.

**b) Beachtung des gespiegelten Lichtes.** Völlig einwandfrei sind Phasendifferenzen nur dann zu messen, wenn alles vielfach gespiegelte Licht zwischen $A$, $P$ und den doppelbrechenden Platten entfernt wird. Es darf also nur eine einzige Fläche senkrecht zur Strahlenachse ausgerichtet sein. $A$ und $P$ werden um 10′ geneigt gegen die letztere aufgestellt. Die Platten kittet man zwischen spannungsfreien, geradsichtigen achromatischen Keilpaaren nach Schönrock ein; dann durchsetzen die Achsenstrahlen wieder genau senkrecht die Platte bei richtiger Einstellung. Das bringt den Vorteil mit sich, daß die beiden Komponenten im Kristall gleiche Stärke bekommen, wenn das geradlinig polarisierte Licht unter $\omega = 45°$ gegen die Hauptschwingungsrichtungen auffällt, was bei unbedeckten Platten wegen der verschieden starken Spiegelung der beiden Komponenten nicht der Fall ist. Beim Eintritt des Lichtes in den Keil erfährt es dagegen keine zu beachtende Änderung, da die beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Komponenten bei der Spiegelung an einer höchstens um $\varepsilon = 1°36'$ (für $n = 1{,}6$) schräg liegenden Fläche praktisch die gleiche Schwächung erleiden; das zurückgeworfene Licht beträgt nämlich für Lichtschwingungen senkrecht zur Einfallsebene 5,331 %, parallel 5,320 % (S. 492). Um diesen Einfluß noch zu verringern, stellt man die Keilkanten unter 45° gegen die Hauptschwingungsrichtungen im Kristall.

Alle Widerscheinbilder lassen sich dann leicht abblenden, wenn man das von Schönrock angegebene Fernrohr benutzt. Es besitzt in seiner Brennebene eine Irisblende, wo die vielen Lichtkreise von 0,18 mm Durchmesser nebeneinander erscheinen, so daß sich das direkt hindurchgegangene Lichtbündel unter Zu-

Hilfenahme der Einstellvorrichtungen des Fernrohrstativs allein herausblenden läßt. Dabei kann das Okular sowohl auf die Irisblende scharf eingestellt werden als auch nachher für die Messungen auf eine 240 mm vor dem Objektiv befindliche Halbschatten-Platte. Das richtige Lichtbündel gelangt zentrisch durch den Okulardeckel ins Auge.
Hat man auf diese Weise für einen korrekten Strahlengang gesorgt, so ist auch beim Einstellen auf gleiche Helligkeit von Feldern die photometrische Einstellungsgenauigkeit von 1% zu erzielen (S. 481).

**c) Viertelwellenlängenplatte** *G*. $\alpha$) Aus Glimmer. Seine so äußerst vollkommene Spaltbarkeit liegt fast genau senkrecht zur Schwingungsrichtung der Welle mit $n_3$ (S. 471), so daß die Schwingungen mit $n_2$ senkrecht zur Ebene der optischen Achsen erfolgen, die mit $n_1$ parallel zu ihr. Demgemäß pflanzt sich die parallel der Achsenebene (dem Pfeil) schwingende Welle langsamer fort als die senkrecht zur Achsenebene schwingende. Glimmerplättchen lassen sich leicht in passender Dicke abspalten, die Achsenebene aus der Lemniskatenfigur (S. 471) bestimmen.

Für ostindischen Glimmer, Natriumlicht, 20° ist $n_1 - n_2 = 0{,}00487$, also die geringste Dicke für eine Viertelwellen-Glimmerplatte gleich 0,0303 mm. Der angegebene Wert von $n_1 - n_2$ gilt auch für $0{,}58 < \lambda < 0{,}71\ \mu$. Glimmer ist bis $\lambda = 0{,}30\ \mu$ verwendbar.

Glimmerplatten sind mit Vorsicht anzuwenden, weil erstens die beiden Komponenten ungleich stark absorbiert werden, indem die zur Achsenebene senkrechte Schwingung die stärkere Absorption erleidet, und zweitens die Absorption selbst in glasklaren Blättchen beträchtlich ist, so daß sie nicht einmal für Dicken von 0,01 mm vernachlässigt werden darf.

$\beta$) Aus Gips. In letzterer Hinsicht erweist sich Gips bedeutend günstiger. Er läßt sich nur parallel zur Achsenebene gut schleifen, so daß hier die Schwingungen mit $n_1$ und $n_3$ in Frage kommen. Für Natriumlicht bei 20° ist $n_1 - n_3 = 0{,}0090$; eine Dicke von 0,0655 mm erzeugt also eine Wellenlänge Gangunterschied. Da sich Plättchen von geringerer Dicke nicht gut herstellen lassen, nimmt man $1{,}25\ \lambda$ Gangunterschied entsprechend 0,0818 mm Dicke. Oder aber die Platte wird aus zwei etwa 0,1 mm dicken, gekreuzt übereinandergelegten Gipsblättchen zusammengesetzt, die sich um den gewünschten kleinen Gangunterschied (unter $1\ \lambda$) unterscheiden.

$\gamma$) Aus Quarz wird *G* für Ultraviolett hergestellt. Es werden zwei sehr gut parallele, etwa 0,1 mm dicke, parallel zur Achse geschliffene Platten aus Links- und Rechtsquarz gekreuzt übereinandergelegt; unterscheiden sich ihre Dicken um 0,0162 (bzw. 0,00590) mm, so resultiert ein Gangunterschied von $\frac{1}{4}\lambda$ bei 20° für Natriumlicht (bzw. $\lambda = 0{,}2573\ \mu$).

Bruhat u. Weil, Rev. Opt. 15, 41 u. 94, 1936. Prüfung von $\frac{1}{4}$-$\lambda$-Platten: Wedeneewa, Ann. Phys. 72, 122, 1923; Pfund, J. opt. Soc. Amer. 26, 453, 1936.

$\delta$) Aus Kalkspat. Kleine Platten von 0,5 mm Dicke lassen sich noch höchst vollkommen parallel schleifen. Werden sie entsprechend schräg zur optischen Achse geschnitten, so kann ein beliebiger Gangunterschied bei obiger Dicke erzielt werden (Schönrock). Solche Platten verlangen aber eine besonders sorgfältige Ausrichtung und auf 2,0′ paralleles Licht.

**d) Kompensatorplatte *K*.** Sie wird z. B. beim Braceschen Kompensator gebraucht und ist eine das ganze Gesichtsfeld bedeckende, äußerst vollkommen parallele Platte von 0,009 bis $0{,}09 \cdot 2\pi$ Phasendifferenz.

**e) Doppelbrechende Halbschatten-Platte *H*.** Sie besteht aus einer sehr vollkommen parallelen Platte von 0,009 bis $0{,}08 \cdot 2\pi$ Phasendifferenz und bedeckt nur die eine Gesichtsfeldhälfte. Zur Erzielung einer möglichst feinen Trennungslinie wird das Plättchen zwischen achromatischen Keilpaaren (S. 494) eingekittet, die über das ganze Gesichtsfeld reichen, um den Anteil des gespiegelten Lichtes in beiden Feldhälften möglichst gleich groß zu machen. Beim Glimmer läßt sich nach Schönrock eine besonders feine Trennungslinie leicht und sicher erzielen, wenn man das Blättchen mit einem zentrischen kreisförmigen Loch von 2 mm Durchmesser versieht, so daß das Gesichtsfeld konzentrisch geteilt erscheint; damit gestalten sich die Beobachtungen besonders angenehm, wenn *H* gedreht werden muß. Man beachte: die Gleichungen, in die Größen von *H* eingehen, gelten streng nur für den Fall, daß die Absorption in *H* für die betreffende Strahlung verschwindend ist.

**f) Drehende Halbschatten-Platte *S*.** Sie dient zur genaueren Feststellung einer Schwingungsebene und ist eine Soleilsche Doppelquarzplatte von etwa 0,12 mm Dicke. Die beiden nebeneinander eingekitteten, links und rechts drehenden Quarzplatten müssen sehr genau die gleiche Dicke besitzen. Der von ihnen erzeugte Halbschatten ist gleich dem doppelten Drehungswinkel der Quarzplatten.

### C. Meßgeräte und Meßverfahren

**a) Soleilscher Halbschatten-Kompensator.** α) Anordnung. Er ist als Universalgerät zur Messung elliptisch polarisierten Lichtes anzusehen und gibt die Möglichkeit, in den Weg eines Lichtstrahles eine Kristallplatte von beliebiger wirksamer Dicke einzuschalten, so daß man mit ihm vorhandene Phasendifferenzen zu kompensieren vermag. Er besteht aus der Rechtsquarzplatte *C* (Abb. 275) und den beiden sehr spitzwinkligen (von etwa 30′) Linksquarzkeilen *D* und *E*, die zusammen eine planparallele Platte von veränderlicher Dicke bilden. *E* ist mittels einer Präzisions-Mikrometerschraube von etwa 0,25 mm Ganghöhe mit in hundert Teile geteilter Meßtrommel verschiebbar. Die optischen Achsen von *C* und *D*-*E* liegen senkrecht zueinander, was in der Abbildung durch die Schraffur bzw. Punktierung angedeutet wird. Es geht daher die ordentliche Komponente, die *C* senkrecht zum Hauptschnitt (d. i. zur Zeichenebene) schwingend durchsetzt hat, durch *D*-*E* als außerordentliche Komponente; und umgekehrt. Da sich im Quarz der außerordentliche Strahl langsamer fortpflanzt als der ordentliche, so ändert sich bei Verschiebung von *E* die resultierende Phasendifferenz, und

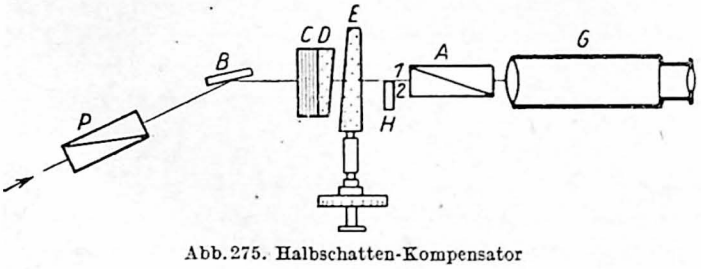


Abb. 275. Halbschatten-Kompensator

zwar um einen dieser Verschiebung proportionalen Betrag. Damit die beiden Komponenten beim Durchsetzen von *C-D-E* prozentisch die gleiche Schwächung durch Spiegelung wie erforderlich erleiden, braucht nach Angabe von Schönrock allein *E* beiderseits mit dem neuen bis 0,205 $\mu$ durchlässigen, die Spiegelung stark vermindernden Schutz oder mit einer dünnen Haut von Zaponlack überzogen zu werden, die ein $n_D = 1{,}455$ hat und auch für Ultraviolett bis 0,23 $\mu$ herab noch gut durchlässig ist. Der Kompensator wird durch die doppelbrechende Halbschatten-Platte *H* nach Szivessy zu einem Halbschatten-Kompensator gestaltet.

Szivessy, Z. Instrkde. 46, 454, 1926.

Zur Beseitigung des gespiegelten Lichtes macht man die Luftschicht zwischen *D* und *E* mit 10′ keilförmig mit der Keilkante senkrecht zur Zeichenebene, während die Austrittsfläche von *E* senkrecht zur Strahlenachse ausgerichtet wird. Die Schwingungsebenen des Polarisators *P* und Analysators *A* liegen gekreuzt unter 45° gegen die Hauptschnitte des Kompensators, weil dann die Empfindlichkeit der Einstellungen am größten wird. Das kleine S. 494 beschriebene Fernrohr *G* stellt man scharf auf die Trennungslinie von *H* ein. Als Halbschattenstellung gelte diejenige Trommeleinstellung von *E*, bei der die Gesichtsfeldhälften 1 und 2 gleich hell erscheinen und das Gesichtsfeld ziemlich dunkel wird, wenn homogenes Licht auf den Kompensator fällt.
Für alle genauen Kompensatormessungen benutzt man gute Glan-Thompsonsche Nicols (S. 466) und geht bei der Richtung der optischen Teile von der durch Versuch ermittelten Schwingungsebene von *P* oder *A* aus (S. 467) unter Zuhilfenahme der Platte *S*.

$\beta$) Halbschattenstellungen. *H* lasse sich in seiner Ebene an einem Teilkreise meßbar drehen. Bedeutet $\omega_H$ das Azimut der Hauptschwingungsrichtung der schnelleren Komponente in *H* gegen die Schwingungsrichtung von *P* ($-90° < \omega_H < +90°$, also $45° - \omega_H$ das Azimut von *H* gegen einen der Kompensatorhauptschnitte), $\Delta_H$ die durch *H* bewirkte Phasendifferenz, $\Delta_K$ die resultierende Phasendifferenz des Soleilschen Kompensators *K*, so ergibt sich für die den Halbschattenstellungen entsprechenden Phasendifferenzen $\Delta_K = \Delta_{K0}$ die Gleichung

$$\operatorname{tg} \Delta_{K0} = -\sin 2\omega_H \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\Delta_H . \tag{47}$$

Wird als wirksame Phasendifferenz von *H* die Größe $\Delta'_H$ eingeführt, definiert durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\Delta'_H = \sin 2\omega_H \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\Delta_H , \tag{48}$$

also eine bei festgehaltenem $\omega_H$ konstante Größe, so folgt

$$\Delta_{K0} = \pm 2s\pi - \tfrac{1}{2}\Delta'_H \tag{49}$$

(*s* eine ganze Zahl, 0, 1, 2, . . .).

$\gamma$) Auswertung eines Trommelteils in Phasendifferenz. Der Wert $\eta$ eines Trommelteils ist eine Funktion von $\lambda$, denn $\eta$ ist proportional $k = \frac{d(n_e - n_o)}{\lambda}$ nach S. 489, wenn $n_e$ und $n_o$ die außerordentliche und ordentliche Brechungszahl des Quarzes senkrecht zu seiner optischen Achse bezeichnen. Für zwei aufein-

anderfolgende Halbschattenstellungen der Trommel $p_0'$ und $p_1'$ (die ganzen Umdrehungen natürlich mitgezählt) ändert sich nach Gl. (49) $\Delta_{K0}$ um $2\pi$, folglich gilt

$$\eta = \frac{2\pi}{p_1' - p_0'}. \tag{50}$$

Für die Messungen von $\eta$ ist daher die Kenntnis von $\Delta_H'$ nicht erforderlich. Wird die Trommel auf den Teilstrich $p$ gestellt, so bewirkt $K$ eine relative Verschiebung in der Phasendifferenz der beiden Komponenten um $\eta(p - p_0')$.

$\delta$) Bestimmung des absoluten Nullpunktes $p_0$. Welchen Wert $s$ in Gl. (49) besitzt, kann man mit homogenem Licht nicht entscheiden, für das diese Frage auch meist gleichgültig ist. Um diejenige Trommeleinstellung $p_0$ zu finden, für die in der Feldhälfte *1* die Phasendifferenz $\Delta_K = 0$ ist, braucht man nur weißes Licht anzuwenden. Dann findet man nur eine Stellung $p_0$, bei der Feldhälfte *1* ganz dunkel erscheint. Die übrigen Stellen mit $s = 1, 2, \ldots$ sind dagegen gefärbt, weil nirgends alle Wellenlängen zugleich ausgelöscht werden.

$\varepsilon$) Einfluß der Temperatur auf den Wert $\eta$. Die Temperatur $t$ beeinflußt die Größen $d$, $n_e - n_o$, $\lambda$, sowie die Ganghöhe der die Verschiebung des Keils bewirkenden Stahlschraube. Weitaus am stärksten macht sich hierbei die Änderung von $n_e - n_o$ bemerkbar. So ist z. B. in der Nähe von $t = 20°$ für Natriumlicht $\frac{\mathrm{d}n_e}{\mathrm{d}t} = -0{,}0000054$, dagegen $\frac{\mathrm{d}n_o}{\mathrm{d}t} = -0{,}0000044$, so daß man unter Berücksichtigung der Änderungen auch der anderen Größen ableitet $\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}t} = -0{,}000086\,\eta$.

$\frac{n_e - n_o}{\lambda}$ ist vom Luftdruck unabhängig; dieser beeinflußt daher $\eta$ nicht, weil der Einfluß des Druckes auf die absolute Brechungszahl des Quarzes zu vernachlässigen ist.

$\zeta$) Elliptizität der austretenden Welle in Feldhälfte *1*. Steht die Trommel auf dem Teilstrich $p$, so ist die Elliptizität

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg}\left[\tfrac{1}{2}\eta(p - p_0)\right], \tag{51}$$

das ist für die Rechnung in Bogengraden

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg}\left[90° \frac{\eta(p - p_0)}{\pi}\right]. \tag{52}$$

$\eta$) Nullpunkte des Kompensators. Aus den Halbschattenstellungen lassen sich die Nullpunkte ableiten, für die $\Delta_K = \pm 2s\pi$ wird. Diese liegen in der Nähe der betreffenden, durch $s$ bestimmten Halbschattenstellungen. Zu dem Zweck geht man von der Stellung $p_0'$ entsprechend $\Delta_{K0}$ in Gl. (49) aus, dreht $H$ um 90° von $\omega_H$ auf $\omega_H - 90°$ und sucht die neue nur wenig entfernte Halbschattenstellung $p_0''$ auf, für die nach Gl. (47) und (48)

$$\Delta_{K0}'' = \pm 2s\pi + \tfrac{1}{2}\Delta_H \tag{53}$$

ist. Hieraus folgt

$$\tfrac{1}{2}(\Delta_{K0} + \Delta_{K0}'') = \pm 2s\pi, \tag{54}$$

d.h. der dem Werte $s$ zugehörige Nullpunkt $p_0$ ist

$$p_0 = \tfrac{1}{2}(p_0' + p_0''). \tag{55}$$

Ferner ergibt sich

$$\Delta_H' = \eta(p_0'' - p_0'). \tag{56}$$

$\vartheta$) Einstellungsgenauigkeit. Für sichtbares Licht beläuft sich der Durchschnittsfehler $E$ einer einzelnen Einstellung auf $E = \mathrm{d}\Delta_K = \pm 2\pi\, 7{,}1 \cdot 10^{-5}$ Phasenunterschied, so daß eine vorgelegte Phasendifferenz $\Delta < \frac{2\pi}{60}$ mit einer Sicherheit von $\pm 2\pi\, 4{,}8 \cdot 10^{-5}$ ermittelt werden kann. Wird bei den Einstellungen die photometrische Genauigkeit $u_0$ in Prozenten erreicht, so ergibt sich

$$u_0 = \frac{200\,\mathrm{d}\Delta_K}{\operatorname{tg}\frac{\Delta'_H}{4}} \frac{\cos^2\frac{\Delta_H}{2}}{\cos^2\frac{\Delta'_H}{2}} \tag{57}$$

und folglich hinreichend angenähert $\mathrm{d}\Delta_K = \frac{u_0 \Delta'_H}{800}$, (58)

ähnlich der Gl. (30), S. 482. Demgemäß wird die Empfindlichkeit der Einstellung um so besser, je kleiner $\Delta'_H$ ist; um so dunkler wird aber das Gesichtsfeld, denn seine Lichtstärke ist dem Quadrat von $\Delta'_H$ proportional, wodurch dieser Empfindlichkeitssteigerung eine Grenze gesetzt wird.
Durch geeignete Wahl von $\omega_H$ kann man $\Delta'_H$ nach Gl. (48) jeden gewünschten Wert zwischen 0 und $\Delta_H$ erteilen. Für $\omega_H = 45°$ wird $\Delta'_H = \Delta_H$, das Plättchen $H$ wirkt also wie ein solches im Azimut 45° eingebrachtes von der Phasendifferenz $\Delta'_H$, dessen Hauptschwingungsrichtungen folglich mit den Kompensatorhauptschnitten zusammenfallen.

Die beiden Komponenten im Quarz ($C$-$D$-$E$) sind nicht genau linear polarisiert, sondern sehr schwach elliptisch (vgl. z. B. Szivessy u. Münster, Ann. Phys. **20**, 703, 1934), indem $b^2 : a^2 = 4{,}1 \cdot 10^{-6}$ wird. Diese im Verhältnis zu $a^2$ äußerst geringe Stärke $b^2$ ist in einem angenäherten Betrage gleichsam dem Gesichtsfeld überlagert und ändert sich nicht bei Variation von $\Delta_k$. Deshalb berechnet sich nur für große Werte von $\Delta'_H$ nach S. 495 $u_0 = 1\,\%$, während man z. B. mittels $\Delta'_H = \frac{2\pi}{15}$ scheinbar nur mit $u_0 = 1{,}8\,\%$ photometriert. Wie gering die von $b^2$ herrührende Aufhellung im Gesichtsfeld ist, ersieht man auch daraus, daß sich bei Einstellungen auf größte Dunkelheit des Gesichtsfeldes (also ohne $H$, aber für die verschiedenen $s$) schon recht günstig ergibt $E = \pm 2\pi\, 18 \cdot 10^{-5}$.

$\iota$) Im Ultraviolett werden die Halbschattenstellungen photographisch bestimmt, indem aus einer Reihe von Aufnahmen, die sehr nahe benachbarten Einstellungen des Kompensators entsprechen, diejenige ermittelt bzw. interpoliert wird, bei der die Schwärzungen der photographischen Platte zu beiden Seiten der Trennungslinie der Halbschatten-Platte gleich sind.

Über ein Verfahren von Voigt zu Untersuchungen im Ultraviolett, die durch eine photographische Aufnahme Phasenverzögerung und Amplitudenverhältnis liefert, s. Minor, Ann. Phys. **10**, 581, 1903.

**b) Messungen mit dem Soleilschen Halbschatten-Kompensator.** $\alpha$) Messung der Phasendifferenz $\Delta$ einer Kristallplatte (Lage und Elliptizität einer beliebigen austretenden Schwingungsellipse). Der zwischen achromatischen Keilpaaren (S. 494) eingekittete Kristall wird dicht vor $C$ so gerichtet, daß seine Hauptschwingungsrichtungen unter dem Azimut 45° gegen die Schwingungsebene von $P$ (in ihrer entsprechend Abb. 274 definierten Lage) liegen, damit die beiden Komponenten in ihm gleiche Stärke bekommen.

1. Aufbau der optischen Teile. Soleilscher Kompensator $K$, doppelbrechende Halbschatten-Platte $H$ und Analysator $A$ sind jeder für sich an drei grob mikrometrisch drehbaren Teilkreisen angebracht, deren Nonien drittel Minuten abzulesen gestatten, und sitzen richtbar in Schlitten, die auf einer optischen Bank verschiebbar angeordnet sind (einen solchen Teilkreis von 100 mm Durchmesser kann man ohne Schraube mit der Hand auf $\pm 1'$ genau einstellen, falls die photometrische Einstellungsgenauigkeit das zuläßt); $H$ muß sich gegen die drehende Halbschatten-Platte $S$ durch einfachen Handgriff auswechseln lassen. Die Schwingungsrichtung des aus $A$ tretenden Lichtes bilde mit der positiven $X$-Achse das Azimut $\sigma$ (Abb. 274), $-90° < \sigma < +90°$. Zur Vereinfachung der Berechnung der Ergebnisse stelle man hier die Hauptschwingungsrichtungen von $H$ parallel den Hauptschnitten von $K$, also $\omega_H = 45°$. Werden die Hauptschwingungsrichtungen von $K$ zur $X$- und $Y$-Achse gewählt, so wird der auf $K$ auffallende, elliptisch polarisierte Strahl in zwei Komponenten längs $X$ und $Y$ zerlegt, deren $\Delta$ und $\psi$ (S. 491) zu bestimmen sind.

2. Halbschattenstellungen. Wird durch Drehen der Kompensatortrommel sowie von $A$ bei möglichst dunklem Gesichtsfelde die Halbschattenstellung aufgesucht, so lautet die Bedingung für gleiche Helligkeit, falls die Phasendifferenzen $\Delta$ und $\Delta_H$ im gleichen Sinne erfolgen,

$$\Delta_K' = -\Delta - \tfrac{1}{2}\Delta_H \pm 2s\pi \tag{59}$$

und diejenige für das Minimum an Gesichtsfeld-Helligkeit sehr angenähert $\sigma = \psi - 90°$; mithin ist $\sigma$ stets negativ. Nach Drehung von $H$ um 90° ergibt sich für die Halbschattenstellung

$$\Delta_K'' = -\Delta + \tfrac{1}{2}\Delta_H \pm 2s\pi \tag{60}$$

und somit

$$\Delta = -\tfrac{1}{2}(\Delta_K' + \Delta_K'') \pm 2s\pi. \tag{61}$$

3. Drehung des Analysators auf Auslöschung. Stellt man dann $K$ auf die Phasendifferenz $\frac{1}{2}(\Delta_K' + \Delta_K'')$ ein, so wird durch ihn die elliptische Welle in eine linear polarisierte übergeführt, die nach Entfernung von $H$ durch $A$ ausgelöscht wird, wenn sich letzterer genau in der Lage $\sigma_0 = \psi - 90°$ befindet. Um diese genau aufzufinden, ersetzt man $H$ durch $S$ und stellt mit $A$ auf gleiche Helligkeit der Feldhälften ein, dann hat $A$ das Azimut $\sigma_0 = \psi - 90°$.

4. Trommelablesungen. Der Gl. (59) entspreche die Trommeleinstellung $p'$, der Gl. (60) $p''$, so ist nach Gl. (61) in Verbindung mit Gl. (50) und (55) unter Fortlassung der möglichen $\pm 2s\pi$

$$\Delta = \eta[p_0 - \tfrac{1}{2}(p' + p'')]. \tag{62}$$

Weiter wird die Trommel auf $\frac{1}{2}(p' + p'')$ gestellt und unter Verwendung von $S$ gefunden $\psi = 90° + \sigma_0$. Daraus berechnet man dann nach Gl. (39) und (40) die Größen $\omega$ und $\gamma$ der vorgelegten elliptischen Schwingungsbahn. — Es folgt noch $\Delta_H = \eta(p'' - p')$, oder $= \eta(p_0'' - p_0')$, falls $p_0'$ und $p_0''$ beim Azimut $\omega_H = 45°$ bestimmt werden; s. Gl. (56). Ist letzteres der Fall, so wird einfach $\Delta = \eta(p_0' - p')$. — Bei den Messungen geht man von allen Nullpunkten $p_0$ (mit verschiedenen $s$) aus, die der verschiebbare Quarzkeil zuläßt, und nimmt aus den Einzelwerten das Mittel.

5. Um den Schwingungssinn der elliptischen Welle zu ermitteln, muß man feststellen, welche ihrer Komponenten durch den Kompensator verzögert wird

und die Lage des Analysators berücksichtigen. Daraus folgt dann auch, ob die Phasendifferenz nach Gl. (62) gleich $\Delta$ oder aber $2\pi - \Delta$ ist. Welcher Wert zutrifft, läßt sich oft durch besondere Versuche entscheiden, z. B durch angenäherte Kompensation bei weißem Licht, falls die Phasendifferenzen durch Kristallplatten erzeugt werden.

$\beta$) Gleichzeitige Bestimmung einer Phasendifferenz und Schwächung. Das aus $P$ tretende Licht werde etwa durch Metallspiegelung oder in einem dichroitischen Kristall in zwei Komponenten so zerlegt, daß diese parallel den Hauptschnitten von $K$ in Richtung der $X$- und $Y$-Achse (Abb. 274) schwingen. Wie in Abschn. $\alpha$ suche man durch gleichzeitige Verdrehung von $A$ und der Trommel von $K$ die Halbschattenstellung auf, das eine Mal mit $H$, das andere Mal mit $S$.

1. Phasendifferenz. Die erlittene gegenseitige Phasenverschiebung der beiden Komponenten ist wieder nach Gl. (62) gleich $\Delta$ oder $2\pi - \Delta$.

2. Schwächung. Das Amplitudenverhältnis der beiden Komponenten ist (Abb. 274) $\frac{v}{u} = \operatorname{tg}\psi = \operatorname{ctg}(-\sigma_0)$, worin $\sigma_0$ einen negativen Wert hat; ihr Stärkeverhältnis ist daher $\operatorname{tg}^2\psi = \operatorname{ctg}^2\sigma_0$.

$\gamma$) Bestimmung des Haupteinfallswinkels und Hauptazimuts eines Metallspiegels (S. (492). Wie nach Abschn. $\beta$ kann man z. B. so verfahren: Der Spiegel $B$ (Abb. 275) wird auf dem drehbaren Tischchen eines Spektrometers parallel zur Spektrometerachse befestigt, während senkrecht bzw. parallel zu ihr die Hauptschnitte von $K$ gestellt werden. Die Teile $K$, $H$, $A$ und Fernrohr $G$ sind gemeinschaftlich um die Spektrometerachse drehbar. Die $X$-Achse (Abb. 274) liegt parallel der Einfallsebene am Spiegel, und $H$ befinde sich bei $\omega_H = 45°$ (S. 500) in der Lage, für die Gl. (59) zutrifft. Man stellt die Trommel auf

$$p_2 = p_0 - \frac{\pi + \Delta_H}{2\eta} \tag{63}$$

ein, dreht dann $B$ und $K$-$H$-$A$-$G$ sowie gleichzeitig $A$, bis die Halbschattenstellung bei möglichst dunklem Gesichtsfelde erreicht ist. Der jetzige Einfallswinkel am Spiegel ist der Haupteinfallswinkel, denn die Phasendifferenz der beiden Hauptkomponenten beträgt nach Gl. (59)

$$\Delta = -\Delta'_K - \tfrac{1}{2}\Delta_H = \eta(p_0 - p_2) - \tfrac{1}{2}\Delta_H = \tfrac{1}{2}(\pi + \Delta_H) - \tfrac{1}{2}\Delta_H = \tfrac{1}{2}\pi.$$

Darauf ersetzt man $H$ durch $S$, stellt die Trommel auf $p_2' = p_0 - \frac{\pi}{2\eta}$, d. h. $\Delta'_K = -\frac{1}{2}\pi$, und dreht $A$ auf Halbschattenstellung, so gibt das jetzige Azimut der Schwingungsebene von $A$ gegen die Einfallsebene das Hauptazimut $\Omega$, weil $\Omega = 90° - \psi = -\sigma_0$ ist ($\sigma_0$ negativ).

$\delta$) Unmittelbares Verfahren zur Ermittlung der Schwingungsellipse. Es wird ähnlich wie eben zuvor verfahren. $H$ wird in der Lage, für die Gl. (59) zutrifft, mit $K$ fest verbunden, dessen Trommel wieder auf $p_2$, Gl. (63), eingestellt ist. Man lasse das zu untersuchende Licht senkrecht auf den an einem Teilkreise drehbar angebrachten Halbschatten-Kompensator $K$-$H$ fallen und durch

$A$ treten, der für sich gleichwie $K$-$H$ um die Sehachse drehbar sei. Dann dreht man beide unabhängig voneinander in solche Stellungen, daß bei möglichster Dunkelheit die Gesichtsfeldhälften gleiche Helligkeit aufweisen. Letzteres ist der Fall, sobald die beiden Hauptschnitte von $K$ bzw. die $X$- und $Y$-Achse (Abb. 274), mit den beiden Hauptachsen der Ellipse zusammenfallen, also $\omega = 0$ wird. Man kann ja die Schwingungsellipse in zwei Komponenten zerlegen, die mit den Amplituden $a$ bzw. $b$ in Richtung der beiden Hauptachsen der Ellipse schwingen, und zwar mit der Phasendifferenz $\Delta = \pm \frac{1}{2}\pi$ je nach dem Schwingungssinn.

1. Lage der Hauptachsen der Ellipse. Sie fallen in der beschriebenen Stellung mit den beiden Hauptschnitten von $K$ zusammen.

2. Elliptizität $\operatorname{tg}\gamma = \frac{b}{a}$. Hier ist noch $\psi = \gamma$. Es wird $H$ durch $S$ ersetzt, die Trommel auf $p_2' = p_0 - \frac{\pi}{2\eta}$ gestellt und $A$ auf Halbschattenstellung gedreht. Das negative Azimut $\sigma_0$ der Schwingungsebene von $A$ gegen die $X$-Achse bzw. Ellipsenachse $a$ ist dann $\sigma_0 = \psi - 90° = \gamma - 90°$. Folglich wird $\frac{b}{a} = \operatorname{ctg}(-\sigma_0)$, das Stärkeverhältnis der beiden Komponenten gleich $\operatorname{ctg}^2.\sigma_0$.

3. Zirkulares Licht. Dann ist $\gamma = 45°$. Man macht $\sigma_0 = -45°$. Die Gesichtsfeldhälften weisen beständig gleiche Helligkeiten auf, wenn man $K$-$H$ und $A$ gemeinschaftlich dreht. Dies bedeutet eintretendes zirkular polarisiertes Licht. Im Einklang damit steht, daß $\omega$ nach Gl. (40) gleich null ist, nach Gl. (39), deren rechte Seite $\infty \cdot 0$ lautet, aber jeden Wert zwischen $-90°$ und $+90°$ annehmen kann, weil es in der kreisförmigen Ellipse keine ausgezeichneten Hauptachsen mehr gibt.

4. Linear polarisiertes Licht. Es wird (auch für kleinstes $b$ bleibt ständig $\Delta = \pm \frac{1}{2}\pi$) neben $\omega = 0$ wegen $b = 0$ auch $\psi = \gamma = 0$ und somit $\sigma_0 = -90°$, d.h. die Schwingungsrichtung des linear polarisierten Lichtes steht senkrecht zu derjenigen von $A$.

$\varepsilon$) Benutzung einer Viertelwellen-Platte $G$ (S. 495). Beobachtet man ohne $H$, so ist überall nur $\Delta_H = 0$ zu setzen, und an die Stelle der Halbschattenstellungen treten die Einstellungen auf größte Dunkelheit des Gesichtsfeldes. Statt des auf $\Delta_K = \pm \frac{1}{2}\pi$ eingestellten Quarzkeil-Kompensators läßt sich dann auch einfach die Platte $G$ verwenden, nur muß ihre Phasendifferenz für das benutzte homogene Licht hinreichend genau den Wert $\frac{1}{2}\pi$ besitzen. Mit solchen Einstellungen auf dunkel läßt sich schon eine beträchtliche Genauigkeit erreichen, denn ein $\Delta$ ist auf $\pm 2\pi 7 \cdot 10^{-5}$ sicher bestimmbar (s. S. 499).

**c) Halbschatten-Kompensator mit Viertelwellen-Platte (Mac Cullagh).** Das homogene Licht durchläuft $P$, $G$, $S$, $A$ und das Fernrohr. Die eine Hauptschwingungsrichtung von $G$ wird der Schwingungsrichtung von $P$ parallel gestellt. Man dreht $A$ auf Halbschattenstellung, die an seinem Teilkreise die Ablesung $q_1$ ergebe. Das doppelbrechende Mittel von der Phasendifferenz $\Delta$ wird zwischen $P$ und $G$ gesetzt und so ausgerichtet, daß seine Hauptschwingungsrichtungen Winkel

von 45° mit der Schwingungsrichtung von $P$ bilden. Liefert die erneute Halbschattenstellung von $A$ die Ablesung $q_2$, so ist

$$\Delta = \pm \frac{\pi}{90^\circ}(q_2 - q_1). \tag{64}$$

Welches Vorzeichen von $\Delta$ einem gewissen Drehsinn von $A$ entspricht, stellt man leicht mittels eines gepreßten Glasstreifens fest (S. 466). Die Meßgenauigkeit von $\Delta$ beträgt etwa $\pm 2\pi\, 5 \cdot 10^{-5}$.

Chaumont, Ann. Phys. 4, 61 u. 164, 1915; Bruhat u. Weil, Rev. Opt. 15, 94, 1936; Ingersoll, J. opt. Soc. Amer. 27, 411, 1937; Gabler u. Sokob, Z. Instrkde. 58, 301, 1938; Richartz, ebd. 61, 148, 1941.

**d) Halbschatten-Kompensator von Brace.** α) Halbschattenstellungen. Nach dieser Methode läßt sich jede beliebige Phasendifferenz $\Delta$ mit großer Genauigkeit messen, doch werde hier nur auf den speziellen Fall kleiner Phasendifferenzen $|\Delta| < 0{,}15$ eingegangen. Von dem homogenen Licht werden die optischen Teile in der Reihenfolge $P, H, K$ (Kompensatorplatte s. S. 496), $A$, Fernrohr durchsetzt. Die Schwingungsebenen von $P$ und $A$ werden gekreuzt, weil dann im vorliegenden Fall $\left(\Delta_K < \frac{2\pi}{22}\right)$ die Einstellungs-Empfindlichkeit praktisch noch ihren größtmöglichen Wert besitzt. $H$ wird so eingestellt, daß ihre Hauptschwingungsrichtungen Winkel von 45° mit der Schwingungsrichtung von $A$ bilden. $K$ ist mit einem grob mikrometrisch drehbaren Teilkreise verbunden, dessen Nonius Drittelminuten ablesen läßt. Der Stoff mit $\Delta$ wird zwischen $P$ und $H$ eingefügt und so ausgerichtet, daß seine Hauptschwingungsrichtungen gleichfalls Winkel von 45° mit der Schwingungsrichtung von $A$ bilden. Es gilt auch hier Abb. 274, nur ist $b$ klein gegen $a$ zu setzen. Zur Vereinfachung der Formeln werde noch das Azimut $\varrho$ einer Richtung gegen die Schwingungsebene von $A$ eingeführt; so sei $\varrho_K$ das Azimut einer der beiden Hauptschwingungsrichtungen in $K$. Man muß für das benutzte homogene Licht $\Delta_K$ kennen, also z. B. mittels des Halbschatten-Kompensators (S. 499) gemessen haben.

Durch Drehen von $K$ in ihrer Ebene erreicht man die Halbschattenstellung, bei der die Felder von $H$ gleich dunkel erscheinen. In diesem Falle gilt für das Azimut $\varrho'_K$ streng

$$\operatorname{tg}\left(\Delta + \frac{1}{2}\Delta_H\right) = \frac{-\sin 2\varrho'_K \sin \Delta_K}{1 - 2\sin^2 2\varrho'_K \sin^2 \dfrac{\Delta_K}{2}}. \tag{65}$$

Wird nach Entfernung des Stoffs mit $\Delta$ Platte $K$ wieder auf Halbschattenstellung gedreht, so gilt für diesen nunmehrigen Nullpunkt von $K$ (Azimut $\varrho_{K0}$) entsprechend Gl. (65)

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}\Delta_H = \frac{-\sin 2\varrho_{K0} \sin \Delta_K}{1 - 2\sin^2 2\varrho_{K0} \sin^2 \dfrac{\Delta_K}{2}}. \tag{66}$$

Man berechnet demnach erst nach Gl. (66) $\frac{1}{2}\Delta_H$ und dann nach Gl. (65) das gesuchte $\Delta$, zunächst in Bogengraden ausgedrückt. Ist die Einstellung des Azimuts $\varrho_H = 45^\circ$ von $H$ etwas fehlerhaft ausgefallen, so wird dieser Fehler durch Beobachtung von $\varrho_{K0}$ völlig ausgeschaltet; nach jeder Neueinstellung $\varrho_H$ ist also stets auch $\varrho_{K0}$ wieder zu bestimmen.

$\beta$) Messung der Halbschatten-Azimute $\varrho_{K0}$ bzw. $\varrho'_K$. Wie aus Gl. (65) folgt, ist die Messung von $\Delta$ sicherlich ausführbar, sobald man $\Delta_K > |\Delta| + \frac{1}{2}|\Delta_H|$ gewählt hat. Dann gibt es beim Drehen von $K$ um 360° vier Halbschatten-Azimute, nämlich nach Abb. 276

$$\varrho_{K1} = \varrho_K, \quad \varrho_{K2} = 90° - \varrho_K, \quad \varrho_{K3} = 180° + \varrho_K, \quad \varrho_{K4} = 270° - \varrho_K. \tag{67}$$

Werden die diesen Azimuten entsprechenden Ablesungen am Teilkreise von $K$ mit $q_1, q_2, q_3, q_4$ bezeichnet, so erhält man folgende drei voneinander unabhängige Werte für $\varrho_K$:

$$\varrho_K = 45° - \tfrac{1}{2}(q_2 - q_1) = \tfrac{1}{2}(q_3 - q_2) - 45° = 45° - \tfrac{1}{2}(q_1 - q_3), \tag{68}$$

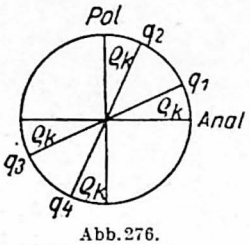


Abb. 276. Halbschatten-Azimute

aus denen man das Mittel, auch gleich $\frac{1}{3}[45° + (q_3 - q_2) - \frac{1}{2}(q_4 - q_1)]$, nimmt. Die Bedingung $q_3 - q_1 = q_4 - q_2 = 180°$ für die genaue Gleichheit der drei Werte von $\varrho_K$ muß innerhalb der möglichen Beobachtungsfehler streng erfüllt sein, sonst sind die optischen Teile nicht fehlerfrei hergestellt oder nicht genügend, z. B. senkrecht zur Normale der auffallenden Welle, gerichtet.

Im Ultraviolett werden die Halbschatten-Azimute photographisch ermittelt entsprechend wie S. 499.

Angenäherte Gleichung. Wie aus den Gl. (65) und (66) ableitbar, gilt in erster Annäherung

$$\Delta = \sin \Delta_K (\sin 2\varrho_{K0} - \sin 2\varrho'_K) = 2 \sin \Delta_K \cos(\varrho_{K0} + \varrho'_K) \sin(\varrho_{K0} - \varrho'_K), \tag{69}$$

eine Gleichung, die für einen Überschlag der Größen sowie zur Ausführung der Fehlerrechnungen genügend genau ist.

Vorzeichen der Größen $\varrho'_K$ und $\Delta$. Nach Gl. (68) werden die $\varrho_K$ zunächst als positive Größen erhalten. Entsprechend den Gl. (65) und (66) dürfen stets $\Delta_K$ positiv, $\Delta_H$ negativ und $\varrho_{K0}$ positiv genommen werden. Sind die Schwingungsrichtungen der schnelleren Wellen im Mittel ($\Delta$) und $H$ einander parallel gerichtet, so wird $\Delta$ negativ (wie $\Delta_H$), $\varrho'_{K\parallel}$ positiv und $\varrho'_{H\parallel} > \varrho_{K0}$. Stehen dagegen die bezeichneten Schwingungsrichtungen senkrecht zueinander, so wird $\Delta$ positiv und ferner: falls $\Delta < -\frac{1}{2}\Delta_H$, dann $\varrho'_{K\perp}$ positiv und $\varrho'_{K\perp} < \varrho_{K0}$; falls $\Delta = -\frac{1}{2}\Delta_H$, dann $\varrho'_{K\perp} = 0$ genau; falls $\Delta > -\frac{1}{2}\Delta_H$, dann $\varrho'_{K\perp}$ negativ und erstens $|\varrho'_{K\perp}| < \varrho_{K0}$, wenn $-\frac{1}{2}\Delta_H < \Delta < -\Delta_H$, zweitens $\varrho'_{K\perp} = -\varrho_{K0}$ genau, wenn $\Delta = -\Delta_H$, drittens $|\varrho'_{K\perp}| > \varrho_{K0}$, wenn $\Delta > -\Delta_H$. Da sich die Schwingungsrichtung der schnelleren Welle in $H$ leicht anderweitig feststellen läßt und man es meist in der Hand hat, zunächst $|\Delta| < -\frac{1}{2}\Delta_H$ zu machen, so ergibt sich das richtige Vorzeichen von $\Delta$ und damit die Schwingungsrichtung der schnelleren Welle im Mittel sogleich, je nachdem $\varrho'_K$ größer oder kleiner als $\varrho_{K0}$ ist, wobei die beiden Azimute im selben Quadranten liegen (Abb. 276). — Man beachte, daß alle $|\varrho_K| < 45°$ sind.

$\gamma$) Meßgenauigkeit. Die photometrische Einstellungsgenauigkeit $u_0$ in Prozenten (S. 482) ergibt sich hinreichend genau zu

$$u_0 = \frac{1600\, \mathrm{d}\varrho'_K}{\Delta_H} \sqrt{\Delta_K^2 - (\Delta + \tfrac{1}{2}\Delta_H)^2}, \tag{70}$$

$\mathrm{d}\varrho'_K$ in absolutem Bogenmaß gemessen. Entsprechend ist für $\Delta = 0$

$$u_0 = 800\, \mathrm{d}\varrho_{K0} \sqrt{\left(\frac{2\Delta_K}{\Delta_H}\right)^2 - 1}. \tag{71}$$

Nach Gl. (68) sind diese $d\varrho_K$ den einzelnen $dq$ gleichzusetzen. Aus Gl. (69) folgt dann, ähnlich den Gl. (30) auf S. 482 und (58) auf S. 499,

$$d\Delta = 2\,d\varrho_K \sin \Delta_K \cos 2\varrho_K = \frac{u_0 \Delta_H}{800}, \tag{72}$$

abgesehen von den Vorzeichen gültig sowohl für $\varrho_{K0}$ als auch für $\varrho_K'$; man beachte, daß die Größe von $\Delta_K$ ohne Einfluß auf diesen Fehler $d\Delta$ ist. Je kleiner also $\Delta_H$, um so kleiner werden $d\Delta$, $d\varrho_K$ und damit die $dq$ für die Halbschattenstellungen. Aber um so dunkler wird dabei das Gesichtsfeld, dessen Lichtstärke in der Halbschattenstellung dem Quadrat von $\Delta_H$ proportional ist. Deshalb wird der Empfindlichkeitssteigerung durch Verkleinerung von $\Delta_H$ eine Grenze gesetzt.

Ist nach S. 494 für einen korrekten Strahlengang gesorgt, so photometriert man mühelos mit $u_0 = 1\,\%$; dieser Wert ergibt sich, wenn in den Gl. (70) und (71) für $d\varrho_K = dq$ der Durchschnittsfehler $E$ einer einzelnen Einstellung $q$ eingesetzt wird. Der resultierende Fehler in $\Delta$ setzt sich aus drei Fehlern zusammen, entsprechend $d\varrho_{K0}$, $d\varrho_K'$ und $d\Delta_K$. Wählt man $\Delta_K = \frac{2\pi}{22}$ und verhältnismäßig groß $|\Delta_H| = \frac{2\pi}{36}$, so ergibt sich unter Berücksichtigung aller drei Fehler, daß $|\Delta| < \frac{2\pi}{41}$ mit einer Sicherheit von $\pm 2\pi\, 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ ermittelt werden kann. Wird andernfalls $|\Delta_H| = \frac{2\pi}{180}$, einem noch gut angängigen Wert, und $\Delta_K = \frac{2\pi}{90}$ gewählt, so ist eine Phasendifferenz $|\Delta| < \frac{2\pi}{140}$ mit einer Genauigkeit von $\pm 2\pi \cdot 0{,}36 \cdot 10^{-5}$ meßbar.

δ) Bestimmung der Elliptizität $\frac{b}{a}$, die dem Werte $\Delta$ entspricht. Es ist (Abb. 274) $u = v$, $\operatorname{tg}\psi = 1$, $\psi = 45°$, nach Gl. (39) $\omega = 45°$, nach Gl. (41) $2\gamma = |\Delta|$, somit $\frac{b}{a} = \operatorname{tg}\frac{1}{2}|\Delta|$.

**c) Halbschatten-Kompensator von Szivessy und Dierkesmann.** Diese Methode arbeitet im Vergleich zur vorhergehenden ohne $K$; $H$ ist auf einem Teilkreis befestigt in ihrer Ebene drehbar. Wenn merklich $\Delta_H > 2\Delta$, erhält man bei einer vollen Drehung von $H$ um 360° der Reihe nach acht Halbschattenstellungen, von denen je zwei miteinander den Winkel $\beta$ bilden. Dann gilt

$$\operatorname{tg}\Delta = \sin 2\beta \operatorname{tg}\frac{\Delta_H}{2}. \tag{73}$$

Für $\Delta_H = \frac{2\pi}{200}$ und $|\Delta| < \frac{2\pi}{5000}$ beträgt unter Berücksichtigung der Fehler in $\beta$ und $\Delta_H$ die Meßgenauigkeit von $\Delta$ etwa $\pm 2\pi\, 0{,}4 \cdot 10^{-5}$.

Szivessy u. Dierkesmann, Z. Instrkde. **52**, 337, 1932; Szivessy, Dierkesmann u. Münster, Z. Phys. **82**, 279, 1933; Herzog, ebd. **97**, 225, 1935; Szivessy u. Herzog, Z. Instrkde. **57**, 305, 1937.

**f) Halbschatten-Kompensator von Rayleigh.** Diese ursprünglich mit durchgebogenem Glasstabe arbeitende Methode ist von de Forest Palmer wesentlich empfindlicher gestaltet worden. Das homogene Licht durchsetzt $P$, Stoff mit $\Delta$, $K$, $H$, $A$, Fernrohr. Der Kompensator $K$ ist ein 0,23 mm dicker Streifen aus Glas bzw. Quarzglas von 11 mal 25 mm² Fläche, der mittels einer durch eine Mikrometerschraube veränderlichen Feder gleichförmig gespannt werden kann und somit doppelbrechend wird (S. 466). Entsprechend besteht $H$ aus zwei je 5 mm breiten Streifen, die mit polierten Kanten so aneinandergelegt werden, daß eine möglichst scharfe Trennungslinie erzielt wird, und von denen der eine gleichfalls durch Federkraft im gewünschten Maße gespannt wird. Da $\Delta_K$ dem Druck in gewissen Grenzen proportional ist, so läßt sich die Mikrometerschraube mittels bekannter Phasendifferenzen empirisch eichen.

Die Hauptschwingungsrichtungen der zueinander gekreuzten $K$ und $H$ befinden sich in den Azimuten 45° zu den gekreuzten $P$ und $A$; der Stoff mit $\Delta$ wird so orientiert, daß seine Hauptschwingungsrichtungen auch Winkel von 45° mit der Schwingungsrichtung von $P$ bilden. Ohne $\Delta$, d.i. für den Nullpunkt, wird durch Änderung von $\Delta_K$ (durch Regulierung der Spannung mittels der Mikrometerschraube) in der Halbschattenstellung $\Delta_H = 2\Delta_{K0}$, mit $\Delta$ dann

$$\Delta_H = 2(\Delta'_K + \Delta), \qquad \text{also} \qquad \Delta = \Delta_{K0} - \Delta'_K, \tag{74}$$

weil $\Delta$ einfach durch $K$ kompensiert worden ist. Je kleiner $\Delta_H$, desto kleiner wird der Einstellungsfehler von $\Delta_K$, aber auch um so dunkler das Gesichtsfeld. Berücksichtigt man die Fehler bei der Eichung von $\Delta_K$, so ist die Meßgenauigkeit von $\Delta$ wohl höchstens auf $\pm 2\pi\, 10^{-5}$ zu schätzen.

de Forest Palmer, Phys. Rev. **17**, 409, 1921; Chinchalkar, Ind. J. Phys. **6**, 165, 1931.

**g) Halbschatten-Kompensator nach MacCullagh.** Auf dieses Verfahren sei hier nur kurz verwiesen; es ist eine modifizierte Form des Viertelwellenlängen-Kompensators (S. 502). Die Kompensatorplatte $K$ braucht bloß angenähert eine Viertelwellenplatte zu sein, deren Phasendifferenz zu kennen nicht nötig ist. Zum Nachweis, daß das aus dieser Platte bei gewisser Stellung tretende Licht linear polarisiert ist, dient eine dünne Bravaissche Halbschatten-Platte aus Glimmer, Gips oder Quarz, in deren Hälften die Hauptschwingungsrichtungen der schnelleren Komponenten senkrecht zueinander stehen; die letztere Bedingung läßt sich völlig hinreichend genau erfüllen. Bei eingeschaltetem $\Delta$ gibt es zwei Azimute $\alpha$ von $K$, bei denen die aus $K$ tretende Welle linear polarisiert ist, und entsprechend zwei Azimute von $S$-$A$ für Halbschattenstellung. Dann gilt

$$\cos\Delta = \frac{\sin(\alpha_A - \alpha'_A)}{\sin(\alpha_K - \alpha'_K)}. \tag{75}$$

Die Meßgenauigkeit von $\Delta$ beträgt etwa $\pm 2\pi\, 8 \cdot 10^{-5}$.

Stokes, Phil. Mag. **2**, 420, 1851; Perucca, Il Nuovo Cimento **5**, 351, 1913 u. **6**, 179, 1913; Z. Phys. **8**, 63, 1922; Skinner, J. opt. Soc. Amer. **10**, 491, 1925.

## D. Untersuchung teilweise geradlinig polarisierten Lichtes

**a) Polarisationsgrad** $\Gamma$ ist das Verhältnis des polarisierten Lichtanteiles zur gesamten Lichtmenge, also wenn $N$ und $\Pi$ die Stärken natürlichen und polarisierten Lichtes bezeichnen, $\Gamma = \frac{\Pi}{N+\Pi}$. Die Bestimmung von $\Gamma$ geschieht mit dem Martensschen Polarisationsphotometer (S. 516) oder nach der Methode des Glasplattensatzes (S. 465) mit Savartscher Doppelplatte (S. 468).

Martens, Phys. Z. 1, 299, 1900 und Schönrock in dem eine Arbeit von Tichanowsky richtigstellenden Referat Z. Instrkde. 45, 404, 1925; Gaviola u. Pringsheim, Z. Phys. 24. 24, 1924. Messung von $\Gamma$ im Ultraviolett mit Hilfe einer lichtelektrischen Anordnung bei Keussler, Ann. Phys. 82, 793, 1927.

**b) Feststellung des Polarisationszustandes einer Welle.** Die qualitative Prüfung einer angenähert monochromatischen Strahlung auf ihren Polarisationszustand erfolgt mit einem drehbaren Analysator $A$ und einer Viertelwellenplatte $G$ für das betreffende Licht (S. 495). Ändert sich beim langsamen Drehen von $A$ die Lichtstärke gar nicht, so kann das Licht natürliches und zirkular polarisiertes sein. Man läßt nunmehr das Licht erst durch die ruhende $G$ und dann durch den sich drehenden $A$ gehen. Ergibt sich wieder keinerlei Helligkeitsänderung, so ist 1. das Licht rein natürliches; liefert eine gewisse Lage von $A$ die Lichtstärke Null, so ist 2. das Licht rein zirkulares; machen sich nur Helligkeitsschwankungen bemerkbar, so ist 3. das Licht ein Gemisch von natürlichem und zirkularem.

Gibt $A$ allein schon Helligkeitsschwankungen, so enthält das Licht auch elliptisch (Grenzfall linear) polarisiertes vom Achsenverhältnis ungleich Eins. Liefert dabei eine Stellung von $A$ die Lichtstärke Null, so ist 4. das Licht rein lineares. Treten dagegen nur Helligkeitsschwankungen auf, so dreht man $A$ auf das Helligkeitsminimum und schaltet $G$ so ein, daß die eine Hauptschwingungsrichtung von $G$ parallel zur Schwingungsebene von $A$ steht; darauf wird wieder $A$ allein gedreht. Gibt dann eine Stellung von $A$ die Lichtstärke Null, so ist 5. das Licht rein elliptisches unter gewissem Azimut sowie mit einem bestimmten Achsenverhältnis zwischen Null und Eins. Andernfalls stellt man $A$ auf das Helligkeitsminimum ein und sieht zu, ob die jetzige Lage von $A$ mit seiner früheren Minimumstellung ohne $G$ zusammenfällt (bzw. um 180° gedreht erscheint), denn ist dies der Fall, so ist 6. das Licht zum überwiegenden Teil linear polarisiert mit einem kleinen Anteil an natürlichem, zirkularem oder elliptischem Licht; erhält man dagegen eine andere Lage von $A$ als in der früheren Minimumstellung, so ist 7. das Licht zum überwiegenden Teil elliptisch polarisiert (mit einem bestimmten Azimut und Achsenverhältnis größer als Null, aber möglicherweise auch gleich Eins, d. h. zirkular) mit einem kleinen Anteil an natürlichem oder elliptischem Licht von beliebig anderen Azimuten oder Achsenverhältnissen (einschließlich Null und Eins). Ist 8. schließlich das Licht zum überwiegenden Teil natürliches mit einem kleinen Anteil beliebig elliptischen Lichtes, so werden die geringen Helligkeitsschwankungen vor und nach Einschaltung von $G$ nahezu die gleichen bleiben.

# V. Photometrie

## 1. Allgemeines

### A. Grundlagen der Photometrie

**a) Die spektrale Hellempfindlichkeit des Auges.** Die Grundlage, auf die sich alle Einheiten der Photometrie aufbauen, ist die Wirkung von Strahlungsenergie auf das menschliche Auge. Es wird nicht die gesamte Energie bewertet, die ein Strahler aussendet, sondern nur der Teil des Spektrums, der vom Auge verarbeitet wird. Von diesem sichtbaren Gebiet vermittelt jeder Wellenlängenbereich dem Auge einen anderen spezifischen Helligkeitseindruck.
Tabelle 45 zeigt die relative spektrale Hellempfindlichkeit $V_\lambda$ des menschlichen Auges für ein energiegleiches Spektrum. Die angegebenen Werte sind international vereinbarte Mittelwerte aus sehr vielen Messungen.
Die in Frage kommenden Untersuchungen werden meist mit Hilfe von Flimmerphotometern vorgenommen.

Über Augenempfindlichkeit vgl. Helmholtz, Physiol. Opt. **2**, 299, 1911; Goldhammer, Ann. Phys. **16**, 621, 1905; Ives, Phil. Mag. **24**, 853, 1912; Bender, Ann. Phys. **45**, 105, 1914; Hyde, Forsythe u. Cady, Astroph. J. **48**, 65, 1918; Henning, Jb. Radioact. **16**, 1, 1919; Nutting, J. opt. Soc. Amer. **4**, 55, 1920; Gibson u. Tyndall, Sci. Pap. Bur. Stand. **19**, 113, 1923; Walsh, J. opt. Soc. Amer. **11**, 111, 1925; Judd, Bur. Stand. J. Res. **6**, 465, 1931.

Proc. Int. Congr. Illum. 1926, S. 67; Jainski, Diss. Berlin 1939; Jaggi, Helv. phys. Act. **12**, 77, 1938; Federowa u. Federow, C. R. Acad. L'U. d. S. S. R. **2**, XI, 377, 1936; Arndt, Das Licht **6**, 75, 1936; Dresler, Naturwiss. **16**, 225, 1941.

**b) Mechanisches Lichtäquivalent.** Mißt man einen Lichtstrom vom Licht der größten Hellempfindlichkeit ($\lambda = 555\ \mathrm{m}\mu$) in Lumen und in Watt, so nennt man das Verhältnis aus dem Ergebnis der Wattmessung und dem Ergebnis der Lumenmessung „Mechanisches Lichtäquivalent“ und bezeichnet es mit $M$. Es ist $M = 0{,}00150\ \mathrm{W/lm}$. Den reziproken Wert nennt man das photometrische Strahlungsäquivalent $K$. Es sei $S_{\lambda,\varepsilon} \cos\varepsilon \cdot \sigma \cdot d\omega \cdot d\lambda$ die von einem kleinen Flächenstück $\sigma$ unter dem Winkel $\varepsilon$ gegen die Normale in das Raumwinkelelement $d\omega$ (im Wellenlängenbereich von $\lambda$ bis $\lambda + d\lambda$) ausgehende Strahlungsleistung. Dann kann der Helligkeitsreiz $B$, den die Fläche $\sigma$ im Auge hervorruft, geschrieben werden

$$B = \frac{1}{M} \int_0^\infty S_{\lambda\,\varepsilon}\, V_\lambda\, d\lambda .$$

Diese Größe nennt man Leuchtdichte. Als Einheit gilt $\frac{1}{60}$ der Leuchtdichte des Schwarzen Körpers beim Erstarrungspunkt des Platins. Diese Einheit nennt man Stilb (sb) $= 1\ \mathrm{sb} = 1$ Candela pro $\mathrm{cm}^2$ ($\mathrm{cd/cm}^2$). Damit ist die Grundeinheit geschaffen, auf die alle anderen aufgebaut werden.

Die Einführung der Candela ist vom Internationalen Komitee für Gewichte und Maße beschlossen und wird in allen Ländern erfolgen, die der Meterkonvention angeschlossen sind.

Die Hefner-Kerze ist die Lichtstärke senkrecht zur Flamme der von Hefner-Alteneck angegebenen Amylazetatlampe. Die Abhängigkeit der Lichtstärke $J$ vom Feuchtigkeitsgehalt $f$ der Luft, dem Barometerstand $b$ und dem Kohlensäuregehalt der Luft $g$ (in Liter pro m³) ist gegeben durch

$$J = 1 - 0{,}0055(f - 8{,}8) + 0{,}00015(b - 760) - 0{,}0072(g - 0{,}75)\ \text{HK}.$$

Die „Internationale Kerze" galt in England, Frankreich und Amerika und wurde durch einen Satz Kohlefadenlampen dargestellt.

Die Unterschiedsempfindlichkeit des Auges folgt dem Weber-Fechnerschen Gesetz. Es sei $\Delta B$ der eben noch wahrnehmbare Unterschied zweier spektral gleich zusammengesetzter Leuchtdichten, dann ist $\frac{\Delta B}{B}$ nahezu konstant für einen weiten mittleren Helligkeitsbereich. Für sehr geringe und sehr große Leuchtdichten ergeben sich Abweichungen.

Buisson u. Fabry, C. R. **153**, 254, 1911; Ives, Coblentz u. Kingsbury, Phys. Rev. **2**, 269, 1915; Ives, J. Frankl. Inst. **180**, 409, 1915; Krefft u. Pirani, Z. techn. Phys. **13**, 367, 1932; Kühl, Acad. Ber. München 447, 1933.

**c) Sonstige Einheiten und Grundgrößen.** Hat eine ebene Fläche $F$ in Richtung der Flächennormalen die Leuchtdichte $B$, dann hat sie die Lichtstärke $J = BF$ in dieser Richtung. Es ist also $B = \frac{dJ}{dF}$. Es sei eine sehr kleine leuchtende Kugel gedacht, so klein, daß sie als punktartig angesehen werden kann. Ihre Leuchtdichte sei so groß, daß die Kugel nach jeder Richtung die Lichtstärke 1 hat. Diese Lichtquelle sendet in den Raum den Lichtstrom $\Phi = 4\pi$ Lumen (lm). Damit ist das Lumen definiert als der Lichtstrom, den eine punktartige Lichtquelle von der Lichtstärke 1 in den Raumwinkel $\omega = 1$ sendet. Die Lichtstärke, die eine punktartige Lichtquelle in einer bestimmten Ausstrahlungsrichtung hat, ist also gleich der Lichtstromdichte $\frac{d\Phi}{d\omega}$.

Auf einer Fläche, die in der Entfernung $r$ von einer Lichtquelle der Lichtstärke $J$ steht und unter dem Winkel $\varphi$ zur Flächennormalen angestrahlt wird, ist die Beleuchtungsstärke $E = \frac{J \cdot \cos\varphi}{r^2}$ Lux (lx). $E$ ist danach gleich 1 auf einer Fläche, die von einer Lichtquelle der Lichtstärke 1 aus 1 m Entfernung senkrecht angestrahlt wird.

Das Lux ist auf das Meter bezogen, während dem Stilb (cd/cm²) das Zentimeter zugrunde liegt. Um die Beleuchtungsstärke und die Leuchtdichte auf die gleiche Längeneinheit zu beziehen, hat man das Phot $= 10^4$ lx geschaffen. Dabei ist die Entfernung $r$ in Zentimetern zu rechnen.

Die angegebenen Einheiten, die sich aus den Definitionen zwangsläufig so ergeben, sind zum Teil für die Praxis zu groß. Man hilft sich dadurch, daß man Bruchteile der Einheiten verwendet. Außerdem sind im Ausland häufig andere Namen und Größen gebräuchlich. In der nachfolgenden Tabelle sind die Bezeichnungen und Beziehungen der in der Praxis vorkommenden Einheiten zusammengestellt.

Einheiten für Lichtmessungen

| Name | Formelzeichen | Bezeichnung | Abkürzung | Beziehungen und Definitionen |
|---|---|---|---|---|
| Leuchtdichte | $B$ | Stilb | sb | 1 sb $= \frac{1}{60}$ der Leuchtdichte des Schwarzen Körpers beim Erstarrungspunkt des Platins |
| | | Apostilb | asb | 1 asb $= \frac{1}{10^4 \pi}$ sb |
| | | Lambert | | 1 Lambert $= \frac{1 \text{ Kerze}}{\pi \cdot \text{cm}^2}$ |
| | | Millilambert | | 1 Millilambert $= \frac{1}{1000}$ Lambert |
| Lichtstärke | $J$ | Candela | cd | $J = B \cdot F$ ($F$ so klein, daß die Lichtquelle als punktartig angesehen werden kann) |
| Lichtstrom | $\Phi$ | Lumen | lm | $\Phi = J \cdot \omega$ |
| Beleuchtungsstärke | $E$ | Lux | lx | $E = \frac{d\Phi}{dF}$ |
| | | Phot | | 1 Phot $= 10^4$ lx |
| | | Milliphot | | 1 Milliphot $= \frac{1}{1000}$ Phot |
| | | foot-candela | | 1 foot-candela $= 10{,}764$ lx |

**d) Normallampen.** An das Urnormal (Schwarzer Körper) werden als Sekundärnormale Glühlampen angeschlossen. Als Normallampen eignen sich gealterte elektrische Glühlampen, die sorgfältig hergestellt sind. Die Spannung, bei der sie gebrannt werden, soll zweckmäßig unter ihrer Nennspannung liegen. Die Erfahrungen haben gezeigt, daß Kohlefaden- und Metalldraht-Vakuum-Lampen mit glatten, ungewendelten Drähten gut geeignet sind. Als Normallampen für Licht höherer Farbtemperatur muß man Nitralampen verwenden. Sie werden nach Übereinkommen visuell unter Verwendung von Blaugläsern an die Lampen mit niederer Farbtemperatur angeschlossen (S. 521).

## B. Methoden der Lichtschwächung

**a) Das Entfernungsgesetz.** Die Beleuchtungsstärke, die von einer punktartigen Lichtquelle auf einer Fläche erzeugt wird, ändert sich mit dem Quadrat des Abstandes von der Lichtquelle.

Ist die Lichtquelle eine so große Kugel, z. B. eine Opalglaslampe, daß sie nicht mehr als punktartig angesprochen werden kann, so gilt das Entfernungsgesetz exakt vom Kugelmittelpunkt, dem Lichtschwerpunkt, aus. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Kugeloberfläche gleichmäßig leuchtet (Satz von Halbertsma).

**b) Der rotierende Sektor.** Er besteht aus einer Kreisscheibe mit zwei symmetrischen, verstellbaren Ausschnitten $\alpha$. Steht ein Sektor so im Strahlengang, daß

das Licht durch die Öffnungen $\alpha$ ins Auge trifft, sonst aber abgedeckt wird, und läuft der Sektor so schnell um, daß kein Flimmern mehr wahrgenommen wird, so schwächt er nach dem Talbotschen Gesetz den Lichtstrom im Verhältnis $\frac{\alpha}{180}$. Ein rotierender Sektor kann überall in den Strahlengang gestellt werden und verändert die Energiezusammensetzung der Strahlung nicht.

Brodhun, Z. Instrkde. **24**, 313, 1904; Pfund, J. Frankl.-Inst. **193**, 641, 1922; Karrer, J. opt. Soc. Amer. **7**, 893, 1923; **8**, 541, 1924; Kortüm, Z. Instrkde. **54**, 373, 1934.

Das Talbotsche Gesetz ist nicht beweisbar, aber oft nachgeprüft worden für verschiedenen zeitlichen Verlauf der Lichteinwirkung. Es ist immer bestätigt worden, so daß an seiner strengen Gültigkeit nicht gezweifelt zu werden braucht.

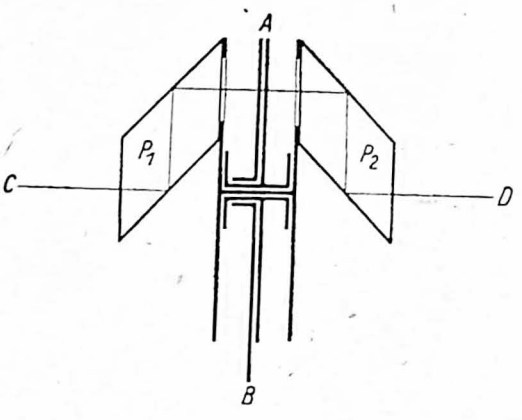


Abb. 277. Lichtschwächung mittels rotierender Prismen

Die Genauigkeit der Schwächung hängt von der mechanischen Ausführung des Sektors ab. Nimmt man an, daß sich 0,04° noch sicher einstellen lassen, so kann bis auf 1% genau im Verhältnis 1 : 50 geschwächt werden. Es sind rotierende Sektoren gebaut worden, die verstellt und abgelesen werden können, während sie in Betrieb sind. Um dasselbe zu erreichen, hat Brodhun die Strahlen durch rotierende Prismen $P_1$ und $P_2$ (Abb. 277), zwischen denen sich ein veränderlicher nicht rotierender Sektor $A\,B$ befindet, über die symmetrischen Ausschnitte $\alpha$ geführt. Statt der Prismen können auch andere optische Vorrichtungen benutzt werden.

Bei nicht konstantem Lichtstrom, z. B. bei Glühlampen oder Leuchtröhren, die mit Wechselstrom betrieben werden, oder bei Flimmerphotometrie läßt sich ein rotierender Sektor wegen der Schwebungserscheinungen nicht verwenden.

**c) Polarisation.** Stehen in einem Strahlengang hintereinander zwei Polarisatoren, deren Polarisationsebenen den Winkel $\varphi$ miteinander bilden, so sind die durchgehenden Lichtströme $\Phi_{\varphi_1}$ und $\Phi_{\varphi_2}$ durch folgende Beziehung verknüpft: $\frac{\Phi_{\varphi_1}}{\Phi_{\varphi_2}} = \frac{\cos^2\varphi_1}{\cos^2\varphi_2}$; $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \varphi$; $\Phi_\varphi = \Phi_0 \cdot \cos^2\varphi$. Es ist $\frac{d\Phi}{\Phi} = -\frac{2\,d\varphi \cdot \sin\varphi}{\cos\varphi}$. Daraus folgt, daß bei konstantem $d\varphi$ die Größe $\frac{d\Phi}{\Phi}$ mit gegen $\frac{\pi}{2}$ laufendem $\varphi$ stark wächst. Daher sollte man durch Polarisation nicht stärker als im Verhältnis 1 : 10 schwächen. Soll stärker durch Polarisation geschwächt werden, so ist die Verwendung von drei hintereinanderstehenden Polarisationsprismen ratsam. Durch stufenweise Drehung (Einrasten) von 1 gegen 2 wird grob geschwächt, durch Verdrehen von 3 gegen 2 innerhalb der Stufen eingestellt. Die Lage der Rasten der Grobschwächung wird empirisch bestimmt.

Es seien zwei Gesichtsfeldhälften, deren Licht senkrecht zueinander polarisiert ist, durch einen drehbaren Polarisator betrachtet. Der Nullpunkt der Winkelteilung an der Fassung sei so gelegt, daß bei 0° und 180° die Feldhälfte 1 und bei 90° und

270° die Feldhälfte 2 völlig ausgelöscht ist. Herrscht im Feld Gleichheit bei einer Einstellung $\varphi$, so besteht zwischen den beiden Leuchtdichten des Gesichtsfeldes die Beziehung $\frac{B_1}{B_2} = \mathrm{tg}^2\varphi$.

In der Abb. 278 seien $A_1$ und $A_2$ die Amplituden des Lichtes der auf Gleichheit eingestellten Feldhälften 1 und 2, dann ist

$$\frac{A_1}{A_2} = \mathrm{tg}\,\varphi, \quad \text{also} \quad \frac{B_1}{B_2} = \mathrm{tg}^2\varphi.$$

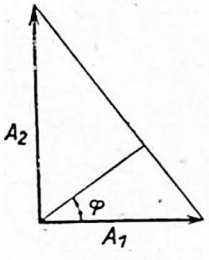


Abb. 278. Helligkeitsvergleichung senkrecht zueinander polarisierter Strahlen

Werden zwei unpolarisierte Lichtströme $\Phi_1$ und $\Phi_2$ senkrecht zueinander polarisiert, so werden sie meist etwas verschieden geschwächt. Es ist also, wenn Gleichheit im Feld herrscht, $\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = C \cdot \mathrm{tg}^2\varphi$, wobei $C$ durch Messung mit zwei genau gleichen Lichtströmen bestimmt werden kann. Um unvermeidliche Exzentrizitätsfehler auszuschalten, empfiehlt es sich, die Einstellung in allen 4 Quadranten vorzunehmen und aus den Ergebnissen das Mittel zu bilden.

Ist der Teilkreis in ganze Grade geteilt, so kann man bis auf etwa $\pm$ 0,1° genau ablesen. Aus $\Phi_1 = \Phi_2 \cdot \mathrm{tg}^2\varphi$ folgt $\frac{d\Phi}{\Phi} = \frac{4\,d\varphi}{\sin 2\varphi}$; $\Phi_2 = \text{const}$. Das bedeutet, daß einer Änderung von $\varphi$ um 0,1° in der Nähe von 45° eine Änderung von $\Phi$ um 0,7 % entspricht, bei $\varphi = 20°\,(70°)$ eine solche um 1,1 %, bei $\varphi = 15°\,(75°)$ eine solche um 1,4 %. Man sollte daher nur Polarisatordrehungen von höchstens $\pm$ 30° um den Wert 45° zulassen.

Bei Schwächung durch Polarisation muß immer darauf geachtet werden, daß der geschwächte Lichtstrom ursprünglich unpolarisiert ist. Ist das nicht der Fall, so müssen zwei Messungen ausgeführt werden. Vor der zweiten dreht man den Lichtstrom in der optischen Achse um 90° gegenüber dem Apparat und nimmt aus beiden Messungen das Mittel.

**d) Graugläser (Neutralgläser).** Die Lichtdurchlässigkeit eines Grauglases muß besonders bestimmt werden (S. 532). Hat man mehrere Graugläser, die einzeln die Durchlaßgrade $\tau_1, \tau_2, \tau_3 \ldots$ haben, so besitzen sie hintereinandergeschaltet den Durchlaßgrad $\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \ldots$ Dabei ist der Einfluß des hin und her gehenden, an den Oberflächen reflektierten Lichtes nicht berücksichtigt worden. Mit einem Paar von gegeneinander verschiebbaren Grauglaskeilen läßt sich die Durchlässigkeit stetig ändern (Abb. 279). Die an einer Teilung ablesbare Verschiebung des Keils $A\,B$ ist der Dickenänderung der Kombination proportional. Ist $\tau_0$ der Durchlaßgrad am Nullpunkt der Teilung, $w$ der Keilwinkel, $\delta$ der Durchsichtigkeitsmodul (S. 532) für 1 mm Dicke, so ist für die Einstellung $l$ mm der Durchlaßgrad $\tau = \tau_0 \cdot \delta^{l\,\mathrm{tg}\,w}$.

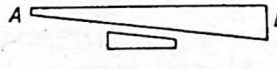


Abb. 279. Graukeil-Anordnung

Wegen etwaiger Ungleichmäßigkeiten im Glas und mangelhafter Ebenheit der Flächen muß man die Vorrichtung photometrisch prüfen.

Sind $\Phi_1$ und $\Phi_2$ zu vergleichende Lichtströme, wobei $\Phi_1 > \Phi_2$, und ist nach Einschaltung des Doppelkeils in $\Phi_1$ durch die Einstellung $l$ Gleichheit hergestellt, so ist $\Phi_2 = \Phi_1 \cdot C \cdot \delta^{l\,\mathrm{tg}\,w}$, wo $C$ eine Konstante ist. Es wird $\frac{d\Phi_2}{\Phi_2} = \mathrm{tg}\,w \ln \delta\, dl$. Da der Faktor von $dl$ konstant ist, hat die Lichtschwächung den besonderen Vorzug,

daß die Ablesegenauigkeit zur Einstellgenauigkeit (Weber-Fechnersches Gesetz) über die ganze Skala in demselben Verhältnis steht. Eine Fehlerquelle liegt darin, daß die meisten Rauchgläser nicht völlig farblos sind. Gewöhnlich wird das äußerste Rot stärker hindurchgelassen. Graphitkeile, die praktisch nicht selektiv sind, sind aber etwas lichtzerstreuend. Deshalb dürfen sie nur so verwendet werden, wie sie geprüft worden sind, z. B. im Kontakt mit einem Lichtzerstreuer oder bei ein und demselben Öffnungswinkel.

Über Keile aus Gelatine mit fein verteiltem Ruß: Goldberg, Z. wiss. Photogr. **10**, 238, 1911. Weitere Literatur: Kienle u. Siedentopf, Z. Phys. **58**, 726, 1929; Schuch, Ann. Phys. **13**, 297, 1932; Mecke, Vierling u. Zobel, Z. techn. Phys. **15**, 270, 1934. Über die N. G.-Gläser von Schott u. Gen. s. Katalog von Schott u. Gen., Jena; Theissing, Z. techn. Physik **21**, 149, 1940.

**e) Meßblenden.** Vor eine an allen Stellen mit der gleichen Leuchtdichte leuchtende Fläche oder in eine gleichmäßig ausgeleuchtete Pupille eines Strahlenganges stellt man eine Blende mit meßbar veränderlicher Öffnung. Der von der Fläche ausgehende oder durch die Pupille tretende Lichtstrom ist dann proportional der freien Öffnung.

**f) Weitere Lichtschwächungsmittel.** Als Lichtschwächungsmittel sind außerdem verwendbar: Milchgläser, die meist etwas selektiv absorbieren, Gitter und Siebe, die an geeigneter Stelle meist für konstante Lichtschwächung in den Strahlengang gebracht werden. Es sind auch Gitter für veränderliche Lichtschwächung angegeben worden.

## 2. Visuelle Photometrie gleichfarbiger Lichtquellen

### A. Methoden der visuellen Photometrie

**a) Photometer mit Auffangfläche.** Die visuellen Photometer lassen sich in zwei grundsätzlich verschiedene Gruppen einteilen. Die erste Gruppe verwendet eine diffus zerstreuende Fläche als Auffangfläche $m$, die von dem zu messenden Lichtstrom beleuchtet wird und deren Leuchtdichte dem beobachtenden Auge im Photometerwürfel $W$ (S. 514) dargeboten wird. Als Auffangfläche dient Gips (reflektiertes Licht) oder Milchglas (durchgelassenes Licht). Geräte dieser Art sind also im Grunde Leuchtdichtemesser. Abb. 280 zeigt das Grundsätzliche einer solchen Anordnung.

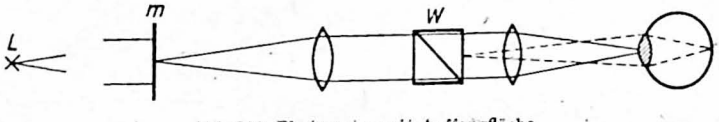


Abb. 280. Photometer mit Auffangfläche

**b) Photometer ohne Auffangfläche.** Die zweite Gruppe vermeidet die Auffangfläche. Es wird die in hinreichender Entfernung vom Photometer stehende Lichtquelle $L$ (Abb. 281) in der Pupille abgebildet. Dabei muß das Bild völlig innerhalb der Pupille liegen. Das Licht durchläuft bei seinem Weg das Photometerfeld, auf das der Beobachter sein Auge scharf einstellt. Diese zweite Art zu photometrieren

hat vor der ersten den Vorzug sehr viel größerer Helligkeit. Dafür haftet ihr aber der Nachteil eines weniger guten Gesichtsfeldes an, weil die Trennungslinien nicht vollständig verschwinden (Beugungserscheinungen).

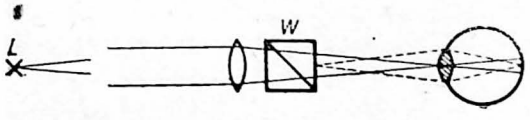



Abb. 281. Photometer ohne Auffangfläche

Die Flächen der Augenlinse, die vom Licht der zu messenden Lichtquelle und vom Vergleichslicht durchsetzt werden, sind meist verschieden groß, so daß die Unterschiede in der Durchlässigkeit der Augenlinse, die nach dem Rande hin weniger durchlässig wird, die Meßergebnisse beeinflussen (Stiles-Crawford-Effekt). Andererseits fallen bei sehr kleinem Bild der Lichtquelle Inhomogenitäten der Augenlinse stark ins Gewicht.

Stiles, Proc. Roy. Soc. B **112**, 428, 1933; Gehlhoff u. Schering, Z. techn. Phys. **1**, 427, 1920; Fabry u. Buisson, Rev. Opt. **1**, 1, 1922; Karrer u. Poritsky, J. opt. Soc. Amer. **8**, 355, 1924; Dziobek, Das Licht **4**, 150, 1934.

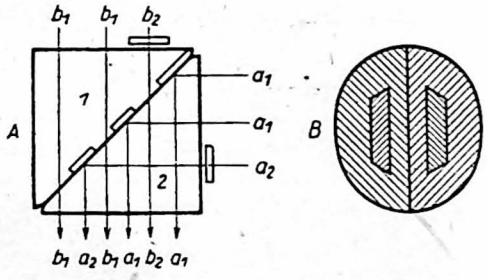



Abb. 282. *A* Photometer, *B* erzeugtes Gesichtsfeld

**c) Das Photometerfeld.** Um mit dem Auge sicher messen zu können, muß im Gesichtsfeld die Leuchtdichte jedes der beiden Feldteile ganz gleichmäßig sein und die Trennungslinien müssen möglichst vollständig verschwinden. In den jetzt üblichen Photometern wird das Feld hauptsächlich auf zwei Arten erzeugt: 1. durch den Photometerwürfel von Lummer-Brodhun, 2. durch Zwillingsprismen.

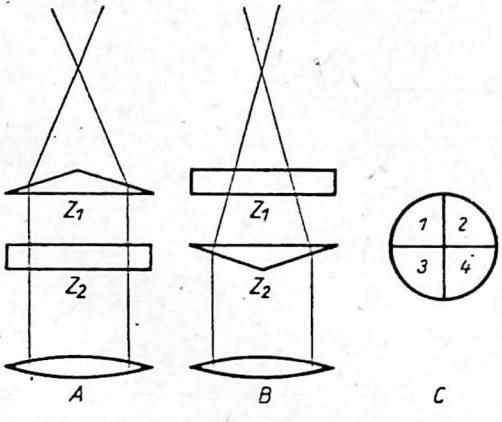



Abb. 283. Erzeugen eines Photometerfeldes durch gekreuzte Zwillingsprismen

Abb. 282 *A* zeigt den Photometerwürfel. Es sind zwei rechtwinklige Prismen 1 und 2, die mit den Hypotenusenflächen in optischem Kontakt aneinandergelegt sind. Die Strahlen $b_1$ und $b_2$ durchsetzen den Würfel ohne Ablenkung. Die Strahlen $a_1$ und $a_2$ treffen die Hypotenusenfläche an Stellen, wo das Prisma 1 Aussparungen hat. Sie werden total reflektiert und um 90° abgelenkt. In den Strahlengang von $a_2$ und $b_2$ sind Kontrastplättchen gesetzt, die etwa 8% Lichtverlust bedingen. Es entsteht dann ein Gesichtsfeld wie Abb. 282 *B*. Zur Erhöhung der Einstellgenauigkeit verwendet man einen Kontrast von etwa 3,5%, der durch auf den Würfel aufgekittete dünne Rauchgläser erzielt wird.

Durch zwei gekreuzte Zwillingsprismen wird ein Feld auf folgende Art erzeugt. Der die Pupille abbildende Strahlenkegel wird durch das Zwillingsprisma $Z_1$ (Abb. 283 *A*) in zwei Teile geteilt, die verschieden abgelenkt werden und sich dann kreuzen, um auf die beiden Seiten des Gipsschirmes zu gelangen. Jede der beiden

Hälften wird in derselben Weise durch $Z_2$ (Abb. 283 *B*) wieder geteilt und gekreuzt. So entsteht ein Feld von 4 Quadranten (Abb. 283 *C*). Die Trennungslinien sind die beiden Dachkanten der beiden Zwillingsprismen. Es gehören zusammen 1 und 3 von der einen, 2 und 4 von der anderen Gipsschirmseite. Das Licht, das durch 2 und 3 tritt, durchsetzt Kontrastplättchen von 8% oder 3,5% Lichtschwächung.

## B. Visuelle Photometer

**a) Photometeraufsätze für die Photometerbank.** Eine Photometerbank besteht aus einer oder zwei in passender Höhe angebrachten Schienen mit Millimeterteilung. Auf ihnen stehen verschiebbar drei Wagen. Von denen tragen zwei je eine der auf ihre Lichtstärke zu vergleichenden Lichtquellen. Der dritte trägt das Photometer. An den Wagen sind Marken angebracht, die dicht an der Millimeterteilung laufen, mit deren Hilfe die Abstände $r_1$ und $r_2$ der Lichtquellen $L_1$ und $L_2$ vom Photometer bestimmt werden können. Man verschiebt das Photometer zwischen den feststehenden Lichtquellen und stellt auf Gleichheit oder gleichen Kontrast im Feld ein. Besser läßt man aber den einen Abstand $r_1$ ($r_2$) immer fest und ändert $r_2$ ($r_1$), dann geht nur der eine Abstand in die Berechnung der Lichtstärke ein. Mit dieser Anordnung werden nacheinander die Normallampe und die zu messende Lampe mit $L_1$ verglichen. Bei dieser Art der Messung (Substitutionsmethode) heben sich die durch das Gerät bedingten Konstanten heraus.

Es sei $J_1$ die Lichtstärke der Normallampe und $r_1$ der dazugehörige Abstand vom Photometer. $J_2$ und $r_2$ seien die entsprechenden Daten für die zu messende Lampe, dann ist $\frac{J_2}{J_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ (S. 510).

Betrachtet man die Einstellgenauigkeit bei jeder einzelnen Messung, so ist $\frac{dJ}{J} = \frac{2dr}{r}$. (Ein Abstand Lampe–Photometer ist konstant.) Ändert sich $J$ um 1%, so ändert sich $r$ um 0,5%. Bei Verschiebung des Photometers zwischen den Lichtquellen beträgt die entsprechende Änderung von $r$ 0,25%, wenn das Photometer ungefähr in der Mitte zwischen den Lichtquellen steht.

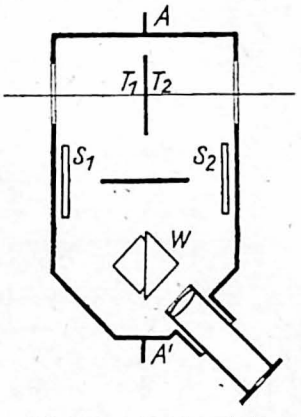



Abb. 284. Photometeraufsatz nach Lummer-Brodhun

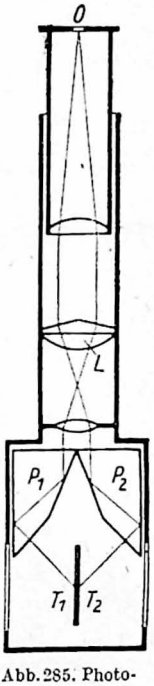



Abb. 285. Photometeraufsatz nach Bechstein

α) Photometeraufsatz nach Lummer-Brodhun. Vom Okular (Abb. 284) sieht man durch den Photometerwürfel $W$ über zwei Spiegel $S_1$ und $S_2$ auf die beiden Seiten $T_1$ und $T_2$ des Gipsschirmes. Im Feld ist die eine Seite von dem Licht beleuchtet, das von $T_1$ diffus reflektiert wird, die andere Seite entsprechend von $T_2$. Mit Hilfe der Okularlupe stellt der Beobachter sein Auge scharf auf das Feld ein. Das ganze Photometer ist um die Achse $AA'$ umschlagbar, um etwaige Asymmetrien auszugleichen.

*β*) Photometeraufsatz nach Bechstein. Es werden Zwillingsprismen verwendet, um das Feld zu erzeugen. Abb. 285 zeigt schematisch den Strahlengang im Photometer. Vom Gipsschirm $T_1\,T_2$ tritt das Licht über die total reflektierenden Prismen $P_1$ und $P_2$ durch zwei Linsen und die das Feld bildenden Zwillingsprismen $L$ in das Okular $O$. Im Gesichtsfeld entsteht durch die Optik ein Bild der beiden Gipsschirmseiten $T_1$ und $T_2$. Das Photometer zeichnet sich durch sehr gutes Verschwinden der Trennungslinien im Feld aus.

Die nachfolgend beschriebenen Photometer, Universalphotometer genannt, enthalten außer der Vergleichsvorrichtung eine Vergleichslichtquelle und eine Einrichtung zur meßbaren Schwächung des Vergleichslichtstromes. Sie sind also nicht an eine Photometerbank gebunden.

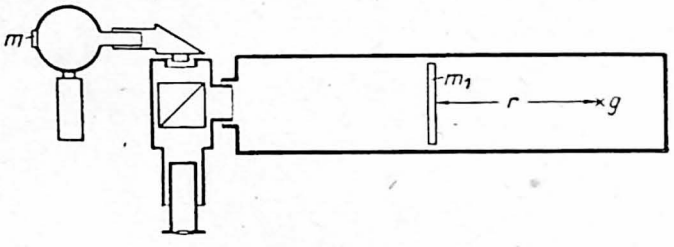


Abb. 286. Tubusphotometer

**b) Das Tubusphotometer** ist von Weber entwickelt und von Bechstein verbessert worden. Vor dem Milchglas $m$ (Abb. 286) steht in senkrechtem Abstande $R$ die zu messende Lichtquelle mit der Lichtstärke $J$. Der Vergleichslichtstrom wird von der elektrischen Glühlampe $g$ geliefert und beleuchtet die verschiebbare Milchglasscheibe $m_1$. Es sei der Abstand $m_1 \rightarrow g$ mit $r$ bezeichnet. Vom Okular sieht der Beobachter über den Würfel mittels geeigneter Optik auf $m$ und $m_1$. Durch Veränderung von $r$ gleicht man die Leuchtdichte von $m_1$ der Leuchtdichte von $m$ an. Dann ist $J = \frac{C}{r^2} \cdot R^2$. Die Photometerkonstante $C$ ist durch Eichung mit einer bekannten Lichtstärke zu bestimmen. Zur Erweiterung des Meßbereiches kann sowohl das Vergleichslicht wie auch das Licht der zu messenden Lampe meßbar, bei der Bechsteinschen Ausführung dekadisch, geschwächt werden.

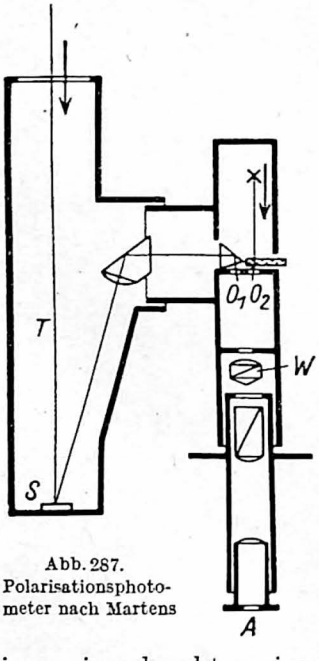


Abb. 287. Polarisationsphotometer nach Martens

Bei einer Konstruktion von Voege wird das Verschieben von $m_1$ zur Wahl des Meßbereiches benutzt. Eingestellt wird dadurch, daß eine zweite, $m_1$ beleuchtende Milchglasscheibe meßbar durch einen Sektor abgedeckt wird.

**c) Polarisationsphotometer.** Abb. 287 zeigt schematisch den Aufbau des Polarisationsphotometers von Martens. Vom einfallenden Lichtstrom wird die Gipsplatte $S$ beleuchtet. Von dort gelangt das Licht über zwei Umlenkprismen durch die Öffnung $O_1$ in den Meßteil des Photometers. Durch $O_2$ tritt über eine Milchglasscheibe das Vergleichslicht in den Meßteil. Beide Bündel werden in dem Wollaston-Prisma $W$ in zwei senkrecht zueinander polarisierte Teilbündel aufgespalten. Auf das Wollaston-Prisma ist ein Zwillingsprisma aufgekittet, das jedes Bündel noch einmal teilt. Es entstehen also von jeder der Öffnungen $O_1$ und $O_2$ vier Bilder, von denen

zwei (eins von $O_1$ und eins von $O_2$), die senkrecht zueinander polarisiert sind und zu verschiedenen Seiten des Zwillingsprismas gehören, im Okular übereinanderfallen. Der Beobachter sieht also die beiden Flächen des Zwillingsprismas, das das Gesichtsfeld bildet, in senkrecht zueinander polarisiertem Licht. Durch Drehung des zwischen Okular und Wollaston angebrachten Analysators wird auf Gleichheit im Feld eingestellt.
Es ist hier $J = C R^2 \cdot \mathrm{tg}^2\varphi$, wobei $\varphi$ vom Auslöschungspunkt für das Vergleichslicht zu zählen ist ($C$ = Photometerkonstante). Der Meßteil allein wird in Photometern für besondere Zwecke, z. B. Dichtemessern, vielfach verwendet.

Das Polaphot ist ein in seinem grundsätzlichen Aufbau dem Martensschen Photometer ähnliches Gerät. Die Reihenfolge der optischen Elemente ist etwas geändert. Im Strahlengang folgen von den Öffnungen $O$ zur Pupille hinter dem Wollaston-Prisma erst der Analysator und dann das Zwillingsprisma.

**d) Sektorenphotometer.** $\alpha$) Photometer nach Brodhun. Das Photometer ist mit einem Kontrastwürfel nach Lummer-Brodhun ausgerüstet. Eine Vergleichslampe beleuchtet die Vergleichs-Milchglasscheibe $m_1$. Das Licht dieser Milchglasscheibe wird mittels rotierender Prismen über einen nicht rotierenden verstellbaren Sektor (Abb. 277) geleitet und proportional der Sektoröffnung geschwächt. Das zu messende Licht fällt auf eine Milchglasscheibe $m$, die als Photometer-Auffangfläche dient. Es ist $J = C \cdot R^2 \cdot g$, wenn $g$ die Einstellung am Sektor und $R$ der senkrechte Abstand der Lichtquelle von $m$ ist. Die Photometerkonstante $C$ muß wieder durch Eichung bestimmt werden. Erweiterungen des Meßbereiches werden wie beim Tubusphotometer nach Weber-Bechstein vorgenommen. Das Photometer läßt sich auch ohne Milchglasscheibe auf der Seite des zu messenden Lichtes verwenden. Es wird eine Linse in den Strahlengang gestellt, die die anzuphotometrierende Fläche im Auge abbildet. Auf diese Weise können sehr kleine Leuchtdichten, z. B. die radioaktiv angeregter Luminophore, gemessen werden.

R. Sewig, Handb. d. Lichttechnik **1**, 269, 1938.

$\beta$) Photometer mit rotierender Linse. Es ist von Bechstein gebaut worden und unterscheidet sich von der Brodhunschen Ausführung nur durch die Art, wie das Vergleichslicht über den Sektor geführt wird. Mit Hilfe der Keillinse $L$ (Abb. 288) wird die Pupille exzentrisch in der Ebene des Sektors $S$ abgebildet. Von dort geht das Licht über zwei Linsen, die dicht am Sektor stehen, auf die Vergleichs-Milchglasscheibe $m_1$. Rotiert die Keillinse um die Achse $aa'$, so läuft das Pupillenbild über den Sektor. Im übrigen Aufbau entspricht es dem Photometer nach Brodhun.

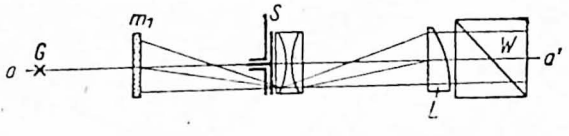


Abb. 288. Photometer mit rotierender Linse

**e) Photometer mit veränderlicher Blende.** $\alpha$) Stufenphotometer. Die beiden Blendenöffnungen $a$ und $b$ (Abb. 289), die die Eintrittspupillen der Objektive $Ob$ sind, werden von den zu vergleichenden Lichtströmen gleichmäßig ausgeleuchtet. Sie sind durch die Trommeln $T$ in ihrer Größe meßbar veränderlich und werden von $Ob$ über zwei Umlenkprismen $U$ und das Zwillingsprisma $Z$ in der Augenpupille konzentrisch abgebildet. Als Gesichtsfeld, auf das der Beobachter sein

Auge einstellt, dient das Zwillingsprisma. Eine Veränderung der Blendenöffnungen ändert das Öffnungsverhältnis des Auges und damit entsprechend den Helligkeitseindruck. Die Bilder von $a$ und $b$ im Auge sind so klein, daß sie immer von der Augenpupille ganz aufgenommen werden. Nur bei beträchtlichen Unterschieden ihrer Größe können Korrekturen infolge des Stiles-Crawford-Effektes (S. 514) erforderlich sein. Die eingestellten Blendenöffnungen werden in Prozenten der Maximalöffnung abgelesen.

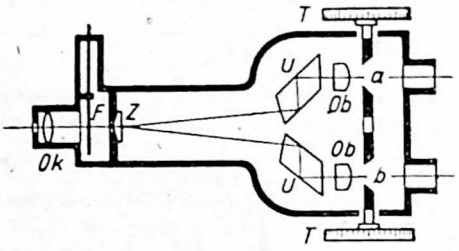



Abb. 289. Stufenphotometer

Das Photometer dient zu Absorptions- und Reflexionsmessungen. Es ist durch eine Reihe von Zusatzgeräten für alle Lichtmessungen verwendbar.

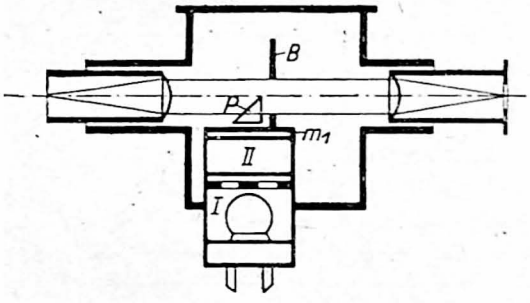



Abb. 290. Leuchtdichtemesser nach Bechstein

$\beta$) Leuchtdichtemesser nach Bechstein. Durch ein Linsensystem wird die zu messende Fläche im Gesichtsfeld abgebildet, das durch eine Blende $B$ (Abb. 290) begrenzt wird. Die eine Hälfte des Feldes wird ausgefüllt durch das Bild der zu messenden Fläche. Die andere Hälfte wird durch ein Prisma $P$ ausgefüllt, über das man auf die vom Vergleichslicht beleuchtete Milchglasscheibe $m_1$ sieht. Die Vergleichslampe sitzt in der innen weißen Kammer I. Diese Kammer ist durch zwei kongruente Lochscheiben mit der ebenfalls innen weißen, von $m_1$ abgeschlossenen, Kammer II verbunden. Die Schwächung des Vergleichslichtes geschieht durch Verdrehen der einen Lochscheibe gegen die andere. Dabei wird die freie Öffnung zwischen I und II geändert. Die Ablesung der Einstellungen erfolgt an einer geeichten Trommel. Durch die Anordnung der Löcher und der Lampe ist Sorge getragen, daß $m_1$ nur indirekt und gleichmäßig beleuchtet wird.

Weitere Photometer: R. Sewig, Handb. d. Lichttechnik 1, 312ff., 1938.

## C. Anwendung der Photometer bei der Messung der Grundgrößen

**a) Leuchtdichte.** Leuchtdichten werden durch unmittelbaren Vergleich gemessen, indem man die anzuphotometrierende Fläche im Gesichtsfeld oder in der Pupille abbildet. Die Vergleichs-Leuchtdichte wird dann derjenigen der Fläche angeglichen. Diese Angleichung wird in jedem Photometer vorgenommen. Die Grundmessung der Photometrie ist also eine Leuchtdichtemessung. Als Normal wird die Leuchtdichte des Schwarzen Körpers beim Erstarrungspunkt des Platins benutzt (S. 508). Ein anderer Weg zu eichen, ist folgender: Man beleuchtet (meist senkrecht) mit einer bekannten Lichtstärke eine mattweiße Fläche, deren Reflexionscharakteristik bekannt ist, z. B. mit MgO berußte Gipsplatte, und photometriert sie unter einem bestimmten Winkel an. Es sei $\varrho$ das Reflexionsvermögen unter dem betreffenden Winkel, $J$ die Lichtstärke der beleuchtenden Lampe und $r$

der Abstand in Metern zwischen Lampe und MgO-Schirm, dann ist die Leuchtdichte zahlenmäßig gegeben durch $B = \frac{J \cdot \varrho}{r^2 \cdot 10^4 \pi}$ sb. Ein dritter Weg zur Herstellung einer Eichleuchtdichte führt über eine Lichtstärkemessung. Die gleichmäßig leuchtende ebene Fläche $F$ in cm² habe in Richtung der Normalen die Lichtstärke $J$. Dann ist $B = \frac{J}{F}$ sb.

**b) Beleuchtungsstärke.** Eine Auffangfläche, z. B. die Milchglasscheibe am Kopf des Sektorenphotometers, werde an die Stelle gebracht, wo die Beleuchtungsstärke $E$ gemessen werden soll. Die durch den auftreffenden Lichtstrom erzeugte Leuchtdichte der Milchglasscheibe wird im Gesichtsfeld mit der Vergleichsseite verglichen. Es ist $E = Cg$.

Geeicht wird das Photometer dadurch, daß auf der Photometerauffangfläche eine bekannte Beleuchtungsstärke $E_1$ erzeugt wird. Wird die Auffangfläche von einer Lichtquelle der Lichtstärke $J$ aus der Entfernung $R$ senkrecht beleuchtet, und ergibt sich die Einstellung $g_1$, so ist die Photometerkonstante $C = \frac{E_1}{g_1} = \frac{J}{R^2 g_1}$.

Eine Fehlerquelle kann darin liegen, daß bei der Eichung die Auffangfläche senkrecht beleuchtet wird, bei der Messung aber allseitig. Der Fehler ist um so kleiner, je besser das Licht von der Auffangfläche zerstreut, d.h. je besser das Lambertsche Gesetz erfüllt wird (S. 530).

Als Auffangschirme werden benutzt:

Milchglasscheiben für die Beobachtung im durchgehenden Licht,

Gipsplatten mit oder ohne Niederschlag aus MgO für die Beobachtung im reflektierten Licht,

kleine Ulbrichtsche Kugeln mit einer Öffnung für den Lichteintritt. Anphotometriert wird dann eine nur indirekt beleuchtete Wandstelle (S. 520). Diese kleinen Ulbrichtschen Kugeln erfüllen das Lambertsche Gesetz recht gut.

Zur Messung von Beleuchtungsstärken auf Straßen usw. sind handliche und leichte Geräte konstruiert worden, die einen sehr großen Meßbereich haben. Allerdings ist dabei weniger Wert auf große Einstellgenauigkeit gelegt worden.

Mit jedem Photometer, mit dem man Beleuchtungsstärken messen kann, kann man auch Lichtstärken messen. Es ist nur die Beleuchtungsstärke mit dem Abstandsquadrat Lichtquelle–Photometerauffangfläche zu multiplizieren.

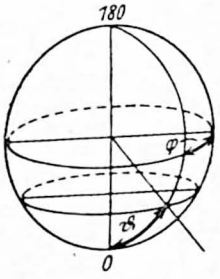


Abb. 291

**c) Lichtverteilung.** Um die Lichtstärke für eine bestimmte Ausstrahlungsrichtung, gegeben durch die Polarkoordinaten $\varphi$ und $\vartheta$ (Abb. 291), zu messen, wird meist ein Spiegelapparat benutzt, durch den ein gegen die Vertikale um den beliebigen Winkel $\vartheta$ geneigtes Strahlenbündel in die horizontale Richtung gebracht und ins Photometer gelenkt wird. In Abb. 292 sind die Spiegel $S_1$ und $S_2$ fest miteinander verbunden und können um eine horizontale Achse $A_1 A_2$ gedreht werden, die durch die Lichtquelle $L$ und den Photometerschirm geht. Die Einstellung von $\vartheta$ kann auch ohne Spiegel durch Heben oder Senken der Lichtquelle unter Berücksichtigung der Entfernungsänderung und

entsprechendes Neigen des Photometerschirmes erfolgen. Durch Drehen der Lichtquelle um eine vertikale Achse wird dann der Winkel $\varphi$ des Meridians eingestellt.

Um die Lichtverteilung einer Lichtquelle (die Verteilung ihrer Lichtstärken in Abhängigkeit von der Ausstrahlungsrichtung) darzustellen, gibt man, da die meisten Lichtquellen ziemlich symmetrisch zu ihrer Achse sind, gewöhnlich nur die Mittelwerte $J_\vartheta$ (die über $\varphi$ gemittelten Lichtstärken) für die einzelnen Poldistanzen $\vartheta$ an. Jeden solchen Mittelwert $J_\vartheta$ gewinnt man aus Messungen in (20 bis 60) gleichmäßig verteilten Meridianen. Die Werte $J_\vartheta$ werden in angemessenen Winkelabständen, etwa von 10 zu 10 Grad, bestimmt und in ein Polarkoordinaten-System eingetragen.

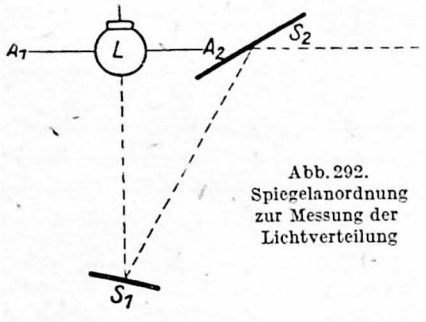


Abb. 292. Spiegelanordnung zur Messung der Lichtverteilung

Führt man die Messungen mit einem Spiegelapparat durch, so kann man die Lichtstärke in den einzelnen Ausstrahlungsrichtungen in einem willkürlichen Maß messen und dann mit einer bekannten Lichtstärke in einer Ausstrahlungsrichtung die ganze Meßanordnung eichen. Man findet die $J_\vartheta$, ohne die Absorption der Meßeinrichtung zu kennen.

Den Gesamtlichtstrom einer Lichtquelle berechnet man aus der Lichtverteilung zu $\Phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} J_{\vartheta\varphi} \cdot \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$, wenn $J_{\vartheta\varphi}$ die Lichtstärke in der durch $\varphi$ und $\vartheta$ bestimmten Richtung ist, oder zu $\Phi = 2\pi \int_0^{\pi} J_\vartheta \cdot \sin\vartheta \, d\vartheta = 2\pi \cdot \int_{\vartheta=\pi}^{\vartheta=0} J_\vartheta \, d(\cos\vartheta)$.

Über die praktische Ausrechnung dieser Integrale s. z. B. Liebenthal, Praktische Photometrie. Braunschweig 1907, S. 279ff.; Walsh, Photometry. London 1926, S. 91ff.

**d) Die Ulbrichtsche Kugel.** Mit Hilfe der Ulbrichtschen Kugel bekommt man den Gesamtlichtstrom durch eine Messung. Jede Stelle der Innenwand einer innen mattweißen Hohlkugel wird durch eine Lichtquelle im Innern erstens unmittelbar und zweitens mittelbar von der übrigen Kugelwand her beleuchtet. Es gilt nun der Satz, daß bei überall gleichem Reflexionsvermögen in der Kugel die mittelbare Beleuchtung gleichmäßig, und zwar proportional dem Gesamtlichtstrom der Lichtquelle ist, wenn der Wandanstrich das Lambertsche Cosinusgesetz erfüllt.

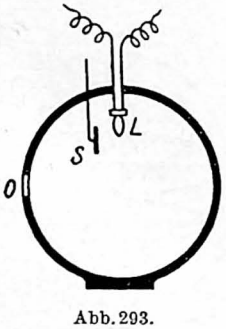


Abb. 293. Ulbrichtsche Kugel

Die innen mattweiß angestrichene, aus zwei (gewöhnlich gleichen) Teilen zusammengesetzte Hohlkugel (Durchmesser bis zu 3 m) besitzt bei $O$ eine im Verhältnis zur Gesamtfläche kleine Öffnung (Abb. 293). Diese Stelle wird durch einen beiderseitig mattweißen Schirm $S$ vor der direkten Bestrahlung durch die Lichtquelle $L$ geschützt. In $O$ ist ein Milchglas eingesetzt, dessen horizontale Lichtstärke oder besser (weil dann die Öffnung viel kleiner sein kann) dessen Leuchtdichte bestimmt wird. Bei sehr geringen Lichtströmen kann man auch das Milchglas entfernen und die Leuchtdichte der gegenüberliegenden Wand messen. Dann muß anstatt $O$ die gemessene Stelle gegen $L$ abgeschirmt sein. Zur Ausführung der Messung ver-

wendet man vorteilhaft ein Universalphotometer, dessen Pupille man auf die Milchglasscheibe bei $O$, bei sehr geringen Lichtströmen auf die $O$ gegenüberliegende Wandstelle der Kugel abbildet.

Die Ulbrichtsche Kugel wird zusammen mit dem zur Messung benutzten Photometer mit einem Normal geeicht, dessen Lichtstrom nach S. 520 bestimmt worden ist.

Weil jeder Innenanstrich dem Lambertschen Cosinusgesetz nur unvollkommen genügt, ist es nötig, die zu messende Lampe und die Normallampe in der Kugel an dieselbe Stelle zu bringen. Außerdem soll die Lichtverteilung der zu messenden Lampen der der Eichlampen möglichst ähnlich sein. Wegen der Selektivität der Reflexion des Kugelanstriches dürfen bei genauen Messungen nur Lampen gleicher relativer Energieverteilung miteinander verglichen werden. Über die Zusammensetzung der Anstrichfarbe s. DIN 5031.

Ulbricht, Das Kugelphotometer. München u. Berlin 1920; Rosa u. Taylor, Sci. Pap. Bur. Stand (Nr. 447), **18**, 281, 1922; Helwig, Das Licht **4**, 115, 135, 156, 1934.

## 3. Visuelle Messung verschiedenfarbiger Lichtquellen

**a) Allgemeines.** Das Problem der verschiedenfarbigen Photometrie ist folgendes: Es muß einer Leuchtdichte, die in einer anderen Farbe strahlt als das Normal, ein Wert in Stilb beigelegt werden. Es muß der Wert sein, den ein Auge messen würde, dessen spektrale Hellempfindlichkeit identisch ist mit der internationalen relativen spektralen Hellempfindlichkeits-Kurve (Tab. 45). Das Entsprechende gilt für Lichtstärken. Dieses Problem ist in der gesamten Photometrie anzutreffen. Der einfachste Weg wäre demnach, einen Beobachter auszuwählen, dessen Auge die gestellte Bedingung erfüllt oder ihr nahekommt. Im zweiten Fall könnte dann eine Korrektur der Augenempfindlichkeit mit einem Korrektionsfilter vorgenommen werden. Die beiden zu vergleichenden Leuchtdichten würde man dem Beobachter im Gesichtsfeld unmittelbar darbieten. Dieser Weg ist jedoch nicht gangbar, weil ein unmittelbarer Abgleich verschiedenfarbiger Leuchtdichten eine größere Unsicherheit in der Einstellung bedingt als ein gleichfarbiger Abgleich. Außerdem werden die Meßergebnisse abhängig von verschiedenen Umständen, wie Sättigung der Farbe, Gesichtsfeld, Leuchtdichte usf. Die Ergebnisse sind also nicht mehr unabhängig vom Weg, auf dem man zu ihnen gelangt ist.

Sehr wichtig ist, daß bei jedem nicht völlig gleichfarbigen Abgleich die Feldleuchtdichte etwa 10 asb $\left(= \frac{1}{10^3 \pi}\ \mathrm{sb}\right)$ nicht unterschreitet, weil sich sonst die spektrale Empfindlichkeit des Auges stark ändert und die Farbe blau überwertet wird (Purkinjesches Phänomen). Die Fehler, die dadurch verursacht werden können, sind in ihrer Größe nahezu unbeschränkt.

v. Kries, Z. techn. Physik **5**, 327, 1924; A. Kohlrausch, Licht u. Lampe **12**, 555, 1923; Ives, Phil. Mag. (6) **24**, 149, 1912; A. Kohlrausch, Pflügers Arch. Phys. **200**, 210, 1923; Weigel, Diss. Karlsruhe 1932; Schrödinger, Ann. Phys. **63**, 397, 1920; F. W. F. Kohlrausch, Phys. Z. **21**, 423, 1920; Schäfer, ebd. **26**, 58 u. 908, 1925; Jaumann, Z. Phys. **69**, 153, 1931; Weigel, Das Licht **3**, 17, 1933.

**b) Kleinstufenmethode.** Der zu überbrückende Farbunterschied wird nach und nach durch kleine für das Auge „mühelos zu bewältigende Farbsprünge" überbrückt. Die Zwischenfarben sind gewissermaßen Zwischeneichungen. Zu dieser Methode sind alle üblichen Photometer verwendbar.

**c) Flimmermethode.** Bietet man dem Auge zwei verschiedenfarbige Lichteindrücke periodisch nacheinander in demselben Gesichtsfeld dar, so verschwindet bei einer gewissen Frequenz das Farbflimmern, und es stellt sich eine einheitliche Mischfarbe ein. Diese Frequenz ist abhängig vom Farbunterschied der beiden Lichtquellen. Sind die zu vergleichenden „Gesichtsfeld-Leuchtdichten" gleich groß, so flimmert das Feld nicht, wenn die Wechselfrequenz so eingestellt ist, daß das Auge die Mischfarbe sieht. Sind die nacheinander dargebotenen Helligkeitseindrücke aber verschieden, so tritt ein Helligkeitsflimmern auf. Durch Veränderung eines der zu vergleichenden Lichtströme stellt man auf Flimmerfreiheit ein und erklärt die beiden dem Auge dargebotenen Reize für gleich groß. Die Einstellgenauigkeit ist dann am größten, wenn die Flimmerfrequenz so gewählt wird, daß das Farbflimmern gerade verschwindet. Bei sehr großer Frequenz verschwindet auch jedes Helligkeitsflimmern, wie der rotierende Sektor zeigt.

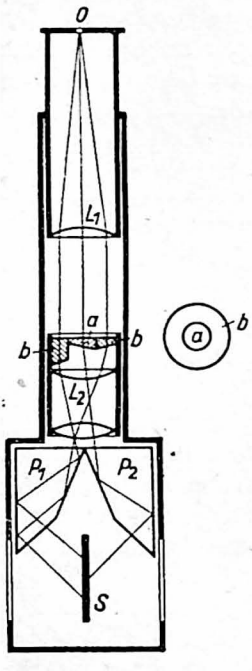


Abb. 294.
Flimmerphotometer

Das zur Zeit vollkommenste Flimmerphotometer (nach Bechstein) ist in Abb. 294 schematisch dargestellt. Der Doppelkeil *ab*, dessen beide Teile entgegengesetzt ablenken, rotiert. Der Teil *b* ist ringförmig, der Teil *a* kreisförmig ausgebildet und wird von *b* umschlossen. Es kreisen bei Drehung des Keils zwei von $L_1$ und $L_2$ entworfene Bilder der Austrittspupille *O* auf den beiden Vorderflächen der totalreflektierenden Prismen $P_1$ und $P_2$. Diese Vorderflächen werden von den beiden Seiten des Photometerschirmes *S* beleuchtet, so daß man bei Akkommodation auf die rotierenden Keile diese abwechselnd im Lichte der beiden Schirmseiten leuchten sieht. Die Verdoppelung der Erscheinung mit einem Phasenunterschied von 180° soll die Empfindlichkeit erhöhen. Das Flimmerphotometer läßt sich wie jeder andere Photometeraufsatz (S. 515) verwenden.

Die Ergebnisse, die nach dem Flimmerverfahren gewonnen sind, sind nicht ganz unabhängig von den Versuchsbedingungen. Das Gesichtsfeld darf z. B. nicht größer sein als 1,5°, wenn man reproduzierbare Ergebnisse erhalten will. Im langwelligen Spektralgebiet ist außerdem eine Abhängigkeit der Meßergebnisse von der Gesichtsfeld-Leuchtdichte beobachtet worden.

Über andere Flimmerphotometer s. Krüss, Z. Instrkde. **25**, 98, 1905; Guild, J. sci. instr. **1**, 182, 1923/24; Ives, Phil. Mag. [6] **24**, 149, 1912; Ives u. Brady, Phys. Rev. II **4**, 222, 1914; Kingsbury, J. Frankl.-Inst. **180**, 215, 1915.

**d) Filtermethode.** Die Farbe zweier Lichtströme wird physiologisch dadurch einander angeglichen, daß in den einen Strahlengang (oder in beide) ein Farbfilter gestellt wird. Nun ist für das Auge nur noch ein gleichfarbiger Abgleich nötig. Die Wirkung des Filters wird aus seinem spektralphotometrisch bestimmten

Durchlaßgrad ($\tau_\lambda$) mit Hilfe der international vereinbarten Werte für die relative spektrale Hellempfindlichkeit des Auges errechnet. Man bildet

$$\frac{\int_0^\infty E_\lambda V_\lambda \tau_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty E_\lambda V_\lambda d\lambda}.$$

$E_\lambda$ ist bekannt, wenn man die Farbtemperatur der Lichtquelle kennt,
$V_\lambda$ ist die internationale relative spektrale Hellempfindlichkeit,
$\tau_\lambda$ ist der spektralphotometrisch gemessene Durchlaßgrad.

Diese Methode ist „$V_\lambda$-getreu", wenn dabei erreicht wird, daß durch das Filter die relative spektrale Energieverteilung des einen Lichtstromes der des anderen gleich gemacht wird. Meistens wird aber nur eine physiologische Angleichung erreicht. In diesem Falle wirken sich individuelle Verschiedenheiten in der Augenempfindlichkeit der Beobachter auf die Meßergebnisse aus. Unbedenklich kann das Filterverfahren bei den Farbunterschieden angewendet werden, die bei der Glühlampen-Photometrie vorkommen. Sollen Gasentladungsröhren mit oder ohne Fluoreszenzstoff auf diese Art mit Glühlampen verglichen werden, so können die Lichtströme meist nur physiologisch einander angeglichen werden. Daher sind solche Messungen mit einer größeren Unsicherheit behaftet.

S.-B. Intern. Beleucht.-Komm. Paris 1921, S. 132; Ives, J. Frankl.-Inst. **188**, 225, 1919; v. Voß, Z. Bel.-Wes. **25**, 53, 1919; Ives, J. opt. Soc. Amer. **7**, 243, 1923; Priest, ebd. **7**, 1175, 1923.

Einige weitere Verfahren der verschiedenfarbigen Photometrie, die aber keine größere praktische Bedeutung gewonnen haben, sind: die Sehschärfenmethode (Weber, Wied. Ann. **20**, 326, 1883), die Methode von Macé de Lépinay (Lépinay, Ann. Chim. Phys. [5] **24**, 289, 1881).

## 4. Objektive Photometrie gleich- und verschiedenfarbiger Lichtquellen

Die objektive Photometrie benutzt als Strahlungsempfänger nicht das Auge, sondern andere Einrichtungen. Dabei erhebt sich sofort die Frage nach der „spektralen Hellempfindlichkeit" solcher Empfänger, denn in den der Photometrie zugrunde liegenden Einheiten ist die spektrale Hellempfindlichkeit des Auges enthalten. Da ganz allgemein die objektiven Empfänger einen anderen Empfindlichkeitsverlauf haben als das Auge, ergibt sich, daß sie entweder durch Filter oder Rechnung dem Auge angepaßt werden müssen oder nur zur Photometrierung gleicher relativer Energieverteilungen benutzt werden dürfen.

### A. Empfänger

**a) Schwarze Empfänger.** Thermoelemente und Bolometer sind im Sichtbaren nahezu schwarz, d.h. ihr Absorptionsvermögen ist nahezu gleich 1. Wird also vor einen schwarzen Empfänger ein Filter gesetzt, dessen Durchlässigkeit so gewählt ist, daß für ein energiegleiches Spektrum eine Verteilung $V_\lambda$ durchgelassen wird, so kann mit dieser Einrichtung photometrisch gemessen werden.

Über die Herstellung solcher Filter s. bei Karrer, Phys. Rev. II 5, 189, 1915, Courd, Ann. Phys. 54, 357, 1917; Ives, J. Frankl.-Inst. 186, 121, 1918.

Die Angleichung des Empfängers an die spektrale Hellempfindlichkeit $V_\lambda$ braucht nicht durch ein Filter zu geschehen, sondern man kann nacheinander mit mehreren Filtern messen und rechnerisch die Ergebnisse zu einer „$V_\lambda$-getreuen" Messung zusammenfügen. Es muß bei der Benutzung schwarzer Empfänger für photometrische Zwecke das sehr reich vorhandene, aber photometrisch unwirksame Ultrarot möglichst vollständig herausgefiltert werden. Das Thermoelement ist gegen Wärmeeinflüsse von außen zu schützen. Ein Vorteil dieser Methode ist die hohe zeitliche Konstanz, ein Nachteil die geringe Empfindlichkeit. Als Anzeigegeräte werden bei allen Thermoempfängern sehr empfindliche Spiegelgalvanometer benutzt.

König, Helv. Phys. Act. 10, 165, 1927.

**b) Photozellen.** In der Photometrie werden jetzt in steigendem Maße Photozellen verwendet, und zwar in der Hauptsache Alkalizellen und Selensperrschichtzellen. (Über Photozellen und ihre Wirkung s. S. 303 u. Bd. 2.) Die Alkalizellen werden fast nur im Laboratorium benutzt, wo die Photoströme mit Verstärkern verschiedener Art verstärkt werden können. Zur Messung der Photo-EMK werden auch vielfach empfindliche Elektrometer verwendet. Derartige Einrichtungen zeichnen sich durch ihre Empfindlichkeit und ihre Konstanz aus.
In der Praxis (aber auch für viele Zwecke im Laboratorium) werden überwiegend Selen-Sperrschichtzellen benutzt, bei denen Verstärker und Vorspannung unnötig sind. Der Photostrom kann unmittelbar mit Zeigerinstrumenten gemessen werden. Bei sehr kleinen Beleuchtungsstärken benutzt man Spiegelgalvanometer.
Es wird verschiedentlich angestrebt, die spektrale Empfindlichkeit von Sperrschichtzellen durch Filter der Augenempfindlichkeit anzugleichen, wobei zum Teil mehrere (auch nebeneinander) auf die Zelle gelegte Filter verwendet werden.

Dresler, Das Licht 3, 41, 1933; Knoll, Weigel, ebd. 8, 39, 1938.

Mit solchen Filterzellen kann man verschiedenfarbig photometrieren. Es ist aber ratsam, im Einzelfall die Angleichung zu überprüfen. In allen Fällen, wo nur Lichtströme gleicher Farbtemperatur verglichen werden, ist eine Anpassung der Zellen an das Auge nicht nötig. Es lassen sich bei relativen Lichtmessungen alle visuellen Photometer durch Photozellen ersetzen. Dabei besteht der Vorteil, daß die Zellen zum Unterschied vom Auge in großen Bereichen eine nahezu lineare Charakteristik haben.

## B. Anwendung der objektiven Photometer

**a) Photometer für technische Zwecke.** Eine Photozelle zusammen mit einem Galvanometer, das genügend unempfindlich gegen Erschütterungen ist, stellt ein Photometer dar, das in der Technik weitgehend verwendbar ist. Auf dem Markt sind eine große Anzahl solcher Instrumente. Meist haben sie eine in Lux geteilte Skala. In vielen Fällen sind Photozelle und Galvanometer in ein gemeinsames Gehäuse eingebaut. Zur Vergrößerung der Empfindlichkeit werden die Zellen vergrößert oder mehrere parallelgeschaltet. Es lassen sich mit diesen Instrumenten alle lichttechnischen Messungen ausführen. Die Fehlermöglichkeiten liegen, wie aus dem Abschnitt 4 A (S. 523) folgt, darin, daß bei der meist ungenügenden Anpassung an das Auge mit einer Eichung (bei einer bestimmten Farbtemperatur) verschiedene Energiezusammensetzungen gemessen werden müssen.

**b) Registrierphotometer.** Zur Registrierung gewisser zeitlich oder örtlich veränderlicher Lichtvorgänge dienen Registrierphotometer. Am einfachsten registriert man mit Hilfe einer Lichtmarke über ein Spiegelgalvanometer auf einem lichtempfindlichen Papier, das bewegt wird. Mit dieser Vorrichtung, die man selbst zusammenstellen kann, lassen sich nur verhältnismäßig langsam ablaufende Vorgänge registrieren. Wird anstatt des Spiegelgalvanometers z. B. ein Schleifenoszillograph verwendet, so lassen sich schnell ablaufende Vorgänge aufzeichnen, z. B. der zeitliche Lichtverlauf von Blitzlichtern usf.
Zur Auswertung von Spektralaufnahmen und allgemein zur Bestimmung örtlich verschiedener optischer Dichten sind Registrierphotometer konstruiert worden. Ein Spalt wird verkleinert auf der das Spektrum tragenden Photoplatte abgebildet und das hindurchgehende Licht durch Photozellen gemessen. Die Verschiebung der Platte mit dem Spektrum und die des Registrierstreifens (Platte oder Film) sind entweder durch ein Hebelsystem oder durch synchron laufende Getriebe gekoppelt. In beiden Fällen sind beide Vorschubgeschwindigkeiten regelbar.

## 5. Spektralphotometrie

Unter einem Spektralphotometer, einer Verbindung von Spektralapparat und Photometer, versteht man gewöhnlich ein Gerät zum photometrischen Vergleich zweier Spektralgebiete gleicher Wellenlänge, und zwar hauptsächlich zur Untersuchung der relativen spektralen Energieverteilung zweier Lichtquellen und zu Absorptionsmessungen. (Geräte, bei denen verschiedene Teile desselben Spektrums miteinander verglichen werden und die man wohl auch Spektralphotometer nennt, kommen hier nicht in Betracht.) Eine der wesentlichsten Fehlerquellen in der Spektralphotometrie ist die ungenügende Reinheit des Spektrums. Dieser Fehler ist je nach der Güte der Optik verschieden groß. Über Reinheit s. S. 353.

### A. Visuelle Methoden

**a) Doppelspaltmethode.** Der Kollimatorspalt eines Spektralapparates ist bei Vierordt in eine obere und eine untere Hälfte ohne Zwischenraum geteilt, die einzeln zu meßbaren Breiten verstellbar sind. Es entstehen auf einer Mattscheibe zwei übereinanderliegende sich berührende Spektren, aus denen durch eine rechteckige Blende ein nahezu einfarbiger Bezirk ausgeblendet wird. Man stellt auf gleiche Helligkeit durch Veränderung der Spaltbreiten ein. Die auf die Spalte fallenden Lichtströme sind dann für die betreffenden Wellenlängen den Spaltbreiten umgekehrt proportional, wobei unter Umständen eine Gerätekonstante $C$ eingeht, die wenig von 1 abweicht. In der Nähe der Grenze zwischen beiden Spektren machen sich leicht die unscharfen Bilder der horizontalen Grenzflächen vor dem Spalt liegender Gegenstände (Reflexionsprisma, Absorptionstrog) störend bemerkbar. Man kann diesen Mangel hier und in ähnlichen Fällen beseitigen durch Einschalten eines Albrechtschen Prismas, das aus Flintglas besteht und einen

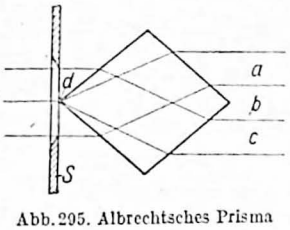


Abb. 295. Albrechtsches Prisma

rhombischen Querschnitt besitzt (Abb. 295), zuerst angewandt am Hüfnerschen Spektralphotometer. Die Kante $d$ liegt unmittelbar an der Spaltmitte senkrecht zum Spalt $S$. Die störenden Teile werden in den Zwischenraum $b$ zwischen die beiden zu vergleichenden Strahlenbündel $a$ und $c$ gebracht.

Hagen u. Rubens, Ann. Phys. 1, 352, 1900. Vgl. auch Hufen, Z. phys. Chem. 3, 562, 1889.

**b) Spektralphotometer nach Lummer-Brodhun.** Es besitzt zwei Kollimatoren $S_1$ und $S_2$ (Abb. 296) und in der Brennebene des dritten Rohres $F$ einen rechteckigen veränderlichen Okularspalt, der aus den beiden zusammenfallenden Spektren ein kleines Stück (kleiner als die Pupille) ausblendet. Das unmittelbar an diesem Okularspalt befindliche Auge akkommodiert auf die Hypotenusenfläche des Würfels $W$, die gleichmäßig in dem ins Auge tretenden Licht leuchtet. Gemessen wird durch Spaltbreitenänderung an den Kollimatoren $S_1$ oder $S_2$ oder besser durch einen im Lauf veränderlichen Sektor.

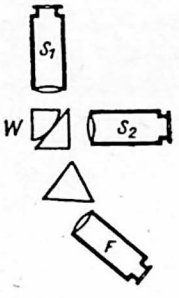


Abb. 296. Spektralphotometer nach Lummer-Brodhun

S. auch Guild, Trans. opt. Soc. 26, 74, 1924/25; Brace, Astrophys. J. 11, 6, 1900.

**c) Spektralphotometer nach König-Martens.** Das Instrument ist aus dem Martensschen Polarisationsphotometer (S. 516) durch Einbau eines Dispersionsprismas entstanden. Der geometrisch-optische Strahlengang ist bei beiden Photometern der gleiche. Die Öffnungen $O_1$ und $O_2$ (Abb. 287) sind ersetzt worden durch zwei Eintrittsspalte. Die durch die Optik in der Okularebene entworfenen acht Bilder der Eintrittsspalte sind wegen des Dispersionsprismas jetzt ganze Spektren, von denen zwei senkrecht zueinander polarisierte Wellenlänge für Wellenlänge übereinandergelegt werden. Ein Okularspalt, der vor dem Analysator steht, blendet daraus ein schmales Frequenzgebiet aus. Mit der Okularlupe akkommodiert der Beobachter auf die Dachflächen des Zwillingsprismas.
Bei der Messung werden die zu vergleichenden Lichtströme auf die Eintrittsspalte geleitet. Es können mit dem Gerät spektrale Energieverteilungen von Strahlern und Durchlässigkeiten von Filtern gemessen werden. Es empfiehlt sich, Energieverteilungen immer nach der Substitutionsmethode zu messen. Bei Durchlässigkeitsbestimmungen an Filtern ist es ratsam, das Verhältnis der beiden durch die Eintrittsspalte gehenden Lichtströme bei jeder Wellenlänge zu bestimmen, ehe das Filter in den einen Lichtstrom eingeschaltet wird. Über die Bestimmung des Durchlaßgrades s. S. 532.

**d) Filtermethode.** Bei Aufgaben, wo es nicht nötig ist, das Spektrum zusammenhängend zu durchlaufen, kann man mit Spektrallampen (Hg, Na, K, Rb, Ne, He u. a.) und sog. Monochromatfiltern eine ganze Anzahl Spektrallinien so weit aussondern, daß man von spektral reinem Licht sprechen kann. Mit dem so gefilterten Licht beleuchtet man zwei Milchglasscheiben, deren Leuchtdichte mit einem Photometer verglichen wird, wobei die eine Milchglasscheibe einmal unmittelbar und dann mittelbar durch das zu messende Filter anphotometriert wird. Hierfür sind Polarisationsphotometer sehr geeignet; aber auch andere Photometer lassen sich mit einigen optischen Hilfsmitteln dafür leicht herrichten.

In Fällen, wo der Durchlaßgrad eines Filters in seinem spektralen Verlauf nicht zu stark schwankt, kommt es nicht darauf an, daß das jeweils zur Messung benutzte Spektralgebiet sehr eng ist. Es genügt dann, daß aus normalem Glühlampenlicht Spektralbereiche durch Filter ausgesiebt werden.

Über verwendbare Filter s. Katalog der Firma Schott u. Gen., Jena und Zeiß, Jena.

Eine Messung dieser Art verläuft folgendermaßen. Zwei Leuchtdichten (die eine kann die Vergleichs-Milchglasscheibe im Photometer sein) werden verglichen, wobei vor dem Okular des Photometers das siebende Filter steht. Nach dieser Messung wird vor die eine Leuchtdichte das zu untersuchende Filter gesetzt und wieder gemessen. Das Filter setzt die Leuchtdichte auf einen bestimmten Bruchteil herab. Dieser Bruchteil ist gleich dem Durchlaßgrad des Filters. Wird also die Leuchtdichte auf 40 % ihres ursprünglichen Wertes gebracht, dann läßt das Filter 40 % des verwendeten Lichtes durch. Im Pulfrich-Photometer z. B. ist eine Revolverblende eingebaut, die es gestattet, neun oder mehr Filter einzuschalten, die das Spektrum in ebenso viele, annähernd gleiche Teile teilen. Der Durchlaßgrad, der gemessen worden ist, wird der Schwerpunkts-Wellenlänge des jeweilig siebenden Filters zugeordnet. Eine Fehlermöglichkeit bei diesem Verfahren liegt darin, daß steile Kanten der Durchlässigkeitskurve nicht sicher erfaßt werden.

### B. Objektive Methoden

**a) Spektralphotometer mit objektivem Empfänger.** Wie in allen Fällen der objektiven Photometrie wird wieder das Auge durch einen anderen Empfänger ersetzt. Das Spektrum, das zur Messung benutzt wird, wird in der Mehrzahl der Fälle durch Prismen erzeugt. Gitter liefern eine geringere Intensität. An die Stelle des scharfen Spektrums wird ein schmaler Empfänger gesetzt (Thermoelement oder Bolometer). Da Thermoempfänger schwarz sind, kann man mit ihrer Hilfe Lichtströme verschiedener Spektralbereiche energiemäßig vergleichen. Werden Photozellen verwendet (meist Alkalizellen mit Verstärker), so wird durch einen Spalt ein Wellenlängengebiet ausgeblendet und das divergierende Bündel auf die Photozelle geschickt. Da Photozellen selektiv sind, muß ihre spektrale Empfindlichkeit bekannt sein, wenn die Energien verschiedener Spektralgebiete in Beziehung gesetzt werden sollen. Bei Spektrographen muß der Empfänger durch das Spektrum geführt werden. Monochromatoren, bei denen das Prisma (die Prismen) gedreht und das Spektrum dabei über einen Austrittsspalt geführt wird, vermeiden die Empfängerbewegungen. Zur Erzielung größerer spektraler Reinheiten verwendet man Doppelmonochromatoren.

Sehr bequem lassen sich mit Doppelmonochromator und Thermoempfänger Energieverteilungen registrieren. Thermoelemente eignen sich dafür besonders gut, weil sie nicht selektiv sind und keinen Verstärker benötigen.

Bei der Messung von spektralen Filter-Durchlaßgraden ($\tau_\lambda$) spielt die Selektivität des Empfängers keine Rolle, weil nur relativ „mit Filter“ zu „ohne Filter“ an derselben Stelle des Spektrums gemessen wird. Objektive Empfänger können in derselben Weise verwendet werden, wenn einzelne Linien aus Linienspektren mit Filtern herausgesiebt werden oder wenn aus Glühlampenlicht ein Spektralgebiet z. B. durch Zeißsche *S*-Filter herausgenommen wird.

Bei allen objektiven Messungen muß darauf geachtet werden, daß die Nullpunktslage des Verstärkers stabil ist oder daß der Gang des Nullpunktes verfolgt wird. Bei Thermoempfängern kommen häufig Nullpunktswanderungen infolge allgemeiner Erwärmung vor.

Ornstein, Moll u. Burger, Objektive Spektralphotometrie, Sammlung Vieweg, Heft 108 u. 109. Braunschweig 1932.

**b) Photographische Methode.** Die Dichte einer belichteten und entwickelten photographischen Platte hängt ab von der Lichtmenge, die aufgestrahlt ist. Sie ist nicht im ganzen Dichtebereich der Platte der Lichtmenge proportional. Die Dichtekurve (Schwärzungskurve) ist nur in ihrem mittleren Teil linear. Diese Kurve muß möglichst von jeder Platte, die zur Messung benutzt werden soll, aufgenommen werden. Es sei $\Phi$ der auf eine belichtete und entwickelte Platte auffallende Lichtstrom und $\Phi_1$ der durchtretende. Damit ist der Durchlaßgrad $\tau = \frac{\Phi_1}{\Phi}$ und die Dichte $S = \lg \frac{1}{\tau}$.

Im mittleren geradlinigen Teil der Dichtekurve der Platte gilt dann $S = a + \gamma \cdot \lg \Phi$. Dabei hängt $S$ nicht nur von der Emulsion, sondern auch von der Entwicklung ab.

Für die photometrische Messung muß die $S$-Kurve bekannt sein. Sie kann dadurch bestimmt werden, daß die Platte nicht intermittierend nacheinander mit verschiedenen Lichtmengen gleicher Zusammensetzung an verschiedenen Stellen belichtet wird. Nach der Entwicklung werden die zugehörigen $S$-Werte bestimmt. Aus der Belichtungszeit und der Schwärzung einer geeichten Photoplatte läßt sich dann ein unbekanntes $\Phi$ bestimmen, das die Schwärzung hervorgerufen hat.

Für Spektralmessungen muß die $S$-Kurve für jeden Spektralbereich bestimmt werden. Das kann dadurch geschehen, daß eine ausgewertete Lichtschwächung (z.B. ein Graukeil oder eine Stufenblende nach Hansen) vor dem Spalt angebracht wird, deren Absorption mit der Spalthöhe stetig oder stufenweise steigt. Auf die Platte nimmt man zunächst ein Eichspektrum auf. Dann belichtet man dieselbe Platte an einer anderen Stelle ohne Schwächungsmittel mit derselben Belichtungszeit durch das zu untersuchende Filter hindurch und erhält ein zweites Spektrum. Durch Vergleich der Dichten am Ort einer jeden Wellenlänge im Eichspektrum und im gefilterten Spektrum ergibt sich der spektrale Durchlaßgrad des Filters. Ein Vorteil dieser Methode ist, daß sich mit einem Versuch ein Bild über den Verlauf der Durchlässigkeitskurve ($\tau_\lambda$) gewinnen läßt, ein Nachteil die größere Ungenauigkeit.

Schoen, Z. wiss. Photogr. **24**, 326, 1927; Scheibe, May u. Fischer, Chem. Ber. **57**, 1930, 1924; s. auch Gibson u.a., Sci. Pap. Bur. Stand. **18**, 121, 1923.

Die unter b) behandelte Methode befaßt sich mit dem Vergleich monochromatischer oder gleich zusammengesetzter Lichtströme. Soll Licht verschiedener Spektralgebiete miteinander verglichen werden, so muß auch noch die spektrale Empfindlichkeit der Photoplatte bekannt sein. Da die Bestimmung der spektralen Empfindlichkeit von Photoplatten sehr kompliziert ist und außerdem innerhalb einer Plattensorte nicht unwesentliche Schwankungen auftreten können, ist es nicht zu empfehlen, Lichtströme verschiedener Wellenlänge photographisch miteinander zu vergleichen. Bei der Bestimmung der Intensität von Spektrallinien bleibt oft kein anderer Weg. In diesem Falle müssen die Unsicherheiten in Kauf genommen werden.

## 6. Messung lichttechnischer Größen

### A. Reflexion

**a) Spiegelnde Reflexion.** Das Reflexionsvermögen $\varrho$ einer spiegelnden Fläche ist der (bei senkrechtem Auffall) zurückgeworfene Teil der Strahlung. Das Reflexionsvermögen durchsichtiger Körper ist durch ihr Brechungsvermögen bestimmt. Bei senkrechtem Durchtritt durch die Trennungsfläche zweier Mittel vom gegenseitigen Brechungsvermögen $n$ wird nach Fresnel der Bruchteil $\varrho = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ zurückgeworfen, z. B. an gewöhnlichem Glase gegen Luft $\left(\frac{1{,}5-1}{1{,}5+1}\right)^2 = \frac{1}{25}$. Auf Grund dieser Gleichung läßt sich das Brechungsvermögen im Gebiet langer Wellen, wo die Messung mit Prismen nicht möglich ist, aus dem Reflexionsvermögen bestimmen. Über schrägen Lichteinfall s. S. 492.

Undurchsichtige Körper, z. B. Metall, zeigen ihnen eigentümlich ein sehr verschiedenes, mit der Wellenlänge im allgemeinen wachsendes Reflexionsvermögen; vgl. 289. Der eindringende Bruchteil $1-\varrho$ gibt das Absorptionsvermögen des Körpers. Durch besondere Behandlung der Oberfläche läßt sich die spiegelnde Reflexion vermindern. Dieses wird dadurch erzielt, daß sich das an aufgedampften, aufgeätzten oder aufgeschleuderten Schichten und dasjenige von der Glasunterlage reflektierte Licht durch Interferenz auslöschen.

Das Reflexionsvermögen eines ebenen Spiegels bestimmt man dadurch, daß man eine Leuchtdichte einmal unmittelbar mißt und dann mittelbar über den zu untersuchenden Spiegel. Senkrechter Einfall läßt sich allerdings so nicht erreichen. Da das Reflexionsvermögen von Metallen in der Nähe des senkrechten Einfalls sich nur wenig mit dem Einfallswinkel ändert, genügt in den meisten Fällen dieses Verfahren.

Vgl. z. B. die Kurven für Silber und Stahl in v. Rohr, Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten, Berlin 1904, S. 524 und v. Fragstein, Ann. Phys. **17**, 9, 1933.

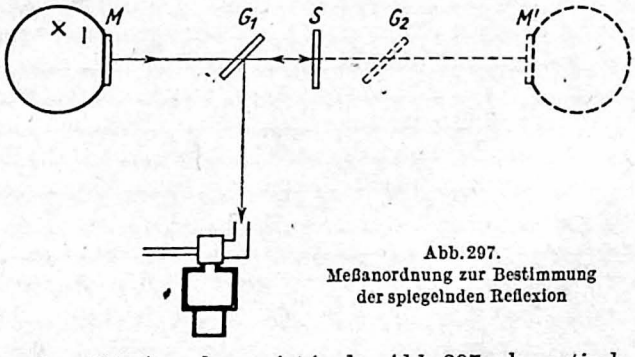



Abb. 297.
Meßanordnung zur Bestimmung der spiegelnden Reflexion

Für senkrechten Einfall kann das Reflexionsvermögen über eine planparallele Glasplatte bestimmt werden. Die Anordnung ist in der Abb. 297 schematisch dargestellt. $M$ ist eine leuchtende Milchglasscheibe, $S$ der zu untersuchende Spiegel, $G_1$ eine planparallele Platte. Die Leuchtdichte von $M$ wird über $G_1$ und $S$ gemessen. Zur Eichung der Einrichtung wird $S$ entfernt und $M$ in die Lage $M'$ gebracht. Zum Ausgleich der durch $G_1$ entstehenden Verluste wird die $G_1$ gleiche Glasplatte $G_2$ in den Strahlengang gestellt.

Das gleiche Verfahren ist bei Hohlspiegeln anwendbar; es muß jedoch die Spiegelkrümmung durch eine Linse passender Brennweite kompensiert werden.

Hagen und Rubens haben das Reflexionsvermögen von Hohlspiegeln bei nahezu senkrechtem Lichteinfall (Abweichung etwa $\frac{1}{4}°$) dadurch bestimmt, daß sie die Leuchtdichte einer kleinen Lichtquelle (glühender Platinstreifen), die dicht neben dem Krümmungsmittelpunkt angebracht war, verglichen mit der Leuchtdichte des Bildes, das von dem Hohlspiegel dicht daneben entworfen wurde.

Hagen u. Rubens, Ann. Phys. **1**, 352, 1900.

Über Glanzmessungen s. Klughardt, Z. techn.Phys. **8**, 109, 1927; Richter, Zentr.-Ztg. opt. Mechan. **49**, 287, 1928.

**b) Diffuse Reflexion.** Wird eine vollkommen diffus reflektierende Fläche von einer Lichtquelle der Lichtstärke $J$ unter dem Einfallswinkel $i$ beleuchtet, so ist ihre Lichtstärke unter dem Ausstrahlungswinkel $\varepsilon$ proportional $J \cdot \cos i \cos \varepsilon$ (Lambert). Bei konstanter Beleuchtungsstärke ist also ihre Leuchtdichte unabhängig von der Ausstrahlungsrichtung. Dasselbe gilt für durchscheinende, das Licht vollkommen zerstreuende Körper.

Das Lambertsche Gesetz wird selbst von den besten lichtzerstreuenden Substanzen nur angenähert erfüllt. Man prüft seine Gültigkeit, indem man die zerstreuende Fläche mit einem konstanten Lichtstrom unter verschiedenen Winkeln $i$ und unter verschiedenen Azimuten beleuchtet und die Leuchtdichte für verschiedene Winkel $\varepsilon$ bestimmt.

Wenn eine ebene, vollkommen diffus zerstreuende Fläche $f$ senkrecht die Lichtstärke $J$ abstrahlt, so sendet sie nach allen Seiten (in den räumlichen Winkel $2\pi$) den Lichtstrom

$$\Phi = J \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi = \pi \cdot J$$

(Abb. 291, $f$ ist im Kugelmittelpunkt horizontal liegend nach unten strahlend zu denken), oder wenn $B$ ihre Leuchtdichte ist $\left(\text{da } B = \frac{J}{f}\right)$, den Lichtstrom $\Phi = B\pi \cdot f$, $f$ in Quadratzentimetern gemessen. (Die letzte Gleichung gilt auch für selbstleuchtende, dem Lambertschen Cosinusgesetz folgende Flächen.)

Fällt auf eine diffus reflektierende Fläche ein Lichtstrom $\Phi$ und reflektiert sie nach allen Seiten den Lichtstrom $\Phi \cdot \varrho$, so nennt man den Bruch $\varrho$ das Reflexionsvermögen der diffus zerstreuenden Fläche. Praktisch hängt das Reflexionsvermögen oft von der Richtung des auffallenden Lichtes ab. Gewöhnlich bestimmt man es bei senkrechtem oder bei allseitig gleichmäßigem Lichteinfall.

Für Magnesiumoxyd, niedergeschlagen auf eine Fläche durch Verbrennen von Magnesium, ist bei senkrechtem Lichteinfall $\varrho = 0{,}95$, gemessen mit rotem Licht von Henning u. Heuse, Z. Phys. **10**, 111, 1922; ferner für Magnesiumkarbonat und weißes Licht nach Taylor und anderen etwa $\varrho = 0{,}98$.

Zur Bestimmung des Reflexionsvermögens beleuchtet man die zu untersuchende Fläche mit einem bekannten Lichtstrom $\Phi$ und mißt die Lichtverteilung des von der reflektierenden Fläche abgestrahlten Lichtes durch Leuchtdichte- oder Lichtstärkemessungen (bei verschiedenen Ausstrahlungswinkeln). Durch Integration ermittelt man den reflektierten Gesamtlichtstrom $\Phi_r$. Dann ist $\varrho = \frac{\Phi_r}{\Phi}$.

Entsprechend verfährt man bei diffuser Durchlässigkeit.

Stoffe mit diffuser und gerichteter Reflexion oder Durchlässigkeit verlangen besondere Sorgfalt bei der Messung der Lichtverteilung, damit die Spiegelspitze bzw.

die gerichtete Durchlässigkeit sicher erfaßt wird. Bei solchen Stoffen hängt die Lichtverteilung des reflektierten bzw. durchgelassenen Lichtes von den Dimensionen und der Leuchtdichte der beleuchtenden Lichtquelle ab.

Taylor, Sci. Pap. Bur. Stand. **16**, 421, 1920; **17**, 1, 1921; Karrer, ebd. **17**, 203, 1921; Ulbricht, Z. Bel. Wes. **27**, 51, 1921; Kubelka u. Munck, Z. techn. Phys. **12**, 593, 1931; Hansen, Zellstoff u. Papier **18**, 393, 1938.

### B. Trübung

Sendet man in einen Stoff, in dem sich suspendierte, sehr kleine Teilchen befinden (trübe Flüssigkeit, kolloide Lösung, Rauch, Nebel), einen gebündelten Lichtstrom, so sieht ein seitlich auf den Lichtstrom blickendes Auge den Weg der Strahlen infolge des Lichtes, das an den suspendierten Teilchen gebeugt ist. Man nennt dies gebeugte Licht Tyndall-Licht (Tyndall 1868). Für den Fall, daß die beugenden Teilchen kugelförmig und klein gegen die Lichtwellenlänge sind und daß ihre Brechungszahl nur wenig von dem des umgebenden Mediums abweicht, gilt nach Rayleigh für die Beleuchtungsstärke, die von der Volumeinheit und einem unpolarisierten primären Lichtstrom durch das gebeugte Licht in einer Entfernung $r$ hergestellt wird,

$$E = K \cdot \Phi_0 (1 + \cos^2 \vartheta) \cdot \frac{n \cdot v^2}{r^2 \lambda^4},$$

wenn $\vartheta$ der Winkel ist, den das ausgestrahlte Licht mit dem Primärstrahl bildet, $v$ das Volum eines Teilchens, $n$ die Zahl der Teilchen in der Volumeinheit des Stoffes, $\lambda$ die Wellenlänge, $K$ eine von dem Brechungsvermögen des Stoffes und der suspendierten Teilchen abhängige Größe.

Man erkennt aus dem Faktor $\frac{1}{\lambda^4}$, daß das gebeugte Licht bläulich ist, wenn das primäre weiß ist (Bläue des Himmels). Das Tyndall-Licht, das obiger Formel folgt, ist für $\vartheta = 90°$ vollkommen polarisiert (in der durch den Primärstrahl und die Ausstrahlungsrichtung des Tyndall-Lichtes gehenden Ebene); für größere und kleinere ist es teilweise polarisiert, und zwar nimmt von $\vartheta = 90°$ der polarisierte Anteil mit wachsendem und abnehmendem $\vartheta$ zu Null ab.

Nach Rayleigh sind dann von anderen Forschern, namentlich Mie, Blumer, Gans, Formeln für metallische Teilchen (kolloide Metall-Lösungen), auch für größere Kügelchen und ellipsoidische Teilchen entwickelt worden.

Quantitative Bestimmung des Tyndall-Lichtes in Verbindung mit einer Untersuchung des Polarisationszustandes kann Aufschluß über Gestalt, Größe und Menge der beugenden Teilchen geben. Bei der photometrischen Messung ist wegen der Schwäche des Tyndall-Lichtes und der Nähe des primären auf Abblendung zu achten. Wegen der Farbdifferenzen muß man meist mit Farbfiltern oder, wenn es die Lichtintensität gestattet, spektralphotometrisch arbeiten.

Nach obiger Formel ist die Lichtstärke der Volumeinheit des trüben Stoffes proportional $nv^2$. Wenn die Größe der suspendierten Teilchen ($v$) konstant ist, kann man die Konzentration $c = n \cdot m = n \cdot s \cdot v$ einführen, wo $m$ die Masse eines Teilchens und $s$ die Wichte ist. Dann ist die Lichtstärke der Volumeinheit der Substanz mit $n \cdot v^2 = \frac{c \cdot v}{s}$ proportional, also proportional der Konzen-

tration. Darauf beruht die Bestimmung der Konzentration durch Messung des Tyndall-Lichtes.
Geräte zur Messung der Stärke des Tyndall-Lichtes nennt man Trübungsmesser, auch Nephelometer. Der von Mecklenburg und Valentiner konstruierte Tyndallmeter vergleicht das Primärlicht mit dem senkrecht zu ihm abgebeugten mit Hilfe des Photometerwürfels. Gemessen wird durch Nicoldrehung. Die notwendige starke Schwächung des Primärlichtes geschieht durch Rauchgläser und Reflexion an einer matten grauen Platte. Zum Stufenphotometer (S. 518) gibt es Zusatzgeräte zur Messung des Tyndall-Lichtes an festen, flüssigen und gasförmigen Substanzen, und zwar wird das Tyndall-Licht zweier Substanzen bei gleicher, von derselben Lichtquelle ausgehender Primärbeleuchtung photometrisch verglichen. Der Ausstrahlungswinkel beträgt bei flüssigen und gasförmigen Substanzen 45°. Als Bezugsnormal kann für Flüssigkeiten, die in Bechergläsern in das Gerät gebracht werden, ein beigegebenes trübes Glasprisma dienen.

Ferner sind Kolorimeter (S. 534) zu Nephelometern umgestaltet worden (Kober, Kleinmann). Bei ihnen werden die Flüssigkeitssäulen horizontal von vorn beleuchtet, während alles sonstige Licht ausgeschlossen wird. Meßbar verändert wird entweder die Höhe der einen Flüssigkeitsschicht oder die Höhe der einen beleuchteten Schicht.

Die sog. Trübgläser (Milch-Opalgläser) werden nach den Grundsätzen von Abschn. 6 A (S. 530) auf Reflexion, Durchlässigkeit und Absorption untersucht. Man unterscheidet Tyndall-Licht von Fluoreszenzlicht durch Anwendung von Farbfiltern. Fluoreszenzlicht besitzt fast nie die gleiche, gewöhnlich eine größere Wellenlänge als das erregende Licht. Außerdem ist Tyndall-Licht meist (teilweise) polarisiert, Fluoreszenzlicht selten.

### C. Absorption

Unter Absorption versteht man den Energieverlust, den ein Lichtstrom auf seinem Wege durch ein optisch klares Medium durch Übergang von strahlender Energie in stofflich gebundene erleidet. Der Verlust $-d\Phi$ in der Schicht $dx$ ist proportional dem jeweils vorhandenen $\Phi$. Es ist $-d\Phi = m\Phi dx$. Durchläuft der Lichtstrom die Strecke $d$ im Medium und ändert sich der Anfangswert $\Phi_i$ auf den Endwert $\Phi_e$, so ist $\Phi_e = \Phi_i \cdot e^{-m_n d}$. Man nennt $m_n$ den natürlichen Extinktionsmodul (von der Basis $e$ der natürlichen Logarithmen).
Schreibt man $\Phi_e = \Phi_i \cdot \delta^d$, so ist $\delta$ der Durchsichtigkeitsmodul, d.h. der Bruchteil des eingetretenen Lichtes, das von der Schichtdicke 1 durchgelassen wird. Bei diesen Überlegungen ist zu beachten, daß die Reflexionen nicht berücksichtigt worden sind. $\Phi_i$ ist der Lichtstrom im Medium unmittelbar nach dem Eintritt, $\Phi_e$ der Lichtstrom im Medium unmittelbar vor dem Austritt.
Schließlich kann der Zusammenhang zwischen $\Phi_e$ und $\Phi_i$ folgendermaßen geschrieben werden: $\Phi_e = \Phi_i \cdot 10^{-m d}$. Es ist $m$ (ohne Index) der dekadische Extinktionsmodul.

**a) Durchlässigkeit.** Steht ein planparalleles Filter (wenn fest, beide Seiten gut poliert, wenn flüssig oder gasförmig, in einem Trog oder einer Küvette) in einem Lichtstrom, so absorbiert es im Innern und reflektiert an den Grenzflächen.
Der Durchlaßgrad $\tau$ ist definiert durch die Gleichung $\tau = \frac{\Phi_d}{\Phi}$.

$\Phi_d$ ist der durch das Filter hindurchgehende Lichtstrom, $\Phi$ der auffallende Lichtstrom.
Einem konstanten $\Phi$ sei objektiv oder subjektiv eindeutig eine Zahl $z$ zugeordnet. $z$ enthalte alle Gerätekonstanten. Es werde $\Phi$ durch das zu untersuchende Filter geschickt und dem $\Phi_d$ in demselben Maß die Zahl $z_1$ zugeordnet. Dann ist $\tau = \frac{z_1}{z}$.
Man stellt vorteilhaft das Filter immer in paralleles Licht, weil dann kleine Unebenheiten den geringsten Einfluß haben. Außerdem ist der Lichtweg im Filter in diesem Falle sehr angenähert gleich der Dicke des Filters.
Geht in $z$ und $z_1$ die Entfernung Lichtquelle → Photometer-Auffangfläche ein, so ist die Wegverkürzung $\frac{d(n-1)}{n}$ zu berücksichtigen, die durch Einschalten des Filters von der Dicke $d$ und dem Brechungsvermögen $n$ in den Strahlengang bedingt ist.
Den spektralen Durchlaßgrad $\tau_\lambda$ bestimmt man durch sinngemäße Anwendung der beschriebenen spektralphotometrischen Methoden.

Die visuelle Gesamtdurchlässigkeit eines Filters errechnet sich mit Hilfe der relativen spektralen Hellempfindlichkeit des Auges (Tab. 45) aus den Werten $\tau_\lambda$ nach der Formel

$$\tau = \frac{\int E_\lambda \tau_\lambda V_\lambda d\lambda}{\int E_\lambda V_\lambda d\lambda} \quad \text{(s. auch S. 523).}$$

Es sei $\varrho$ der Reflexionsverlust, der an einer Grenzfläche zweier Medien auftritt. Die Größen $\delta$, $\varrho$, $\tau$ hängen dann folgendermaßen zusammen: $\tau = (1-\varrho)^2\delta^d$. Diese Formel ergibt sich, wenn das Licht vernachlässigt wird, das im Filter von der Dicke $d$ durch wiederholte Reflexion hin und her geht. Ohne die Vernachlässigung ergibt sich

$$\tau = \frac{(1-\varrho)^2 \cdot \delta^d}{1-\varrho^2 \cdot \delta^{2d}}.$$

Es muß darauf hingewiesen werden, daß das $\varrho$, das sich bei Anwendung der Fresnelschen Formel ergibt, meist nur rechnerischen Wert hat. Die tatsächliche Reflexion hängt weitgehend von der Oberflächenbeschaffenheit des Filters ab, z. B. von anhaftender Feuchtigkeit, Staubteilchen usf.
Man kann die Reflexion vermeiden, indem man das Filter während der Messung in eine Flüssigkeit von gleichem Brechungsvermögen eintaucht. Der Trog mit der Flüssigkeit bildet dann einen Teil des Gerätes und muß immer im Strahlengang bleiben. Wird mit einem Vergleichsstrahlengang gemessen, so läßt sich die Wirkung der Flüssigkeit dadurch aufheben, daß ein kongruenter Trog in den Vergleichsstrahlengang gestellt wird.
Soll bei einem Flüssigkeitsfilter die Reflexion vermieden werden, so muß man bei verschiedenen Schichtdicken messen.

**b) Dichte (Schwärzung).** Die optische Dichte $S$ eines Stoffes, z. B. einer Photoplatte, hängt mit dem Durchlaßgrad durch die Beziehung $S = \lg \frac{1}{\tau}$ zusammen. Dichtebestimmungen gehen also auf Durchlässigkeitsmessungen zurück.
Da die Schicht photographischer Platten eine mehr oder weniger gekörnte Struktur hat, streut sie das Licht entsprechend. Bei Durchlässigkeitsmessungen in gerichtetem Licht beeinflußt also das Öffnungsverhältnis der Optik die Ergebnisse. Um von den Meßbedingungen unabhängig zu werden, beleuchtet man die Schicht

allseitig, meist unter Verwendung einer Milchglasscheibe als Diffusor. Mit dem Milchglas wird die zu untersuchende Schicht in Berührung gebracht.
Von den Teilen der Photoplatte, die zwar beleuchtet, aber nicht zur Messung benutzt werden, kann Streulicht ausgehen und den Meßfleck zusätzlich aufhellen. Diese Fehlerquelle vermeidet man, wenn nur die zur Messung verwendeten Teile der Platte beleuchtet werden. Bei optisch klaren Medien, z. B. Graugläsern, sind diese Vorsichtsmaßregeln von geringerer Bedeutung.

Über Registrierphotometer, mit denen die Dichteverteilung von Spektrallinien gemessen wird, s. S. 525.

Da Dichtemessungen in der Technik außerordentlich häufig sind, sind eine ganze Anzahl dazu geeigneter Geräte entwickelt worden und z. T. im Handel.

Callier, Z. wiss. Photogr. **7**, 257, 1919; Hartmann, Z. Instrkde. **19**, 97, 1899; Messers u. Foote, Sci. Pap. Bur. Stand. **16**, 299, 1920; Rosenberg, Z. Instrkde. **45**, 313, 1925; Koch, Ann. Phys. **39**, 705, 1912; Goos, Z. Instrkde. **41**, 313, 1921; Goos u. Koch, Z. Phys. **44**, 855, 1927; Hansen, Ann. Phys. **78**, 558, 1929; Z. Instrkde. **47**, 71, 1927; Moll, Proc. Phys. Soc. London **33**, 207, 1921; Lange, z. techn. Phys. **12**, 600, 1932.

**c) Konzentration.** Die Konzentration einer gefärbten Lösung ist proportional dem Extinktionsmodul $m$, sowohl dem natürlichen als auch dem dekadischen (Beer). Es ist also $\frac{c_1}{c_2} = \frac{m_1}{m_2}$, wenn $c_1$ und $c_2$ die Konzentrationen von Lösungen bedeuten, deren Extinktionsmoduln $m_1$ und $m_2$ sind. Zwei Lösungen gleicher Art, aber verschiedener Konzentration mögen bei den Schichtdicken $d_1$ bzw. $d_2$ den gleichen Durchlaßgrad haben, dann ist $m_1 d_1 = m_2 d_2$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{d_2}{d_1}$. Die Konzentrationen sind umgekehrt proportional den Schichtdicken, bei denen die Durchlaßgrade gleich sind.

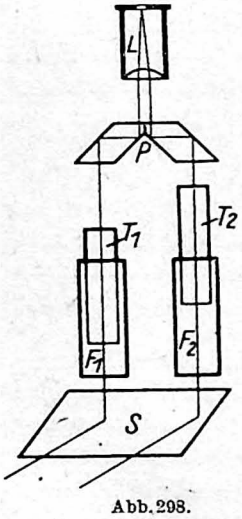


Abb. 298. Konzentrationsmesser

Ein Kolorimeter (Duboscq), mit dem die beschriebenen Messungen ausgeführt werden können, sei hier erläutert (Abb. 298). Der Name Kolorimeter ist unglücklich gewählt, aber weit verbreitet. Das Licht wird durch den Spiegel $S$ in die beiden Flüssigkeitssäulen $F_1$ und $F_2$ geworfen. Die beiden Reflexionsprismen $P$ und die Lupe $L$ bilden die photometrische Vergleichsvorrichtung. $T_1$ und $T_2$ sind Tauchzylinder, mit deren Hilfe die Schichtdicken eingestellt werden, bei denen im Feld Gleichheit herrscht.
Bei gegebenen Schichtdicken wird das Verhältnis der Durchlässigkeit bestimmt. Zu diesen Messungen sind alle Photometer verwendbar. Besonders geeignet sind das Stufenphotometer und das Polaphot. Zu diesen Instrumenten sind außerdem Absorptionsgefäße mit meßbar veränderlicher Flüssigkeitsschicht konstruiert worden.
Ist die Konzentration einer Lösung bekannt, so kann damit die einer anderen gleich zusammengesetzten bestimmt werden. Zu den Messungen verwendet man vorteilhaft nicht weißes Licht, sondern ein Spektralgebiet (durch Filter herausgesiebt), in dem die Absorption hinreichend groß ist, weil dann die Helligkeitsschwankungen mit der Konzentration größer werden.
Ein Mikrokolorimeter ist von Bechstein entwickelt worden, für das bei einer Tauchtiefe bis zu etwa 60 mm nur etwa 1 cm³ Flüssigkeit notwendig ist. Es eignet sich wegen des geringen Flüssigkeitsbedarfes besonders für medizinische Zwecke.

# Sachverzeichnis

(Schräg gedruckte Ziffern verweisen auf die Tabellen in Bd. II)


Abbesches Okular 401
— Prisma 400
Abbildungsmaßstab 319
Abfunkeffekt 366
Abkühlungsgesetz, Newtonsches 161
Ablenkungswinkel (opt.) 397
Ablesemikroskop 390
Abreißbogen 105
Abschirmung magnetischer Felder durch Supraleiter 317
Absorption (photometr.) 532
— im Ultrarot *39. 40. 41. 42*
Absorptionsbanden im Ultrarot *39. 40*
Absorptionslinien 456
Absorptionsvermögen 289
Absperrvorrichtung 203
Achsenbilder (Kristalle) 470
Achsenwinkel (Polarisation) 472
Adhäsionswaage 105
Adiabatisches Kalorimeter 259
Adsorption 180. 239
Adsorptionskohle 240
Adsorptionsthermostaten 153
Ähnlichkeitsprinzip 56
Ätzen von Glas 52
Aktivierte Kohle 240
Aktivierungstemperatur 180
Akustik 110
Akustischer Widerstand 110
Albrechtsches Prisma 525
Alfol 152
Alkoholthermometer 159
Ammoniak, Reindarstellung 169
Ampere 8
Amperewindungen 12. 13
Amplitudenkorrektion 65. 73
Amylazetatlampe 509
Anemometer 55
Aneroidbarometer 192
Angström-Einheit 3. 351. 428
Anlaufsgeschwindigkeit 76
Anlegegoniometer 45
Anomale Dispersion 386
Anregungsenergie *46*
Anregung von Spektren 448. 453
Ansprengen von Endmaßen 36
Antimonpunkt 148. 151
Apertometer 347
Apertur, numerische 346
Apostilb 510
Aräometer 208
Arbeit 6
Argon, Reindarstellung 168
Aspirations-Psychrometer 244
Aspirator 247
Astigmatische Differenz 322
— Linsen 333
Astigmatismus 322. 339
Atmosphäre 5
—, künstliche 150
Atmosphärische Luft, Bestandteile *9*
Atomspektren 438. 448
Atomwärme 260
Auerbrenner 429
Auerstrumpf, Strahlung 292
Auflösungsvermögen (optisch) 344. 361. 428
Auftriebsmethode 207. 210
Auge, Hellempfindlichkeit *45*
—, normales 340
Ausdehnung durch Wärme 223
— fester Stoffe 223. *25. 65*
— von Flüssigkeiten 226. *66*
— von Gasen 227. *67*
Ausdehnungskoeffizient von Gasen *26*
— wäßriger Lösungen *6*
Ausfrieren von Gasverunreinigungen 314
Ausgleichsrechnung 17ff.
Außerordentlicher Strahl 465
Ausströmungsmethode 217
Austauschkalorimeter 263
Auswahlregeln 441
Auswertung von Beobachtungen 14
Autokollimation 391. 401
Autokollimationsfernrohr 48
Autokollimationskopf 327
Avogadrosches Gesetz 214
Avogadrosche Zahl *75*
Azimutblende 347

Backscher Abreißbogen 445
Balkenwaage 26
Bandenserien 460
Bar 5
Barometer 190
Barometerprobe 182
Barometerstand, Reduktion *11*
Barometerverschluß 189
Bauschinger-Effekt 88
Bauschinger-Gerät 78
Beckmannsche Geräte (Molekulargewicht) 236
Beckmann-Thermometer 158
Beleuchtungsstärke 509. 519
Beleuchtungssystem 349
Berichtigung 15
Bernoullisches Theorem 55
Besselsche Punkte 34
Beugungsgitter 361. 367
— durch Schallwellen 138
Beugungsscheibchen 344
Bewegungsgröße 4
Biegungsfestigkeit 79
Biegungsschwingungen 83
Bifilare Aufhängung 74
Bildbrennpunkt 319
Bildwölbung 339
Bimetall-Vakuummeter 186
Biot-Savartsches Gesetz 9
Blatthaller 119
Bogenspektrum 365. 439. 449. 451
Bohrlochmethode 229
Bolometer 295
Boltzmannsche Konstante *75*
Bourdon-Rohr 199
Boyle-Mariottesches Gesetz 214
Brechender Winkel 395
Brechungskraft 321
Brechungsvermögen 386
Brechungszahl 386ff. 403. 418
— von Gasen 388. 403
— von Linsen 417
Brechungszahlen *37. 38*
Bremskalorimeter 279

Brennpunkt 318. 328
Brennweite 318ff. 329
Brille 340
Brillenglassphärometer 326. 329
Brinell-Verfahren 89
Bruchfestigkeit 87
Brücke, akustische 134
Bürette 206

Cailletet-Verfahren 307
Cailletetsche Pumpe 196
Callendarsche Formel 163
Candela 508
CGS-System 1
Charakteristische Temperatur 262
Chladnische Klangfiguren 115
Chlor, Reindarstellung 169
Christiansen-Filter 357
Chromatische Abweichung 322. 337
Chronograph 62
Claude-Heylandt-Verfahren 307
Cornutsches Prisma 362
Cotton-Moutonsche Konstante 474
Coulomb 11
Coulombsche Gleichungen 9

Dämpfung 71 f.
Dämpfungswaage 26
Daltonsches Gesetz 214
Dampfdichtebestimmung 218
Dampfdruckthermometer 167
Dampfstrahlpumpen 179
Dauerstrom und Supraleiter 316
Dehnung 76
Dehnungsmodul 77. *23*
Dekrement, logarith. 71
Depolarisieren 354
Depression des Nullpunktes 160
Deslandressches Gesetz 460
Desorption 239
Destillation, fraktionierte 169
Dezibel 111
Dialyse 251
Dichroismus 468
Dichroitische Kristalle 468
Dichte 205
— Berichtigung 212
— der Luft *9*
— des Quecksilbers *12*
— des Wassers *3*
— des Wasserdampfes *28*
— fester Körper 209. *2. 65*
—, optische 533
— von Flüssigkeiten 206. *2.66*
Dichte von Gasen und Dämpfen 214ff. *67*
— wäßriger Lösungen *5. 8*
Dichtesprung 202
Dichteverhältnis 205. 215
Dichtezahl 205
Dichtungsmittel bei tiefer Temperatur 310
Dicke, optische 48. 427
Dickenmesser 37. 40
Dielektrizitätskonstante 10
Differentialkalorimeter 259
Differentialkolben 198
Diffuse Reflexion 530
Diffusiometer 249
Diffusion 247 f.
Diffusionsluftpumpe 179
Dilatometer 225. 227
Dimensionen 1. *72*
Dingbrennweite 319
Dioptrie 321
Direktionskraft 6. 74
Dispersion 386
Dispersionsfilter 357
Dispersionsformel 386. 441
Dispersionsgebiet 361
Dispersionsgrößen 377
Dispersion von Prismen *38*
Dissoziation (Dampfdichte) 221
Dissoziationsarbeit (Spektrum) 460
Doppelbrechung 464. 473
— durch Spannung 419
Doppelmonochrometer 299. 353 431
Doppelspalt-Methode 525
Doppelspektrometer 354f.
Doppelwägung 30
Doppler-Breite 359. 454
Dornogebiet 302
Drahtgitter 431
Drahtmethode, Thermoelement 166. 228
Drehkammer (optisch) 417
Drehmoment 6
Drehkolbenpumpe 178
Drehschieberpumpe 177
Drehung der Polarisationsebene 475 f.
Drehvermögen, optisch 464ff. 475
Drehwaage nach Eötvös 67. 69
Drillung 76
Drillungsmodul 84. *23*
Drillungsschwingungen 86
Drosselgeräte 55
Druck 5. 176 ff.
Druckkammer, akustisch 125 f.
Drucklibelle 194
Druckmessung 181 ff. 196
Druckpresse 195
Druckschraube 195
Druckübertragung 121 f
Druckverbreiterung von Spektrallinien 454
Druckwaage 197
Dumasche Methode 219
Dunkelfeldbeleuchtung 347. 349
Durchflußzahl 56
Durchlässigkeit, optische 174. 358. 512. 532
— von Glas *43*
Durchlaßgrad, optisch 523
Durchlassungsgitter 380
Durchsichtigkeitsmodul 532
Durtonleiter 112
Dyn 5
Dynameter 342

Ebenheit 422
Echelett-Gitter 432
Echolot 136
Edelgase 169
Edelgasfenster 436
Effektive Wellenlänge 173
Eindringungsfestigkeit 89
Einheiten 1
Einschlußthermometer 160
Einschmelzen, Metall in Glas 188
Eintauchrefraktometer 406
Einzelbande 460
Eiskalorimeter 255
Eispunkt 147. 149. *75*
Elastizitätsmodul 77. 81
Elektrizitätsmenge 11. *73*
Elektrodenlose Entladung 450
Elektromagnetische Systeme 8. 9
Elektromotorische Kraft 11
Elektronenanregung 457
Elektronenbanden 459. 460
Elliptisch polarisiertes Licht 489
Elliptizität (Licht) 498. 502
Empfänger, kalorimetr. 294. 297. 300
Endmaße 36
Energie 6
Energiedichte 12. 13
Energiemaße (Umrechnungstabelle) *74*
Elektronenstoß-Anregung 448
Entgasen 177
Entropie 7
Erde, Abmessungen *75*
erg 6
Erkaltungsmethode 264
Etalonplatten-Spektroskop 378

Evakuieren 180
E-Volt 428
Explosionsmethode 266
Exponentialfunktion $e^x$ und $e^{-x}$ *76*
Extinktionsindex 493
Extinktionskoeffizient 493
Extinktionsmodul 532

Fabry-Perot-Etalon 374
Fadenkreuz 391
Fadensystem 396
Fadenthermometer 161
Fallkörperviskosimeter 101
Fallpendel 62
Farad 12
Farbabweichung 337
Farbangleichung 301
Farbglas 356
Farbtemperatur 173. 301
Federwaage 27. 211
Fehler 15. 17. 18
Fehlerfortpflanzungsgesetz 20
Fehlerfunktion, Gauß 248. *77*
Feinstruktur (optisch) 360
Feldstärke 12. *73*
Feldübertragungsmaß 121 f.
Fernhörer 121
Fernrohr 341
Fernrohrvergrößerung 341
Fernsprecher 146
Festigkeit 87
Festpunkte, thermometrische 147
Feuchtigkeit 241
Feuchtigkeiten, Herstellung verschiedener Grade 246
Fieberthermometer 149
Filter, akustische 142
— für Spektrallinien 463
Filterstoffe (ultrarot) *42*
Filterung von Licht 522 ff.
Fizeausche Interferenzkurven 371
Fizeausche Methode, Ausdehnung 224
Flächendichte, magnetische 13
Flächenmessung 44
Flamme 365
Flammenspektrum 365. 453
Flammentemperatur 174
Flimmerphotometer 522
Fluchtlinientafeln 16
Flügelradzähler 54
Flüssige Luft, Zusammensetzung *32*
Flüssigkeitsbäder 152
Flüssigkeitskalorimeter 253
Flüssigkeitsstrahl 109
Flüssigkeitsthermometer 158
Flüstersprache 144
Fluidität 96
Fluoreszenzanregung 453
Fluoreszenzlicht 532
Fluoreszenzmikroskop 350
Fluoreszenzspektrum 461
Fluoreszierendes Okular 353
Fluorometer 474
Fokometer (Abbe) 336
Formant-Gebiet 144
Foucaultsches Prisma 466
Fraktionierte Destillation 169
Fraunhofersche Linien 351. *37*
Frequenz 112
Frequenzbedingung 427
Fresnelsche Formel (Reflexion) 529
Fresnelsches Parallelepiped 492
Fühlhebel 38
Fundamentalpunkte der Thermometer 160
Funkenanregung 365. 452
Funkenspektrum 439

Gal 4. 63
Galliumthermometer 159
Galton-Pfeifen 113
Gasanalyse 58
Gasaufzehrung 181
Gasdichtebestimmung 214
Gase, Herstellung reiner 168
—, Reinigung durch Ausfrieren 314
Gasgesetze 214
Gaskonstante 214. *75*
Gasmanometer 198
Gaspyrometer 175
Gasreibung 97. 102
Gasreinigung 169
Gasthermometer 155 ff.
—, Korrektion *27*
Gasverflüssigung 307
Gasvolum, Reduktion *10*
Gaswaage 216
Gaszähler 54
Gauß 13
Gaußsches Okular 392
— System 8. 9
Gay-Lussacsches Gesetz 214
Gefäßbarometer 190
Gefrierpunktserniedrigung 235 f.
Geißlersche Pumpe 178
Geister 371
Gelatinefilter 356
Genauigkeit 14
Georgisches System 10
Geräusch 112
Geräuschemesser 145
Gesamtstrahl-Pyrometer 174
Gesamtstrahlung 289. 304
Geschwindigkeitsmessung 57
Gesichtsfeld 343
Gesichtswinkel 319
Getterung 181
Gewicht 5
Gewichtsaräometer 208
Gewichtssatz, Ausgleichung 31 ff.
Gilbert 13
Gitter 431
Gitterkonstante 368
Gitterspektrograph 434
Gitterspektrometer 431
Gitterteilung 370
Gläser 160
Glansches Kalkspatprisma 466
Glan-Thompsonsches Prisma 466. 482
Glasfedern 187
Glaslöten 189
Glas-Metall-Verschmelzung 188
Glasplattensatz (Polarisation) 465
Glasplatten-Spektroskop 384
Glasschliff 188
Glasspannung 422
Glasverbindungen 187
Gleichschwebende Stimmung 112
Gleitungskoeffizient 97
Glimmentladung 449
Glimmlampen 450
Glimmlicht, negatives 450
Glühfaden-Pyrometer 171
Goldpunkt 147. 151
Graugläser 512
Gravimeter 67
Gravitationskonstante 69. *75*
Grenzflächenspannung 103
Grenzwinkel 404
—, physiologischer 345
Grundeinheiten 1. 2
Grundlinien, opt. 366
Grundschwingungsbande 459
Gummi in tiefer Temperatur 310
Gyrometer 70

Haarhygrometer 245
Hähne 188
Härte 87. 89
Hagenbachsche Korrektur 97
Hagen-Poiseuillesches Gesetz 96
Hahnfett 189
Hahnpumpe 195
Haidingersche Ringe 372

Halbdurchlässig 251
Halbschattengeräte 481
Halbschatten-Kompensator 496ff.
Halbschatten-Polarisation 481f.
Halbton 112
Halbweite einer Spektrallinie 359
Hallraum 139
Haltepunkt 228
Hampsometer 313
Hartlot 165
Hartmann-Generator 113
Hartmannsche Dispersionsformel 386. 436. 438
Hauptebene 318
Hauptpunkt 318. 321. 333
Hauptstrahl 322
Heberbarometer 190
Hefner-Kerze 509
Hefner-Lampe als Strahlungsnormal 294
Heizwert 271
Heliumkontinuum 456
Helium, Reindarstellung 168
Hellempfindlichkeit des Auges *45*
Hellempfindlichkeits-Kurve 508
Henry 12
Herausragender Faden 161
Hertz 4. 112
Hitzdrahtmikromanometer 195
Hitzdrahtsonden 58
Hochdruckdichtungen 202
Hochdruckdurchführungen 202
Hochdruckfenster 204
Hochdruckverbindungen 202
Hochgradige Thermometer 159
Hochheimsche Legierung 374
Höhenmessung, barometrische 193. *19*
Höppler-Thermostat 152
Höppler-Viskosimeter 101
Hohlkathode 450
Hohlraumstrahler 293
Hohlvolum 49
Holborn-Kurtbaum-Pyrometer 171
Homogenität, optische 418
Hookessches Gesetz 76
Horizont, künstlicher 47
Horizontalpendel 68
Hoskin-Kurve 165
Hydraulische Presse 196
Hydrostatische Waage 207. 210
Hygrometer 245
Hygrostat 246
Hyperfeinstruktur 447
Hypsometer 192

Impuls 4
Impulsmikromanometer 195
Indikatoren 199
Induktion, magnet. 12. *73*
Induktionsfluß 13
Induktionsgesetz 9
Induktionskoeffizient 11. *73*
Induktionskonstante 10. *73*
Induktivität, akustische 133
Infrarot-Mikroskopie 349
Infraschall 110
Intensität von Spektrallinien 444
Interferenz 351ff.
Interferenzfähigkeit 360
Interferenzkomparator 42
Interferenzlichtfilter 357
Interferenzordnungszahl 362
Interferenzplatte 371
Interferenzprisma 43
Interferenzpunkte 385
Interferenzrefraktor 411
Interferenzrohr (Akustik) 137
Interferenzspektroskop 361. 434
Interferenzsystem 377
Interferometer 371ff. 415. 434
—, akustisches 138
Interpolation 16
Intervallregel von Landé 441
Inversionstemperatur 307
Inzidenz, schräge 368
Ionisationsvakuummeter 186
Ionisierungsarbeit 439. *46*
Isochromaten 291. 299
Isoteniskop 231
Isothermen, Strahlung 299
Isothermen von Gasen 222
Isotopieaufspaltung 448
Isotopieverschiebung 461
Isotropie (optisch) 419

Jaminsches Refraktometer 411
Jollysche Federwaage 211
Joule 6. 11
Joule-Thomson-Effekt 268

Kadmiumelement 8
Kältebäder 153
Kalantaroffsches System 10
Kalibrierung eines Thermometers 162
Kalibrieren von Kapillaren 51
Kalkspatprisma 466
Kalorie 6. 7. 252
Kalorimetrie 252ff.
Kalorimetrische Bombe 272
— Empfänger 297
Kanalstrahlmethode von Stark 455
Kapazität 12. *73*
—, akustische 133
Kapillardepression 105. *13*
Kapillare, Auswägung 50
Kapillarkonstante 103. *66*
Kapillarkorrektion 105
Kapselpumpen 177
Karat 3
Kardioidkondensor 349
Kathetometer 36
Kathodenschichtmethode 455
Kathodenzerstäubung 324
Kathodophon 131
Kegelventile 203
Keilkompensator (Arago) 415
Keilwinkel, opt. 426
Kernmoment 447. 461
Kerr-Effekt 473. 480
Kerze, neue 508
Kilogramm 3
Kilopond 5
Kippschwingungen, akustisch 116
Kippwassermesser 54
Kirchhoffsches Gesetz 289
Kitte in tiefer Temperatur 310
Kitte für Linsen 358
Klänge, obertonreiche 115
Klang 112
Klanganalyse 141
Klanggemisch 112
Klangspektrometer 142
Kleinste Quadrate 17ff.
Kleinstufenmethode 522
Klirrfaktor 118. 123
Knochenfernhörer 121
Knotenpunkt (opt.) 318
Knudsen-Effekt 157
Knudsensches Vakuummeter 184
König-Martens-Photometer 526
Kohlemikrophon 123
Kohlenoxyd, Reindarstellung 169
Kohlensäure, Reindarstellung 169
Kohleplättchenmanometer 200
Koinzidenzbeobachtung (Spektrum) 370
Koinzidenzverfahren 64. 73
Kolbenmanometer 197

Kollimationsfehler 47
Kollimator 328
Kolloide, lyophile 96. 102
Kolloide, lyophobe 99
Kolorimeter 534
Kommunizierende Röhren 209. 227
Komparator 35
Kompensatorplatte (optisch) 496
Kompressibilität 90. *21. 22. 23*
Kompressionsmanometer von Moser 183
Kondensationskalorimeter 256. 266
Kondensatormikrophon 124. 129
Kondensor 349
Konsonanten 144
Konstante Temperaturen 149
Kontaktthermometer 152
Kontrastwürfel 517
Konvektion 275. 286
Konzentrationsbestimmung 250
— (optisch) 534
Korrektionen 15
Kraft 5
Kreisbogen *79*
Kreuzfaden-Pyrometer 171
Kristalle 403. 409. 470. Bd. II
Kristallplatten 494
Kristallrefraktometer 408
Kritischer Punkt 234. *66. 67*
Krümmung, opt. 424
Krümmung von Linsen 326
Krümmungsdruck 107
Kubizierapparate 54
Kühlfallen 189
Kürzung 14
Kugelgestaltfehler 322
Kundtsche Staubfiguren 136

Längenmaße, verschiedene *75*
Längenmessung 34
Länge, optische 386
Lambert 510
Lambertsches Gesetz 519. 530
Laminare Strömung 96
Laminargitter 432
Laplacesche Differentialgleichung 247
Latente Wärme 269
Lateralvergrößerung 319. 331
Laurentsche Platte 481
Lautsprecher 117ff.
Lautstärke 145
Lehren 37
Leistung 6
Leitwert 11
Lenardsche Linsenmethode 358
Leuchtdichte 508. 509. 518
Leukoskop 302
Libelle 45
Lichtäquivalent 508
Lichtanregung 365
Lichtbogen 365
Lichtbrechung von Gasen *67*
Lichtfilter 352
Lichtgeschwindigkeit 386. *75*
Lichtquellen, weiße 351
— spektrale 44
— für kontinuierliche Spektren 429. 456
— für Ultrarot 429
— für Zeeman- und Stark-Effekt 455
Lichtschwächung 171. 510
Lichtspritzen 449
Lichtstärke 344. 509ff.
Lichtstrom 510
Lichtverteilung 519
Lieferungsgrad (Gasverflüssiger) 307
Linde-Verfahren 307
Linienbreite (Spektrum) 453
Linienumkehr (Temperaturmessung) 175
Linsenformeln 318
Linsenmethode (Lenard) 358
Linsen verkitten 323
Linsen zentrieren 323
Lippenpfeifen 113
Lippich-Polarisator 482
Liter 4
Litergewicht 215. *67*
Löslichkeit in Wasser *7*
von Gasen in Wasser *67*
Lösungswärme 270
Löten, Thermoelemente 165
Logarithmen *79*
Logarithmisches Dekrement 71
Lorentz-Einheit 445
Lorentzsche Zahl 277
Lot 45
Luftdruckvariometer 192
Luftplatten-Spektroskop 361. 374
Luftsäulen, schwingende 113
Lumen 509. 510
Lumineszenz-Mikroskop 350
Luminophore 449
Lummerplatte 361. 384
Lupe 340
Lux 509
Lyman-Kontinuum 456
Lyophile Kolloide 96. 99

Magnesiaschirm 530
Magnetfelder bei tiefer Temperatur 314
Magnetisierungsstärke 13
Magnetoelastische Manometer 201
Magnetokalorischer Effekt 309
Magneto-Rotationsspektrum 462. 478
Magnetostriktiver Schallgeber 115
Magnetspulen aus Supraleitern 317
Manometer 197ff.
Masseneinheit 3. 205
Maßsysteme 1 ff. *73*
Mathematische Formeln *78*
Mathiesensche Regel 315
Maxwell 13
Maxwellsche Gleichungen 9
McLeod-Manometer 182
Meißner-Ochsenfeld-Effekt 317
Membrane, schwingende 115
Membranmanometer 184. 199
Mengenfeuchtigkeit 241
Meniskus 106 f.
Meridionalebene 322
Meßbänder 34
Meßblenden (photom.) 513
Meßdose (Druckmessung) 39
Meßkolben 206
Meßmaschine (Längenmessung) 38
Meßschraube 35. 39
Meßuhr 38
Metallisieren durch Verdampfen 325ff.
Metallkalorimeter 254
Metallmanometer 183
Metastabile Terme 444
Meter 2
Meteranschluß 41
Meterkilogramm 6
Meterprototyp 3
Mie-Oberndorf-System 10
Mikromanometer 193
Mikron 3
Mikrophon 121ff.
Mikrophotographie 349
Mikroprojektion 349
Mikroradiometer 295
Mikroskop 345
Mikroskop-Dynameter 343
Mikrostauroskop 469
Mikrowaage 27
Milchgläser 532
Millibar 6
Milliliter 4. 205
Minimeter 38
Minimumstellung 397

Mischungsmethode 262. 263. 265
Mischungswärme 271
Mohrsche Waage 208
Mol 3
Molekülspektren 457 ff.
Molekularbrechung 386
Molekulargewicht 215. 235 f.
Molekularluftpumpe 179
Molekularströmung 233
Molekularvolum 206
Molvakuummeter 185
Molvolum 206. *75*
Molwärme 260
Moment, magnetisches 13
Monochromator 352. 431. 527
Monochrome 357
Multipletts 441
Multiplex-Interferenzspektroskop 379
Musikübertragung 146

Nachhallzeit 139
Neigungsmanometer von Rayleigh 181
Neper 111
Nernstbrenner 429
Nernstsche Waage 27
Nernststift-Strahlung 292
Neutralgläser 512
Newtonsches Abkühlungsgesetz 161
Newtonsche Flüssigkeiten 95
— Streifen 371
Nicholsonsche Senkwaage 211
Nicolsches Prisma 467
Nonius 35
Normalelement 8
Normallampen 510
Normallinien 433
Normalschwere 63
Normalspektrum 368. 436
Normkubikmeter-Gewicht 215
Nullpunktsdepression 160
Numerische Apertur 346

Oberflächenenergie 103
Oberflächenspannung 103. *66*
Oberflächentemperaturen 149
Oberflächenwellen 108
Objektbrennpunkt 319
Öfen, elektrische 154
Öffnungsverhältnis (Linse) 338
Öffnungswinkel (optisch) 346
Öffnungszahl 363
Öl-Luftpumpe 177
Örsted 12. 13
Ohm 8
Ohr 144
Oktavsiebanalyse 142
Okular, Abbesches 402
—, Gaußsches 391
Okularmikrometer 35. 323
Opalgläser 532
Ophthalmometer 36
Optimeter 38
Optik, geometrische 318
Optische Achse 465
— Bank 322
— Manometer 201
— Pyromometrie 148. 170
— Systeme 320
Orthowasserstoff 168
Osmose 251
Ostwald-Viskosimeter 100

Parachor 104
Parallaxe 47. 392
Parallelismus von Platten 426
Paramagnetische Salze 309
Parawasserstoff 168
Partialdruck 242
Paschen-Back-Effekt 446
Pauli-Prinzip 441
Pendel 64 ff.
Pentanthermometer 159
Periodisches System der Elemente *69*
Pferdestärke 6
Philips Vakuummeter 186
Phon 145
Phot 509
Photoelastische Manometer 201
Photoelastizität 420
Photographische Platte 435. 437
Photographisches Objektiv 338
Photometer 513
Photometerbank 515
Photometerfeld 514
Photometerkonstante 519
Photometerwürfel 515. 517
Photometrie 508 ff.
—, objektive 523
—, verschiedenfarbige 521
Photozellen 302. 303. 524
Piezoelektrische Manometer 200
Piezoelektrischer Schallsender 116
Piezoelektrisches Mikrophon 125
Piezometer 93
Pipette 49. 206
Pistophon 125
Plancksches Strahlungsgesetz 290
Plancksche Strahlungskonstante *57*
Planimeter 44
Planparallelität 422
Platinschwarz 294
Platinthermometer 147. 163
Plattenkompensator 415
Poise 96
Poiseuillesches Gesetz 96
Poissonsche Zahl 86. *23*
Polaphot 517
Polarimeter 480
Polarisation 464 ff.
Polarisation als Lichtschwächung 511
—, optisch 464 ff.
Polarisationsfilter 468
Polarisationsgrad (optisch) 507
Polarisationsmikroskop 469
Polarisationsphotometer 516. 526
Polarisationsprisma 467
Polarisationswinkel 465
Polarisierende Vorrichtungen 466
Polariskop (Savart) 468
Polstärke 13. *73*
Pond 5
Positive Säule 449
Potentialunterschied 11
Potenzen, zweite und dritte *79*
Praktisches System 2
Prismen 395
Prismenspektrographie 433
Prismenspektrometer im Ultrarot 430
Prismentischchen 388
Programmregler 152
Psychrometer 244
Pulfrich-Photometer 527
Pupille 322
Purkinjesches Phänomen 521
Pygnometer 207. 210
Pyrheliometer 296. 306
Pyrometrie 148
—, optische 170
P-Zweig 458. 460

Quadrate, Methode der kleinsten 17 ff.
Quantenzahlen 439
Quarzdrehung 477. *37*
Quarzfadenmanometer 184
Quarzfenster, Durchlässigkeit 358
Quarzkeil-Kompensation 485
Quarzlinsen-Methode 356. 430
Quarzprisma (Straubel) 353
Quarz-Quecksilberlampe 429
Quarzuhr 61
Quecksilberbarometer 190

Quecksilberdampf, Bindung von 189
Quecksilber, Dichte *12*
Quecksilberhochdruckpumpen 196
Quecksilberhöhe 191
Quecksilberkapillardepression *13*
Quecksilberlampe 352. 429. 451
Quecksilberlichtbogen 451
Quecksilbermanometer 197
Quecksilberpumpe,rotierende 178
Quecksilber, reines 52
Quecksilberthermometer 158
Querkontraktion 86

Radiometer 297
Radiometerwirkung (als Manometer) 184
Raman-Effekt 462
Randwinkel 103
Rauchgläser 174
Raumgewicht 206
Raumresonanz 126
Rayleighsche Scheibe 130
Rayleigh-Streuung 462
Reaktionswärme 274
Reduktion des Barometerstandes 191
Reflexion (Gläser, Metalle) 492
— (Photometer) 529
Reflexionsgitter 437
Reflexionsverlust (an Grenzflächen) 533
Reflexionsverminderung 325. 529
Reflexionsvermögen 493. 529. *44*
Refraktionsvermögen 386
Refraktometer (Abbe) 405
— (Pulfrich) 407
Registrierphotometer 525
Reibungskoeffizient von Gasen *67*
Reindichte 206
Reinigung von Gasen 169
Resonanzlinie 441
Resonanz, Radiometer 296
Resonator, akustisch 142
Restlinien 366. *36*
Reststrahlen 355. 430
Restwiderstand von Metallen 314
Reversionspendel 66
Reynoldssche Zahl 56. 100
Reziproke *79*
Richtcharakteristik von Mikrophonen 123
Richtkraft 6
Richtungshörverfahren 137
Ringwaage 194
Rockwell-Verfahren 89
Röhrenfeder-Manometer 183. 199
Röntgenspektren 441
Rohdichte 206
Rohrverbindungen 202
Rohrverbindungen in tiefer Temperatur 310
Rosesches Metall 165
Rotationsanregung 457
Rotationsdispersion 467. 478
Rotationslinien, Intensität 461
Rotations-Schwingungsspektren 458
Rotationsspektren 458
Rotierende Prismen 511
Rotierender Sektor 510
Rowlandsches Gitter 369. 437
Ruß 294
Rydberg-Formel 442
Rydberg-Konstante 439

Saccharimetrie 485
Sagittalebene 322
Sättigungsdruck 230. 235. 238. *28. 29. 33. 34. 35*
Saite, schwingende 114
Saladinsche Differentialmethode 269
Sauerstoffpunkt 147
Sauerstoff, Reindarstellung 169
Sauerstoff und Öl 204
Sauggeschwindigkeit 176
Savartsches Polariskop 468
Schallabsorption 139
Schallaufzeichnung 140
Schallausbreitung 135
Schallausschlag 131
Schalldämmung 140
Schalldichte 111
Schalldruck 110. 125ff.
Schalleistung 117
Schallempfänger 121ff.
Schallfeld 110
Schallfeldgrößen 125
Schallfeldverzerrung 130
Schallfluß 111
Schallfrequenzkurve 122
Schallgeber, magnetostriktive 115
Schallgeschwindigkeit 81. 111. 136. *23*
Schallgitterspektroskop 143
Schallhärte 111
Schallkräfte 127
Schallplatte 140
Schallschnelle 110. 130
Schallschluckstoffe 139
Schallsender 113ff.
Schallstärke 111
Schallstrahlungsdruck 132
Schallwellenwiderstand 111. 132
Schallwiderstand 132
Scheibenmanometer 184
Scheitelbrechungswert 321
Scherungsmodul 84
Schieblehre 37
Schleiermachersche Methode (Wärmeleitung) 286
Schlierenmethode 418
Schmelzpunkte 151. 228. *65. 66. 67*
Schmelzpunktserniedrigung *66*
Schmelzwärme 268. *65. 66*
Schnellwaage 26
Schnittweite 318. 320
Schraubenfehler 40
Schraublehre 37
Schumann-Platten 437
Schutzringheizung 280
Schutzrohre für Thermoelemente 167
Schwärze eines Strahlungsempfängers 294
Schwärzung 294
Schwärzungsmessung 528. 533
Schwärzungsmittel 432
Schwarzer Körper, Helligkeit 301
— Strahler, Verwirklichung 292
Schwarze Strahlung 289
— Temperatur 173
Schwebemethode (Dichte) 211
Schwebungen, optisch 372
Schwebungssummer 115
Schwefelpunkt 147. 151
Schweflige Säure, Reindarstellung 169
Schweigezone 136
Schwerebeschleunigung 4. 63ff. *17. 18*
Schwereschwankungen 68
Schwerhörigen-Fernhörer 121
Schwerpunkt, optischer 476
Schwimmermesser 57
Schwingungen, gedämpfte 16
Schwingungsanregung 457
Schwingungsdauer 64. 71. 72. *14*
Schwingungsellipse 491
Schwingungsweite 71
Schwingungszahl 112. 427
— reiner Töne *24*

Sehschärfenmethode 523
Selbstumkehr von Spektrallinien 455
Senkwaage 211
Sensibilisierung 435. 437
Seriengrenze 439
Setzwaage 45
Siedeapparat 150
Siedeerleichterer 230
Siedepunkt 150. 230. 235. *65. 66. 67*
—, dynamische Methode 150
—, statische Methode 150
Siedepunktserhöhung 235 f. *66*
Siedetemperatur von Sauerstoff *31*
— von Schwefel *31*
— von Wasser *30*
Siedeverzug 230
Silbenverständlichkeit 146
Silberpunkt 147. 151
Singulettspektrum 440
Sirene 113
Skalenablesung, Reduktion 48
Skalenabstand 48
Skalenaräometer 209
Skalenausschlag, Reduktion *15*
Snellsches Gesetz 386
Solarkonstante 306
Soleilsche Kompensation 485. 496. 499
— Zuckerskala 487
Sonnenspektrum 351
Sonnenstrahlung 306
Sorption 239
Sorptionswaage 241
Sorptionswärme 271
Spaltbild 396
Spaltbreite 363
Spannung, elektr. 11. *73*
— in Glas 420. 422
—, magnetische 13
Spannungskoeffizient von Gasen 155. *26. 67*
Spektralanalyse 364 ff.
Spektralbereiche 351. 428
Spektrallampen 449. 526.
Spektrallinien *36*
Spektrallinienbreite 359
Spektrallinienschärfe 454
Spektralphotometer 525 ff.
Spektren, Ausmessung 435
Spektrograph 362. 433
Spektrometer 299. 388ff. 430
Spektrometer-Tischchen 402
Spektroskopie 427
Spektrum 351 ff.
Spezifisches Gewicht 205
Spezifisches Volum 206
Spezifische Wärme 260ff. *65. 66. 67*
— Wärmen, Verhältnis der *67*
Sphärische Abweichung 322. 335
Sphärometer 37. 326
Spiegelflächen, Herstellung 323
Spiegelgitter 382
Spiegel, rotierender 62
Spiegelspektrometer 394
Spiegel und Skala 47
Spiegelung an Metallen 492
Spiegelungsgoniometer 402
Spiegelungsmanometer 181
Spinquantenzahl 439
Spitzenmanometer 182
Sprache 144
Spratzen des Silbers 151
Stabschwingungen 114
Stabthermometer 160
Standanzeiger verflüssigter Gase 313
Stark-Effekt 446. 455
Stationsbarometer 190
Staubfiguren 136
Stauchgeräte 200
Staugeräte 57
Stauroskop 469
Stefan-Boltzmannsches Gesetz 289
Stefan-Boltzmannsche Konstante *75*
Steighöhe 104
Sternstrahlung 306
Stickstoff, Reindarstellung 168
Stilb 508. 509
Stiles-Crawford-Effekt 514
Stimme, menschliche 144
Stimmgabel 114
Stokes 96
Stokessches Gesetz (Spektrum) 462
Stoppuhren 62
Strahlenfilter 356
Strahlpumpe 178
Strahlungsempfänger 294. 300. 303. 523
Strahlungsfilter für Ultrarot 429
Strahlungsgesetz 172
Strahlungsgleichung, reduzierte 291
Strahlungskonstanten 290. 304. *75*
Strahlungsmessungen 298
Strahlungsquellen 302. 352. 429
Strahlungsthermometer 170
Strahlungswiderstand, akustisch 135
Straubelsches Prisma 353
Streifende Abbildung 335.339
Streustrahlung 353
Streuung des Lichtes 462
Strichmaße 34. 39
Strömungsdoppelbrechung 475
Strömungskalorimeter 264
Strömungswiderstand 176
Stromarbeit 11. *73*
Stromdichte 11
Stromleistung 11
Stromstärke 10. *73*
Stromverbindungen in tiefen Temperaturen 313
Stromverzweigung bei Supraleitern 316
Stufengitter 361. 380. 434
Stufenphotometer 517
Suchton-Verfahren 142
Summenregel von Arnstein-Burger-Dorgelo 444
Supraleitfähigkeit 315

Tachometer 70
Talbotsches Gesetz 511
Tariermethode 30
Tauchgewicht 26
Tauchglocke 195
Taupunkt 242
Teilkreisfehler 389
Teilmaschinen 36
Teilungsfehler 39
Telephon 121
Temperatur 7
Temperaturleitfähigkeit 275
Temperaturregler 152
Temperaturskala 147
Temperaturstrahlung 289
Tensionsthermometer 167
Termschema von Quecksilber 443
Termserien 439
Thalliumthermometer 159
Thallofid-Zelle 300
Theodolit 46
Thermaktin 289
Thermische Anregung 452
Thermodynamische Skala 147. 148. 158. *27*
Thermoelement 148. 164ff. *63*
Thermoelemente für Strahlung 432
Thermoelement-Vakuummeter 186
Thermokräfte, störende 166
Thermokraft von Supraleitern 316

Thermometergläser 160
Thermophon 115. 126
Thermosäule als Strahlungsempfänger 295
Thermostaten 152
Thixotropie 99
Thomas-Messer 58
Tiegelmethode, Thermoelemente 166
Töne, reine 115
Tolerimeter 39
Toluolthermometer 159
Tombakschlauch 187
Ton, ganzer, halber 112
Tonfilm 141
Tongemisch 112
Tonhöhe 112. 135
Tonintervalle 112
Tonpilz 116
Torr 6. 176
Torsionsmodul 84
Torsionsschwingungen 86
Torsionswaage 27
Totalreflektometer 405
Totalrefraktometer 408
Trabanten 360
Trägheit eines Thermoelementes 175
Trägheit eines Thermometers 161
Trägheitsmoment 7. 75
Tragkraft *23*
Trigonometrische Zahlen *80*
Tripelpunkt des Wassers 150
— des Wasserstoffs 148
Triplettspektrum 440
Trockengefäße 247
Tropfen 106ff.
Trübung 531
Tubuslänge, optisch 320
—, mechanisch 346
Tubusphotometer 516
Turbinenzähler 54
Tyndall-Licht 531

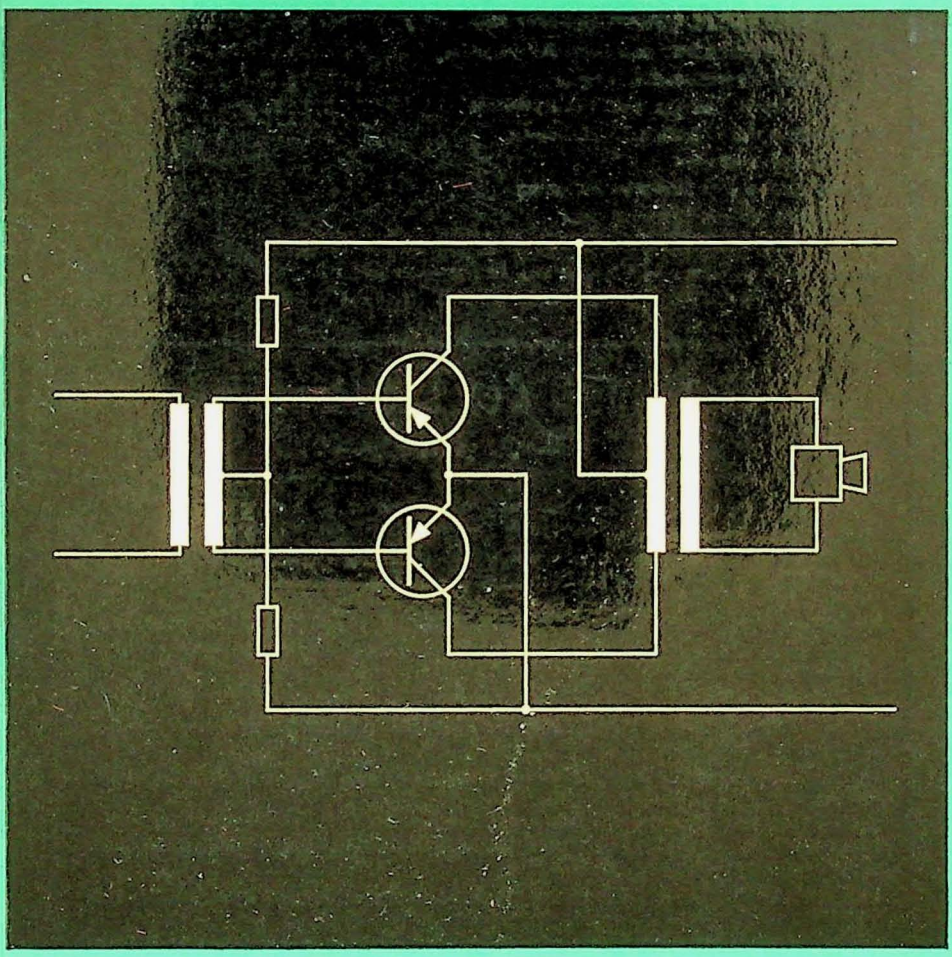
Ubbelohde-Viskosimeter 100
Übergangswahrscheinlichkeit 444
Übertragungsmaß (akustisch) 117. 121
Uhren 61
Ulbrichtsche Kugel 519f.
Ultramikrometer 41
Ultramikroskopie 347
Ultraroter Spektralbereich 300
Ultrarotes Gebiet 428
Ultrarote Strahlungsquellen 352. 429
Ultrarotfilter 357. 429
Ultrarotstrahlung 432
Ultraschall 110
Ultraviolett-Mikroskopie 349
Ultraviolett-Spektrum 352
Ultravioletter Strahlungsbereich 302
Ultraviolette Strahlungsquellen 352
Ultraviolettfilter 357
Ultrazentrifuge 70
Umlaufsgeschwindigkeit 69
Umlaufszähler 70
Umwandlungspunkt von Natriumsulfat 151
— — Sauerstoff 148
Umwandlungswärme 268
Universalphotometer 516
Unsicherheit 14
Unterkühlung 228

Vakuum 176ff.
Vakuum durch Ausfrieren 314
Vakuumgefäße 311
Vakuumheber 312
Vakuumkalorimeter 254
Vakuummeter 181
Vakuumpumpe 176
Vakuumspektroskopie 436
Vakuumthermosäule 295
Vario-Illuminator 354
Ventile 188
— bei tiefer Temperatur 312
Ventilmanometer 132
Ventilpumpe 195
Verbindungsstück 202
Verbrennungswärme 272
Verdampfungskalorimeter 255
Verdampfungswärme 269. *66. 67*
Verdetsche Konstante 478. 487
Verdrängungsmesser 54
Verdünnungswärme 270
Verdunstungsmesser 243
Vergrößerung 341. 345
—, förderliche 345. 348
Verkehrsfehlergrenzen für Thermometer 149
Verkitten von Linsen 323
Verschiebung, elektrische 12. *73*
Verschiebungsfluß 12
Verschiebungsgesetz 290
Verschiebungskonstante 12. *73*
Versilbern 323. 374. 435
Verspiegelung 323. 374
Verweilzeit 444
Vertikalilluminator 349
Verzeichnung eines Objektivs 339
Vibrometer 134
Vierordtsche Methode 525
Viertelwellenplatte 495. 470. 502
Vignettierung 338
Viskosimeter 100
Vogel-Ossag-Viskosimeter 100
Voigt-Effekt 474
Vokale 144
Volt 11
Volumarbeit 6
Volumausdehnung 226
Volum eines Glasgefäßes *3*
Volumelastizität 90
Volum fester Körper 53
Volummaße *75*
Volummessung 49ff. 209
Volumometer 53
Volum von 1 g Wasser *4*
Volum von Gasen und Flüssigkeiten 53
Vorzeichen, techn. Optik 319
Vorzerleger (Leiss) 358

Waagen 26ff.
Wadsworthsches Prisma 399
Wägung 26ff.
—, Reduktion auf leeren Raum 30. 212. *1*
Wälzpumpe 178
Wärmeäquivalent 274
Wärmeeinheit 7
Wärmekapazität 252
Wärmekonvektion 286
Wärmeleitung 275ff. *65. 67*
Wärmeleitungs-Vakuummeter 186
Wärmeleitung von Flüssigkeiten 285
— von Gasen 285
Wärmemenge 7. 252ff.
Wärmequellen 276
Wärmeschutz 152. 277
Wärmestrahlung 289ff.
Wärmestrom 275
Wärmetönung 268ff.
Wärmeübergang 287
Wärmeübertragung 275
— bei $T < 1°$ K 309
— bei Vakuumgläsern 311
Wärme- und Elektrizitätsleitung 282
Wanner-Pyrometer 170
Wasserdampf, Dichte *28*
Wasserdampfpunkt 147
Wasserdampf, Sättigungsdruck *29*
Wasserminimeter 194
Wasser, reines 150
—, Siedetemperatur 150. *30*
Wasserschalltechnik 116
Wassersiedepunkt 147. 150

Wasserstoffkontinuum 456
Wasserstoff, Reindarstellung 168
Wasserstrahlpumpe 178
Wasserwert 252. 256
Watt 11
Wattsekunde 6. 11
Weber 13
Weber-Fechnersches Gesetz 509
Wellenlänge (Licht) 359ff.
Wellenlängeneichung im Ultrarot 433
Wellenlängen-Normal 359
Wellenlängenschieber 42
Wellenzahl 377. 427
Werkstoffeigenschaften in tiefer Temperatur 310
Westonelement 8
Wichte 205
Widerstand, akustischer 111. 133
—, elektrischer 11. *73*
— im Magnetfeld (tiefe Temp.) 315
Widerstandsmanometer 200
Widerstandsthermometer 147. 163
Wiedemann-Franzsches Gesetz 277
Wiensche Strahlungsformel 290
Wiensches Verschiebungsgesetz 290
Winkeldispersion 377
Winkelmessung 45. 47
Wirkung 6
Wirkungsquantum 6
Wismutspulen, magnetische Messung in tiefer Temperatur 314
Wolfram-Bandlampe für Ultrarot 429
Wollaston-Prisma 467. 516
Woodsches Horn 464
— Metall 165
Wrattenfilter 357
Wurzeln, zweite und dritte *79*
X-Einheit 428
Zähigkeit 95ff. *66*
— von Gasen *67*
— von Wasser 98. *20*
Zeeman-Effekt 445. 455
Zeitmaße *75*
Zeitmessung 59ff.
Zeitzeichen 60
Zentrieren von Linsen 323
Zentrifugalregulatur 69
Zerreißversuche 88
Zirkularpolarisation 475
Zirkularpolarisiertes Licht 489
Zuckerlösung 477
Zuckerskala, internationale 486
Zungenpfeifen 113
Zusammendrückbarkeit 90. *21. 22. 23*
Zustandsgleichung 214
Zwillingskalorimeter 259
Zwillingsprismen 417. 514

# Repetitor der Analogtechnik



# Handbuch der Elektronik

## Teil 1 — „Analogtechnik"

In diesem Lehr- und Lernbuch wird folgender Lehrstoff einprägsam und anschaulich behandelt:

**Kurze Wiederholung der elektronischen Grundlagen**
**Die physikalischen Grundlagen der Halbleiter**
**Die Halbleiterdioden und ihre Anwendung**
**Die Transistorgrundschaltungen**
**Verstärkerschaltungen mit Transistoren**
**Generatoren mit Halbleiterbauteilen**
**Vierschichthalbleiter**
**Elektronik in der Stromversorgung**
**Fotoelektronische Bauelemente**
**Feldeffekt-Transistoren**

Das Lehrbuch enthält eine Vielzahl von Abbildungen und Kennlinien und weiter zahlreiche, ausführliche Rechenbeispiele, die für den Techniker auf praktische Fälle zugeschnitten sind.

# Handbuch der Elektronik

## Teil 2 — „Digitaltechnik"

Anschließend an das Stoffgebiet der Analogtechnik wird im Teil 2 des „Handbuchs der Elektronik" die Digitaltechnik mit folgenden Schwerpunkten behandelt:

Grundlagen der Digitaltechnik (Dualzahlen, verschiedene Codearten, ihre Vor- und Nachteile, Einführung in die Schaltalgebra, Schaltnetze, ihre Analyse und Synthese, Lesen einfacher Verknüpfungspläne).

Baugruppen (Dioden und Transistoren als Schalter, Grundverknüpfung mit diskreten Bauelementen, Schaltnetze mit diskreten Bauelementen, Übungsbeispiele zur Minisierung und Typisierung).

Impulsformer (Schaltungen mit RC-Gliedern, Schmitt-Trigger).

Kippschaltungen (bistabile, astabile und monostabile Kippstufen, Dimensionierungsbeispiele).

Schaltwerke (Vorwärts- und Rückwärtszähler, asynchron und synchron, Schieberegister).

Datenübertragung (Parallel- und Serienübertragung).
Magnetkerntechnik (Grundlagen, Speicherkerne, Speichermatrix, Ein- und Auslesevertahren).

EDV-Anlagen (Grundsätzliches über EDV-Anlagen, Schaltung und Betrieb eines einfachen Rechenwerkes).

Aufbau elektronischer Schaltkreise (gedruckte Schaltungen, integrierte und hybride Schaltungen).

Zahlreiche Abbildungen, Schaltungen und Rechenbeispiele ergänzen den Lehrstoff.

# Repetitor der Analogtechnik

Herausgegeben mit Unterstützung des Bundesministers für das Post- und Fernmeldewesen

Rund 300 Fragen und Antworten aus dem Gebiet der Analogtechnik

---

Herausgeber: Fachschule der DPG e. V. - 28 Bremen 1 - Bahnhofstraße 10

Stand: Herbst 1970
Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet

# Vorwort

Der „Repetitor der ‚Analogtechnik' — Analogtechnik programmiert und dadurch leicht gemacht —" lehnt sich eng an den Teil 1 — Analogtechnik des „Handbuchs der Elektronik" an. Der Repetitor soll helfen, das beim Durcharbeiten des vorgenannten Lehr- und Lernbuches erworbene Wissen zu vertiefen und zu festigen. Aufgrund dieser Erfolgskontrollen vermag der Leser eventuelle Lücken oder Unsicherheiten zu erkennen und kann dann den entsprechenden Abschnitt im Band „Analogtechnik" noch einmal durcharbeiten.

Um hierbei für den Lernenden ein wirksames und zeitsparendes Arbeiten zu ermöglichen, wurde die Antwortauswahlmethode gewählt. Bei diesem Verfahren sind zu jeder Frage mehrere Antworten vorgegeben, von denen immer mindestens eine richtig ist. Diese Methode erspart es dem Leser, die Antwort selbst zu formulieren. Die einzelnen Fragen führen schrittweise durch den Lehrstoff des Teiles 1 des Handbuchs; Gliederung und Aufbau beider Bände sind somit eng miteinander verklammert. Damit beim Durcharbeiten des Repetitors ein möglichst großer Lerneffekt erzielt wird, sollten zuerst alle Fragen auf einer Seite nacheinander gründlich durchgelesen und sodann die für richtig gehaltenen Antworten angekreuzt werden. Anschließend hieran wird sodann die Seite nur am rechten Rand so weit umgeschlagen, daß die auf der nächsten Seite stehenden Kästchen mit den richtigen Markierungen sichtbar werden und mit den eigenen Antworten verglichen werden können. Sind alle Antworten richtig, so kann die Seite ganz umgeblättert und der nächste Fragenkomplex in Angriff genommen werden. Ist eine Frage dagegen falsch beantwortet worden, so sollte der Leser die Frage und seine Antwort noch einmal überdenken. Findet er hierbei nicht die richtige Lösung, dann gibt die kurze Erklärung vielleicht die notwendigen Aufschlüsse. Sollte dies nicht der Fall sein, so dürfte es sich empfehlen, den entsprechenden Abschnitt im „Handbuch der Elektronik" zur Behebung der Unklarheiten noch einmal durchzuarbeiten.

Zur Erklärung und Erläuterung der Antworten sind neben den richtigen Markierungen eine kurze Erklärung der richtigen Antwort, kurze Merksätze und Hinweise auf häufig vorkommende Fehler abgedruckt worden, die das zur laufenden Wiederholung des Erlernten so wichtige Frage- und Antwortspiel sinnvoll abrunden.

Die Herausgeber

# Inhaltsverzeichnis

Bei Angabe der Abschnitte handelt es sich um Verweisungen auf das „Handbuch der Elektronik"; Teil 1 — Analogtechnik.


Seite

**Zu Abschnitt 1:** Grundlagen der Elektronik
Fragen 1 bis 60 . . . . . 7

**Zu Abschnitt 2:** Physikalische Grundlagen der Halbleiter
Fragen 1 bis 24 . . . . . 35

**Zu Abschnitt 3:** Halbleiterdioden und ihre Anwendung
Fragen 1 bis 20 . . . . . 47

**Zu Abschnitt 4:** Transistorgrundschaltungen
Fragen 1 bis 32 . . . . . 57

**Zu Abschnitt 5:** Der Transistor als Verstärker
Fragen 1 bis 16 . . . . . 73

**Zu Abschnitt 6:** Der Transistor als Schwingungserzeuger
Fragen 1 bis 8 . . . . . 81

**Zu Abschnitt 7:** Der Vierschichthalbleiter
Fragen 1 bis 32 . . . . . 85

**Zu Abschnitt 8:** Der Unijunktiontransistor
Fragen 1 bis 8 . . . . . 99

**Zu Abschnitt 9:** Halbleiterbauteile in der Stromversorgung
Fragen 1 bis 37 . . . . . 103

**Zu Abschnitt 10:** Schaltungen mit Thyristoren und TRIAC
Fragen 1 bis 21 . . . . . 123

**Zu Abschnitt 11:** Fotoelektronische Bauelemente
Fragen 1 bis 23 . . . . . 135

**Zu Abschnitt 12:** Feldeffekttransistoren
Fragen 1 bis 16 . . . . . 147

## Zu Abschnitt 1

# Grundlagen der Elektronik *)

1. Welche der folgenden Potenzen können addiert werden?

   ☐ a) $3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^2$
   ☐ b) $6 \cdot 8^3 + 8 \cdot 6^3$
   ☐ c) $7^4 + 5 \cdot 7^4$
   ☐ d) $6 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8$

2. Was ergibt $3 \cdot 10^5 \cdot 7 \cdot 10^3$?

   ☐ a) $10 \cdot 10^2$
   ☐ b) $21 \cdot 10^9$
   ☐ c) $21 \cdot 10^8$
   ☐ d) $21 \cdot 10^2$

3. An einem Widerstand werden folgende Werte gemessen: U = 75mV, I = 250$\mu$A. Wie groß ist der Widerstand?

   ☐ a) 3 kOhm
   ☐ b) 300 Ohm
   ☐ c) 0,3 Ohm
   ☐ d) 30 Ohm

4. Welcher Spannungsabfall entsteht an einem Widerstand von 150 kOhm, wenn ein Strom von 4 $\mu$A über ihn fließt?

   ☐ a) 1 mV
   ☐ b) 60 $\mu$V
   ☐ c) 0,6 V
   ☐ d) 600 mV

---

*) Vgl. hierzu Abschnitt 1 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 1. **Merke:**

☒ ☐ ☒ ☐

**Nur Potenzen mit gleicher Basis und gleichem Exponenten können miteinander addiert werden.**

zu 2.

☐ ☐ ☒ ☐

Bei der Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis werden die Exponenten addiert und die Beizahlen (Faktoren) miteinander multipliziert.

zu 3.

☐ ☒ ☐ ☐

$$\frac{75\ \text{mV}}{250\ \mu\text{A}} = \frac{75 \cdot 10^{-3}\text{V}}{250 \cdot 10^{-6}\text{A}} = 0{,}3 \cdot 10^{3}\ \text{Ohm} = 300\ \text{Ohm}$$

zu 4.

☐ ☐ ☒ ☒

$150\ \text{kOhm} \cdot 4\ \mu\text{A} = 150 \cdot 10^{3}\ \text{Ohm} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{A}$
$= 600 \cdot 10^{-3}\text{V} = 600\ \text{mV} = 0{,}6\ \text{V}$

5. Warum haben Metalle eine so gute elektrische Leitfähigkeit?

- ☐ a) wegen der großen Atomschwingungen
- ☐ b) wegen der vielen freien Elektronen
- ☐ c) wegen der großen Kernladungszahl

6. Wie lange kann man einen Akkumulator mit einer Kapazität von 60 Ah einen Strom von 0,4 A entnehmen?

- ☐ a) 150 min
- ☐ b) 1,5 h
- ☐ c) 15 000 s
- ☐ d) 150 h

7. Bei welchen Eigenschaften ist die elektrische Leitfähigkeit eines Materials am größten?

- ☐ a) viel freie Elektronen mit großer Beweglichkeit
- ☐ b) wenig freie Elektronen mit kleiner Beweglichkeit
- ☐ c) wenig freie Elektronen mit großer Beweglichkeit
- ☐ d) viel freie Elektronen mit kleiner Beweglichkeit

8. Bei Metallen erhöht sich mit steigender Temperatur der Widerstand, weil

- ☐ a) die Zahl der freien Elektronen sinkt
- ☐ b) die Beweglichkeit sinkt
- ☐ c) die Beweglichkeit steigt
- ☐ d) die Zahl der freien Elektronen steigt

9. Welche Maßeinheit hat die elektrische Leitfähigkeit?

- ☐ a) Ohm
- ☐ b) S
- ☐ c) $\frac{\text{Ohm} \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$
- ☐ d) $\frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$

zu 5.

☐
☒ Metalle sind wegen der großen Anzahl von freien Elektronen gute elektrische Leiter.
☐

zu 6.

☐
☐ $Q = I \cdot t;\ t = \frac{Q}{I} = \frac{60\ Ah}{0{,}4\ A} = 150\ h$
☐
☒

zu 7. **Merke:**

☒ **Die Leitfähigkeit eines Materials ist umso größer, je größer die Zahl der freien Elektronen und je größer deren**
☐ **Beweglichkeit ist.**
☐

zu 8.

☐
☒ Bei Metallen erhöht sich mit steigender Temperatur der Widerstand, weil die Beweglichkeit der freien Elektronen durch die stärkeren Atomschwingungen eingeengt wird.
☐

zu 9. **Merke:**

☐ **Die elektrische Leitfähigkeit gibt den Leitwert eines Lei-**
☐ **ters von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt bei 20° C an.**
☐ Ihre Maßeinheit beträgt daher: $\frac{Sm}{mm^2}$

☒

10. In Reihe liegen drei Widerstände von 0,05 MOhm, 50 kOhm und 100 000 Ohm. Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

☐ a) 0,2 MOhm
☐ b) 155 kOhm
☐ c) 200 kOhm
☐ d) 2 000 000 Ohm

11. Bei einer Parallelschaltung aus $R_1 = 10$ Ohm und $R_2 = 20$ Ohm fließt über $R_1$ ein Strom von 10 mA. Wie groß ist der Strom über $R_2$?

☐ a) 20 mA
☐ b) 5 A
☐ c) 20 A
☐ d) 5 mA

12. Bei einer Reihenschaltung aus $R_1 = 10$ Ohm und $R_2 = 20$ Ohm fallen an $R_1$ 10 V ab.
Wie groß ist der Spannungsabfall an $R_2$?

☐ a) 20 V
☐ b) 5 V
☐ c) 10 V
☐ d) 20 000 mV

13. Eine Spannungsquelle mit einer Urspannung von 6 V wird mit einem Widerstand belastet, der gleich dem Innenwiderstand ist.
Wie groß ist die Klemmenspannung?

☐ a) 12 V
☐ b) 6 V
☐ c) 3 V
☐ d) 4,5 V

zu 10. **Merke:**

**Bei einer Reihenschaltung ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Einzelwiderstände:**

☒ 0,05 MOhm = 50 kOhm
☐ 50 kOhm
☒ 100 000 Ohm = 100 kOhm
☐ 200 kOhm = 0,2 MOhm

zu 11. **Merke:**

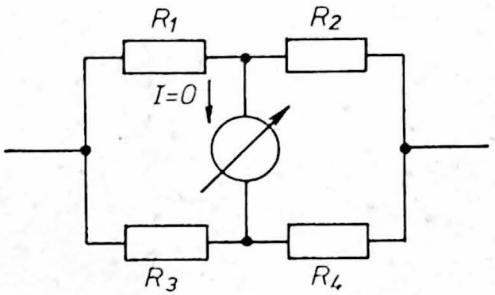
☐ **In parallelen Widerständen verhalten sich die Ströme umgekehrt wie die Widerstände.**
☐ Über $R_2$ fließen daher 5 mA.
☒

zu 12. **Merke:**

☒ **Bei in Reihe liegenden Widerständen verhalten sich die Spannungsabfälle wie die Widerstände.**
☐ An $R_2$ fallen daher 20 V = 20 000 mV ab.
☒

zu 13. Bei $R_a = R_i$ ist $U_{KL} = \frac{1}{2} U_0$, da von der Urspannung je die
☐ Hälfte am Innenwiderstand und am Außenwiderstand ab-
☐ fällt.
☒ Hier ist also $U_{KL} = \frac{1}{2} \cdot 6\ V = 3\ V$.
☐

14. $R_1$ = 20 kOhm
$R_2$ = 500 Ohm
$R_3$ = 10 000 Ohm
Wie groß ist $R_1$?




☐ a) 2,5 kOhm
☐ b) 1 kOhm
☐ c) 0,25 kOhm
☐ d) 250 Ohm

15. Über einen Transistor fließt bei einer Spannung von 12,5 V ein Strom von 80 µA. Welche Leistung nimmt er auf?

☐ a) 1 mW
☐ b) 100 µW
☐ c) 1 µW

16. Wie groß ist die Frequenz einer Schwingung mit einer Periodendauer von 20 µs?

☐ a) 20 MHz
☐ b) 0,05 MHz
☐ c) 50 kHz
☐ d) 20 kHz

17. Wie groß ist die Amplitude einer Wechselspannung von 10 $V_{ss}$?

☐ a) 7,07 V
☐ b) 14,14 V
☐ c) 5 V
☐ d) 20 V

18. Eine Wechselspannung beträgt 50 $mV_{ss}$. Wie groß ist der Effektivwert?

☐ a) 25 mV
☐ b) 35,35 mV
☐ c) 70,70 mV
☐ d) 17,67 mV

zu 14. Im Abgleich (I = 0) gilt:

☐ ☐ ☒ ☒

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \; ; \quad R_4 = \frac{R_2}{R_1} \cdot R_3$$

$$= \frac{500\ \text{Ohm}}{20\ \text{kOhm}} \cdot 10\ \text{kOhm}$$

$$= 250\ \text{Ohm} = 0{,}25\ \text{kOhm}$$

zu 15. $P = U \cdot I = 12{,}5\ V \cdot 80\ \mu A = 1000\ \mu W = 1\ mW$

☒ ☐ ☐

zu 16. $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6}\,s} = \frac{10^6}{20}\ Hz = 0{,}05\ MHz$

$= 50\ kHz$

☐ ☒ ☒ ☐

zu 17. **Merke:**

☐ ☐ ☒ ☐

**Die Spannung-Spitze-Spitze ist gleich der doppelten Amplitude.**

Die Amplitude beträgt also 5 V bei 10 $V_{ss}$.

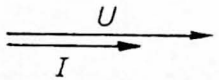
zu 18. Bei 50 $mV_{ss}$ beträgt die Amplitude $U_{max} = 25$ mV. Der Effektivwert errechnet sich bei sinusförmigen Spannungen aus $U = U_{max} \cdot 0{,}707 = 25\ mV \cdot 0{,}707 = 17{,}67\ mV$.

☐ ☐ ☐ ☒

19. Der arithmetische Mittelwert einer Wechselspannung beträgt 6,37 V. Wie groß ist der Effektivwert?

- ☐ a) 7,07 V
- ☐ b) 6,37 V
- ☐ c) 10 V

20. Das nebenstehende Bild zeigt das Zeigerdiagramm




- ☐ a) eines induktiven Blindwiderstandes
- ☐ b) eines ohmschen Widerstandes
- ☐ c) eines kapazitiven Blindwiderstandes
- ☐ d) eines induktiven Scheinwiderstandes

21. Wie ändern sich die Blindwiderstände bei Spulen und Kondensatoren mit steigender Frequenz?

- ☐ a) bei beiden steigen sie
- ☐ b) bei beiden sinken sie
- ☐ c) bei Kondensatoren steigen, bei Spulen sinken sie
- ☐ d) bei Kondensatoren sinken, bei Spulen steigen sie

22. Der kapazitive Blindwiderstand eines Kondensators betrage bei f = 600 Hz 600 Ohm. Wie groß ist er bei 100 Hz?

- ☐ a) 100 Ohm
- ☐ b) 3 600 Ohm
- ☐ c) 6 000 Ohm
- ☐ d) 60 Ohm

23. Der induktive Blindwiderstand einer Spule soll bei f = 600 Hz 600 Ohm betragen. Wie groß ist er bei 100 Hz?

- ☐ a) 100 Ohm
- ☐ b) 3 600 Ohm
- ☐ c) 6 000 Ohm
- ☐ d) 60 Ohm

zu 19. Für den arithmetischen Mittelwert gilt:

☒ $U = 0{,}637\ U_{max}$;

☐ ☐ $U_{max} = \frac{U}{0{,}637} = \frac{6{,}37\ V}{0{,}637} = 10\ V$;

$U = U_{max} \cdot 0{,}707 = 10V \cdot 0{,}707 = 7{,}07\ V$

zu 20. Im dargestellten Zeigerdiagramm sind Strom und Spannung in Phase. Das ist nur bei ohmschen Widerständen der Fall.

☐ ☒ ☐ ☐

zu 21. **Merke:**

☐ ☐ ☐ **Bei steigender Frequenz steigt der induktive Blindwiderstand, der kapazitive sinkt.**

☒ $X_L = \omega L$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$

zu 22. Der kapazitive Blindwiderstand steigt bei Verringerung der Frequenz auf $\frac{1}{6}$ auf das 6-fache, also von 600 Ohm auf 3 600 Ohm.

☐ ☒ ☐ ☐

zu 23. Der induktive Blindwiderstand ist proportional der Frequenz. Wenn die Frequenz auf den 6. Teil zurückgeht, verringert sich sein Wert ebenfalls auf den 6. Teil, hier also auf 100 Ohm.

☒ ☐ ☐ ☐

24. Welche Phasenverschiebung besteht zwischen Spannung und Strom bei Spulen und Kondensatoren?

☐ a) bei Spulen eilt die Spannung voraus, bei Kondensatoren der Strom
☐ b) bei Spulen eilt der Strom voraus, bei Kondensatoren die Spannung
☐ c) bei beiden eilt der Strom voraus
☐ d) es besteht keine Phasenverschiebung

25. Eine Reihenschaltung aus R und L soll einen Phasenwinkel von 45° haben. Wie groß muß $X_L$ sein, wenn R einen Wert von 100 Ohm hat?

☐ a) 450 Ohm
☐ b) 45 Ohm
☐ c) 100 Ohm
☐ d) 145 Ohm

26. Wie groß ist der Scheinwiderstand einer Reihenschaltung aus $R = 3$ Ohm und $X_L = 4$ Ohm?

☐ a) 7 Ohm
☐ b) 5 Ohm
☐ c) 3,4 Ohm
☐ d) 12 Ohm

27. Wie ändert sich der Phasenwinkel einer Reihenschaltung aus R und C bei steigender Frequenz?

☐ a) er wird kleiner
☐ b) er bleibt konstant
☐ c) er wird größer

zu 24. **Merke:**

☒ **Bei Spulen eilt die Spannung voraus,**
**bei Kondensatoren der Strom.**

☐

☐

☐

zu 25. Der Phasenwinkel beträgt 45°, wenn R und $X_L$ gleich groß
☐ sind. $X_L$ muß also 100 Ohm betragen.

☐

☒

☐

zu 26. Bei einer Reihenschaltung gilt:

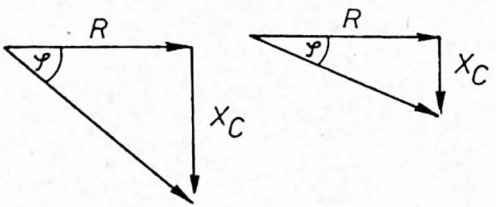
☐ $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ Ohm.

☒

☐

☐

zu 27. Bei steigender Frequenz sinkt $X_C$ und damit auch der Phasenwinkel.




☒

☐

☐

28. Gegeben sind zwei Parallelschaltungen aus R und $X_L$:
$R_1 = 100$ Ohm, $X_{L1} = 50$ Ohm und $R_2 = 100$ Ohm, $X_{L2} = 200$ Ohm.
Welche Schaltung hat einen größeren Phasenwinkel?

☐ a) Schaltung 1
☐ b) Schaltung 2
☐ c) beide Schaltungen haben gleichen Phasenwinkel

29. Über eine Parallelschaltung aus R und C fließt ein Gesamtstrom von 10 $\mu$A. Wie groß ist der Strom über den Kondensator, wenn über den Widerstand 6 mA fließen?

☐ a) 4 mA
☐ b) 6 mA
☐ c) 8 mA
☐ d) 10 mA

30. Bei einem Reihenschwingkreis ist bei Resonanz

☐ a) $\varphi = 0$
☐ b) $X_L = X_C$
☐ c) $U_{XL} = U_{XC}$
☐ d) Z am größten

31. Bei einem Reihenschwingkreis soll die Resonanzfrequenz $f_o = 400$ kHz betragen. Welche Resonanzfrequenz hat der Schwingkreis, wenn die Kapazität vervierfacht wird?

☐ a) 1 600 kHz
☐ b) 800 kHz
☐ c) 200 kHz
☐ d) 100 kHz

zu 28. Die Eigenschaften einer Parallelschaltung werden überwiegend vom kleineren Widerstand bestimmt. Bei Schaltung 1 ist $X_L$ kleiner als R, bei Schaltung 2 ist $X_L$ größer. Die Schaltung 1 ist daher stärker induktiv und hat dadurch einen größeren Phasenwinkel. Bei gleicher Spannung an beiden Schaltungen fließt durch beide der gleiche Wirkstrom $I_R$, während der Blindstrom $I_{XL}$ in der ersten Schaltung viermal größer ist.

☒
☐
☐

zu 29. Wie aus dem Stromdreieck zu entnehmen ist, gilt für $I_C$:

$$I_C = \sqrt{I^2 - I_R^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ mA}$$

☐
☐
☒
☐

**Falsch:**
Die Antwort 4 mA ist falsch.
**Bei Wechselstromwiderständen mit verschiedenen Phasenwinkel darf nie arithmetisch addiert oder subtrahiert werden sondern nur geometrisch.**

zu 30. Resonanz ist gekennzeichnet durch $\varphi = 0$. Bei Reihenresonanz ist $X_L$ gleich $X_C$ und damit auch $U_{XL} = U_{XC}$. Der Scheinwiderstand ist bei Reihenresonanz am kleinsten und zwar gleich dem Wirkwiderstand R.

☒
☒
☒
☐

zu 31. Für die Resonanzfrequenz eines LC-Schwingkreises gilt:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

. Wird C viermal so groß, so wird der Nenner doppelt so groß und die Frequenz halbiert sich; sie sinkt dann auf 200 kHz.

☐
☐
☒
☐

32. Unterhalb der Resonanzfrequenz verhält sich

- ☐ a) ein Reihenschwingkreis kapazitiv
- ☐ b) ein Parallelschwingkreis kapazitiv
- ☐ c) ein Reihenschwingkreis induktiv
- ☐ d) ein Parallelschwingkreis induktiv

33. An verschiedenen Wechselstromwiderständen werden gleiche Spannungen und Ströme gemessen. Bei welcher Widerstandsart ist die Scheinleistung am größten?

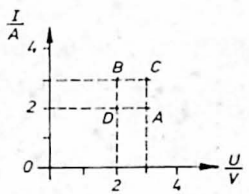
- ☐ a) bei Wirkwiderständen
- ☐ b) bei induktiven Blindwiderständen
- ☐ c) bei kapazitiven Blindwiderständen
- ☐ d) bei gegebenen Spannungen und Strömen ist die Scheinleistung unabhängig von der Art des Wechselstromwiderstandes

34. An verschiedenen Wechselstromwiderständen werden gleiche Spannungen und Ströme gemessen. Bei welcher Widerstandsart ist die Wirkleistung am größten?

- ☐ a) bei Wirkwiderständen
- ☐ b) bei induktiven Blindwiderständen
- ☐ c) bei kapazitiven Blindwiderständen
- ☐ d) bei gegebenen Spannungen und Strömen ist die Wirkleistung unabhängig von der Art des Wechselstromwiderstandes

35. Welcher Punkt im dargestellten rechtwinkligen Koordinatensystem entspricht den Meßwerten I = 3A und U = 2V?

- ☐ a) B
- ☐ b) A
- ☐ c) C
- ☐ d) D



zu 32. **Merke:**

☒ **Die Eigenschaften einer Reihenschaltung werden überwiegend durch den größten, die einer Parallelschaltung**
☐ **überwiegend durch den kleinsten Widerstand bestimmt.**
☐ Unterhalb der Resonanzfrequenz ist der induktive Blind-
☒ widerstand kleiner als der kapazitive. Daher verhält sich ein Reihenschwingkreis unterhalb der Resonanzfrequenz kapazitiv, ein Parallelschwingkreis dagegen induktiv.

zu 33.

☐ Für die Scheinleistung gilt: $S = U \cdot I$.
☐ Sie ist daher von der Art des Widerstandes unabhängig.
☐
☒

zu 34.

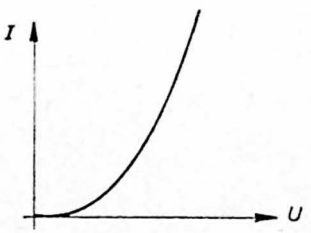
☒ Für die Wirkleistung gilt: $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$.
☐ Nur bei reinen Wirkwiderständen ist $\varphi = 0$ und damit
☐ $\cos \varphi = 1$, bei gleichen Werten für U und I ist die Wirk-
☐ leistung also bei Wirkwiderständen am größten.

zu 35.

☒ Nur für den Punkt B ist $I = 3A$ und $U = 2V$.
☐
☐
☐

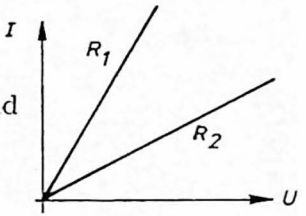
36. Welche der folgenden Beziehungen gilt?

☐ a) $R_1 = R_2$
☐ b) $R_1 > R_2$
☐ c) $R_1 < R_2$



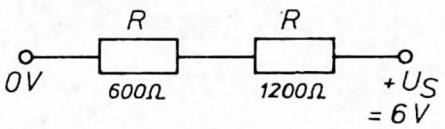

37. Nebenstehende Kennlinie gilt:

☐ a) für einen Heißleiter
☐ b) für einen ohmschen Widerstand
☐ c) für einen Kaltleiter
☐ d) für eine Induktivität




38. Welche Endpunkte hat die Widerstandsgerade für $R_1$?

☐ a) U = 0, I = 0 und U = 0, I = 10mA
☐ b) U = 0, I = 0 und U = 6V, I = 0
☐ c) U = 0, I = 0 und U = 6V, I = 10mA
☐ d) U = 6V, I = 0 und U = 6V, I = 10mA




39. Welche Endpunkte hat die Widerstandsgerade für $R_2$?

☐ a) U = 0, I = 0 und U = 6V, I = 5mA
☐ b) U = 6V, I = 0 und U = 0, I = 5mA
☐ c) U = 6, I = 5mA und U = 0, I = 5mA
☐ d) U = 6V, I = 0 und U = 6V, I = 5mA

zu 36. **Merke:**

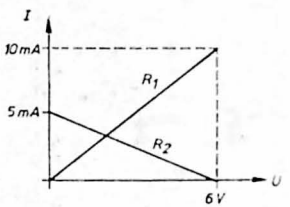
☐ **Die Kennlinie eines ohmschen Widerstandes verläuft um**
☐ **so steiler, je kleiner der Widerstand ist.**
☒ Daher gilt für die Abbildung: $R_1 < R_2$.

zu 37.

☒ Bei steigenden Spannungs- und Stromwerten wird die
☐ Kennlinie steiler, der Widerstand des Bauelementes also
☐ kleiner. Dies ist bei Heißleitern der Fall.
☐

zu 38.

☐ Mit steigendem Strom steigt der
☐ Spannungsabfall an $R_1$ von OV aus.
☒ Der eine Endpunkt der Widerstands-
☐ geraden ist also $U = 0$ und $I = 0$.




Der andere Endpunkt liegt bei $U = 6V$ und $I = \frac{6V}{600\Omega} = 10mA$.

zu 39.

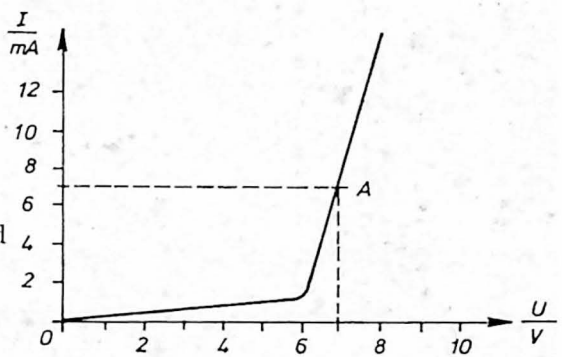
☐ Die Kennlinie für $R_2$ wird von $U_S$ aus eingezeichnet. Sie
☒ beginnt daher bei $U = 6V$, $I = 0$ und endet bei $U = 0V$
☐ und $I = \frac{U_S}{R_2} = \frac{6V}{1200\ \Omega} = 5mA$
☐

40. Wie wirkt sich eine Änderung der Speisespannung auf die Widerstandsgerade von $R_2$ aus?

- ☐ a) überhauppt nicht
- ☐ b) sie wird steiler
- ☐ c) sie wird parallel verschoben
- ☐ d) sie wird flacher

41. Wie groß ist der statische Widerstand im Arbeitspunkt A?

- ☐ a) 100 Ohm
- ☐ b) 1 kOhm
- ☐ c) 1 Ohm
- ☐ d) 500 Ohm




42. Wie groß ist der dynamische Widerstand im Arbeitspunkt A?

- ☐ a) 1 kOhm
- ☐ b) 500 Ohm
- ☐ c) 200 Ohm
- ☐ d) 2 kOhm

43. Wie groß ist die Verlustleistung im Arbeitspunkt A?

- ☐ a) 49 mW
- ☐ b) 49 W
- ☐ c) 35 mW
- ☐ d) 490 mW

44. Was für eine Kurve ergibt sich, wenn man eine konstante Leistung, z.B. die maximale Verlustleistung, in einem I-U-Kennlinienfeld darstellt?

- ☐ a) eine Parallele zur I-Achse
- ☐ b) eine Parallele zur U-Achse
- ☐ c) eine bei steigender Spannung fallende Gerade
- ☐ d) eine Hyperbel

zu 40. **Merke:**

☐ ☐ ☒ ☐ **Bei einer Veränderung der Speisespannung ändern sich beide Endpunkte der Widerstandsgeraden** ($U_S$ auf der U-Achse und $\frac{U_S}{R_2}$ auf der I-Achse). **Sie wird daher parallelverschoben.**

zu 41. **Merke:**

☐ ☒ ☐ ☐ **Der statische Widerstand ist** $R = \frac{U}{I}$ ; der Kennlinie wird für den Arbeitspunkt entnommen: $U = 7V$, $I = 7mA$.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{7V}{7mA} = 1\ kOhm$$

zu 42. **Merke:**

☐ ☐ ☒ ☐ **Der dynamische Widerstand ist** $R = \frac{\Delta U}{\Delta I}$ ; der Kennlinie wird für den Arbeitspunkt entnommen: $\Delta U = 2V$, $\Delta I = 10mA$.

$$r = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{2V}{10mA} = 0{,}2\ kOhm = 200\ Ohm$$

zu 43. **Merke:**

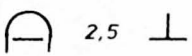
☒ ☐ ☐ ☐ **Die Verlustleistung ist das Produkt aus der Spannung am Bauelement und dem Strom durch das Bauelement.**

$$P = U \cdot I = 7V \cdot 7mA = 49mW$$

zu 44.

☐ ☐ ☐ ☒ Damit die Leistung konstant bleibt, muß bei steigender Spannung der Strom kleiner werden und umgekehrt. Es entsteht im I-U-Kennlinienfeld eine Hyperbel.

45. Was bedeuten folgende Symbole auf einem Meßwerk?




- ☐ a) Drehspulmeßwerk für schräge Gebrauchslage, Güteklasse 1,5
- ☐ b) Drehspulmeßwerk für senkrechte Gebrauchslage, Güteklasse 2,5
- ☐ c) Dreheisenmeßwerk für senkrechte Gebrauchslage, Güteklasse 2,5
- ☐ d) Drehspulmeßwerk für senkrechte Gebrauchslage und 2,5V

46. Kann man mit einem Drehspulmeßwerk Wechselströme messen?

- ☐ a) ja, aber nur bei Verwendung von Gleichrichtern
- ☐ b) ja, auch ohne Verwendung von Gleichrichtern
- ☐ c) ja, ohne Gleichrichter aber nur sinusförmige Wechselströme
- ☐ d) nein, auch unter Verwendung von Gleichrichtern nicht

47. Durch einen Vorwiderstand vor dem Meßwerk wird

- ☐ a) der Innenwiderstand verkleinert
- ☐ b) der Strommeßbereich erhöht
- ☐ c) der Spannungsmeßbereich erhöht
- ☐ d) der Spannungsmeßbereich verkleinert

48. Mit einem Drehspulinstrument, Genauigkeitsklasse 2,5 werden im 10-V-Bereich 5V gemessen. Der mögliche Fehler beträgt

- ☐ a) $\pm$ 0,125 V
- ☐ b) $\pm$ 0,25V
- ☐ c) $\pm$ 0,5V
- ☐ d) $\pm$ 0,75V

zu 45.

☐ Die dargestellten Symbole kennzeichnen ein Drehspulmeßwerk für senkrechte Gebrauchslage mit einer Genauigkeit von ± 2,5 % des Skalenendwertes.

☒

☐

☐

zu 46. **Merke:**

☒ **Bei einem Drehspulmeßwerk ist die Richtung des Zeigerausschlags abhängig von der Stromrichtung in der Spule.**

☐ Es können daher nur gleichgerichtete Wechselströme gemessen werden.

☐

☐

zu 47.

☐ Durch einen Vorwiderstand wird der Spannungsmeßbereich vergrößert. Von der angelegten Spannung liegt nur noch ein Teil am Meßwerk.

☐

☒

☐

zu 48. **Merke:**

☐ **Der durch die Genauigkeitsklasse angegebene maximale prozentuale Fehler bezieht sich immer auf den Skalenendwert. Der maximale absolute Fehler ist unabhängig von der Größe des Meßwertes und durch den eingestellten Meßbereich gegeben.**

☒ 2,5 % von 10V = 0,25V. Der maximale Fehler beträgt also ± 0,25V.

☐

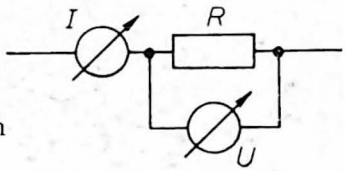
☐

49. Wie groß ist der Innenwiderstand eines Vielfachinstrumentes im 0,25-V-Bereich, wenn als Kennwert für das Meßwerk 200 kOhm/V angegeben sind?

☐ a) 25 kOhm

☐ b) 500 kOhm
☐ c) 50 kOhm
☐ d) 80 kOhm

50. In der angegebenen Schaltung werden richtig gemessen




☐ a) nur die Spannung
☐ b) nur der Strom
☐ c) Spannung und Strom
☐ d) weder Spannung noch Strom

51. Die Schaltung in Frage 50 ist geeignet zur Messung

☐ a) großer Widerstände
☐ b) kleiner Widerstände
☐ c) sehr großer und sehr kleiner Widerstände
☐ d) zur Widerstandsbestimmung ungeeignet

52. Bei einer Spannungsmessung liest man im 10-V-Bereich 9V ab, nach dem Umschalten auf den 25-V-Bereich dagegen 10 V. Woran könnte das liegen?

☐ a) die Spannungsquelle ist zu niederohmig
☐ b) der Spannungsmesser ist zu hochohmig
☐ c) der Spannungsmesser ist zu niederohmig

zu 49.

☐ $Ri = 0{,}25V \cdot 200\frac{kOhm}{V} = 50\ kOhm$

☐

☒

☐

zu 50.

☒ Die Spannung wird richtig gemessen, der Strom um den

☐ Strom über das Voltmeter zu groß.

☐

☐

zu 51.

☐ Bei kleinen Widerständen fließt ein großer Strom, so daß

☒ der zusätzliche Instrumentenstrom keinen merkbaren Ein-

☐ fluß auf den Ausschlag des Amperemeters hat.

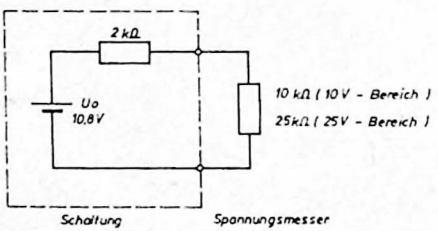
☐

zu 52.

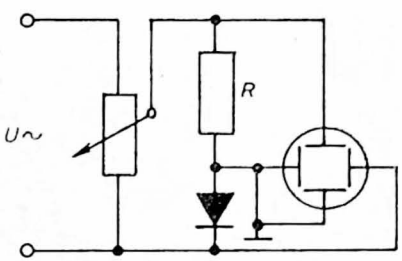
☐ Der Innenwiderstand des Spannungsmessers ist nicht groß

☐ genug gegenüber dem Innenwiderstand der Schaltung.

☒ Die angegebenen Meßwerte von 9 V und 10 V treten z.B. in der nachstehenden Schaltung auf, wie sich leicht nachrechnen läßt.



53. Welche Aufgabe hat der Widerstand R in der nebenstehenden Schaltung zur Kennlinienaufnahme?




- ☐ a) Strombegrenzung
- ☐ b) aus dem Diodenstrom einen proportionalen Spannungsabfall zu bilden
- ☐ c) aus der Diodenspannung einen proportionalen Strom zu bilden
- ☐ d) keine

54. Mit dem Helligkeitsregler eines Oszillografen wird verändert

- ☐ a) die Spannung am Wehneltzylinder
- ☐ b) die Spannung zwischen den Anoden
- ☐ c) die Spannung an den X-Platten
- ☐ d) die Spannung an den Y-Platten

55. Zur Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Spannung an den Y-Platten wird an die X-Platten gelegt

- ☐ a) eine rechteckförmige Spannung
- ☐ b) eine dreieckförmige Spannung
- ☐ c) die gleiche Spannung, die am Y-Eingang liegt
- ☐ d) eine Sägezahnspannung

56. Es wird bei jedem Durchlauf des Elektronenstrahls der gleiche Kurvenzug dargestellt

- ☐ a) bei Kippfrequenz = zweifache Meßfrequenz
- ☐ b) bei Meßfrequenz = zweifache Kippfrequenz
- ☐ c) nur bei getriggertem Betrieb
- ☐ d) nur wenn Meßfrequenz = Kippfrequenz

zu 53.

☐ Aus dem Diodenstrom muß ein proportionaler Spannungs-
☒ abfall gebildet werden, weil mit einem Oszillografen Ströme nicht direkt gemessen werden können.

☐

☐

zu 54.

☒ Mit der Spannung am Wehneltzylinder wird die Stärke
☐ des Elektronenstrahls und damit die Bildhelligkeit ein-
☐ gestellt.
☐

zu 55.

☐ An den X-Platten muß eine Sägezahnspannung liegen, da-
☐ mit der Elektronenstrahl ständig mit konstanter Geschwin-
☐ digkeit von links nach rechts über den Bildschirm gezogen
☒ wird.

zu 56.

☐ Wenn die Meßfrequenz doppelt so groß ist wie die Kipp-
☒ frequenz, wird mit jedem Durchlauf der gleiche Kurven-
☐ zug dargestellt, und zwar zwei volle Schwingungen der
☐ Meßspannung.

**Falsch:**

**Ist die Kippfrequenz doppelt so groß wie die Meßfrequenz, so werden immer abwechselnd positive und negative Halbwelle der Meßspannung dargestellt.**
**Bei c) und d) wird zwar auch immer der gleiche Kurvenzug dargestellt, die Antworten sind aber falsch, weil sie mit „nur" anfangen.**

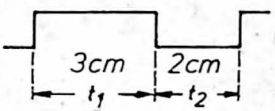
57. Welcher Wert einer Wechselspannung läßt sich auf einem Oszillografen am leichtesten ablesen?

- ☐ a) Effektivwert
- ☐ b) arithmetischer Mittelwert
- ☐ c) Spannung-Spitze-Spitze
- ☐ d) doppelter Effektivwert

58. In der Stellung $a_y$ = 0,02 V/cm des Eingangsteilers wird der Strahl um y = 2,5 cm in senkrechter Richtung ausgelenkt. Wie groß ist die angelegte Spannung?

- ☐ a) 0,005 V
- ☐ b) 5 mV
- ☐ c) 40 mV
- ☐ d) 50 mV

59. Bei geeichter Stellung $a_x$ = 5$\mu$s/cm des Zeitbasisschalters entsteht nebenstehendes Schirmbild
Wie groß sind $t_1$ und $t_2$?




- ☐ a) $t_1$ = 10$\mu$s, $t_2$ = 15$\mu$s
- ☐ b) $t_1$ = 15$\mu$s, $t_2$ = 10$\mu$s
- ☐ c) $t_1$ = 3$\mu$s, $t_2$ = 2$\mu$s
- ☐ d) $t_1$ = 2$\mu$s, $t_2$ = 3$\mu$s

60. Wie groß ist die Frequenz der Schwingung aus Frage 59?

- ☐ a) 40 kHz
- ☐ b) 100 kHz
- ☐ c) 66,7 kHz
- ☐ d) 400 kHz

zu 57.

☐ Die Spannung-Spitze-Spitze läßt sich am einfachsten ab-
☐ lesen. Die anderen Werte lassen sich daraus dann mit den
☒ Umrechnungsfaktoren ermitteln.
☐

zu 58.

☐ $U = y \cdot a_y = 2{,}5\ \text{cm} \cdot 0{,}02\text{V/cm} = 0{,}05\text{V} = 50\text{mV}$
☐
☐
☒

zu 59.

☐ $t_1 = x_1 \cdot a_x = 3\ \text{cm} \cdot 5\mu\text{s/cm} = 15\mu\text{s}$
☒ $t_2 = x_2 \cdot a_x = 2\ \text{cm} \cdot 5\mu\text{s/cm} = 10\mu\text{s}$
☐
☐

zu 60.

☒ Die Periodendauer setzt sich aus $t_1$ und $t_2$ zusammen.
☐ $T = t_1 + t_2 = 15\mu\text{s} + 10\mu\text{s} = 25\mu\text{s}$
☐
☐ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-6}\text{s}} = 40\text{kHz}$

## Zu Abschnitt 2

# Physikalische Grundlagen der Halbleiter*)

1. Wieviel Elektronen haben die Atome der Halbleiterelemente auf der äußeren Schale?

   ☐ a) 1
   ☐ b) 2
   ☐ c) 3
   ☐ d) 4

2. Germanium ist ein Heißleiter, weil bei Temperaturerhöhung

   ☐ a) die Zahl der freien Ladungsträger steigt
   ☐ b) ihre Beweglichkeit sinkt
   ☐ c) ihre Beweglichkeit steigt
   ☐ d) die Zahl der freien Ladungsträger sinkt

3. Bei konstanter Temperatur eines Halbleiters

   ☐ a) überwiegen die Paarbildungen den Rekombinationen
   ☐ b) sind Paarbildungen und Rekombinationen im Gleichgewicht
   ☐ c) überwiegen die Rekombinationen den Paarbildungen
   ☐ d) treten Paarbildungen und Rekombinationen nicht auf

4. Die Eigenleitung wird hervorgerufen

   ☐ nur durch freie Elektronen
   ☐ nur durch Löcher
   ☐ durch eine gleiche Anzahl von Löchern und freien Elektronen

---

*) Vgl. hierzu Abschnitt 2 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik."

zu 1.

☐ Die Atome der Halbleiterelemente haben 4 Valenz-
☐ elektronen.
☐
☒

zu 2.

☒ Durch verstärkte Paarbildung entstehen bei Temperatur-
☐ erhöhung mehr Löcher und freie Elektronen.
☐
☐

zu 3.

☐ Bei konstanter Temperatur sind Paarbildung und Rekom-
☒ bination im Gleichgewicht. Wäre dies nicht der Fall, so
würde sich auch bei konstanter Temperatur die Leitfähig-
☐ keit des Halbleiters verändern.
☐

zu 4.

☐ Von Eigenleitung spricht man bei reinen Halbleitern.
☐ Da hier mit jedem freien Elektron auch ein Loch entsteht,
☒ wird sie von einer gleichen Anzahl von Löchern und freien
Elektronen hervorgerufen.

5. Donatoren bewirken

☐ a) Löcherleitfähigkeit
☐ b) negative Aufladung des Halbleiters
☐ c) positive Aufladung des Halbleiters
☐ d) Elektronenleitfähigkeit

6. P-Material

☐ a) ist positiv aufgeladen
☐ b) enthält mehr Löcher als freie Elektronen
☐ c) enthält mehr freie Elektronen als Löcher

7. Majoritätsträger sind

☐ a) Löcher und freie Elektronen in einer N-Schicht
☐ b) Löcher in einer N- und freie Elektronen in einer P-Schicht
☐ c) Löcher in einer P- und freie Elektronen in einer N-Schicht
☐ d) Löcher und freie Elektronen in einer P-Schicht

8. Störstellenleitfähigkeit ist

☐ a) ein anderes Wort für Eigenleitfähigkeit
☐ b) ein Oberbegriff für P- und N-Leitfähigkeit
☐ c) tritt nur in elektrisch-leitenden Flüssigkeiten auf
☐ d) nur P-Leitfähigkeit

9. Bei der Verwendung von Heißleitern werden diese einmal durch die Umgebungstemperatur $\vartheta_U$ und zum anderen durch die elektrische Verlustleistung $P_V$ erwärmt. Die Erwärmung erfolgt überwiegend

☐ a) durch $\vartheta_U$ bei Temperaturmessung und Relaisschaltzeitverzögerung
☐ b) durch $\vartheta_U$ bei Relaisschaltzeitverzögerung, durch $P_V$ bei Temperaturmessung
☐ c) durch $P_V$ bei Temperaturmessung und Relaisschaltzeitverzögerung
☐ d) durch $\vartheta_U$ bei Temperaturmessung und durch $P_V$ bei Relaisschaltzeitverzögerung

zu 5.

☐ Donatoren sind fünfwertig. Sie geben ihr fünftes Valenz-
☐ elektron leicht ab und bewirken damit Elektronenleit-
☐ fähigkeit.
☒

zu 6.

☐ P-Material entsteht durch Dotieren mit den dreiwertigen
☒ Akzeptoren. Es überwiegen daher die Löcher.
☐

zu 7.

☐ Majoritätsträger sind die in der Überzahl vorhandenen
☐ freien Ladungsträger, also Löcher im P- und freie Elek-
tronen im N-Material.
☒

☐

zu 8.

☐ Störstellenleitfähigkeit entsteht durch Verunreinigungen.
☒ Es gehören also sowohl die P- als auch die N-Leitfähigkeit
☐ dazu.
☐

zu 9.

☐ Bei der Temperaturmessung muß der Strom im Heißleiter
so klein sein, daß die Erwärmung nur durch die Umge-
☐ bungstemperatur erfolgt. Andernfalls ist die Temperatur
des Heißleiters nicht nur von Umgebungstemperatur ab-
☐ hängig. Während der Anzugszeit eines Relais ändert sich
die Umgebungstemperatur im allgemeinen nicht; die Er-
☒ wärmung des Heißleiters erfolgt durch die in ihm entste-
hende Verlustleistung.

10. Ein CdS-Fotowiderstand

- ☐ a) hat eine sehr hohe Grenzfrequenz
- ☐ b) ist bei sichtbarem Licht am empfindlichsten
- ☐ c) ist im Infrarotbereich am empfindlichsten

11. CdS-Fotowiderstände haben eine so kleine Grenzfrequenz

- ☐ a) wegen der hohen Lebensdauer der Ladungsträger
- ☐ b) wegen der starken Verunreinigung des CdS
- ☐ c) wegen der hohen Feldstärke im Fotowiderstand
- ☐ d) wegen der sehr kleinen Lebensdauer der Ladungsträger

12. Bei steigender Verunreinigung des CdS

- ☐ a) steigen Empfindlichkeit und Grenzfrequenz
- ☐ b) sinken Empfindlichkeit und Grenzfrequenz
- ☐ c) sinkt die Empfindlichkeit und steigt die Grenzfrequenz
- ☐ d) steigt die Empfindlichkeit und sinkt die Grenzfrequenz

13. Bei einem PN-Übergang ohne äußere Spannung

- ☐ a) sind P- und N-Schicht elektrisch neutral
- ☐ b) hat sich die P-Schicht negativ, die N-Schicht positiv aufgeladen
- ☐ c) hat sich die P-Schicht positiv, die N-Schicht negativ aufgeladen
- ☐ d) haben sich beide Schichten positiv aufgeladen

14. Die Ladung der Raumladungszone besteht aus

- ☐ a) negativen Ionen im N- und positiven Ionen im P-Material
- ☐ b) Löchern im P- und freien Elektronen im N-Material
- ☐ c) negativen Ionen im P- und positiven Ionen im N-Material
- ☐ d) Löchern im P- und N-Material

zu 10.

☐
☒ Die größte Empfindlichkeit von CdS-Fotowiderständen liegt bei grünem bis rotem Licht, also im sichtbaren Licht.
☐

zu 11.

☒ Für hohe Empfindlichkeit ist große Reinheit erforderlich.
☐ Daher sind nur sehr wenige Rekombinationszentren vor-
☐ handen, und die Ladungsträger haben eine hohe Lebens-
☐ dauer. Die Grenzfrequenz ist daher klein.

zu 12.

☐ s. zu 11.
☐
☒
☐

zu 13.

☐ An der Grenzschicht sind Löcher aus dem P- in das N-
☒ Material und freie Elektronen vom N- ins P-Material ge-
wandert. Daher hat sich das P-Material negativ und das
☐ N-Material positiv aufgeladen.

☐

zu 14.

☐ Durch die Abwanderung der Löcher aus der Grenzschicht
des P-Materials und durch Rekombination mit den aus
☐ der N-Schicht kommenden freien Elektronen sind als La-
☒ dungsträger im P-Material an der Grenzschicht nur noch
die negativen Ionen der Akzeptoren vorhanden, ebenso nur
☐ noch die positiven Ionen der Donatoren in der N-Schicht.
Sie erzeugen die Ladung in der Raumladungszone.

15. Die Stärke der Dotierung bestimmt

- ☐ a) nur die Breite der Raumladungszone
- ☐ b) nur die Größe der Diffusionsspannung
- ☐ c) die Breite der Raumladungszone und die Größe der Diffusionsspannung
- ☐ d) weder Breite der Raumladungszone noch die Größe der Diffusionsspannung

16. Mit steigender Dotierung

- ☐ a) wird die Raumladungszone schmaler und die Feldstärke in ihr kleiner
- ☐ b) wird die Raumladungszone breiter und die Feldstärke in ihr kleiner
- ☐ c) wird die Raumladungszone schmaler und die Feldstärke in ihr größer
- ☐ d) wird die Raumladungszone breiter und die Feldstärke in ihr größer

17. Ein PN-Übergang ist in Durchlaßrichtung vorgespannt bei

- ☐ a) —10V an der N- und —11V an der P-Schicht
- ☐ b) +11V an der N- und +10V an der P-Schicht
- ☐ c) —59V an der P- und —60V an der N-Schicht
- ☐ d) —60V an der N- und —61V an der P-Schicht

18. Die Schwellspannung ist

- ☐ a) größer als die Diffusionsspannung
- ☐ b) ebenso groß wie die Diffusionsspannung
- ☐ c) kleiner als die Diffusionsspannung
- ☐ d) ein anderes Wort für Diffusionsspannung

zu 15.

☒ Die Stärke der Dotierung bestimmt die Breite der Raum-
☐ ladungszone, hat aber keinen Einfluß auf die Größe der
Diffusionsspannung.
☐

☐

zu 16.

☐ Bei stärker werdender Dotierung wird die Raumladungs-
zone schmaler, weil die Ionen dichter beieinanderliegen.
☐ In einer schmaleren Raumladungszone besteht eine grö-
☒ ßere Feldstärke ($E = \frac{U}{d}$).

☐

zu 17. **Merke:**

☐ **Ein PN-Übergang ist in Durchlaßrichtung vorgespannt,**
☐ **wenn das P-Material an positiverem Potential liegt als**
☒ **das N-Material.**
☐ —59V sind um 1V positiver als —60V.

zu 18.

☐ Die äußere Spannung in Durchlaßrichtung drückt die La-
☒ dungsträger gegen die Diffusionsspannung in die Raum-
☐ ladungszone. Erst wenn die äußere Spannung ebenso groß
☐ ist wie die Diffusionsspannung, also erst bei der Schwell-
spannung, wird der PN-Übergang niederohmig.
**Merke:**
**Schwell- und Diffusionsspannung sind gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet.**

19. Der Temperaturkoeffizient TK für die Durchbruchspannung ist beim Lawinendurchbruch

- ☐ a) positiv
- ☐ b) Null
- ☐ c) negativ

20. Wie sind bei einem Transistor als Verstärker die beiden Grenzschichten vorgespannt?

- ☐ a) Emitter-Basis- und Basis-Kollektor-Diode in Durchlaßrichtung
- ☐ b) Emitter-Basis-Diode in Sperr- und Basis-Kollektor-Diode in Durchlaßrichtung
- ☐ c) Basis-Kollektor-Diode in Sperr- und Emitter-Basis-Diode in Durchlaßrichtung
- ☐ d) Emitter-Basis- und Basis-Kollektor-Diode in Sperrrichtung

21. Von den Transistorströmen ist

- ☐ a) der Kollektorstrom der größte und der Basisstrom der kleinste
- ☐ b) der Emitterstrom der größte und der Kollektorstrom der kleinste
- ☐ c) der Emitterstrom der zweitgrößte und der Basisstrom der Kleinste
- ☐ d) der Emitterstrom der größte und der Kollektorstrom der zweitgrößte

22. Eine große Stromverstärkung wird erreicht durch

- ☐ a) breite, schwach dotierte Basisschicht
- ☐ b) breite, stark dotierte Basisschicht
- ☐ c) schmale, stark dotierte Basisschicht
- ☐ d) schmale, schwach dotierte Basisschicht

zu 19.

☒ TK ist positiv; die für den Lawinendurchbruch erforderliche
☐ Spannung steigt mit steigender Temperatur.
☐

zu 20. **Merke:**

☐ **Bei einem Transistor als Verstärker ist immer die Basis-Emitter-Diode in Durchlaß- und die Basis-Kollektor-Diode**
☐ **in Sperrichtung vorgespannt.**

☒

☐

zu 21. **Merke:**

☐ **Bei einem Transistor ist $I_E > I_C \gg I_B$**
**$I_E$ und $I_C$ sind annähernd gleich groß, und beide sind bedeu-**
☐ **tend größer als $I_B$.**

☐

☒

zu 22.

☐ Je schmaler und je schwächer dotiert die Basisschicht ist,
☐ desto weniger Ladungsträger können in ihr rekombinieren
☐ und desto weniger können von außen zu- oder abfließen.
☒ Der Basisstrom ist dann also sehr klein gegenüber Emitter- und Kollektorstrom.

23. Eine Änderung der Eingangsspannung von $\pm$ 25 mV führt zu einer Ausgangsspannungsänderung von $\pm$ 2V. Wie groß ist die Spannungsverstärkung?

- ☐ a) 4
- ☐ b) 40
- ☐ c) 80
- ☐ d) 8

24. Bei einem Transistor werden gemessen: $I_E$ = 2,85 mA und $I_B$ = 22$\mu$A. Wie groß ist $I_C$?

- ☐ a) 2,63 mA
- ☐ b) 2,828 mA
- ☐ c) 2,872 mA
- ☐ d) 3,07 mA

zu 23. **Merke:**

☐ **Spannungsverstärkung ist das Verhältnis von Ausgangs-**
☐ **spannungsänderung zu Eingangsspannungsänderung.**
☒ $v_u = \frac{\Delta U_A}{\Delta U_E} = \frac{4V}{50mV} = 80$
☐

zu 24.

☐ Nach der Knotenregel gilt:
☒ $I_E = I_B + I_C$
☐ $I_C = I_E - I_B = 2{,}85mA - 22\mu A = 2{,}828mA$
☐

## Zu Abschnitt 3

# Halbleiterdioden und ihre Anwendung*)

1. Welche Grenzwerte werden bei Dioden angegeben?

   ☐ a) $U_{Fmax}$ und $U_{Rmax}$
   ☐ b) $I_{Fmax}$ und $I_{Rmax}$
   ☐ c) $U_{Fmax}$ und $I_{Rmax}$
   ☐ d) $I_{Fmax}$ und $U_{Rmax}$

2. Welcher der beiden Diodenströme ist stärker temperaturabhängig, $I_F$ oder $I_R$?

   ☐ a) $I_F$
   ☐ b) $I_R$
   ☐ c) beide gleich stark
   ☐ d) beide sind temperaturunabhängig

3. Der Bahnwiderstand einer Halbleiterschicht wird bei stärkerer Dotierung

   ☐ a) größer
   ☐ b) kleiner
   ☐ c) bleibt konstant

4. Wie ändern sich in Durchlaßrichtung der statische Widerstand $R_F$ und der dynamische Widerstand $r_F$ mit steigender Spannung?

   ☐ a) $R_F$ und $r_F$ sinken
   ☐ b) $R_F$ und $r_F$ steigen
   ☐ c) $R_F$ steigt und $r_F$ sinkt
   ☐ d) $R_F$ sinkt und $r_F$ steigt

*) Vgl. hierzu Abschnitt 3 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik."

zu 1.

☐
☐
☐
☒

Bei Dioden werden der maximale Durchlaßstrom $I_{Fmax}$ und die maximale Sperrspannung $U_{Rmax}$ als wichtige Grenzwerte angegeben, die nicht überschritten werden dürfen.

zu 2.

☐
☒
☐
☐

Bei Temperaturerhöhung steigt die Zahl der freien Ladungsträger. Da in Durchlaßrichtung auch in der Raumladungszone viele freie Ladungsträger vorhanden sind, macht sich hier die Erhöhung ihrer Anzahl durch die Temperaturerhöhung nicht so stark bemerkbar wie in der Sperrrichtung.

zu 3. **Merke:**

☐
☒
☐

**Bei stärkerer Dotierung steigt mit der Zahl der Fremdatome auch die Zahl der freien Ladungsträger; der Bahnwiderstand wird kleiner.**

zu 4.

☒
☐
☐
☐

Da die Durchlaßkennlinie mit steigender Spannung immer steiler wird, sinken $R_F$ und $r_F$.

5. Bei welchem Durchbruch kann der dynamische Widerstand im Durchbruchbereich negativ werden?

☐ a) nur beim Zenerdurchbruch
☐ b) nur beim Wärmedurchbruch
☐ c) nur beim Lawinendurchbruch
☐ d) beim Zener- und Lawinendurchbruch

6. Beim Gehörschutzgleichrichter wird ausgenutzt

☐ a) der Avalanche-Effekt
☐ b) der Wärmedurchbruch
☐ c) die Schwellspannung
☐ d) der Zenerdurchbruch

7. Die Schwellspannung bei Germanium- und bei Siliziumdioden beträgt etwa

☐ a) bei Ge 0,7V, bei Si 0,3V
☐ b) bei Ge 0,7V, bei Si 0,7V
☐ c) bei Ge 0,3V bei Si 700mV
☐ d) bei Ge 0,3V bei Si 300mV

8. Der Sperrwiderstand einer Ge-Diode betrage bei 20° 4,8MOhm. Wie groß ist er ungefähr bei 50°C?

☐ a) 600kOhm
☐ b) 1,6MOhm
☐ c) 2,4MOhm
☐ d) 1,2MOhm

9. Wann ist ein als Schalter arbeitendes Bauelement gefährdet?

☐ a) beim Einschalten von Induktivitäten und Kapazitäten
☐ b) beim Ausschalten von Induktivitäten und Kapazitäten
☐ c) beim Einschalten von Induktivitäten und Ausschalten von Kapazitäten
☐ d) beim Ausschalten von Induktivitäten und Einschalten von Kapazitäten

zu 5.

☐
☒ Beim Zener- und Lawinendurchbruch wird der dynamische Widerstand sehr klein, jedoch nicht negativ. Nur beim Wärmedurchbruch kann er negativ werden.
☐
☐

zu 6.

☐
☐ Beim Gehörschutzgleichrichter wird die Schwellspannung von ca. 0,4V der Selendioden ausgenutzt.
☒
☐

zu 7.

☐
☐ Die Schwellspannung beträgt bei Germaniumdioden ca. 0,3V, bei Siliziumdioden ca. 0,7V.
☒
☐

zu 8. **Merke:**

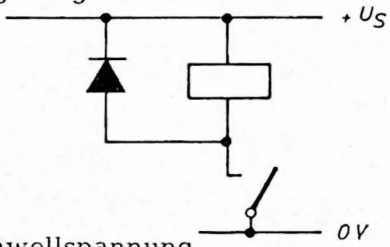
☒ **Bei Germaniumdioden halbiert sich der Sperrwiderstand**
☐ **ungefähr bei einer Temperaturerhöhung um 10° C.**
☐ Bei einer Temperaturerhöhung von 20° C auf 50° C, also
☐ um 30° C sinkt demnach der Sperrwiderstand auf den achten Teil ab, von 4,8 MOhm auf 600 kOhm.

zu 9. **Merke:**

☐
☐ **Ein als Schalter arbeitendes Bauelement ist beim Ausschalten von Induktivitäten durch die hohe Induktionsspannung und beim Einschalten von Kapazitäten durch den**
☐ **großen Ladestrom gefährdet.**

☒

10. Wie wirkt die Freilaufdiode in nebenstehender Schaltung?




- ☐ a) sie schließt das Relais beim Einschalten kurz
- ☐ b) sie ist für die Induktionsspannung in Sperrichtung geschaltet und hält sie dadurch vom Schalter fern.
- ☐ c) sie schließt die Induktionsspannung kurz und hält sie damit vom Schalter fern
- ☐ d) sie schließt die Induktionsspannung kurz und bewirkt damit eine Anzugsverzögerung des Relais

11. Z-Dioden haben

- ☐ a) eine besonders große Schwellspannung
- ☐ b) einen ziemlich scharfen Durchbruch im Sperrbereich bei einer fertigungsabhängigen Spannung
- ☐ c) im Sperrbereich eine größere maximale Verlustleistung als im Durchlaßbereich
- ☐ d) im Durchbruchbereich einen negativen dynamischen Widerstand

12. Bei Z-Dioden beruht der Durchbruch

- ☐ a) immer auf dem Zenereffekt
- ☐ b) immer auf dem Lawineneffekt
- ☐ c) bei $U_Z < 6V$ auf dem Zener, bei $U_Z > 6V$ auf dem Lawineneffekt
- ☐ d) bei $U_Z > 6V$ auf dem Zener, bei $U_Z < 6V$ auf dem Lawineneffekt

13. Z-Dioden mit einer Durchbruchspannung von ca. 6V haben

- ☐ a) einen großen $r_z$ und einen großen TK
- ☐ b) einen großen $r_z$ und einen kleinen TK
- ☐ c) einen kleinen $r_z$ und einen großen TK
- ☐ d) einen kleinen $r_z$ und einen kleinen TK

zu 10.

☐ ☐ ☒ ☐ Die Freilaufdiode ist für die Speisespannung $U_S$ in Sperrrichtung geschaltet, für die beim Abschalten entstehende Induktionsspannung in Durchlaßrichtung. Die Induktionsspannung wird daher von der Freilaufdiode kurzgeschlossen.

zu 11. **Merke:**

☐ ☒ ☐ ☐ **Z-Dioden sind Siliziumdioden mit einem scharfen Durchbruch im Sperrbereich bei einer definierten, fertigungsabhängigen Spannung.**

zu 12.

☐ ☐ ☒ ☐ Bei Durchbruchspannungen unter 6V ist wegen der erforderlichen starken Dotierung die Raumladungszone sehr schmal, und wegen der hohen Feldstärke in ihr tritt der Feldeffekt auf. Bei $U_Z > 6V$ ist die Raumladungszone so breit, daß der Lawineneffekt auftritt.

zu 13.

☐ ☐ ☐ ☒ Wegen gleichzeitigen Auftretens von Zener- und Lawineneffekt bei Durchbruchspannungen in der Umgebung von $U_z = 6V$ ist der dynamische Widerstand $r_z$ hier am kleinsten und es heben sich der positive TK des Lawineneffektes und der negative TK des Zenereffektes auf.

14. Bei einer einfachen Stabilisierung aus $R_v$ und Z-Diode wird bei gegebenem Wert von $R_v$ die maximale Größe der Eingangsspannung begrenzt durch

- ☐ a) die Zenerspannung der Z-Diode
- ☐ b) den maximalen Z-Diodenstrom
- ☐ c) die Schleusenspannung
- ☐ d) den maximalen Laststrom

15. Bei steigender Belastung der einfachen Stabilisierungsschaltung

- ☐ a) steigt $I_Z$ um den gleichen Betrag wie $I_L$
- ☐ b) sinkt $I_Z$ um den gleichen Betrag, um den $I_L$ steigt
- ☐ c) bleibt $I_Z$ konstant
- ☐ d) steigt $I_Z$ doppelt so stark wie $I_L$

16. Welche Eigenschaften hat eine Tunneldiode?

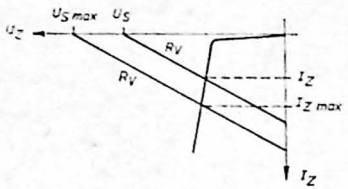
- ☐ a) negativer dynamischer Widerstand in einem Teil des Durchlaßbereiches und sehr hohe Grenzfrequenz
- ☐ b) negativer dynamischer Widerstand in einem Teil des Durchlaßbereiches und kleine Grenzfrequenz
- ☐ c) negativer dynamischer Widerstand in einem Teil des Sperrbereichs und sehr hohe Grenzfrequenz
- ☐ d) negativer dynamischer Widerstand in einem Teil des Sperrbereichs und kleine Grenzfrequenz

17. Bei Vervierfachung der Sperrspannung einer Kapazitätsvariationsdiode

- ☐ a) vervierfacht sich die Kapazität
- ☐ b) sinkt die Kapazität auf ein Viertel
- ☐ c) sinkt die Kapazität auf die Hälfte
- ☐ d) verdoppelt sich die Kapazität

zu 14.

☐ Die maximale Eingangsspannung wird bei gegebenem $R_v$
☒ durch den maximalen Z-Diodenstrom begrenzt.
☐
☐




zu 15.

☐ Damit die Ausgangsspannung konstant bleibt, muß der
☒ Spannungsabfall an $R_v$ konstant bleiben, also der Gesamt-
☐ strom $I = I_Z + I_L$. Bei steigendem $I_L$ muß also $I_Z$ um den
☐ gleichen Betrag abnehmen.

zu 16.

☒ Tunneldioden haben in einem kleinen Bereich unterhalb
der Schwellspannung einen negativen dynamischen Wider-
☐ stand und eine sehr hohe Grenzfrequenz.

☐

☐

zu 17.

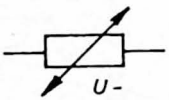
☐ Für die Sperrschichtkapazität einer Diode gilt bei gleich-
☐ bleibender Dotierung in der Umgebung der Grenzschicht
☒ ungefähr: $C \sim \frac{1}{\sqrt{U_R}}$
☐ Bei Vervierfachung der Sperrspannung wird also die Sperr-
schichtkapazität halbiert.

18. Kapazitätsvariationsdioden werden hauptsächlich verwendet

- ☐ a) im Langwellenbereich der Rundfunkempfänger
- ☐ b) zur automatischen Scharfabstimmung im UKW-Bereich und in Fernsehempfängern
- ☐ c) zur Schwundregelung in Rundfunkempfängern
- ☐ d) zur Unterdrückung der Brummspannungen in Rundfunkempfängern

19. Welches Bauteil wird durch nebenstehendes Symbol gekennzeichnet?

- ☐ a) Tunneldiode
- ☐ b) NTC-Widerstand
- ☐ c) Varaktordiode
- ☐ d) VDR




20. Fotodioden

- ☐ a) werden in Durchlaßrichtung betrieben
- ☐ b) haben eine sehr kleine Grenzfrequenz
- ☐ c) werden in Sperrichtung betrieben
- ☐ d) haben sehr große Abmessungen

zu 18.

☐ Kapazitätsvariationsdioden werden wegen ihrer kleinen
☒ Kapazität nur bei hohen Frequenzen, also nur im UKW-
Bereich und in Fernsehempfängern verwendet.
☐
☐

zu 19.

☐ Das Symbol kennzeichnet einen Widerstand, dessen Wi-
☐ derstandswert bei steigender Spannung abnimmt, also
☐ einen VDR.
☒

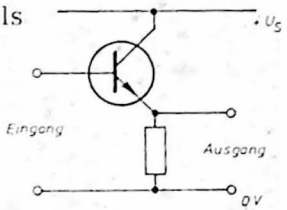
zu 20.

☐ Fotodioden werden immer in Sperrichtung betrieben. Die
☐ praktische Bedeutung der Fotodiode liegt vor allem in
☒ ihrer hohen Grenzfrequenz (bis zu 100 kHZ) und ihren
☐ kleinen Abmessungen.

## Zu Abschnitt 4

# Transistorgrundschaltungen *)

1. Nebenstehende Schaltung wird bezeichnet als




   ☐ a) Emitterschaltung
   ☐ b) Emitterfolger
   ☐ c) Basisschaltung
   ☐ d) Emitter- oder Kollektorschaltung

2. Welche Transistorgrundschaltung hat eine große Stromverstärkung und keine Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung?

   ☐ a) Emitterschaltung
   ☐ b) Kollektorschaltung
   ☐ c) Basisschaltung
   ☐ d) sowohl Basis- als auch Kollektorschaltung

3. Welche Transistorgrundschaltung hat die höchste Grenzfrequenz?

   ☐ a) Emitterschaltung
   ☐ b) Kollektorschaltung
   ☐ c) Basisschaltung
   ☐ d) Emitterfolger

4. Eine Basisschaltung ist gekennzeichnet durch

   ☐ a) großen Eingangswiderstand, kleine Stromverstärkung
   ☐ b) kleinen Eingangswiderstand, kleine Spannungsverstärkung
   ☐ c) kleinen Eingangswiderstand, kleine Stromverstärkung
   ☐ d) großen Eingangswiderstand, große Spannungsverstärkung

*) Vgl. hierzu Abschnitt 4 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik."

zu 1.

☐ Die dargestellte Schaltung ist ein Emitterfolger. Er hat
☒ die gleichen Eigenschaften wie eine Kollektorschaltung.
☐ Kennzeichnend ist der Arbeitswiderstand in der Emitter-
☐ zuleitung.

zu 2.

☐ Nur die Kollektorschaltung hat gleichzeitig hohe Strom-
☒ verstärkung und Phasenwinkel 0.
☐
☐

zu 3.

☐ Die Basisschaltung hat die höchste Grenzfrequenz.
☐
☒
☐

zu 4.

☐ Eine Basisschaltung hat sowohl einen kleinen Eingangs-
☐ widerstand als auch eine kleine Stromverstärkung.

☒
☐

5. Keine Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung haben

☐ a) Basis- und Emitterschaltung
☐ b) Basis- und Kollektorschaltung
☐ c) Kollektor- und Emitterschaltung
☐ d) Emitterfolger und Emitterschaltung

6. 200kOhm könnte betragen

☐ a) $R_{ein}$ Basisschaltung und $R_{aus}$ Emitterschaltung
☐ b) $R_{aus}$ Basisschaltung und $R_{aus}$ Kollektorschaltung
☐ c) $R_{aus}$ Basisschaltung und $R_{ein}$ Kollektorschaltung
☐ d) $R_{ein}$ Emitterschaltung und $R_{aus}$ Kollektorschaltung

7. An einem Transistorverstärker in Emitterschaltung liegt die positive Halbwelle der Eingangsspannung. Am Ausgang liegt dann

☐ a) eine positive Halbwelle annähernd gleicher Amplitude
☐ b) eine positive Halbwelle mit größerer Amplitude
☐ c) eine negative Halbwelle annähernd gleicher Amplitude
☐ d) eine negative Halbwelle mit größerer Amplitude

8. Ein niederohmiger Generator soll an einen hochohmigen Verbraucher angepaßt werden. Welche Schaltung eignet sich dafür?

☐ a) Basisschaltung
☐ b) Emitterschaltung
☐ c) Kollektorschaltung
☐ d) Emitterfolger

zu 5.

☐ Basis- und Kollektorschaltung haben keine Phasenver-
☒ schiebung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung.
☐
☐

zu 6.

☐ Die Basisschaltung hat einen sehr großen Ausgangswider-
☐ stand, die Kollektorschaltung einen sehr großen Eingangs-
☒ widerstand. Sie können beide 200 kOhm betragen.
☐

zu 7.

☐ Eine Emitterschaltung hat eine hohe Spannungsverstär-
☐ kung und eine Phasenverschiebung zwischen Eingangs-
☐ und Ausgangsspannung von 180°. Bei der positiven Ein-
gangshalbwelle entsteht am Ausgang eine größere nega-
☒ tive Halbwelle.

zu 8.

☒ Es eignet sich hierfür die Basisschaltung, weil sie einen
☐ kleinen Eingangs- und einen großen Ausgangswider-
☐ stand hat.
☐

9. Die Stromverstärkung B ist

☐ a) $\frac{I_C}{I_E}$

☐ b) $\frac{I_E}{I_C}$

☐ c) $\frac{I_C}{I_B}$

☐ d) $\frac{I_E}{I_B}$

10. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Gleich- und der Wechselstromverstärkung eines Transistors?

☐ a) Gleichstromverstärkung größer Wechselstromverstärkung

☐ b) Gleichstromverstärkung ungefähr gleich Wechselstromverstärkung

☐ c) Gleichstromverstärkung kleiner Wechselstromverstärkung

☐ d) kein Zusammenhang angebbar

11. Meßwerte: $I_E = 4mA$; $I_C = 3{,}96mA$. Wie groß ist A?

☐ a) 0,99

☐ b) 1,01

☐ c) 0,9

☐ d) 1,1

12. Meßwerte: $I_E = 4mA$; $I_C = 3{,}96mA$. Wie groß sind B und C?

☐ a) B = 100; C = 99

☐ b) B = 99; C = 0,99

☐ c) B = 1,01; C = 101

☐ d) B = 99; C = 100

zu 9.

☐ B ist die Gleichstromverstärkung der Emitterschaltung.
Bei einer Emitterschaltung ist der Ausgangsstrom $I_C$, der
☐ Eingangsstrom $I_B$ : $B = \frac{I_C}{I_B}$
☒
☐

zu 10.

☐ Bei Transistoren sind Gleich- und Wechselstromverstärkung ungefähr gleich groß.
☒
☐
☐

zu 11.

☒ Stromverstärkung der Basisschaltung $A = \frac{I_C}{I_E}$
☐
☐
☐ $A = \frac{3{,}96\text{mA}}{4\text{mA}} = 0{,}99$

zu 12.

☐ Stromverstärkung der Emitterschaltung $B = \frac{I_C}{I_B}$
☐ $I_B = I_E - I_C = 4\text{mA} - 3{,}96\text{mA} = 0{,}04\text{mA}$
☐ $B = \frac{I_C}{I_B} = \frac{3{,}96\text{mA}}{0{,}04\text{mA}} = 99$
☒ Stromverstärkung der Kollektorschaltung $C = \frac{I_E}{I_B}$
$C = \frac{I_E}{I_B} = \frac{4\text{mA}}{0{,}04\text{mA}} = 100$

13. Die Grenzfrequenz eines Transistors wird hauptsächlich bestimmt durch

- ☐ a) die Sperrschicht-(Raumladungs-)kapazität zwischen Basis und Emitter
- ☐ b) die Diffusionskapazität zwischen Basis und Kollektor
- ☐ c) die Raumladungskapazität zwischen Emitter und Kollektor
- ☐ d) die Diffusionskapazität zwischen Emitter und Basis sowie die Raumladungskapazität zwischen Basis und Kollektor

14. Die Basisschaltung hat eine so hohe Grenzfrequenz, weil die große Diffusionskapazität

- ☐ a) mit dem großen $R_{aus}$ in Reihe liegt
- ☐ b) zu dem kleinen $R_{ein}$ parallel liegt
- ☐ c) mit dem kleinen $R_{ein}$ in Reihe liegt
- ☐ d) zu dem großen $R_{aus}$ parallel liegt

15. Ein Verstärker mit einer oberen Grenzfrequenz von 18kHz und einer unteren von 30Hz liefert bei 1kHz eine Ausgangsspannung von 2,8V. Wie groß ist bei gleich großer Eingangsspannung die Ausgangsspannung bei 30 Hz und 18 kHz?

- ☐ a) $U_{30Hz} = 2V$; $U_{18kHz} = 4V$
- ☐ b) $U_{30Hz} = U_{18kHz} = 4V$
- ☐ c) $U_{30Hz} = U_{18kHz} = 2V$
- ☐ d) $U_{30Hz} = 4V$; $U_{18kHz} = 2V$

16. Welche Bandbreite hat der Verstärker aus Frage 15?

- ☐ a) 30Hz
- ☐ b) 18kHz
- ☐ c) 17,97kHz
- ☐ d) 18,03kHz

zu 13.

☐ Raumladungskapazitäten bestehen nur bei in Sperrichtung
☐ vorgespannten PN-Übergängen, beim Transistor also zwi-
☐ schen Basis und Kollektor. Die Größe der Diffusionskapa-
☒ zität zwischen Basis und Emitter kennzeichnet die Zeit, die erforderlich ist, um Ladungsträger in die Basis zu drücken oder abzusaugen.

zu 14. **Merke:**

☐ **Die Basis-Emitter-Diffusionskapazität liegt parallel zum**
☒ **kleinen Eingangswiderstand der Basisschaltung. Der kapa-**
☐ **zitive Blindwiderstand kommt daher erst bei sehr hohen**
☐ **Frequenzen in die Größenordnung des Eingangswider-**
**standes.**

zu 15. **Merke:**

☐ **Bei den Grenzfrequenzen ist die Verstärkung auf den**
☐ **$\sqrt{2}$-ten Teil der Mittenfrequenz abgesunken.**
☒ $U_{30Hz} = U_{18kHz} = \frac{2{,}8V}{\sqrt{2}} = 2V$
☐

zu 16. **Merke:**

☐ **Bandbreite ist der Abstand zwischen oberer und unterer**
☐ **Grenzfrequenz.**
☒ 18 kHz — 30 Hz = 17,97 kHz
☐

17. Wie ändert sich der Widerstand der Kollektor-Emitter-Strecke $R_{CE}$ bei Erhöhung der Basis-Emitter-Spannung?

- ☐ a) $R_{CE}$ bleibt konstant
- ☐ b) $R_{CE}$ sinkt
- ☐ c) $R_{CE}$ steigt
- ☐ d) $R_{CE}$ hängt nur von $U_{CE}$ ab

18. Für welchen Verwendungszweck wird welche Grundschaltung verwendet?

- ☐ a) Basisschaltung für hochohmige Verstärker
- ☐ b) Kollektorschaltung für höchste Frequenzen
- ☐ c) Emitterschaltung zur Anpassung sehr großer an sehr kleine Widerstände
- ☐ d) Kollektorschaltung zur Anpassung an niederohmige Last

19. Alle Ströme, die in einen Transistor hineinfließen, erhalten das positive Vorzeichen. Bei einem NPN-Transistor sind daher

- ☐ a) $I_E$ und $I_C$ positiv
- ☐ b) $I_E$ positiv, $I_B$ negativ
- ☐ c) $I_E$ negativ, $I_C$ und $I_B$ positiv
- ☐ d) $I_C$ positiv, $I_B$ negativ

20. Die Eingangskennlinie für die Emitterschaltung stellt den Zusammenhang dar zwischen

- ☐ a) $I_B$ und $U_{BE}$
- ☐ b) $I_B$ und $I_C$
- ☐ c) $I_C$ und $U_{BE}$
- ☐ d) $I_E$ und $U_{CE}$

zu 17.

☐ Bei Erhöhung der Basis-Emitter-Spannung steigt der
☒ Kollektorstrom, $R_{CE}$ sinkt.
☐
☐

zu 18.

☐ Die Kollektorschaltung wird zur Anpassung an nieder-
☐ ohmige Last verwendet, z.B. in eisenlosen Endstufen.
☐ **Falsch:**

☒ a) **Die Basisschaltung hat einen niederohmigen Eingang.**
b) **Die Kollektorschaltung hat nur eine mittlere Grenzfrequenz.**
c) **Bei der Emitterschaltung liegen $R_{ein}$ und $R_{aus}$ nicht so weit auseinander.**

zu 19.

☐ Beim NPN-Transistor fließen $I_B$ und $I_C$ hinein, $I_E$ fließt
☐ heraus.
☒
☐

zu 20.

☒ Die Eingangskennlinie stellt den Zusammenhang zwischen
☐ den beiden Eingangsgrößen $I_B$ und $U_{BE}$ dar.
☐
☐

21. Wie ändert sich der Kollektorstrom eines Transistors, wenn bei konstantem Basisstrom $U_{CE}$ von 2V auf 10V erhöht wird?

- ☐ a) $I_C$ sinkt stark
- ☐ b) $I_C$ sinkt geringfügig
- ☐ c) $I_C$ steigt stark
- ☐ d) $I_C$ steigt geringfügig

22. Die Steilheit der Steuerkennlinie ist ein Maß für

- ☐ a) die Stromverstärkung
- ☐ b) den Eingangswiderstand
- ☐ c) den Ausgangswiderstand
- ☐ d) die Grenzfrequenz

23. Wie ändert sich die Steuerkennlinie, wenn $U_{CE}$ geändert wird?

- ☐ a) überhaupt nicht
- ☐ b) sie wird etwas steiler, wenn $U_{CE}$ steigt
- ☐ c) sie wird viel steiler, wenn $U_{CE}$ steigt
- ☐ d) sie wird etwas steiler, wenn $U_{CE}$ sinkt

24. Bei einem Transistor in Emitterschaltung ist

- ☐ a) $R_{aus}$ größer als $r_{aus}$
- ☐ b) $R_{aus}$ gleich $r_{aus}$
- ☐ c) $R_{aus}$ kleiner als $r_{aus}$
- ☐ d) $R_{aus}$ unendlich groß

25. Bei einem Transistorverstärker mit 250-facher Spannungsverstärkung beträgt die maximale Ausgangsspannung $5V_{SS}$. Wie groß ist die Aussteuerungsgrenze?

- ☐ a) 200 $mV_{SS}$
- ☐ b) 20 $mV_{SS}$
- ☐ c) 2 $mV_{SS}$
- ☐ d) 75 $mV_{SS}$

zu 21.

☐ Oberhalb der Sättigungsspannung $U_{CEsat}$ steigt der Kol-
☐ lektorstrom nur sehr wenig mit steigender Kollektor-Emit-
☐ ter-Spannung.
☒

zu 22.

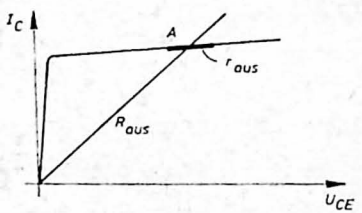
☒ Die Steuerkennlinie stellt $I_C$ als Funktion von $I_B$ dar.
☐ Je steiler sie verläuft, desto größer ist
☐ $\frac{I_C}{I_B}$, also die Stromverstärkung B.
☐

zu 23.

☐ Wenn $U_{CE}$ steigt, wird die Kennlinie etwas steiler, weil
☒ mit steigendem $U_{CE}$ bei $I_B$ = konstant $I_C$ etwas zunimmt.
☐
☐

zu 24.

☐ Die Abbildung zeigt, daß der statische Widerstand $R_{aus}$
☐ kleiner ist als der dynamische Widerstand $r_{aus}$.
☒
☐




zu 25. **Merke:**

☐ **Die Aussteuerungsgrenze ist die maximale Eingangsspan-**
☒ **nung, bei der noch eine unverzerrte Ausgangsspannung**
☐ **entsteht.**
☐

$$U_{ein_{max}} = \frac{U_{aus_{max}}}{V_u} = \frac{5V_{SS}}{250} = 20mV_{SS}$$

26. In welches Kennlinienfeld wird die Widerstandsgerade des Lastwiderstandes eingezeichnet?

- ☐ a) Eingangskennlinienfeld
- ☐ b) Steuerkennlinienfeld
- ☐ c) Ausgangskennlinienfeld
- ☐ d) Rückwirkungskennlinienfeld

27. Wenn $R_L$ vergrößert wird, verläuft die Widerstandsgerade

- ☐ a) flacher
- ☐ b) steiler
- ☐ c) unverändert
- ☐ d) parallel verschoben

28. Bei einem Transistorverstärker mit konstanter Speisespannung wird bei Verringerung des Lastwiderstandes

- ☐ a) die Verstärkung größer, der Aussteuerbereich kleiner
- ☐ b) die Verstärkung kleiner, der Aussteuerbereich größer
- ☐ c) die Verstärkung größer und der Aussteuerbereich auch
- ☐ d) die Verstärkung kleiner und der Aussteuerbereich auch

29. Wenn bei einem Transistorverstärker die Speisespannung erhöht wird,

- ☐ a) steigen Verstärkung und Aussteuerbereich
- ☐ b) sinken Verstärkung und Aussteuerbereich
- ☐ c) bleibt die Verstärkung konstant, der Aussteuerbereich steigt
- ☐ d) bleibt die Verstärkung konstant, der Aussteuerbereich sinkt

30. Bei gegebenem Transistorverstärker wird die Aussteuerung zu immer größeren Kollektorströmen begrenzt durch

- ☐ a) $P_{Vmax}$
- ☐ b) $U_{CEsat}$
- ☐ c) $I_B = O$
- ☐ d) $I_{CES}$

zu 26.

☐ Der Lastwiderstand liegt im Ausgang des Transistors. Die
☐ zugehörige Widerstandsgerade wird daher in das Aus-
☒ gangskennlinienfeld eingezeichnet.
☐

zu 27.

☒ Bei steigendem Lastwiderstand verläuft die Widerstands-
☐ gerade flacher.
☐
☐

zu 28.

☐ Bei sinkendem Lastwiderstand sinkt die Verstärkung.
☒ Da mit $U_S$ auch die maximale Ausgangsspannung ungefähr
☐ konstant bleibt, kann wegen der kleineren Verstärkung
größere Eingangsspannung angelegt werden.
☐

zu 29.

☐ Bei Erhöhung der Speisespannung bleibt die Verstärkung
☐ konstant, der Aussteuerbereich steigt.
☒

☐

zu 30.

☐ Bei steigendem Kollektorstrom sinkt $U_{CE}$.
☒ $U_{CE}$ kann nur bis zu $U_{CEsat}$ verringert werden.
☐
☐

31. Welcher Kollektorreststrom ist der größte?

☐ a) $I_{CEV}$
☐ b) $I_{CES}$
☐ c) $I_{CEO}$
☐ d) $I_{CER}$

32. Wie ändert sich der Arbeitspunkt eines unstabilisierten Transistorverstärkers bei Temperaturerhöhung?

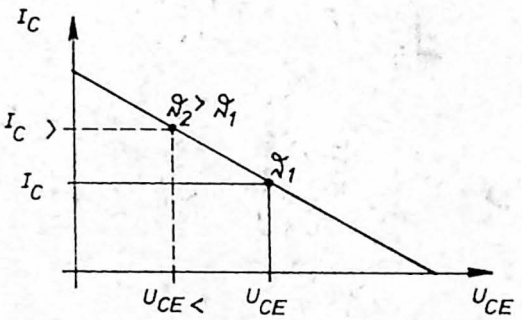
☐ a) $U_{CE}$ steigt, $I_C$ steigt
☐ b) $U_{CE}$ sinkt, $I_C$ steigt
☐ c) $U_{CE}$ steigt, $I_C$ sinkt
☐ d) $U_{CE}$ sinkt, $I_C$ sinkt

zu 31.

☐ Der Kollektorstrom bei offener Basis ist am größten, weil
☐ hier der Kollektor-Basis-Reststrom durch die Basis-Emitter-
☒ Diode fließen muß und in ihr einen Spannungsabfall er-
☐ zeugt, der diese in Durchlaßrichtung vorspannt.

zu 32.

☐ Bei steigender Temperatur steigt $I_C$. Damit steigt der
☒ Spannungsabfall am Arbeitswiderstand, $U_{CE}$ sinkt.
☐
☐



## Zu Abschnitt 5

# Der Transistor als Verstärker *)

1. Bei einem Transistorverstärker wird die Basisvorspannung meist erzeugt durch

   ☐ a) eine besondere Spannungsquelle
   ☐ b) einen Spannungsteiler aus der Speisespannung
   ☐ c) einen Emitterwiderstand
   ☐ d) einen Widerstand zwischen Basis und Emitter

2. Einer Stromerhöhung bei Temperaturerhöhung wird bei der Arbeitspunktstabilisierung entgegenwirkt durch

   ☐ a) eine Verminderung der Speisespannung
   ☐ b) eine Erhöhung des Lastwiderstandes
   ☐ c) eine Erhöhung der Basis-Emitter-Spannung
   ☐ d) eine Verringerung der Basis-Emitter-Spannung

3. Wenn bei der Temperaturstabilisierung durch Stromgegenkopplung der Kondensator parallel zum Emitterwiderstand weggelassen wird,

   ☐ a) besteht keine Temperaturstabilisierung mehr
   ☐ b) verschiebt sich der Arbeitspunkt
   ☐ c) steigen die Verzerrungen
   ☐ d) sinkt die Verstärkung

4. Bei der Temperaturstabilisierung mit einem Heißleiter liegt dieser

   ☐ a) zwischen Basis und Emitter
   ☐ b) zwischen Basis und Kollektor
   ☐ c) in der Emitterzuleitung
   ☐ d) in der Kollektorzuleitung

*) Vgl. hierzu Abschnitt 5 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik."

zu 1.

☐
☒ Die Basisvorspannung wird meist mit einem Spannungsteiler aus der Speisespannung gewonnen. Eine zweite Spannungsquelle wäre zu aufwendig.
☐
☐

zu 2. **Merke:**

☐
☐ **Alle Maßnahmen zur Arbeitspunktstabilisierung beruhen auf einer Basisvorspannungsverminderung bei Temperaturerhöhung und umgekehrt.**
☐
☒

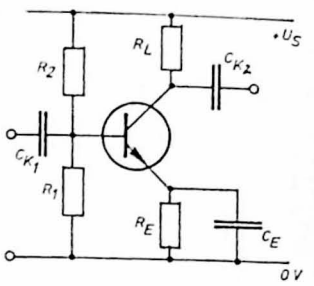
zu 3. **Merke:**

☐
☐ **Fehlt der Kondensator parallel zum Emitterwiderstand, so ist die Stromgegenkopplung auch für die zu verstärkenden Wechselströme wirksam, die Verstärkung sinkt also.**
☐
☒

zu 4.

☒
☐ Der NTC-Widerstand muß zwischen Basis und Emitter liegen, damit bei steigender Temperatur $U_{BE}$ kleiner wird.
☐
☐

5. Welche Aufgabe haben in nebenstehender Schaltung die Kopplungskondensatoren $C_{K1}$ und $C_{K2}$?




- ☐ a) Kurzschluß der Speisespannung zu verhindern
- ☐ b) $R_1$ für Wechselströme kurzzuschließen
- ☐ c) Arbeitspunktverschiebung bei ein- und ausgangsseitiger Beschaltung zu verhindern
- ☐ d) $R_2$ für Wechseltströme kurzzuschließen

6. In der Schaltung nach Frage 5 wird die Basis-Emitter-Spannung eingestellt

- ☐ a) nur durch $R_1$
- ☐ b) nur durch $R_2$
- ☐ c) nur durch $R_1$ und $R_2$
- ☐ d) durch $R_1$, $R_2$ und $R_E$

7. Welche Aufgabe hat $R_L$?

- ☐ a) $I_C$ begrenzen
- ☐ b) Arbeitspunkt einstellen
- ☐ c) aus dem sich ändernden Kollektorstrom durch Spannungsabfalländerung die Ausgangswechselspannung erzeugen
- ☐ d) den Transistor vor Überlastung schützen

8. Bei welchem Verhältnis von Innenwiderstand $R_i$ des speisenden Generators zum dynamischen Eingangswiderstand $r_{ein}$ des Verstärkers spricht man von Spannungssteuerung?

- ☐ a) $R_i$ sehr klein gegenüber $r_{ein}$
- ☐ b) $R_i$ gleich $r_{ein}$
- ☐ c) $R_i$ sehr groß gegenüber $r_{ein}$
- ☐ d) bei Transistorverstärkern liegt immer Spannungssteuerung vor

zu 5.

☐ Die Koppelkondensatoren verhindern eine Arbeitspunktverschiebung. Ohne $C_{K1}$ könnte das Spannungsteilerverhältnis $R_2$ zu $R_1$ verändert werden, wenn der innere Widerstand der Spannungsquelle parallel zu $R_1$ liegt.

☐

☒

☐

zu 6.

☐ Die Basis-Emitterspannung wird durch $R_1$, $R_2$ und $R_E$ festgelegt. Der Spannungsteiler aus $R_1$ und $R_2$ muß so dimensioniert sein, daß der Spannungsabfall an $R_1$ um $U_{BE}$ größer ist als der Spannungsabfall, den der Emitterstrom an $R_E$ hervorruft.

☐

☐

☒

zu 7.

☐ An $R_L$ entsteht als Spannungsabfalländerung durch den sich ändernden Kollektorstrom die Ausgangswechselspannung.

☐

☒

☐

zu 8.

☒ Die Klemmenspannung eines Generators ist praktisch gleich der Urspannung, wenn der Außenwiderstand (hier $r_{ein}$) groß ist gegenüber dem Innenwiderstand $R_i$. Dieser Betriebsfall wird Spannungssteuerung genannt.

☐

☐

☐

9. Welchen Vorteil hat eine Übertragerkopplung?

- ☐ a) Verzerrungsfreiheit
- ☐ b) große Bandbreite
- ☐ c) gute Anpassung
- ☐ d) preiswert

10. Welche Eigenschaft hat eine RC-Kopplung?

- ☐ a) Sie begrenzt die untere Grenzfrequenz
- ☐ b) Sie begrenzt die obere Grenzfrequenz
- ☐ c) Sie bringt große Verzerrungen
- ☐ d) Sie bewirkt immer eine gute Anpassung

11. Warum lassen sich zwei Verstärkerstufen meist nicht direkt, also ohne Koppelkondensator verbinden?

- ☐ a) weil das die Spannungsquelle zu stark belastet
- ☐ b) weil der Ausgang der ersten und der Eingang der zweiten Stufe meist auf unterschiedlichem Gleichspannungspotential liegen
- ☐ c) weil die zweite Stufe dann nicht mehr temperaturstabilisiert ist
- ☐ d) weil die erste Stufe dann zu stark belastet wird

12. Nach welchem Erfahrungswert wird $R_E$ dimensioniert?

- ☐ a) $R_E = R_L$
- ☐ b) $R_E = 2R_L$
- ☐ c) $U_{RE} = 10 \ldots . 20\% \, U_S$
- ☐ d) $U_{RE} = 90\% \, U_S$

13. Woraus setzt sich bei einer Schaltung wie in Frage 5 der Wechselstrom-Eingangswiderstand des Verstärkers zusammen?

- ☐ a) $r_{ein}$ (Transistor) parallel zu $R_1$
- ☐ b) $r_{ein}$ (Transistor) parallel zu $R_1$, in Reihe dazu $R_2$
- ☐ c) Parallelschaltung aus $r_{ein}$ (Transistor), $R_1$ und $R_2$
- ☐ d) Reihenschaltung aus $r_{ein}$ (Transistor) und $R_1$

zu 9.

☐ Durch richtige Wahl der Windungszahlen läßt sich bei
☐ einer Übertragerkopplung vollkommene Anpassung erreichen.
☒ Der Nachteil der Übertragerkopplung ist vor allem,
☐ daß sie die unter a), b) und d) genannten Vorteile nicht hat.

zu 10.

☒ Die RC-Kopplung begrenzt die untere Grenzfrequenz, weil
☐ bei tiefen Frequenzen der kapazitive Blindwiderstand des
☐ Koppelkondensators zu groß wird.
☐

zu 11.

☐ Eine direkte Kopplung ist nicht möglich, weil am Eingang
☒ und Ausgang einer Verstärkerstufe sehr unterschiedliche
Gleichspannungspotentiale bestehen (ausgenommen ist die
☐ Kollektorschaltung, die aber keine Spannungsverstärkung
hat).

☐

zu 12.

☐ Die Erfahrung hat gezeigt, daß eine ausreichende Tempera-
☐ turstabilisierung vorhanden ist, wenn der Spannungsab-
☒ fall $U_{RE}$ am Emitterwiderstand $R_E$ ca. 10—20 % der Speise-
☐ spannung $U_S$ beträgt.

zu 13.

☐ Der Wechselstrom-Eingangswiderstand besteht aus der
☐ Parallelschaltung von $r_{ein}$ (Transistor), $R_1$ und $R_2$. $R_2$ liegt
☒ wechselstrommäßig auch parallel, weil der Innenwider-
☐ stand der Spannungsquelle sehr klein ist.

14. Für die Dimensionierung der Koppelkondensatoren und des Emitterkondensators ist maßgebend

- ☐ a) die gewünschte Verstärkung
- ☐ b) die obere Grenzfrequenz
- ☐ c) die untere Grenzfrequenz
- ☐ d) die Größe der Eingangsspannung

15. Wie groß muß $C_E$ mindestens sein, wenn $f_u = 50$ Hz und $R_E = 318$ Ohm betragen?

- ☐ a) 1 $\mu$F
- ☐ b) 10 $\mu$F
- ☐ c) 100 $\mu$F
- ☐ d) 0,1 $\mu$F

16. Zur Vermeidung einer Verstärkungsminderung durch Gegenkopplung muß der Querstrom im Basisspannungsteiler

- ☐ a) groß sein gegenüber dem Basisstrom
- ☐ b) groß sein gegenüber dem Kollektorstrom
- ☐ c) klein sein gegenüber dem Basisstrom
- ☐ d) ebenso groß sein wie der Basisstrom

zu 14.

☐ Die untere Grenzfrequenz ist maßgebend (s. Frage 10).

☐ Es muß erfüllt sein: $\frac{1}{\omega_u \cdot C} < R$

☒

☐

zu 15.

☐ $\frac{1}{\omega_u \cdot C_E} < R_E$

☒

☐ $C_E > \frac{1}{\omega_u \cdot R_E} = \frac{1}{2\pi f_u \cdot R_E} = \frac{1}{2\pi \cdot 50\,\text{Hz} \cdot 318\,\Omega}$

☐ $= 10\ \mu\text{F}$

zu 16.

☒ Der Querstrom muß groß sein gegenüber dem Basisstrom,

☐ damit dieser keinen Einfluß auf den Spannungsabfall am

☐ oberen Teilwiderstand hat. Doch soll der Querstrom nicht

☐ zu groß sein, damit die Stromversorgung nicht so stark belastet wird und die dann niedrigen Teilerwiderstände nicht den Eingangswiderstand des Verstärkers zu weit herabsetzen.

## Zu Abschnitt 6

# Der Transistor als Schwingungserzeuger*)

1. Bezeichnet man mit v die Verstärkung des Verstärkers, mit k die Dämpfung des Rückkopplungskreises und mit $\varphi$ den Phasenwinkel zwischen Eingangsspannung und zurückgekoppelter Spannung, so muß, damit der Generator schwingt, erfüllt sein:

   ☐ a) $k \cdot v = 1, \quad \varphi = 180°$
   ☐ b) $k \cdot v = 1, \quad \varphi = 0°$
   ☐ c) $k/v = 1, \quad \varphi = 180°$
   ☐ d) $k/v = 1, \quad \varphi = 0°$

2. Wenn die Verstärkung größer ist als die Dämpfung,

   ☐ a) schwingt der Generator nicht
   ☐ b) schwingt der Generator wie bei $k \cdot v = 1$
   ☐ c) schaukelt sich die Schwingung auf, bis der Generator zerstört wird
   ☐ d) schaukelt sich die Schwingung auf, bis sie vom Aussteuerbereich begrenzt wird. Es entsteht eine verzerrte Schwingung

3. Ein LC-Generator mit L = 2 mH und C = 2 nF schwingt mit

   ☐ a) 8 kHz
   ☐ b) 80 kHz
   ☐ c) 800 kHz
   ☐ d) 8 MHz

4. Bei Vervierfachung der Kapazität eines LC-Generators wird die Schwingfrequenz

   ☐ a) vervierfacht
   ☐ b) verdoppelt
   ☐ c) halbiert
   ☐ d) auf ein Viertel herabgesetzt

---

*) Vgl. hierzu Abschnitt 6 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 1. **Merke:**

☐ **Damit der Generator schwingt, muß die rückgekoppelte**
☒ **Spannung gleich der ursprünglichen Eingangsspannung**
☐ **sein ($k \cdot v = 1$) und die gleiche Phasenlage wie diese haben**
☐ **($\varphi = 0$).**

zu 2.

☐ Wenn die Schwingung vom Aussteuerbereich begrenzt
☐ wird, sinkt die Verstärkung, bis $k \cdot v = 1$ ist. Dabei ent-
☐ stehen Verzerrungen.

☒

zu 3.

$$f_o = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{2 \cdot 10^{-3}\,H \cdot 2 \cdot 10^{-9}\,F}}$$

☐
☒
☐
☐

$$= \frac{1}{2\pi \sqrt{4 \cdot 10^{-12}}} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 2} = 80\ kHz$$

Zu 4.

☐ Die Schwingfrequenz ist nur noch halb so groß. (Die 4 der
☐ vierfachen Kapazität steht unter der Wurzel im Nenner.)
☒
☐

5. Warum kann ein RC-Generator nicht mit einem Verstärker in Kollektorschaltung arbeiten?

- ☐ a) es läßt sich $\varphi = 0$ nicht erreichen
- ☐ b) die Spannungsverstärkung reicht nicht aus
- ☐ c) die Stromverstärkung reicht nicht aus
- ☐ d) die Frequenzkonstanz wird zu klein

6. Durch Verdoppelung von R und C eines RC-Generators wird die Frequenz

- ☐ a) verdoppelt
- ☐ b) vervierfacht
- ☐ c) halbiert
- ☐ d) auf ein Viertel herabgesetzt

7. Warum kommt ein RC-Phasenketten-Generator mit einem einstufigen Verstärker in Emitterschaltung aus, während ein Wien-Generator einen zweistufigen Verstärker in Emitterschaltung benötigt?

- ☐ a) bei der Phasenkette ist $\varphi = 0$, beim Wien-Spannungsteiler 180°
- ☐ b) bei der Phasenkette ist $\varphi = 180°$, beim Wien-Spannungsteiler 0
- ☐ c) die Dämpfung des Wien-Spannungsteilers ist so groß, daß ein einstufiger Verstärker nicht ausreicht
- ☐ d) ein Wien-Generator arbeitet auch mit einem einstufigen Verstärker

8. Am Ausgang (Kollektor) eines Sperrschwingers entsteht

- ☐ a) eine sinusförmige Spannung
- ☐ b) eine sägezahnförmige Spannung
- ☐ c) eine symmetrische Rechteckspannung
- ☐ d) kurze Rechteckimpulse

zu 5.

☐ Da die Spannungsverstärkung einer Kollektorschaltung
☒ kleiner als 1 ist, wird die Dämpfung des Rückkopplungs-
☐ kreises nicht ausgeglichen; $k \cdot v$ ist kleiner als 1; der
☐ Generator kann nicht schwingen.

zu 6.

☐ Bei RC-Generatoren ist die Frequenz umgekehrt propor-
☐ tional dem Widerstand und der Kapazität
☐
☒ $f_0 \sim \frac{1}{RC}$

Bei Verdoppelung sowohl von R als auch von C wird die Frequenz auf ein Viertel herabgesetzt.

zu 7.

☐ Eine RC-Phasenkette hat bei der Schwingfrequenz einen
Phasenwinkel von 180°, der die 180° einer einstufigen
☒ Emitterschaltung ausgleicht. Der Wien-Spannungsteiler
hat bei der Schwingfrequenz einen Phasenwinkel von 0°.
☐ Der Verstärker muß daher ebenfalls 0° haben. Das haben
nur Verstärker mit einer geradzahligen Anzahl von Stufen
☐ in Emitterschaltung.

zu 8.

☐ Ein Sperrschwinger liefert kurze Rechteckimpulse.
☐
☐
☒

## Zu Abschnitt 7

# Der Vierschichthalbleiter *)

1. Welche Halbleiterbauteile werden als Vierschichthalbleiter bezeichnet?

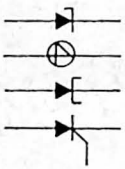
   ☐ a) Thyristor
   ☐ b) TRIAC
   ☐ c) Vierschichtdiode
   ☐ d) Varistor
   ☐ e) DIAC

2. Wie viele Anschlüsse hat die Vierschichtdiode?

   ☐ a) 2
   ☐ b) 3
   ☐ c) 4

3. Mit welchem Schaltzeichen wird die Vierschichtdiode dargestellt?

   ☐ a)
   ☐ b)
   ☐ c)
   ☐ d)



4. Bei welcher Polung und bei welcher Spannung wird eine Vierschichtdiode mit folgenden Werten durchlässig? Schaltspannung $U_S = 10\ V$; Haltespannung $U_H = 1{,}5\ V$

   ☐ a) + an Anode, — an Katode, $U = 8\ V$
   ☐ b) — an Anode, + an Katode, $U \leqq 1{,}5\ V$
   ☐ c) + an Anode, — an Katode, $U \geqq 10\ V$

*) Vgl. hierzu Abschnitt 7 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 1. **Merke:**

☒ ☒ ☒ ☐ ☒ **Vierschichthalbleiter ist ein Sammelbegriff für Vierschichtdioden, Thyristoren, TRIACs und DIACs.**

zu 2.

☒ ☐ ☐ Die Vierschichtdiode hat, wie alle anderen Dioden, nur zwei Anschlüsse.

zu 3.

☐ ☒ ☐ ☐ Das Schaltzeichen der Vierschichtdiode:

(noch nicht genormt!)

zu 4. **Merke:**

**Alle Vierschichthalbleiter sind bis zur Zündspannung in beiden Richtungen hochohmig.**

☐ ☐ ☒ Die Vierschichtdiode zeigt ihr typisches Verhalten nur in der Durchlaßrichtung. Deshalb muß + an der Anode und — an der Katode liegen; dann wird die unter 4. angegebene Type bei $U \geqq 10$ V durchlässig, weil diese Spannung ihrer Schaltspannung $U_S$ entspricht.

5. Wann wird die Vierschichtdiode zerstört?

- ☐ a) bei zu hohem Strom in Flußrichtung
- ☐ b) wenn die Sperrspannung den Wert der Zündspannung erreicht
- ☐ c) wenn eine sehr hohe Sperrspannung anliegt
- ☐ d) wenn der Haltestrom überschritten wird

6. Bei welcher Spannung wird die Vierschichtdiode nach dem Durchschalten (Zünden) wieder hochohmig?

- ☐ a) wenn die Zündspannung unterschritten wird
- ☐ b) wenn die Haltespannung unterschritten wird
- ☐ c) wenn die Spannung noch etwas größer als die Haltespannung ist

7. Worin unterscheidet sich die Arbeitsweise der Vierschichtdiode von der der Glimmlampe?

- ☐ a) nur in der Höhe der Zündspannung
- ☐ b) nur in der Stromrichtungsempfindlichkeit
- ☐ c) in der Höhe der Zündspannung und in der Stromrichtungsempfindlichkeit

8. Aus welchen Materialien werden bisher Vierschichtdioden hergestellt?

- ☐ a) aus Selen
- ☐ b) aus Silizium
- ☐ c) aus Kupferoxydul
- ☐ d) aus Germanium
- ☐ e) aus Galliumarsenid

9. Was ist der Thyristor?

- ☐ a) ein temperaturabhängiger Widerstand
- ☐ b) ein Stabilisator
- ☐ c) ein steuerbarer Siliziumgleichrichter
- ☐ d) ein spannungsabhängiger Schalter

zu 5.

☒ Die Vierschichtdiode wird zerstört, wenn der zulässige
☐ Maximalstrom in Flußrichtung überschritten wird oder
wenn die Sperrspannung die inverse Durchbruchspannung
☒ erreicht. Die inverse Durchbruchspannung ist in den mei-
☐ sten Fällen größer als $\frac{1}{10}$ der Zündspannung bei Betrieb in
Flußrichtung.

zu 6.

☐ Die Vierschichtdiode wird nach dem Zünden wieder hoch-
☒ ohmig, wenn die Haltespannung unterschritten wird.
☐

zu 7.

☐ Die Arbeitsweise der Vierschichtdiode unterscheidet sich
☐ von der der Glimmlampe in der Höhe der Zündspannung
☒ und in der Stromrichtungsempfindlichkeit.

zu 8.

☐ Vierschichtdioden werden bisher aus Germanium, Silizium
☒ und Galliumarsenid hergestellt.
☐
☒
☒

zu 9.

☐ Der Thyristor ist ein steuerbarer Siliziumgleichrichter, der
☐ durch einen Zündimpuls am Tor durchgeschaltet werden
☒ kann.
☐

10. Wie viele Anschlüsse hat der Thyristor?

- ☐ a) 2
- ☐ b) 3
- ☐ c) 4

11. Unter welchen Bedingungen wird der Thyristor leitend?

- ☐ a) + an der Anode, — an der Katode und negativer Steuerimpuls
- ☐ b) — an der Anode, + an der Katode und positiver Steuerimpuls
- ☐ c) + an der Anode, — an der Katode und positiver Steuerimpuls

12. Bleibt der Thyristor nach dem Ende des Steuerimpulses leitend?

- ☐ a) ja, bereits nach kurzem Steuerimpuls
- ☐ b) nein
- ☐ c) nur nach sehr langem Steuerimpuls

13. Wann wird der Thyristor nach dem Zünden wieder hochohmig?

- ☐ a) wenn im Wechselstromkreis die Spannung durch den Nullpunkt geht
- ☐ b) wenn die Zündspannung überschritten wird
- ☐ c) wenn die Haltespannung unterschritten wird
- ☐ d) wenn ein Sperrimpuls angelegt wird

14. Wovon ist die Stärke des benötigten Steuerstroms beim Thyristor abhängig?

- ☐ a) von seiner Zündspannung
- ☐ b) von seiner Leistung
- ☐ c) von der Höhe der Haltespannung
- ☐ d) von seinem Innenwiderstand

zu 10.

☐ Der Thyristor hat 3 Anschlüsse: Anode, Katode und Steuer-
☒ anschluß (Tor).
☐

zu 11. **Merke:**

☐ **Der Thyristor wird nur dann leitend, wenn an der Anode + , an der Katode — und an der Steuerelektrode ein positiver Impuls anliegen.**
☐

☒

zu 12.

☒ Der Thyristor bleibt nach dem Ende des Steuerimpulses
☐ leitend, auch wenn der Steuerimpuls sehr kurz ist.
☐

zu 13.

☒ Der Thyristor wird nach dem Zünden wieder hochohmig,
wenn die Haltespannung unterschritten wird. Das ist im
☐ Wechselstromkreis der Fall, wenn die Spannung durch den
☒ Nullpunkt geht. Auch ein Sperrimpuls (Kondensatorentla-
☒ dung), der kurzzeitig Gegenpotential auf Anode und Katode bringt, macht den Thyristor wieder hochohmig.

zu 14.

☐ Die Stärke des Steuerstroms hängt von der Leistung des
☒ Thyristors ab.
☐
☐

15. Wie hoch muß etwa die Steuerspannung sein?

☐ a) 220 V
☐ b) 110 V
☐ c) 60 V
☐ d) 3 V

16. In welchen Grenzen liegt die Stärke des Steuerstroms?

☐ a) 2 — 10 A
☐ b) 2 — 10 mA
☐ c) 20 — 300 mA
☐ d) 50 — 200 $\mu$A

17. Wie groß ist die Zeit, die ein Thyristor zum Durchschalten braucht?

☐ a) 20 ms
☐ b) 0,2 ms
☐ c) 2 $\mu$s
☐ d) 10 ns

18. Wie hoch sind die Sperrspannungen der Hochleistungsthyristoren?

☐ a) 20 — 100 V
☐ b) 220 — 380 V
☐ c) 600 — 1400 V
☐ d) 300 — 500 V

19. Kann der Thyristor kurzzeitig überlastet werden, wenn ja, wie hoch?

☐ a) ja
☐ b) nein
☐ c) mit 2 — 3fachem Dauerlaststrom
☐ d) mit 10 — 20fachem Dauerlaststrom
☐ e) mit etwa 100fachem Dauerlaststrom

zu 15.

☐ Die Steuerspannung des Thyristors braucht nur etwa 3 V
☐ sein.
☐
☒

zu 16. **Merke:**

**Thyristoren, auch solche für große Leistungen, benötigen zum Steuern nur kleine Spannungen und schwache Ströme. Die Steuerung ist deshalb fast leistungslos.**

☐ Der Steuerstrom des Thyristors beträgt je nach Leistung
☐ 20—300 mA.
☒
☐

zu 17.

☐ Die Schaltzeit der Thyristoren ist sehr kurz und beträgt
☐ etwa 2 µs.
☒
☐ **Merke:**

**Die Schaltzeit der Thyristoren ist mit der der Transistoren etwa gleich.**

zu 18.

☐ Thyristoren, und besonders Hochleistungsthyristoren ha-
☐ ben hohe Sperrspannungen; sie liegen zwischen 600 und
☒ 1400 V.
☐

zu 19.

☒ Ja, der Thyristor darf kurzzeitig überlastet werden, und
☐ zwar mit 10—20fachem Dauerlaststrom, aber nur während
☐ einer oder zwei Sinushalbwellen.
☒
☐

20. Warum werden Thyristoren aus Silizium gefertigt?

☐ a) weil Siliziumbauteile hohe Betriebstemperaturen aushalten und kleiner sind

☐ b) weil Siliziumbauteile einen größeren $R_i$ und kleinere Sperrspannung pro Zelle haben

☐ c) weil Siliziumbauteile einen kleineren $R_i$ und höhere Sperrspannung pro Zelle haben

☐ d) weil die Verlustleistung der Siliziumbauteile geringer ist als die anderer Halbleiter

21. Wie verhalten sich die Ströme (Last- und Steuerstrom), wenn sich der Thyristor erwärmt?

☐ a) die Ströme steigen stark
☐ b) die Ströme steigen wenig
☐ c) die Ströme sinken stark
☐ d) die Ströme sinken wenig
☐ e) die Ströme ändern sich nicht

22. Unter welchen Bedingungen zündet der Thyristor ohne Steuerimpuls?

☐ a) bei normalen Betriebsspannungen und hoher Temperatur
☐ b) bei hohen Induktionsspannungsspitzen
☐ c) bei starken Netzspannungsschwankungen
☐ d) bei Kondensatorentladungen

23. Welche Elektrode eines Thyristors liegt bei Hochleistungsthyristoren meistens am Gehäuse?

☐ a) die Anode
☐ b) die Katode
☐ c) der Steueranschluß

zu 20.

☒ Thyristoren werden aus Silizium gefertigt, weil Siliziumbauteile gegenüber anderen Halbleitern höhere Betriebstemperaturen aushalten und selbst bei starken Betriebsströmen kleinere Abmessungen haben; kleineren $R_i$, höhere Sperrspannung und höhere zulässige Verlustleistung zeigen.

☐

☒

☒

zu 21.

☐ Wenn sich der Thyristor erwärmt, steigen die Ströme ein
☒ wenig. Dieser Temperaturgang wird von den Herstellerfirmen durch Kurven angegeben.
☐
☐
☐

zu 22.

☐ Bei hohen Induktionsspannungen, die beim Abschalten
☒ starker Induktivitäten entstehen, kann der Thyristor ungewollt zünden.
☐
☐ **Merke:**
**Derartige Fehlzündungen schaden dem Thyristor.**

zu 23.

☒ Bei Hochleistungsthyristoren liegt meistens die Anode am
☐ Gehäuse.
☐

24. Wodurch kann ein Thyristor zerstört werden?

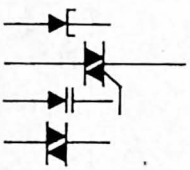
☐ a) durch falsche Polung der Hauptanschlüsse
☐ b) durch falsche Polung des Steuerimpulses
☐ c) durch starke Dauerüberlastung
☐ d) durch hohe Induktionsspannungen bei induktiver Last

25. Wie wirkt ein DIAC?

☐ a) wie zwei antiparallelgeschaltete Gleichrichter
☐ b) wie zwei antiparallelgeschaltete Vierschichtdioden
☐ c) wie zwei antiparallelgeschaltete Thyristoren

26. Welches ist das gebräuchliche aber noch nicht genormte Schaltzeichen des DIAC?

☐ a)
☐ b)
☐ c)
☐ d)



27. Wozu wird der DIAC verwendet?

☐ a) zur Spannungsbegrenzung bei Wechselspannungen
☐ b) als Impulsformer für die Steuerung von Thyristoren
☐ c) als Impulsformer für die Steuerung von TRIACs
☐ d) zur Erzeugung von Sägezahnspannungen

28. Wie hoch ist die Schaltspannung des DIAC?

☐ a) etwa 2 V
☐ b) etwa 12 V
☐ c) etwa 30 V
☐ c) 60 V
☐ e) 220 V

zu 24.

☐ Durch starke Dauerüberlastung und durch hohe Induktions-
☐ spannungen bei induktiver Last kann der Thyristor zerstört
☒ werden. Beides kann durch geeignete Schaltungen vermie-
☒ den werden.

zu 25.

☐ Der DIAC wirkt wie zwei antiparallelgeschaltete Vier-
☒ schichtdioden.
☐

zu 26.

☐ Als Schaltzeichen für DIACs wird heute meistens ver-
☐ wendet:
☐
☒

zu 27.

☐ Der DIAC formt aus der Steuerwechselspannung Impulse
☐ wechselnder Polarität zur Steuerung des TRIAC.
☒
☐

zu 28. **Merke:**

**DIAC ist eine Firmenbezeichnung. Dieses Bauteil wird auch Zweiwegschaltdiode oder bidirektionale Triggerdiode genannt.**

☐ Die Schaltspannung des DIAC beträgt etwa 30 V.
☐
☒
☐
☐

29. Wie wirkt der TRIAC?

- ☐ a) wie zwei in Serie geschaltete Thyristoren
- ☐ b) wie zwei antiparallelgeschaltete Thyristoren mit gleicher Schichtfolge
- ☐ c) wie zwei antiparallelgeschaltete Thyristoren mit entgegengesetzter Schichtfolge
- ☐ d) wie zwei antiparallelgeschaltete Gleichrichter

30. Womit wird der TRIAC gesteuert?

- ☐ a) mit Steuerimpulsen gleicher Polarität
- ☐ b) mit einer Sägezahnspannung
- ☐ c) mit Impulsen wechselnder Polarität

31. Was stellt beim TRIAC der Hilfsthyristor dar?

- ☐ a) eine Zündhilfe mit Steueranschluß
- ☐ b) einen niederohmigen Weg für die Ladungsträger
- ☐ c) eine Kopplung der Halbleiterschichten
- ☐ d) eine Hilfe zum Sperren des TRIAC

32. Welche Stromart wird mit dem TRIAC gesteuert?

- ☐ a) Gleichstrom
- ☐ b) Wechselstrom
- ☐ c) Gleich- und Wechselstrom

zu 29.

☐ Der TRIAC wirkt wie zwei antiparallelgeschaltete Thyri-
☐ storen mit entgegengesetzter Schichtfolge.

☒

☐

zu 30. **Merke:**

☐ **Der TRIAC hat für zwei entgegengesetzt wirkende Thyri-**
☐ **storstrecken nur einen gemeinsamen Steueranschluß. Er**
☒ **muß deshalb mit Impulsen wechselnder Polarität gesteuert werden.**

zu 31.

☒ Der Hilfsthyristor dient als Zündhilfe. Seine Halbleiter-
☐ schichten sind so dotiert, daß er bei beiden Polaritäten
☐ der Steuerimpulse den TRIAC zum Zünden bringt.
☐

zu 32.

☐ Der TRIAC steuert Wechselstrom, er wurde eigens dazu
☒ entwickelt. Die aus dem Amerikanischen stammende Ab-
☐ kürzung TRI-AC bedeutet: TRI-Dreipol und AC = Wech-
selstrom, also Dreipol für Wechselstrom.

## Zu Abschnitt 8

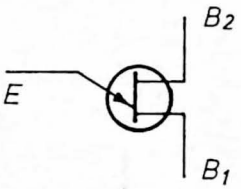
# Der Unijunktiontransistor*)

1. Wozu wird der Unijunktiontransistor (UJT) verwendet?

   ☐ a) zur Stromverstärkung wie der bipolare Transistor
   ☐ b) zur Erzeugung von Sinusschwingungen
   ☐ c) zur Erzeugung von Sägezahnspannungen
   ☐ d) zum Formen von Steuerimpulsen
   ☐ e) zum Erzeugen von Rechteckspannungen

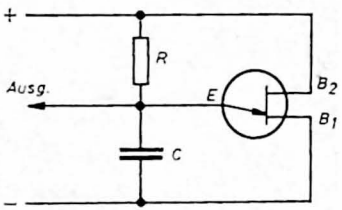
2. Wie ist die Strecke $B_2$ — $B_1$, wenn der Emitter des UJT keine Spannung erhält?

   ☐ a) niederohmig
   ☐ b) hochohmig
   ☐ c) unabhängig von der Emitterspannung




3. Was kann am Ausgang der dargestellten Schaltung abgegriffen werden?

   ☐ a) eine Rechteckspannung
   ☐ b) eine Sägezahnspannung
   ☐ c) eine sinusförmige Wechselspannung




4. Welche Aufgabe hat der unter 6. dargestellten Schaltung der UJT?

   ☐ a) den Widerstand R periodisch kurzzuschließen
   ☐ b) R und C periodisch kurzzuschließen
   ☐ c) den Kondensator C periodisch zu entladen
   ☐ d) den Kondensatorstrom konstant zu halten

---

*) Vgl. hierzu Abschnitt 8 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 1.

☐ Der UJT wird zum Erzeugen von Sägezahnspannungen und
☐ zum Formen von Steuerimpulen verwendet.
☒
☒
☐

zu 2 **Merke:**

☐ **Der UJT hat nur einen PN-Ubergang, im Gegensatz zum**
☒ **bipolaren Transistor, der stets zwei PN-Übergänge hat.**
☐ Die Strecke $B_2$ — $B_1$ ist wegen der schwachen Dotierung sehr hochohmig.

zu 3. **Merke:**

☐ **Der UJT ist ein spannungsabhängiger Schalter, der bereits**
☒ **bei sehr kleinen Spannungen ($U_{BE1}$ liegt in der Größen-**
☐ **ordnung von 1 V) schaltet.**

Am Ausgang dieser Schaltung kann eine Sägezahnspannung abgegriffen werden.

zu 4.

☐ Der UJT entlädt bei dieser Schaltung periodisch den
☐ Kondensator C.
☒
☐

5. Welchen Zweck hat der Kondensator in dieser Schaltung?

☐ a) E vom negativen Pol der Stromquelle gleichstrommäßig zu trennen
☐ b) Formung der aufsteigenden Flanke der Sägezahnspannung (frequenzbestimmend).
☐ c) die Diodenstrecke E — $B_1$ bei induktiver Belastung zu schützen

6. Welche Aufgabe hat der Widerstand R?

☐ a) er bestimmt mit dem Kondensator die Frequenz
☐ b) er begrenzt den Strom $I_{EB1}$
☐ c) er schützt die Strecke E — $B_2$ vor Überlastung
☐ d) er bestimmt die Höhe der Ausgangsspannung

7. Wie hoch muß der Wert dieses Widerstandes sein?

☐ a) 10 Ω, damit sich der Kondensator schnell lädt
☐ b) mindestens 100 Ω, damit der $I_E$ nicht zu hoch wird
☐ c) mindestens 10 kΩ, damit der Generator schwingt
☐ d) mindestens 100 kΩ, damit der UJT nicht überlastet wird

8. Der Anstieg der Sägezahnspannung ist bei dieser einfachen Schaltung nicht geradlinig. Durch welche Schaltungsmaßnahmen kann er geradlinig gemacht werden?

☐ a) durch Vorschalten eines Transistors, dessen konstanter $I_C$ den Kondensator lädt
☐ b) durch eine Siliziumdiode, die den Temperaturgang des UJT kompensiert
☐ c) durch einen Heißleiter, der den Ladestrom des C beeinflußt
☐ d) durch Parallelschalten einer Kapazitätsdiode zu C

zu 5.

☐ Die zunehmende Spannung am Kondensator während der Aufladung ist die ansteigende Flanke der Sägezahnspan-
☒ nung.

☐

zu 6.

☒ Der Widerstand R bildet mit dem Kondensator ein RC-
☐ Glied, das die Frequenz der Sägezahnspannung bestimmt.
☐ $f = R \cdot C$
☐

zu 7.

☐ Der R muß mindestens 10 kΩ haben, weil sonst beim Ent-
☐ laden des C die Schwellspannung des UJT nicht unter-
☒ schritten wird. Wenn die Schwellspannung nicht unter-
☐ schritten wird, bleibt der UJT niederohmig und der Gene-
rator kann nicht schwingen.

zu 8. **Merke:**

**Die Spannung steigt an einem Kondensator, der über einen Widerstand geladen wird, nicht geradlinig, sondern in Kurvenform.**

☒ Der Anstieg der Spannung eines Kondensators und damit
der Sägezahnspannung kann geradlinig gemacht werden,
☐ indem der C nicht über einen ohmschen Widerstand, son-
dern über einen Transistor geladen wird, der den Lade-
☐ strom konstant hält.

☐

## Zu Abschnitt 9

# Halbleiterbauteile in der Stromversorgung*)

1. Welches Bauteil wirkt bei der Parallelstabilisation stabilisierend?

   ☐ a) der Vorwiderstand
   ☐ b) die Z-Diode
   ☐ c) der Lastwiderstand

2. Wie muß die Z-Diode für Regelzwecke geschaltet werden?

   ☐ a) in Durchlaßrichtung
   ☐ b) beliebig
   ☐ c) in Sperrichtung

3. Wie muß die Z-Diode bei Parallelstabilisation geschaltet werden?

   ☐ a) parallel zum Lastwiderstand $R_L$
   ☐ b) parallel zum Vorwiderstand $R_v$
   ☐ c) parallel zu $R_L$ und $R_v$
   ☐ d) zu $R_L$ in Serie

4. Welche Höhe hat die Lastspannung $U_L$ im Vergleich zur Zenerspannung $U_Z$ bei einer einfachen Parallelstabilisation?

   ☐ a) $U_L$ ist viel kleiner als $U_Z$
   ☐ b) $U_L$ ist viel größer als $U_Z$
   ☐ c) $U_L$ ist etwa gleich $U_Z$
   ☐ d) $U_L$ ist unabhängig von $U_Z$

---

*) Vgl. hierzu Abschnitt 9 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 1.

☐ Die Z-Diode wirkt stabilisierend.
☒
☐

zu 2.

☐ Bei der Z-Diode wird der starke Stromanstieg nach dem
☐ Durchbruch im Sperrbereich genutzt; sie wird daher stets
☒ in Sperrichtung geschaltet.

zu 3.

☒ Bei der einfachen Parallelstabilisation wird die Z-Diode
☐ parallel zum Lastwiderstand $R_L$ geschaltet.
☐
☐

zu 4. **Merke:**

☐ **Z-Dioden sind meist aus Silizium und so dotiert, daß sie**
☐ **bei einer ganz bestimmten Sperrspannung plötzlich nieder-**
☒ **ohmig werden und diesen Stromdurchbruch auch aushalten.**
☐ **Die maximale Belastbarkeit darf dabei natürlich nicht über-**
**schritten werden.**

$U_Z$ muß etwa gleich $U_L$ sein, weil die Z-Diode nur in diesem Bereich regelt.

5. Ist $U_z$ ein ganz genauer Wert?

- ☐ a) ja, weil er aufgrund der Dotierung festliegt
- ☐ b) ja, weil der Knick in der Kennlinie ganz scharf ist
- ☐ c) nein, weil der Knick in der Kennlinie nicht scharf ist
- ☐ d) nein, weil $U_z$ temperaturabhängig ist

6. Wo soll der Arbeitspunkt der Stabilisierungsschaltung liegen, damit die Z-Diode gut regeln kann?

- ☐ a) am oberen Ende des geradlinigen Teils der Durchbruchlinie
- ☐ b) am unteren Ende des geradlinigen Teils der Durchbruchlinie
- ☐ c) in der Mitte des geradlinigen Teils der Durchbruchlinie
- ☐ d) in der Mitte des waagerechten Teils der Durchbruchlinie

7. Wie soll die Speisespannung $U_s$ gegenüber der konstant zu haltenden Lastspannung $U_L$ sein?

- ☐ a) $U_s$ soll kleiner als $U_L$ sein
- ☐ b) $U_s$ soll etwa gleich groß sein
- ☐ c) $U_s$ soll viel größer als $U_L$ sein ($U_s > 10 \cdot U_L$)
- ☐ d) $U_s$ soll mindestens doppelt so groß wie $U_L$ sein ($U_s \geq 2 \cdot U_L$)

8. Wie stark muß der über die Z-Diode fließende Strom $I_z$ gegenüber dem Laststrom $I_L$ sein, damit eine gute Regelung erzielt wird?

- ☐ a) $I_z$ muß schwächer als $I_L$ sein
- ☐ b) $I_z$ muß viel schwächer als $I_L$ sein
- ☐ c) $I_z$ muß etwa gleich stark sein
- ☐ d) $I_z$ muß viel stärker als $I_L$ sein

zu 5.

☐ $U_z$ ist kein ganz genauer Wert, weil der Knick in der Kenn-
☐ linie nicht scharf ist. Außerdem ist dieser Wert tempe-
☒ raturabhängig.
☒

**Merke:**
**In Firmenlisten ist stets die Temperatur für die $U_z$-Werte angegeben.**

zu 6.

☐ Der Arbeitspunkt muß in der Mitte des geradlinigen Teils
der Durchbruchlinie liegen, damit die Z-Diode Spannungs-
☐ schwankungen nach unten und oben ausregeln kann.

☒

☐

zu 7.

☐ $U_s$ soll etwa doppelt so groß wie $U_L$ sein. $U_s$ muß auf jeden
☐ Fall größer als $U_L$ sein, weil $U_L$ stets nur eine Teilspannung
☐ von $U_s$ sein kann; wird $U_s$ aber viel größer als $U_L$ gewählt,
☒ dann wird die Verlustleistung am Vorwiderstand sehr
groß.

zu 8.

☐ $I_z$ muß mit $I_L$ etwa gleich stark sein. Ist $I_z$ viel schwächer
☐ als $I_L$, dann regelt die Z-Diode schlecht, und ist $I_z$ viel
☒ stärker als $I_L$, dann ist die Verlustleistung der Schaltung
☐ groß.

9. Welche Stromwerte bestimmen die Größe des Vorwiderstands, wenn die Belastung konstant ist?

- ☐ a) nur $I_L$
- ☐ b) nur $I_z$
- ☐ c) $I_{zmax} + I_L$ (bei max. Eingangsspannung $U_s$)
- ☐ c) $I_{zmin} + I_L$ (bei min Eingangsspannung $U_s$)

10. Mit welchen Werten wird der Maximalstrom $I_{zmax}$, der über die Z-Diode fließen darf, errechnet?

- ☐ a) mit $U_s$ und Gesamtleistung der Schaltung
- ☐ b) mit $U_z$ und der maximalen Verlustleistung der Z-Diode $P_{vmax}$
- ☐ c) mit $U_L$ und $R_L$
- ☐ d) mit $U_L$ und der Gesamtleistung der Schaltung

11. Welche Stromwerte bestimmen den Vorwiderstand $R_v$, wenn sich die Speisespannung $U_s$ und der Laststrom $I_L$ ändern können?

- ☐ a) $I_{zmax} + I_{Lmax}$
- ☐ b) $I_{zmax} + I_{Lmin}$
- ☐ c) $I_{zmin} + I_{Lmax}$
- ☐ d) $I_{zmin} + I_{Lmin}$

12. Warum werden manchmal mehrere Z-Dioden in Serie geschaltet?

- ☐ a) weil es für die geforderte Spannung keine Z-Diode gibt
- ☐ b) weil mehrere Z-Dioden mit kleiner $U_z$ billiger sind als eine Z-Diode mit hoher $U_z$
- ☐ c) weil der dynamische Widerstand $r_z$ bei Z-Dioden mit kleiner $U_z$ viel geringer ist, als bei solchen mit hoher $U_z$
- ☐ d) weil sich die gesamte Verlustleistung dann auf mehrere Z-Dioden verteilt und somit kleinere Typen verwendet werden können

zu 9.

☐ $I_{zmax} + I_L$ bestimmen die Größe des Vorwiderstands $R_v$,
☐ weil $I_{zmax}$ nicht überschritten werden darf.
☒
$$R_v = \frac{U_s - U_L}{I_{zmax} + I_L}$$
☐

zu 10.

☐ Der Maximalstrom $I_{zmax}$, der über eine Z-Diode fließen darf,
☒ errechnet sich aus der vom Hersteller angegebenen maximalen Verlustleistung $P_{vmax}$ und der an der Z-Diode herrschenden Spannung $U_z$.
☐
☐
$$I_{zmax} = \frac{P_{vmax}}{U_z}$$

**Merke:**

**$P_{Vmax}$ wird auch mit $P_{tot}$ = Totalleistung bezeichnet.**

zu 11.

☒ $I_{zmax} + I_{Lmax}$, weil die Summe beider Ströme als Gesamt-
☐ strom I über den Vorwiderstand $R_v$ fließt. Dann ist
☐
☐
$$R_v = \frac{U_s - U_L}{I_{zmax} + I_{Lmax}}$$

zu 12.

☐ Manchmal werden mehrere Z-Dioden in Serie geschaltet,
weil der dynamische Widerstand
☐
$$r_z = \frac{\Delta U_z}{\Delta I_z}$$
☒ bei Z-Dioden mit kleiner $U_z$ viel geringer als bei solchen mit großem $U_z$ ist; sie regeln daher besser. Außerdem teilt
☒ sich die Verlustleistung entsprechend der Zenerspannung auf. Dies ist besonders bei großen Verlustleistungen von Belang.

13. Z-Dioden mit $U_z$ größer als 6 V haben einen positiven Temperaturkoeffizienten. Was ist zu machen, wenn eine Regelschaltung mit solchen Z-Dioden unabhängig von der Temperatur sein soll?

- ☐ a) einen Heißleiter in Serie zur Z-Diode schalten
- ☐ b) eine Siliziumdiode parallel zur Z-Diode schalten
- ☐ c) eine Siliziumdiode in Sperrichtung in Serie zur Z-Diode schalten
- ☐ d) eine Siliziumdiode in Flußrichtung in Serie zur Z-Diode schalten

14. Was wird dadurch verschlechtert?

- ☐ a) die Regelfähigkeit der Z-Diode
- ☐ b) fast nichts
- ☐ c) die Verlustleistung der Schaltung

15. Welches andere elektrische Bauteil kann durch eine Z-Diode ersetzt werden?

- ☐ a) ein Heißleiter
- ☐ b) eine gewöhnliche Germaniumdiode
- ☐ c) ein Widerstand hoher Leistung
- ☐ d) ein Elektrolytkondensator in einer Glättschaltung

16. Wodurch kann die Regelwirkung der Z-Diode verbessert werden?

- ☐ a) durch einen Transistor
- ☐ b) durch eine Spannungsteilung mit Wiederständen
- ☐ c) durch Parallelschalten zweier Z-Dioden
- ☐ d) durch Parallelschalten eines Elektrolytkondensators

zu 13.

☐ Eine oder mehrere Siliziumdioden werden in Flußrichtung
☐ mit der Z-Diode in Serie geschaltet. Dadurch wird der
☐ Temperaturgang der Z-Diode kompensiert.

☒

zu 14.

☐ Verschlechtert wird durch diese Maßnahme fast nichts, weil
☒ die Siliziumdioden in Flußrichtung einen sehr geringen
☐ Widerstand haben.

zu 15.

☐ Bei Glättschaltungen kann der zweite Elektrolytkonden-
☐ sator durch eine Z-Diode ersetzt werden. Das geht aber
☐ nur bei niedrigen Spannungen.
☒

zu 16.

☒ Durch einen Transistor kann die Regelung einer Z-Diode
☐ verbessert werden, und zwar um den Stromverstärkungs-
☐ faktor.
☐

**Merke:**
**Die Regelung verbessert sich um den Stromverstärkungsfaktor des Transistors.**

17. Wann wird die Parallelstabilisation angewendet?

- ☐ a) bei starken Lastschwangungen und hohen Eingangsspannungsschwankungen
- ☐ b) bei starken Laständerungen und geringen Eingangsspannungsschwankungen
- ☐ c) bei geringen Laständerungen und hohen Eingangsspannungsschwankungen
- ☐ d) bei geringer Belastung

18. Ist die Parallelstabilisierungssschaltung kurzschlußsicher?

- ☐ a) nein, weil die Z-Diode überlastet wird
- ☐ b) ja, wenn $R_v$ dafür berechnet ist
- ☐ c) nein, weil der Transistor überlastet wird
- ☐ d) ja, wenn die Z-Diode den Kurzschlußstrom aushält

19. Wann wird die Serienstabilisierung verwendet?

- ☐ a) bei starken Laständerungen und hohen Eingangsspannungsschwankungen
- ☐ b) bei starken Laständerungen und geringen Eingangsspannungsschwankungen
- ☐ c) bei hoher Belastung
- ☐ d) bei geringer Belastung

20. Welches Schaltglied bestimmt die Belastbarkeit der Serienstabilisierungsschaltung?*

- ☐ a) die Z-Diode
- ☐ b) der Widerstand $R_1$
- ☐ c) der Transistor
- ☐ d) der Widerstand $R_2$

---

*) siehe dazu die Abb. „Serienstabilisierungsschaltung" im „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 17.

☐ Die Parallelstabilisation wird angewandt, wenn starke Eingangsspannungsschwankungen, aber nur geringe Belastungsänderungen auftreten.

☐

☒

☒

zu 18.

☐ Jede Parallelstabilisierungsschaltung ist kurzschlußsicher,

☒ wenn der Vorwiderstand für den Kurzschlußstrom berechnet ist.

☐

☐

zu 19.

☒ Die Serienstabilisierungsschaltung eignet sich bei hohen Eingangsspannungsschwankungen und starken Belastungsänderungen; bei starker Belastung ist sie besonders geeignet.

☐

☒

☐

zu 20. **Merke:**

**Die Serienstabilisierungsschaltung benötigt stets einen Transistor als veränderlichen Widerstand, der die Spannungsdifferenz zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung bewirkt.**

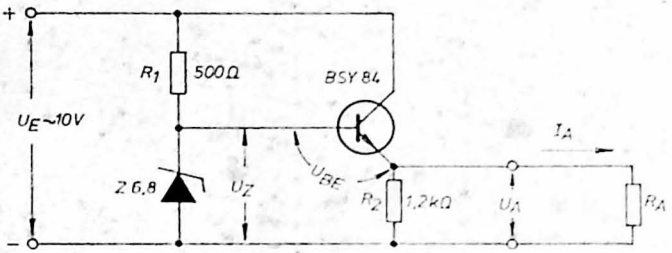
☐ Der Transistor bestimmt mit seinem maximalen Kollek-

☐ torstrom die Belastbarkeit der Serienstabilisierung.

☒

☐

21. Welche Werte hält diese Serienstabilisierungsschaltung konstant?




☐ a) den Ausgangsstrom $I_A$, auch wenn sich $R_A$ ändert
☐ b) die Ausgangsspannung $U_A$, auch wenn sich $R_A$ ändert
☐ c) die Spannung $U_{CE}$ des Transistors

22. Wozu dient der Widerstand $R_2$ in dieser Schaltung?

☐ a) er schützt den Transistor vor Überlastung
☐ b) er regelt die Spannung $U_{BE}$
☐ c) er bringt eine schwache Belastung, damit $U_A$ auch dann konstant gehalten wird, wenn kein $R_A$ angeschaltet ist
☐ d) er bildet einen Spannungsteiler mit $R_1$ für die Z-Diode

23. Was bewirkt der Widerstand $R_1$ dieser Schaltung?

☐ a) er bildet mit der Z-Diode einen Spannungsteiler
☐ b) er schützt die Basis-Kollektor-Strecke des Transistors vor Überlastung
☐ c) er dient als Vorwiderstand für den Laststrom
☐ d) er schützt die Z-Diode vor Überlastung

zu 21.

☐ Bei dieser Schaltung wird die Ausgangsspannung $U_A$ konstant gehalten, auch wenn sich die Belastung ändert. Der Transistor bildet einen veränderlichen Widerstand, der sich stets so einstellt, daß sein Spannungsabfall jeweils die Differenz zwischen $U_E$ und $U_A$ bildet.

☒
☐

zu 22.

☐ Der Widerstand $R_2$ bildet einen Vorlastwiderstand, der parallel zu den Ausgangsklemmen liegt. Er sorgt dafür, daß bei schwacher Belastung oder Leerlauf der Schwellwert des Transistors nicht unterschritten wird, weil er sonst nicht mehr regelt.

☐ Der Widerstand $R_2$ bildet einen Vorlastwiderstand, der parallel zu den Ausgangsklemmen liegt. Er sorgt dafür, daß bei schwacher Belastung oder Leerlauf der Schwellwert des Transistors nicht unterschritten wird, weil er sonst nicht mehr regelt.

☒ Der Widerstand $R_2$ bildet einen Vorlastwiderstand, der parallel zu den Ausgangsklemmen liegt. Er sorgt dafür, daß bei schwacher Belastung oder Leerlauf der Schwellwert des Transistors nicht unterschritten wird, weil er sonst nicht mehr regelt.

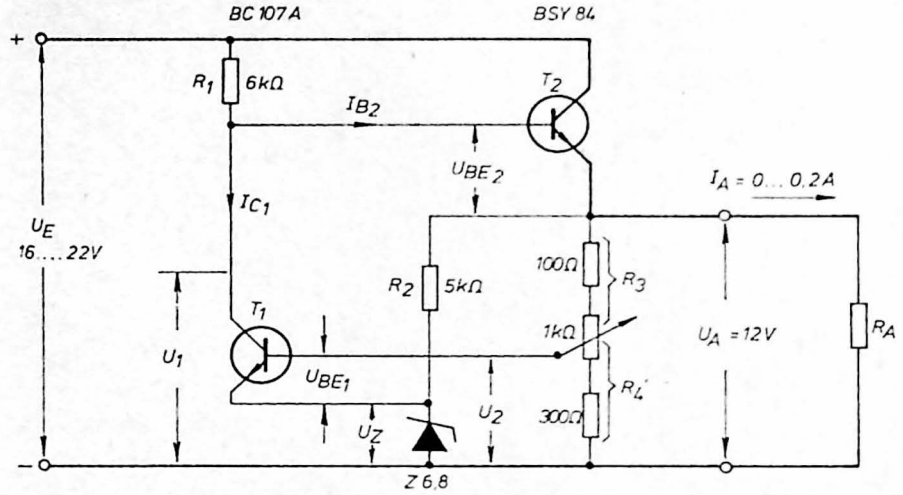
☐

zu 23.

☒ Am Widerstand $R_1$ fällt ein Teil der Spannung, die Spannungsdifferenz zwischen $U_E$ und $U_z$ ab. Der Spannungsabfall muß so bemessen werden, daß bei mittlerer Eingangsspannung der $I_z$ im Arbeitspunkt liegt. Er schützt damit auch die Z-Diode vor Überlastung.

☐
☐
☒

24. Welche elektrische Größe kann bei dieser Serienstabilisierungsschaltung eingestellt werden?




☐ a) $I_A$
☐ b) $U_{BE2}$
☐ c) $U_A$
☐ d) $U_{BE1}$

25. Welche Spannung hält die Z-Diode innerhalb dieser Schaltung konstant?

☐ a) $U_{BE1}$
☐ b) $U_{CE}$ des Transistors 1
☐ c) $U_{BE2}$
☐ d) $U_2$

26. Was verstärkt der Transistor T 1?

☐ a) die Spannung $U_z$
☐ b) die Differenzspannung zwischen $U_2$ und $U_z$
☐ c) die Ausgangsspannung $U_A$
☐ d) den Basisstrom $I_{B2}$

zu 24.

☐ Mit dieser Schaltung kann die Ausgangsspannung $U_A$ eingestellt werden.

☒

☐

zu 25.

☐ Die eingestellte Spannung $U_2$ wird durch die Z-Diode konstant gehalten.

☐

☒

zu 26. **Merke:**

**Weil der $T_1$ die Differenzspannung zwischen $U_2$ und $U_z$ verstärkt, wird die aus Z-Diode, $T_1$ und $R_1$ bestehende Schaltung Differenzverstärker genannt.**

☐ Der Transistor $T_1$ verstärkt die Differenzspannung zwischen

☒ $U_2$ und $U_z$.

☐

☐

27. Mit welchen besonderen Bauteilen oder Schaltungsmaßnahmen werden Serienstabilisierungsschaltungen für starke Lastströme gebaut?

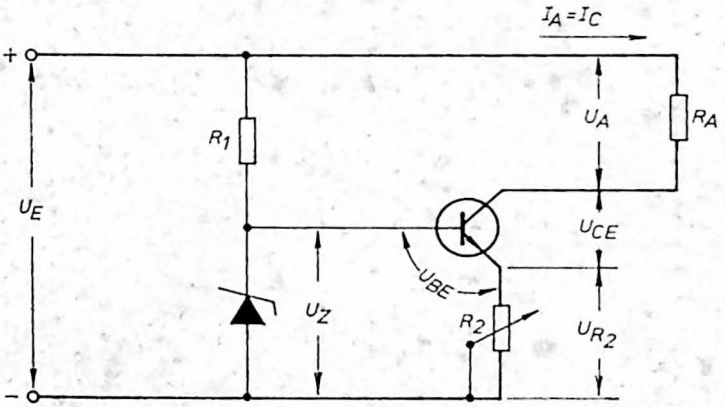
- ☐ a) mit Hochleistungs-Z-Dioden
- ☐ b) mit mehreren Transistoren in Kaskadenschaltung
- ☐ c) mit einem Hochleistungstransistor
- ☐ d) mit mehreren Transistoren in Parallelschaltung

28. Warum werden elektronisch geregelte Stromversorgungsgeräte mit elektronischen Strombegrenzungsschaltungen ausgestattet?

- ☐ a) weil elektronische Strombegrenzungsschaltungen kleiner und billiger als Überstromschutzschalter sind
- ☐ b) weil sie sich in die Schaltungen besser einbauen lassen
- ☐ c) weil sie bei Überlastung viel schneller abschalten und dadurch die Regelschaltung wirksam schützen

29. Welcher elektrische Wert wird bei dieser Stabilisierungsschaltung konstant gehalten?

- ☐ a) $I_A$
- ☐ b) $U_A$
- ☐ c) $I_A$ und $U_A$ auch bei veränderlichem $R_A$



zu 27. **Merke:**

**Hochleistungstransistoren mit sehr starken Kollektorströmen brauchen zur Steuerung auch kräftige Basisströme. Deshalb werden mehrere Transistoren in Kaskade geschaltet und dabei die Ströme in jeder Stufe erhöht.**

☐ Wenn starke Lastströme gefordert werden, schaltet man
☒ mehrere Transistoren in Kaskade.
☐
☐

zu 28.

☐ Elektronische Strombegrenzungsschaltungen wirken fast
trägheitslos und schützen deshalb wirksam die elektroni-
☐ schen Regelschaltungen. Sicherungen und Überstromschutz-
☒ schalter wären dazu viel zu träge.

zu 29.

☒ Bei dieser Schaltung wird nur der Ausgangsstrom $I_A$ kon-
☐ stant gehalten; sie ist deshalb eine Stromstabilisierungs-
☐ schaltung.

30. Was machen Spannungswandler?

- ☐ a) aus Gleichstrom sinusförmigen Wechselstrom
- ☐ b) aus Gleichstrom Rechteckspannungen
- ☐ c) aus Wechselstrom Gleichstrom
- ☐ d) aus niedrigen Gleichspannungen hohe Gleichspannungen

31. Ist der Transformator auch ein Spannungswandler?

- ☐ a) ja
- ☐ b) nein

32. Wann fließt in einem Verbraucher, der an einen Sperrwandler angeschlossen ist Strom?

- ☐ a) gleich beim Einschalten der Versorgungsspannung
- ☐ b) wenn der Strom im Transistor steigt
- ☐ c) wenn der Strom im Transistor sinkt
- ☐ d) beim Stromanstieg und beim Sinken des Stromes im Transistor

33. Wann fließt im Verbraucher der Strom, wenn er an einen Durchflußwandler angeschlossen ist?

- ☐ a) beim Ansteigen der Transistorströme
- ☐ b) beim Sinken der Transistorströme
- ☐ c) bei beiden Vorgängen
- ☐ d) dauernd, gleichförmig

zu 30.

☒ Spannungswandler erzeugen aus Gleichstrom sinusförmige
☒ und rechteckige Wechselspannungen; sie wandeln aber
☐ auch niederige Gleichspannungen in hohe Gleichspannun-
☒ gen um.

zu 31.

☐ Transformatoren sind keine Spannungswandler. Transfor-
☒ matoren können hohe Wechselspannungen und -ströme in niedrige umsetzen und umgekehrt; sie können aber nicht die Stromart ändern.

zu 32.

☐ Im Verbraucher, der an einen Sperrwandler angeschlossen
☐ ist, fließt nur dann Strom, wenn der Kollektorstrom des
☒ Transistors sinkt. Das ist durch die Richtung der Diode
☐ bedingt.

zu 33.

☒ Beim Durchflußwandler ist es umgekehrt. Die Diode ist so
☐ geschaltet, daß dann im Verbraucher der Strom fließt, wenn
☐ der Kollektorstrom steigt.
☐

**Merke:**
**Die Richtung der Diode bestimmt, ob die Schaltung als Sperr- oder Durchflußwandler arbeitet.**

34. Warum steigt bei Wandlerschaltungen nach dem Einschalten der Kollektorstrom des Transistors von selbst?

- ☐ a) weil die Rückkopplungswicklung so geschaltet ist, daß sie eine Mitkopplung bringt
- ☐ b) weil der Trafo seinen induktiven Widerstand ändert
- ☐ c) weil sich der Transistor von selbst aufschaukelt

35. Wovon hängt hauptsächlich die Höhe der Ausgangsspannung $U_A$ beim Sperrwandler ab?

- ☐ a) vom Windungsverhältnis des Trafos
- ☐ b) von $U_{CEmax}$ des Transistors
- ☐ c) von der Belastung
- ☐ d) von der Eingangsspannung $U_E$

36. Wovon hängt hauptsächlich die Höhe der Ausgangsspannung $U_A$ beim Durchflußwandler ab?

- ☐ a) vom Windungsverhältnis des Trafos
- ☐ b) von $U_{CEmax}$ desTransistors
- ☐ c) von der Belastung
- ☐ d) von der Eingangsspannung $U_E$

37. Wann wird der Gegentaktspannungswandler benützt?

- ☐ a) wenn hohe Ausgangsspannung erzielt werden soll
- ☐ b) wenn die Siebung gut sein soll
- ☐ c) wenn mit verhältnismäßig schwachen Transistoren hohe Leistung erzielt werden soll
- ☐ d) wenn die Erwärmung der Transistoren klein gehalten werden soll

zu 34.

☒ Der $I_C$ steigt bei Wandlerschaltungen von selbst, weil die Rückkopplungsspule des Trafos eine Mitkopplung bringt,
☐ das heißt, die in ihr induzierte Spannung ist ebenso gepolt
☐ wie $U_{BE}$.

zu 35.

☒ Beim Sperrwandler wird die magnetisch im Trafo gespei-
☐ cherte Energie beim Zusammenbrechen des Magnetfeldes
☒ benützt. $U_A$ wird deshalb neben dem Windungsverhältnis
☐ des Transformators hauptsächlich durch die Belastung bestimmt.

zu 36.

☒ Der Durchflußwandler gibt dann Strom ab, wenn die Ströme
☐ im Transistor steigen. $U_A$ hängt deshalb hauptsächlich vom
☐ Windungsverhältnis des Trafos ab.
☐

zu 37.

☐ Beim Gegentaktwandler werden die beiden Transistoren
☐ abwechselnd belastet, die mittlere Belastung des einzelnen
☒ Transistors ist deshalb nur die Hälfte der Gesamtleistung.
Die Transistoren können bei hohen Wandlerleistungen
☐ verhältnismäßig schwach sein.

**Merke:**
**Der Gegentaktwandler gibt bei gleicher Transistortype doppelt so hohe Leistung wie der Eintaktwandler.**

## Zu Abschnitt 10

# Schaltungen mit Thyristoren und TRIAC*)

1. Womit wird der Thyristor gesteuert?

   ☐ a) mit sinusförmiger Wechselspannung
   ☐ b) mit spitzen Impulsen, die aus sinusförmiger Wechselspannung gewonnen werden
   ☐ c) mit Rechteckimpulsen
   ☐ d) mit einer Sägezahnspannung

2. Auf welche Weise regelt der Thyristor?

   ☐ a) er reduziert die Spannung im Stromkreis
   ☐ b) die Stromhalbwelle wird angeschnitten
   ☐ c) er bildet einen veränderbaren Widerstand
   ☐ d) er unterdrückt einzelne Halbwellen

3. Die Steuerspannung muß zur Versorgungsspannung in der Phasenlage verschoben werden können. Wie groß muß die maximale Verschiebung sein?

   ☐ a) 90°
   ☐ b) 180°
   ☐ c) 270°
   ☐ d) 360°

4. Bei welcher Phasenverschiebung fließt der größte Strom im Verbraucher?

   ☐ a) bei 0°
   ☐ b) bei 90°
   ☐ c) bei 180°
   ☐ d) bei 270°
   ☐ e) bei 360°

---

*) Vgl. hierzu Abschnitt 10 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 1.

☐ Thyristoren werden mit spitzen Impulsen gesteuert, die
☒ man aus sinusförmiger Wechselspannung gewinnt; in verschiedenen Schaltungen verwendet man dazu auch Rechteckimpulse.
☒
☐

zu 2.

☐ Durch geeignete Wahl des Einsatzes der Zündimpulse
☒ werden mit Hilfe des Thyristors die Stromhalbwellen angeschnitten. Diese Steuerungsart wird deshalb Anschnittsteuerung genannt.
☐
☐

zu 3.

☐ Die Steuerspannung muß zur Versorgungsspannung maxi-
☒ mal um 180° verschoben werden können, damit im Extremfall die Polung des Thyristors bereits in Sperrrichtung über-
☐ geht, wenn der Steuerimpuls kommt.
☐

zu 4.

☒ Der stärkste Strom fließt im Verbraucher, wenn die Steuer-
☐ spannung mit der Versorgungsspannung in Phase ist, also
☐ bei 0° Phasenverschiebung. Dann läßt der Thyristor die
☐ ganze Halbwelle durch.
☐

5. Wird bei Steuerung mit Impulsen, die aus sinusförmiger Wechselspannung geformt werden, auch bei 0° Phasenverschiebung die Halbwelle angeschnitten?

- ☐ a) nein, weil Phasengleichheit herrscht
- ☐ b) ja. weil nie vollkommene Phasengleichheit herrscht
- ☐ c) ja, weil die Steuerspannung erst einen gewissen Wert erreicht haben muß
- ☐ d) ja, weil der Thyristor zum Schalten Zeit braucht

6. Welche Bauteile werden benützt, um aus der sinusförmigen Steuerwechselspannung Impulse zu formen?

- ☐ a) ein Kondensator
- ☐ b) eine Induktionsspule
- ☐ c) ein Unijunktion-Transistor
- ☐ d) eine Vierschichtdiode

7. Welche Bauteile werden benutzt um die Phase der Steuerspannung zu verändern?

- ☐ a) eine Spule und ein Kondensator
- ☐ b) ein Regelwiderstand und ein Kondensator
- ☐ c) ein Widerstand und Drehkondensator
- ☐ d) eine regelbare Induktivität und ein Widerstand

8. Durch welche Maßnahme kann der Thyristor bei 0° zum Zünden gebracht werden, d.h. ohne die Halbwelle anzuschneiden?

- ☐ a) durch eine besondere Vorspannung an der Steuerelektrode
- ☐ b) durch hohe Steuerwechselspannung
- ☐ c) durch Steuerung mit Rechteckimpulsen

zu 5.

☐ Erst wenn die Steuerwechselspannung einen gewissen Wert
☐ erreicht hat, erhält der Thyristor den Zündimpuls. Des-
☒ halb wird die Halbwelle auch bei Phasengleichheit der Spannungen stets etwas angeschnitten.
☐ **Merke:**
**Bei Steuerung mit Wechselspannung ist die Halbwelle immer angeschnitten.**

zu 6.

☐ Zur Impulsformung sind der Unijunktion-Transistor und
☐ die Vierschichtdiode geeignet.
☒
☒

zu 7.

☐ Zum Verändern der Phasenlage wird die Serienschaltung
☒ eines Kondensators mit einem Regelwiderstand verwendet.
☐
☐

zu 8.

☐ Bei Steuerung mit Rechteckimpulsen kann die Flanke des Impulses so eingeregelt werden, daß der Thyristor die
☐ Halbwelle nicht anschneidet.
☒

**Merke:**
**Nur bei Steuerung mit Rechteckimpulsen kann die ganze Halbwelle übertragen werden.**

9. Woraus besteht der regelbare Doppelweggleichrichter?

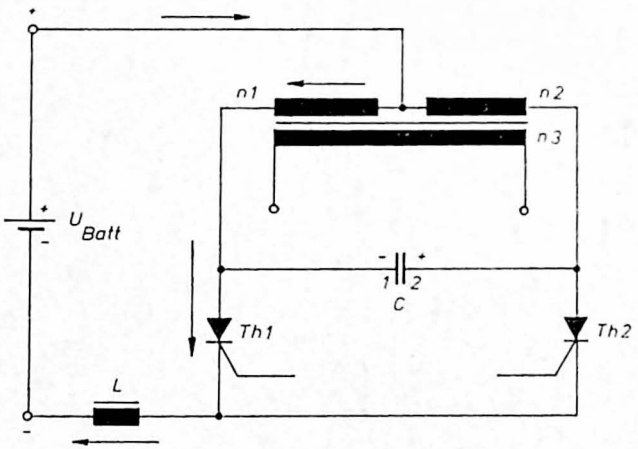
- ☐ a) aus 2 antiparallel geschalteten Thyristoren
- ☐ b) aus 4 Thyristoren in Graetzschaltung
- ☐ c) aus 2 Thyristoren und 2 Gleichrichtern in Graetzschaltung
- ☐ d) aus 1 Thyristor und 3 Gleichrichtern in Graetzschaltung

10. Wie viele Thyristoren und Gleichrichter sind für einen regelbaren Drehstromgleichrichter notwendig?

- ☐ a) 3 Thyristoren und 3 Gleichrichter
- ☐ b) 6 " " 3 "
- ☐ c) 6 " " kein "
- ☐ d) 3 " " kein "

11. Hier ist eine Wechselrichterschaltung dargestellt. Womit und in welcher Zeitfolge werden die Thyristoren gezündet?

- ☐ a) mit Wechselstromimpulsen, beide gleichzeitig
- ☐ b) mit Wechselstromimpulsen, abwechselnd
- ☐ c) mit Rechteckimpulsen, gleichzeitig
- ☐ d) mit Rechteckimpulsen, abwechselnd



zu 9.

☐ Der regelbare Doppelweggleichrichter besteht aus 2 Thyristoren und 2 Gleichrichtern in Graetzschaltung. Jede Brükkenhälfte muß einen Thyristor enthalten.

☐

zu 10.

☒ Der regelbare Drehstromgleichrichter braucht für jede Phase 1 Thyristor und 1 Gleichrichter, also insgesamt 3 Thyristoren und 3 Gleichrichter.

☐

☐

zu 11. **Merke:**

**Der Wechselrichter erzeugt eine Rechteckspannung durch abwechselndes Zünden und Sperren der beiden Thyristoren.**

☐ Die Thyristoren des Wechselrichters werden abwechselnd mit Rechteckimpulsen zum Zünden gebracht. Diese Rechteckimpulse werden in einer astabilen Kippschaltung erzeugt.

☐

☐

☒

12. Wodurch werden die Thyristoren des Wechselrichters abwechselnd gesperrt?

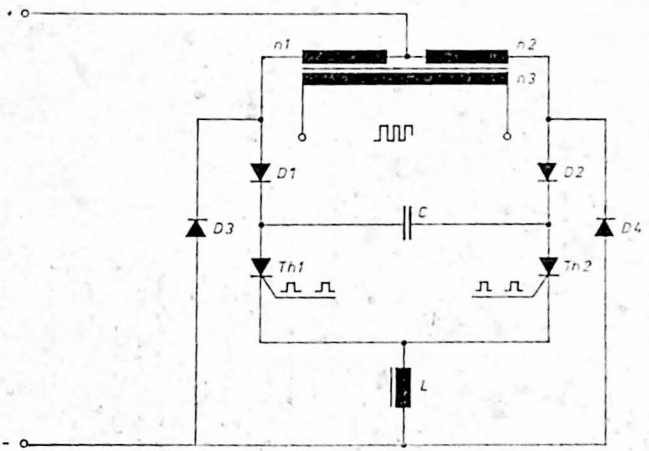
- ☐ a) durch eigens dafür erzeugte Sperrimpulse
- ☐ b) durch Entladen eines Kondensators
- ☐ c) durch eine Gegenwicklung des Trafos
- ☐ d) durch die Induktivität der Drossel

13. Welche Aufgabe hat bei der Wechselrichterschaltung die Drossel?

- ☐ a) sie sperrt die Leitung zur Batterie für Wechselströme
- ☐ b) sie wirkt ausgleichend auf den Batteriestrom
- ☐ c) sie begrenzt den Strom, wenn der zweite Thyristor zündet
- ☐ d) sie kompensiert die Kapazität des Umschaltkondensators

14. Welche Aufgabe haben beim Wechselrichter die Hilfsdioden $D_1$ und $D_2$?

- ☐ a) sie bestimmen die Stromrichtung in den Thyristoren
- ☐ b) sie entladen den Umschaltkondensator
- ☐ c) sie verhindern ein vorzeitiges Entladen des Umschaltkondensators
- ☐ d) sie bestimmen die Richtung des Ladestroms des Umschaltkondensators






9

zu 12.

☐ Die Thyristoren des Wechselrichters werden durch den
☒ Entladestromstoß eines Kondensators gesperrt. Weil die-
☐ ser Kondensator den Strom von einem Thyristor zum
☐ anderen umschaltet, wird er Umschaltkondensator genannt.

zu 13.

☐ Bis der Kondensator umgeschaltet hat, sind kurzzeitig
☐ beide Thyristoren gezündet, also niederohmig. Beim Zün-
☒ den des zweiten Thyristors steigt der Strom in der Batterie-
leitung plötzlich an. Für diese Stromänderung bildet die
☐ Drossel einen hohen Widerstand, wodurch der Stromstoß
auf die Batterie gedämpft wird.

zu 14. **Merke:**

**Hilfsdioden sind stets Siliziumdioden mit hohen Sperrspannungen und kleinen Sperrströmen.**

☐ Die Hilfsdioden $D_1$ und $D_2$ verhindern das vorzeitige Ent-
☐ laden des Umschaltkondensators über die Wicklungen $n_1$
☒ und $n_2$ des Trafos.

☐

15. Welche Aufgabe haben die Hilfsdioden $D_3$ und $D_4$?

- ☐ a) sie kompensieren die Induktivität der Trafos
- ☐ b) sie leiten bei induktiver Last den Blindstrom ab
- ☐ c) sie dienen als Temperaturkompensation für die Thyristoren
- ☐ d) sie kompensieren die Induktivität der Drossel

16. Wodurch kann aus der Rechteckspannung des Wechselrichters eine sinusförmige Wechselspannung gemacht worden?

- ☐ a) durch ein Filter, das nur die sinusförmige Grundschwingung durchläßt
- ☐ b) durch einen Trafo, der die Oberwellen unterdrückt
- ☐ c) durch 2 Kondensatoren am Ausgang der Schaltung
- ☐ d) durch 2 Drosseln am Ausgang der Schaltung

17. Auf welche Art regelt der TRIAC?

- ☐ a) er bewirkt Doppelweggleichrichtung mit Anschnittsteuerung
- ☐ b) desgl. schneidet aber nur jede 2. Halbwelle an
- ☐ c) er regelt durch Unterdrücken einer bestimmten Anzahl von Halbwellen
- ☐ d) er regelt Wechselstrom durch Anschneiden beider Sinushalbwellen

18. Wie werden die Steuerimpulse für den TRIAC erzeugt?

- ☐ a) in einer getriggerten Kippschaltung
- ☐ b) durch phasenverschobene Wechselspannung und Vierschichtdiode
- ☐ c) desgl. mit Glimmlampe
- ☐ d) desgl. mit DIAC

zu 15.

☐ Bei induktiver Last eilt der Strom der Spannung nach.
☒ Sperrt der Thyristor, so hat der Blindstrom das Bestreben,
☐ über den Thyristor weiterzufließen. Um den Thyristor nicht zu gefährden, wird der Blindstrom über die Dioden $D_3$ und
☐ $D_1$ zur Batterie zurückgeleitet.

zu 16.

☒ Durch ein Filter, das aus einem Parallel- und einen Serienschwingkreis besteht, wird die sinusförmige Grundschwin-
☐ gung aus dem Frequenzgemisch der Rechteckspannung ge-
☐ wonnen.
☐

zu 17.

☐ Der TRIAC regelt Wechselstrom durch Anschneiden beider Halbwellen.
☐
☐ **Merke:**
**Der TRIAC ist ein Wechselstromregler.**
☒

zu 18.

☐ Der TRIAC wird mit phasenverschobener Wechselspan-
☐ nung gesteuert, deren Halbwellen mit einer Glimmlampe oder mit einem DIAC in Steuerimpulse umgeformt werden.
☒
☒

19. Bei welcher Spannung zündet der DIAC?

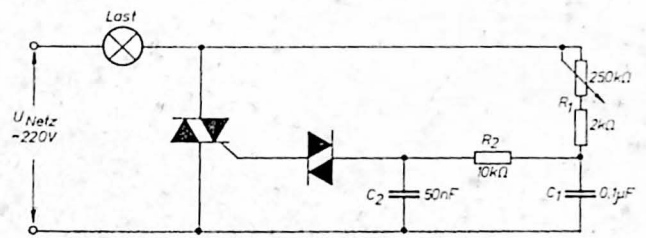
- ☐ a) bei etwa 5 V
- ☐ b) 12 V
- ☐ c) 24 V
- ☐ d) 30 V
- ☐ e) 60 V

20. Stören die mit Anschnittsteuerung arbeitenden Regelschaltungen den Rundfunkempfang? Wenn ja, welche Entstörungsmaßnahmen sind notwendig?

- ☐ a) nein, weil die Regelung kontaktlos ist
- ☐ b) nein, weil die Netzfrequenz nur 50 Hz beträgt
- ☐ c) ja, Entstörung mit einen Kondensator und einer Drossel
- ☐ d) ja, Entstörung durch Abschirmen mit Blechgehäuse

21. Was bewirken die Bauteile $R_2$ und $C_2$ bei dieser Schaltung?

- ☐ a) einen Überlastungsschutz für den DIAC
- ☐ b) sie verhindern die Hysteresis zwischen Hell- und Dunkelregelung
- ☐ c) sie verhindern Fehlzündungen des TRIAC



zu 19.

☐ Die Zündspannung liegt bei etwa 30 V.
☐
☐
☒
☐

zu 20.

☐ Beim Anschnitt entstehen Frequenzen, die bis in die Wel-
☐ lenbereiche des Rundfunks reichen. Die Regelschaltun-
☒ gen müssen deshalb entstört werden. Dafür reicht ein Blech-
gehäuse zur Abschirmung nicht aus, weil über die An-
☐ schlußdrähte Störfrequenzen in das Wechselstromnetz ge-
langen können. Es ist deshalb eine Störschutzschaltung
notwendig, die aus Kondensator und Drossel besteht.

zu 21.

☐ Bei Beleuchtungsreglern sorgen $R_2$ und $C_2$ dafür, daß die
☒ Hysteresis zwischen Hell- und Dunkelregeln vermieden
wird. Durch diese beiden Bauteile wird beim Einschalten
☐ die Heiligkeit genau so kontinuierlich geregelt wie beim
Ausschalten.

## Zu Abschnitt 11

# Fotoelektronische Bauelemente*)

1. Welche Erscheinung wird bei Fotohalbleiterbauelementen ausgenutzt?

   ☐ a) daß der Widerstand mancher Halbleitermaterialien von der Helligkeit abhängt
   ☐ b) daß durch chemische Vorgänge im Halbleiter elektrische Energie entsteht
   ☐ c) daß in der Sperrschicht von PN-Übergängen bei Lichteinfall elektrische Energie entsteht
   ☐ d) daß durch lichtbedingte Temperaturänderungen elektrische Energie entsteht

2. Wie unterscheiden sich Fotowiderstand und Fotodiode in der Arbeitsweise?

   ☐ a) es besteht kein Unterschied
   ☐ b) die Fotodiode ist stromrichtungsgebunden, der Fotowiderstand nicht
   ☐ c) der Fotowiderstand hat eine höhere Grenzfrequenz
   ☐ d) die Fotodiode hat eine höhere Grenzfrequenz

3. Wann werden Fotowiderstände benutzt?

   ☐ a) wenn kräftige Ströme durch das Fotobauteil fließen müssen
   ☐ b) für Vorgänge mit rascher Lichtänderung
   ☐ c) für Vorgänge mit langsamer Lichtänderung
   ☐ d) wenn besonders kleine Bauteile notwendig sind

4. Mit welchen dieser beiden Bauteile können Lochstreifen abgetastet werden und warum?

   ☐ a) mit dem Fotowiderstand, wegen höherer Strombelastbarkeit
   ☐ b) mit der Fotodiode, weil sie schneller ist
   ☐ c) mit dem Fotowiderstand, weil er nicht stromrichtungsempfindlich ist
   ☐ d) mit der Fotodiode, weil sie sehr klein ist

*) Vgl. hierzu Abschnitt 11 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 1.

☒ Zwei Erscheinungen werden bei Fotohalbleitern ausgenutzt:

☐ 1. Widerstandsänderung durch Licht bei Fotowiderständen

☒ 2. Widerstandsänderung und Energieerzeugung in den Sperrschichten bei Fotodioden, Fototransistoren und

☐ Fotothyristoren

zu 2.

☐ Die Fotodiode ist wie die gewöhnliche Diode stromrich-

☒ tungsempfindlich, der Fotowiderstand dagegen nicht. Der Fotowiderstand arbeitet besonders bei starker Strombe-

☐ lastung wesentlich träger als die Fotodiode. Alle fotoelek-

☒ tronischen Bauteile, ausgenommen der Fotowiderstand, wandeln Lichtenergie in elektrische Energie um.

zu 3.

☒ Fotowiderstände werden benutzt, wenn kräftige Ströme

☐ über das Fotobauteil fließen müssen, bei Vorgängen mit

☒ langsamer Lichtänderung und wenn die Größe des Bauteils

☐ keine Rolle spielt.

zu 4.

☐ Lochstreifen werden mit Fotodioden abgetastet, weil die Fotodiode eine hohe Grenzfrequenz hat, also schnell arbei-

☒ tet und weil sie klein ist.

☐

☒ **Merke:**

**Bei Fotohalbleiterbauelementen hat nur der Fotowiderstand keinen PN-Übergang.**

5. Worin liegt der Unterschied zwischen Fotodiode, Fotoelement und Solarzelle?

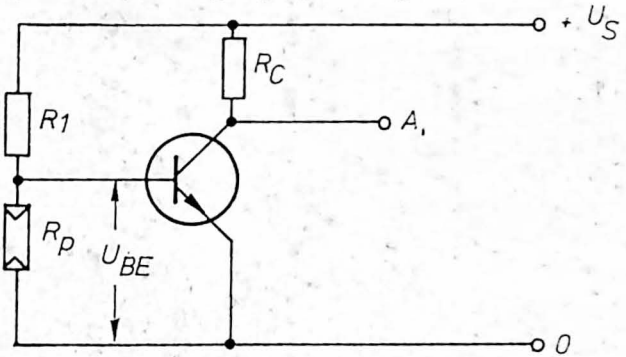
- ☐ a) im grundsätzlichen Aufbau
- ☐ b) in der Lichtempfindlichkeit
- ☐ c) in der Leistung
- ☐ d) in der Lichtart auf die sie ansprechen

6. Welche Lichtart und welches fotoelektronische Bauteil wird verwendet, wenn der Lichtstrahl unsichtbar sein soll?

- ☐ a) ultraviolettes Licht und Germaniumfotodiode
- ☐ b) infrarotes Licht und Germaniumfotodiode
- ☐ c) infrarotes Licht und Siliziumfotodiode
- ☐ d) untraviolettes Licht und Siliziumfotodiode

7. Wie arbeitet diese Verstärkerschaltung mit Fotowiderstand?

- ☐ a) bei beleuchtetem Fotowiderstand liegt am Ausgang Spannung an
- ☐ b) ist der Ausgang spannungsfrei




8. Wie muß die Fotodiode in Verstärkerschaltungen gepolt sein?

- ☐ a) beliebig
- ☐ b) in Sperrichtung
- ☐ c) in Durchlaßrichtung

zu 5.

☐ Der Unterschied liegt nur in der Leistung. Fotoelemente
☐ und Solarzellen erzeugen höhere Leistungen als die Foto-
☒ diode, deshalb werden auch nur diese beiden zur Energie-
☐ erzeugung verwendet.

zu 6.

☐ Wenn der Lichtstrahl unsichtbar sein soll, werden infra-
☒ rotes Licht und die dafür besonders empfindliche Germa-
☐ niumfotodiode verwendet.
☐

**Merke:**
**Für sichtbares Licht ist die Siliziumfotodiode empfindlicher als die Germaniumfotodiode; bei infrarotem Licht ist es umgekehrt.**

zu 7.

☒ Wird der Fotowiderstand beleuchtet, so wird er nieder-
ohmig. Dadurch wird $U_{BE}$ klein und der $I_C$ wird schwach; der
☐ Transistor ist hochohmig. Die Spannung $U_{CE}$ und damit
die Ausgangsspannung sind dann hoch.

zu 8.

☐ Die Fotodiode muß stets in Sperrichtung geschaltet werden,
☒ weil nur die Höhe des Sperrstromes von der Beleuchtungs-
☐ stärke abhängig ist.

9. Wenn ein Verstärker durch ein Fotoelement ohne Vorspannung gesteuert werden soll, welche Transistorart ist dann notwendig?

- ☐ a) NPN-Siliziumtransistor
- ☐ b) PNP-Siliziumtransistor
- ☐ c) PNP-Germaniumtransistor

10. Warum muß es diese Transistorart sein?

- ☐ a) weil $U_{CE}$ höher sein kann
- ☐ b) weil er höher belastbar ist
- ☐ c) weil er für eine höhere Basis-Emitterspannung gebaut ist
- ☐ d) weil bei ihm die vom Fotoelement abgegebene Spannung zum Durchsteuern ausreicht

11. Wenn ein Siliziumtransistor durch ein Fotoelement gesteuert werden soll, was ist dann erforderlich?

- ☐ a) eine besondere Basisvorspannung
- ☐ b) eine besondere Type von Siliziumtransistoren
- ☐ c) die Betriebsspannung muß hoch sein
- ☐ d) der Lastwiderstand muß hoch sein

12. Welchen Vorteil hat die Schaltung mit Vorspannung gegenüber der ohne Vorspannung?

- ☐ a) sie ist für stärkere Ausgangsströme geeignet
- ☐ b) sie ist betriebssicherer
- ☐ c) es kann genau bestimmt werden, bei welcher Beleuchtungsstärke der Transistor durchsteuern soll
- ☐ d) sie ist temperaturstabiler

zu 9.

☐ Ein PNP-Germaniumtransistor muß benutzt werden.
☐
☒

zu 10.

☐ Das Fotoelement erzeugt eine Spannung von etwa 0,4 V.
☐ Diese Spannung reicht, um den Germaniumtransistor durch-
☐ zusteuern. Der Siliziumtransistor benötigt etwa 0,7 V und
kann daher nicht verwendet werden.
☒

zu 11.

☒ Es muß mit einer zusätzlichen Basisvorspannung gearbeitet
☐ werden, damit die Summe der Vorspannung und der Foto-
☐ zellenspannung größer ist als 0,7 V.
☐

zu 12.

☐ Ein Fotoverstärker, der mit Vorspannung arbeitet, hat den
☐ Vorteil, daß man durch Wahl der Vorspannung genau be-
☒ stimmen kann, bei welcher Beleuchtungsstärke geschaltet
werden soll.
☐

**Merke:**
**Fotoverstärker, die mit Basisvorspannung arbeiten, schalten exakt bei einer bestimmten Lichtstärke.**

13. Wodurch kann bei einem mehrstufigen Verstärker mit Fotoelement der Schaltvorgang beschleunigt werden, wenn sich die Beleuchtungsstärke nur allmählich ändert?

- ☐ a) durch besondere Wahl des Arbeitspunktes beim Eingangstransistor
- ☐ b) durch gemeinsamen Emitterwiderstand der ersten zwei Transistoren
- ☐ c) durch Wahl besonderer Transistortypen
- ☐ d) durch Rückkoppelung von der zweiten zur ersten Verstärkerstufe

14. Welche Möglichkeiten bietet ein Wechselstrom-Fotoverstärker?

- ☐ a) Lichtschranken bei Tageslicht zu betreiben
- ☐ b) kleine Beleuchtungsstärken für Schaltvorgänge zu nützen
- ☐ c) genaue Ausgangsspannungen für hell und dunkel zu erzielen

15. Worauf ist zu achten, wenn mehrere Solarzellen parallel und in Serie zu einer Batterie zusammengeschaltet werden?

- ☐ a) auf gleiche Spannung
- ☐ b) auf gleiche Strombelastbarkeit
- ☐ c) auf gleichen Innenwiderstand bei gleicher Beleuchtung
- ☐ d) auf gleiche Leistung

16. Worin unterscheidet sich der Fototransistor von der Fotodiode?

- ☐ a) nur durch die Anzahl der Anschlüsse
- ☐ b) durch die zusätzliche Verstärkung
- ☐ c) durch besondere Lichtempfindlichkeit
- ☐ d) durch die höhere Belastbarkeit

zu 13.

☐ Der Schaltvorgang des Fotoverstärkers kann bei allmählicher Beleuchtungsänderung durch einen Schwellwert-
☒ schalter, das ist ein zweistufiger Verstärker mit gemeinsamen Emitterwiderstand, oder auch durch Rückkopplung
☐ von der zweiten zur ersten Verstärkerstufe beschleunigt
☒ werden.

zu 14.

☒ Mit Wechsellicht können Lichtschranken auch bei Tages-
☒ licht betrieben werden. Außerdem sind Wechselstrom-Fotoverstärker sehr empfindlich, weil das Fotobauteil nur
☐ eine Wechselspannung bringen muß, die etwas über der Rauschspannung der ersten Verstärkerstufe liegt.

zu 15.

☒ Nur wenn die Solarzellen bei gleicher Beleuchtungsstärke
☐ gleiche Spannung und gleichen Innenwiderstand haben,
☒ können sie zu einer Batterie zusammengeschaltet werden.

☐

zu 16.

☐ Der Fototransistor wirkt wie eine Fotodiode mit Verstär-
☒ ker. Durch die Verstärkerwirkung ist er stärker belastbar
☒ als die Fotodiode. Außerdem ist er besonders lichtempfind-
☒ lich und reagiert schon bei geringen Beleuchtungsstärken.

**Merke:**
**Der Basisanschluß des Fototransistors muß nicht beschaltet sein.**

17. Was versteht man unter einen Resonanz-Fotoverstärker?

- ☐ a) einen Fotoverstärker, der durch ein Fotoelement selbst schwingt?
- ☐ b) ein Fotoverstärker, der nur auf eine bestimmte Lichtfrequenz anspricht (moduliertes Licht)
- ☐ c) ein Fotoverstärker, der Lichtimpulse auswertet
- ☐ d) ein Fotoverstärker, der nur auf eine besondere Lichtart anspricht

18. Wodurch unterscheidet sich die Arbeitsweise des Fotothyristors von der aller anderen Fotobauteile?

- ☐ a) durch besonders schnelles Reagieren auf Lichtstärkenänderungen
- ☐ b) durch besonders hohe Strombelastbarkeit
- ☐ c) durch die Speicherung des Schaltzustandes
- ☐ d) durch besonders geringe Verlustleistung

19. Womit kann der Fotothyristor gezündet werden?

- ☐ a) nur durch Lichteinfall
- ☐ b) durch Licht oder mit Steuerimpulsen
- ☐ c) nur durch Steuerimpulse und hält den Schaltzustand bei Beleuchtung

20. Wie viele Anschlüsse hat der Fotothyristor?

- ☐ a) 2
- ☐ b) 3
- ☐ c) 4

zu 17.

☐ Der Resonanz-Fotoverstärker reagiert nur auf eine Lichtquelle, deren Modulationsfrequenz mit der Resonanzfrequenz seiner Schwingkreise oder Filter übereinstimmt. Dadurch werden Fehlschaltungen durch andere Lichtquellen vermieden.

☒

☐

☐

zu 18.

☐ Der Fotothyristor ist das einzige fotoelektronische Bauteil, das den Schaltzustand speichert.

☐

☒

☐

zu 19. **Merke:**

**Der Fotothyristor kann durch Licht nur gezündet, aber nicht gesperrt werden. Das ergibt die Speicherung des Schaltzustandes.**

☐ Der Fotothyristor kann sowohl mit Licht, als auch mit

☒ Steuerimpulsen gezündet werden. Den gezündeten Zustand

☐ behält er bei, auch wenn er nicht mehr beleuchtet wird.

zu 20.

☐ Der Fotothyristor hat 4 Anschlüsse und zwar

☐ a) die Anode, b) die Katode, c) den Steueranschluß anoden-

☒ seitig ($St_A$) und d) den Steueranschluß katodenseitig ($St_K$).

21. Wann wird der gezündete Fotothyristor wieder hochohmig?

- ☐ a) im Wechselstromkreis beim Nulldurchgang der Wechselspannung
- ☐ b) durch umgekehrt gepolte Impulse auf den Steuerelektroden
- ☐ c) durch Unterbrechung des Gleichstromkreises
- ☐ d) durch kurzzeitiges Senken der Spannung am Thyristor unter die Haltespannung durch Entladen eines Kondensators (Sperrimpuls)

22. Wie arbeitet der Fotothyristor im Wechselstromkreis?

- ☐ a) er leitet bei Licht und sperrt im Dunkelzustand
- ☐ b) er sperrt bei Licht und leitet im Dunkelzustand
- ☐ c) er bildet bei Lichteinfall einen Einweggleichrichter
- ☐ d) er bringt Doppelweggleichrichtung im Hellzustand

23. Bei welcher Stromart kann die Speicherwirkung des Fotothyristors ausgenützt werden?

- ☐ a) bei Gleichstrom
- ☐ b) bei Wechselstrom
- ☐ c) bei beiden Stromarten

zu 21.

☒ Der Fotothyristor wird wieder hochohmig, wenn die Wechselspannung durch den Nullpunkt geht, Im Gleichstromkreis tritt dies durch Unterbrechen des Stromkreises oder durch einen Steuerimpuls ein, der durch Kondensatorumladung erzeugt wird.

☐
☒
☒

zu 22.

☐ Wenn der Fotothyristor beleuchtet wird, wirkt er im Wechselstromkreis wie ein Einweggleichrichter.

☐
☒
☐

zu 23.

☒ Nur im Gleichstromkreis speichert der Fotothyristor die Information; d.h., er bleibt gezündet, bis er durch eine besondere Maßnahme wieder hochohmig gemacht wird.

☐
☐

**Merke:**
**Der Fotothyristor ist das einzige Fotohalbleiterbauteil, das die Schaltinformation speichern kann.**

## Zu Abschnitt 12

# Feldeffekttransistoren*)

1. Welcher grundsätzlicher Unterschied besteht zwischen bipolaren Transistoren und Feldeffekttransistoren (FET)?

   ☐ a) im Grundmaterial
   ☐ b) in der Anzahl der Anschlüsse
   ☐ c) in der Anzahl der PN-Übergänge
   ☐ d) im Stromweg zwischen Source und Drain (S und D)

2. Wo liegt beim Sperrschicht-FET die Sperrschicht?

   ☐ a) zwischen S und G
   ☐ b) zwischen D und G
   ☐ c) zwischen S und D
   ☐ d) zwischen G und dem Kanal

3. Zwischen welchen Elektroden des FET fließt der Ladungsträgerstrom?

   ☐ a) zwischen S und G
   ☐ b) zwischen G und D
   ☐ c) zwischen S und D

4. Wodurch wird der Ladungsträgerstrom im Sperrschicht-FET gesteuert?

   ☐ a) durch ein elektrisches Feld zwischen G und dem Kanal
   ☐ b) durch zusätzliche Ladungsträger aus dem G
   ☐ c) durch zusätzliche Minoritätsladungsträger im Kanal
   ☐ d) durch Abziehen von Majoritätsladungsträgern über G

*) Vgl. hierzu Abschnitt 12 in dem „Handbuch der Elektronik; Teil 1 — Analogtechnik".

zu 1.

☐ Der grundsätzliche Unterschied zwischen bipolaren Transistoren und FET liegt im Stromweg zwischen S und D.

☐

☒ **Merke:**
**Der FET hat zwischen S und D keinen PN-Übergang.**

zu 2.

☐ Die PN-Sperrschicht liegt beim Sperrschicht-FET zwischen G und dem Kanal.

☐

☒

zu 3.

☐ Beim FET fließt der Ladungsträgerstrom zwischen S und D.

☐

☒

zu 4.

☒ Der Drainstrom des FET wird durch das elektrische Feld zwischen G und dem Kanal gesteuert.

☐

☐

5. Welche Polung muß die Strecke S — D beim FET haben?

☐ a) beim P-Kanal: — an S, + an D
☐ b) beim P-Kanal: + an S, — an D
☐ c) beim N-Kanal: + an S, — an D
☐ d) beim N-Kanal: — an S, + an D

6. Wie muß beim Sperrschicht-FET die Strecke S — G vorgespannt sein?

☐ a) beim P-Kanal: + an S, — an G
☐ b) beim P-Kanal: — an S, + an G
☐ c) beim N-Kanal: + an S, — an G
☐ d) beim N-Kanal: — an S, + an G

7. Zwischen welchen Elektroden des FET muß die Eingangswechselspannung wirksam werden?

☐ a) zwischen G und D
☐ b) zwischen S und D
☐ c) zwischen S und G

8. Wie groß muß die Eingangswechselspannung gegenüber der G-Vorspannung sein? Die Eingangswechselspannung muß

☐ a) viel größer als $U_{GS}$ sein
☐ b) so groß wie $U_{GS}$ sein
☐ c) kleiner als $U_{GS}$ sein
☐ d) viel kleiner als $U_{GS}$ sein

9. Worin besteht der Unterschied zwischen einem Sperrschicht-FET und einem MOSFET?

☐ a) in der Polung des Kanals
☐ b) im Aufbau allgemein
☐ c) in der Art der Steuerung

zu 5.

☐
☒
☐
☒

Bei einem FET mit P-Kanal muß + an S und — an D liegen; beim N-Kanal-FET ist es umgekehrt, da muß — an S und + an D sein.

zu 6.

☐
☒
☒
☐

Beim Sperrschicht-FET muß die Strecke S—G immer in Sperrichtung vorgespannt sein. Beim P-Kanal-FET liegt deshalb — an S und + an G; beim N-Kanal-FET ist es umgekehrt, also + an S und — an G.

zu 7.

☐
☐
☒

Die Eingangswechselspannung muß stets zwischen S und G liegen.

zu 8.

☐
☐
☒
☐

Die Eingangswechselspannung muß beim Sperrschicht-FET kleiner als $U_{GS}$ sein, damit auch beim höchsten Wert der Eingangswechselspannung noch eine Sperrspannung bleibt.

**Merke:**
**Wenn diese Bedingung erfüllt ist, ist die Steuerung leistungslos.**

zu 9.

☐
☒
☐

Der MOSFET unterscheidet sich vom Sperrschicht-FET grundsätzlich im Aufbau.

10. Was befindet sich zwischen der G-Elektrode und dem Kanal beim MOSFET?

- ☐ a) ein PN-freier Übergang
- ☐ b) ein PN-Übergang
- ☐ c) eine Isolierschicht aus Siliziumoxid
- ☐ d) ein hochohmiger Widerstand

11. Wie unterscheidet sich der selbstleitende MOSFET vom selbstsperrenden?

- ☐ a) in der Art des Kanals (Dotierungsunterschied)
- ☐ b) in der Stärke der Isolierschicht zwischen dem Kanal und G
- ☐ c) der selbstsperrende MOSFET hat im spannungslosen Zustand keinen leitenden Strompfad (Kanal)

12. Wie wird der Kanal beim selbstleitenden MOSFET gebildet?

- ☐ a) durch Majoritätsladungsträger, die von G angezogen werden
- ☐ b) durch Eindiffundieren einer Halbleiterschicht in das Grundmaterial
- ☐ c) durch Minoritätsladungsträger, die durch D angezogen werden

13. Wie entsteht der Kanal beim selbstsperrenden MOSFET?

- ☐ a) Minoritätsladungsträger werden von G aus dem Grundmaterial angezogen
- ☐ b) durch Eindiffundieren einer schwachdotierten Halbleiterschicht
- ☐ c) durch Rekombination der Ladungsträger unter der G-Elektrode

zu 10.

☐ Zwischen dem Kanal und der G-Elektrode hat der MOSFET
☐ eine Isolierschicht aus Siliziumoxid. Dadurch ist der Ein-
☒ gang des MOSFET sehr hochohmig.
☐

zu 11.

☐ Der selbstleitende MOSFET hat im spannungslosen Zu-
☐ stand einen Kanal, der bei der Aussteuerung mehr oder
weniger verengt wird. Dem selbstsperrenden MOSFET
☒ fehlt dieser Kanal im spannungslosen Zustand.

zu 12.

☐ Beim selbstleitenden MOSFET wird eine Halbleiterschicht
zwischen den Kontaktstellen eindiffundiert. Diese Schicht
☒ bildet den Kanal.

☐

**Merke:**
**Ohne Gate-Spannung ist der selbstleitende MOSFET leitend, der selbstsperrende sperrt.**

zu 13.

☒ Beim selbstsperrenden MOSFET zieht die Ladung der G-
Elektrode Minoritätsladungsträger aus dem Grundmaterial
☐ unter die Isolierschicht; so entsteht der Kanal.

☐

14. Wie kann die Gate-Vorspannung $U_{GS}$ beim selbstleitenden MOSFET erzeugt werden?

- ☐ a) durch einen Spannungsteiler aus Widerständen
- ☐ b) durch einen Widerstand vor S
- ☐ c) durch eine zusätzliche Stromquelle

15. Wie wird die Gate-Vorspannung beim selbstsperrenden MOSFET erzeugt?

- ☐ a) durch einen Spannungsteiler aus Widerständen
- ☐ b) durch einen Widerstand vor S
- ☐ c) durch eine zusätzliche Stromquelle
- ☐ d) durch einen Widerstand zwischen D und G

16. Wie unterscheiden sich die FET zu bipolaren Transistoren im Eingangswiderstand?

- ☐ a) wenig, die Eingangswiderstände sind fast gleich groß
- ☐ b) die FET haben viel höhere Eingangswiderstände
- ☐ c) der Eingangswiderstand des bipolaren Transistor ist in Kollektorschaltung höher als der des FET.

zu 14.

☐ Beim selbstleitenden MOSFET wird die Gate-Vorspannung
☒ durch einen Widerstand vor S gebildet.
☐

zu 15.

☒ Der selbstsperrende MOSFET erhält die Gate-Vorspan-
☐ nung von einem Spannungsteiler aus Widerständen; soll
☐ der Eingangswiderstand des Verstärkers sehr hoch sein, so
☒ wird diese Spannung nur über einen Widerstand zwischen D und G gebildet.

zu 16.

☐ Die FET haben viel höhere Eingangswiderstände als die
☒ bipolaren Transistoren. Während bipolare Transistoren
☐ auch in Kollektorschaltung nur etwa 20—50 kOhm Eingangswiderstand haben, beträgt er bei FET bis zu $10^{18}$ Ohm.

**Merke:**

**Wegen des sehr hohen Eingangswiderstandes eignen sich FET besonders für hochohmige Meßgeräte, Tuner der Fernsehgeräte und dergleichen.**

# Gesamtübersicht über das Lehrmittelvorhaben Halbleitertechnik Elektronik Datenverarbeitung

- Grundlagen der Elektronik
  - Repetitor „Grundlagen der Elektronik“

## Handbuch der Elektronik

- Teil 1 — Analogtechnik
  - Repetitor „Analogtechnik“
- Teil 2 — Digitaltechnik
  - Repetitor „Digitaltechnik“
- Teil 3 — Datenverarbeitung; Technik und Betrieb
  - Repetitor „Datenverarbeitung; Technik und Betrieb“
- Fachwörter der Elektronik

Sämtliche Lehrwerke können bestellt werden bei:

*Fachschule der DPG e. V.*

28 Bremen 1, Bahnhofstraße 10

Fernsprecher 31 22 48

# VALVO-HANDBUCH

## Infrarot-Detektoren

1973

# VALVO-HANDBUCH

## Infrarot-Detektoren

**1973**

Dieses VALVO-Handbuch ist vor allem für den Konstrukteur und Geräteentwickler bestimmt. Es gibt keine Auskunft über die Liefermöglichkeiten.
Bestellungen oder Anfragen sind zu richten an die

**VALVO GmbH, Hamburg**

2 Hamburg 1, Burchardstraße 19
Telefon (04 11) 32 96-1, Telex 2 161 891 vav d

November 1972

Druck: Photocopie GmbH, 2 Hamburg 1

# Inhalt


| | | Seite |
|---|---|---|
| Typenübersicht | | 6 |
| Erläuterungen und Betriebshinweise zu den Daten von Infrarot-Detektoren | | 9 |
| Infrarot-Detektoren nach Kunden-Spezifikationen | | 13 |
| IR-Detektoren (InSb) | ORP 10 (7632) | 21 |
| | ORP 13 | 25 |
| | RPY 23 | 29 |
| | RPY 31 | 31 |
| | RPY 35 | 35 |
| | RPY 36 | 39 |
| | RPY 51 | 51 |
| | RPY 52 | 55 |
| | RPY 56 | 59 |
| | RPY 77 | 71 |
| | RPY 78 | 71 |
| | RPY 79 | 77 |
| | RPY 80 | 77 |
| IR-Detektoren (Ge:Cu) | RPY 37 | 43 |
| | RPY 40 | 47 |
| IR-Detektoren (PbS) | RPY 57 | 63 |
| | RPY 75/RPY 75 A | 67 |
| | RPY 76/RPY 76 A | 69 |
| | 61 SV (7634) | 83 |
| | 62 SV | 89 |
| Fassung für IR-Detektoren (PbS) | L 789/CS | 95 |

## Typenübersicht

| Typ | Empfindlichkeits-Bereich | Maximum | Betriebs-temperatur | Kühlung |
|---|---|---|---|---|
| IR-Detektoren (InSb) | | | | |
| ORP 10 (7632) | sichtbar...7,5 µm | 6,0...6,3 µm | 295 K | Montage auf Wärmeableitung möglich |
| ORP 13 | sichtbar...5,6 µm | 5,3 µm | 77 K | Flüssig-Stickstoff |
| RPY 23 | 0,1...8 mm | 1 mm | 1,5 K | Doppel-Dewar für flüss. Helium und Stickstoff |
| RPY 31 | sichtbar...5,6 µm | 5,3 µm | 77 K | Flüssig-Stickstoff |
| RPY 35 | sichtbar...5,6 µm | 5,3 µm | 77 K | Flüssig-Stickstoff oder Joule-Thomson-Kühler |
| RPY 36 | sichtbar...5,6 µm | 5,3 µm | 77 K | Flüssig-Stickstoff |
| RPY 51 | sichtbar...5,6 µm | 5,3 µm | 77 K | Flüssig-Stickstoff oder Joule-Thomson-Kühler |
| RPY 52 | sichtbar...5,6 µm | 5,3 µm | 77 K | Flüssig-Stickstoff oder Joule-Thomson-Kühler |
| RPY 56 | sichtbar...5,6 µm | 5,3 µm | 77 K | Flüssig-Stickstoff oder Joule-Thomson-Kühler |
| RPY 77 | sichtbar...7,5 µm | 5,0...6,5 µm | 295 K | ungekühlt |
| RPY 78 | sichtbar...7,0 µm | | | |
| RPY 79 | sichtbar...7,5 µm | 5,0...6,5 µm | 295 K | ungekühlt |
| RPY 80 | sichtbar...7,0 µm | | | |
| IR-Detektoren (Ge:Cu) | | | | |
| RPY 37 | 2...25 µm | 15 µm | 4,2 K | Stahlkryostat für flüss. Helium und Stickstoff |
| RPY 40 | 2...25 µm | 15 µm | 4,2 K | Stahlkryostat für flüss. Helium und Stickstoff |
| IR-Detektoren (PbS) | | | | |
| RPY 57 | sichtbar...3,5 µm | 2,0...2,3 µm | 295 K | ungekühlt |
| RPY 75 | sichtbar...2,8 µm | 1,5...2,1 µm | 295 K | ungekühlt |
| RPY 75 A | 1,5...2,8 µm | | | |
| RPY 76 | sichtbar...2,8 µm | 1,5...2,1 µm | 295 K | ungekühlt |
| RPY 76 A | 1,5...2,8 µm | | | |
| 61 SV (7634) | sichtbar...3,5 µm | 2,2 µm | 295 K | ungekühlt } auch kühlbare Version lieferbar |
| 62 SV | sichtbar...3,5 µm | 2,5 µm | 295 K | ungekühlt } |

| Fläche | Widerstand | Zeitkonstante | $D^*$ ($\lambda_{max}$, 800, 1) ($cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$) | Seite |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| 6,0 mm x 0,5 mm | 30...120 Ω | ≈ 0,1 µs | min. $8{,}5 \cdot 10^{7}$<br>typ. $2{,}0 \cdot 10^{8}$ | 21 |
| 6,0 mm x 0,5 mm | 20...60 kΩ | ≈ 5 µs | typ. $5{,}5 \cdot 10^{10}$ | 25 |
| 5,0 mm x 5,0 mm | ≈ 4 kΩ | ≈ 0,5 µs | typ. $1{,}0 \cdot 10^{11}$ | 29 |
| 4,0 mm x 4,0 mm | 1...5 kΩ | ≈ 5 µs | min. $3{,}6 \cdot 10^{10}$<br>typ. $4{,}0 \cdot 10^{10}$ | 31 |
| 4,0 mm x 4,0 mm | 1...5 kΩ | ≈ 5 µs | min. $3{,}6 \cdot 10^{10}$<br>typ. $4{,}0 \cdot 10^{10}$ | 35 |
| 6,0 mm x 0,5 mm | 8...20 kΩ | < 2 µs | min. $1{,}3 \cdot 10^{10}$<br>typ. $2{,}0 \cdot 10^{10}$ | 39 |
| 0,5 mm x 0,5 mm | 1,2...3,5 kΩ | < 4 µs | typ. $9{,}0 \cdot 10^{10}$ | 51 |
| 0,5 mm x 0,5 mm | 1,2...3,5 kΩ | < 4 µs | typ. $5{,}0 \cdot 10^{10}$ | 55 |
| Innen-Ø 5 mm<br>Außen-Ø 8 mm | 130...350 Ω | 4...8 µs | min. $4{,}0 \cdot 10^{9}$ | 59 |
| 2,0 mm x 2,0 mm | 500...1500 Ω | ≦ 0,1 µs | typ. $1{,}5 \cdot 10^{8}$ | 71 |
| 1,0 mm x 1,0 mm | 100...300 Ω | ≦ 0,1 µs | typ. $1{,}5 \cdot 10^{8}$ | 77 |
| | | | | |
| 6,0 mm x 1,0 mm | 15...240 kΩ | < 1 µs | min. $1{,}0 \cdot 10^{10}$ | 43 |
| 4,0 mm x 4,0 mm | 2,5...40 kΩ | < 1 µs | min. $1{,}0 \cdot 10^{10}$ | 47 |
| | | | | |
| Innen-Ø 5 mm<br>Außen-Ø 8 mm | 200...800 kΩ | ≈ 200 µs | typ. $5{,}0 \cdot 10^{10}$ | 63 |
| 1,0 mm x 1,0 mm | 200...1000 kΩ | 250(≦400) µs | typ. $2 \cdot 10^{10}$ | 67 |
| 1,0 mm x 1,0 mm | 200...1000 kΩ | 250(≦400) µs | typ. $2 \cdot 10^{10}$ | 69 |
| 6,0 mm x 6,0 mm | 1...4 MΩ | ≈ 75 µs | typ. $4{,}0 \cdot 10^{10}$ | 83 |
| 6,0 mm x 6,0 mm | 1...4 MΩ | ≈ 175 µs | typ. $6{,}0 \cdot 10^{10}$ | 89 |

# ERLÄUTERUNGEN UND BETRIEBSHINWEISE ZU DEN DATEN VON INFRAROT-DETEKTOREN

## Allgemeines

### 1. Empfindlichkeit von Infrarot-Detektoren

Die Empfindlichkeit von Infrarot-Detektoren wird angegeben als der an einem Arbeitswiderstand gemessene Effektivwert der Ausgangsspannung $U_2$ bezogen auf die einfallende Strahlungsleistung einer monochromatischen Strahlungsquelle und/oder eines Schwarzen Strahlers. Die Strahlung ist mit 800 Hz rechteckförmig moduliert und als Bezugsgröße gilt der Spitze-Spitze-Wert der Strahlungsleistung.
Eine Grenze der Empfindlichkeit kann durch das Signal/Rausch-Verhältnis $U_2/U_r$ (Effektivwerte der Signal- und Rauschspannungen am Arbeitswiderstand) bei gegebener Strahlungsleistung angegeben werden.

### 2. Detektivität $D^*$

Die Größe $D^*$ dient zur Qualitätskennzeichnung von Infrarot-Detektoren und ermöglicht einen Vergleich von Detektoren unterschiedlichen Materials (vgl. Fachliteratur). Sie ist durch folgende Beziehung definiert:

$$D^* = \frac{U_2/U_r \sqrt{A \cdot B}}{P_1},$$

mit $U_2/U_r$ Signal/Rausch-Verhältnis

$A$ strahlungsempfindliche Fläche

$B$ Bandbreite des Meßverstärkers

$P_1$ auf die strahlungsempfindliche Fläche fallende Strahlungsleistung (Effektivwert in W)

### 3. NEP

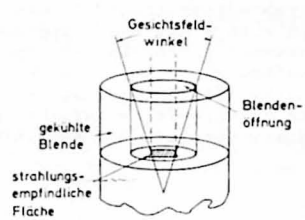
Die äquivalente Rauschleistung NEP (noise equivalent power) ist definiert durch den Effektivwert des auf den Detektor fallenden sinusförmig modulierten Strahlungsflusses, der am Ausgang des Detektors eine der Rauschspannung des Detektors äquivalente Signalspannung erzeugen würde.

$$NEP = P_1 \cdot A \cdot \frac{U_r}{U_s}$$

Die Angaben in Klammern hinter den Größen $D^*$ und NEP, z.B. $D^*$ (6,0, 800, 1) bzw. $D^*$ (500, 800, 1) kennzeichnen die Meßbedingungen, d.h. einfallende monochromatische von 6,0 µm Wellenlänge bzw. Schwarzer Strahler mit Farbtemperatur von 500 °K, Impulsfolgefrequenz der modulierten Strahlung 800 Hz, elektronische Bandbreite 1 Hz.

### 4. Gesichtsfeldwinkel (FOV)

Die Detektivität $D^*$ bei durch Hintergrundstrahlung begrenzten Detektoren (blip) ist abhängig vom Gesichtsfeldwinkel. Durch Anordnung einer gekühlten Blende kann die Detektivität eines Detektors erhöht werden. Hinweise auf den Gesichtsfeldwinkel und gegebenenfalls eingebaute, gekühlte Blenden finden sich in den Datenblättern.



## IR-Detektoren (InSb)

### 1. Meßbedingungen

Für die in den Datenblättern von Indiumantimonid-Fotowiderständen angegebenen Werte gelten, soweit nicht anders angegeben, die folgenden Meßbedingungen.
Der Detektor wird entsprechend der für ihn vorgesehenen Kühlung vorbereitet, d.h., ungekühlte Detektoren werden auf einer Wärmeableitung montiert, die das Detektorelement auf einer Temperatur von 295 K hält, Detektoren mit Dewargefäß werden mit flüssigem Stickstoff gefüllt.
Die Detektorvorspannung wird für denjenigen Strom eingestellt, der in den Datenblättern in Verbindung mit dem Signal/Rausch-Verhältnis genannt ist.
Das strahlungsempfindliche Element des Detektors wird von einem Schwarzen Strahler mit einer Bestrahlungsstärke von 4,5 $\mu W/cm^2$ beaufschlagt.
Die Messungen am Detektorausgang werden mit einem auf 800 Hz abgestimmten Verstärker mit einer Bandbreite von 50 Hz vorgenommen und gelten bei offener Schaltung, d.h. die Einflüsse der Impedanzen von Speisespannungsquelle und Verstärkereingang sind korrigiert. Die in den Datenblättern angegebenen Werte bei der Wellenlänge maximaler Empfindlichkeit sind aus den gemessenen Werten bei Betrieb mit Schwarzem Strahler errechnet mit der Voraussetzung, daß der Detektor seiner mittleren spektralen Empfindlichkeitsverteilung entspricht.

### 2. Einfluß des Detektorstromes

Sowohl die Signalspannung $U_S$ als auch die Rauschspannung $U_r$ am Ausgang des Detektors ändern sich mit dem Strom, der durch den Detektor fließt. Bei hohen Strömen nimmt die Rauschspannung schneller zu als die Signalspannung, so daß das optimale Signal/Rausch-Verhältnis mit einem bestimmten Strom durch den Detektor verknüpft ist.

### 3. Einfluß der Temperatur bei ungekühlten Detektoren

Wie bei allen Halbleitern hängt auch das Verhalten von Infrarot-Detektoren in starkem Maße von der Temperatur des Bauelements ab. Diese wird hauptsächlich von der Umgebungstemperatur und der Eigenerwärmung infolge des Detektorstromes beeinflußt. Um Temperaturschwankungen klein zu halten, ist das strahlungsempfindliche Element im allgemeinen auf einem metallischen Substrat montiert und kann in einfacher Weise auf eine größere Wärmeableitung geschraubt werden.
Gekühlt zeigt InSb verbesserte Eigenschaften und besitzt einen größeren Widerstand. Diese Detektoren können auch bei Temperaturen unter dem Gefrierpunkt eingesetzt werden (bis max. -50 °C), jedoch müssen dann Vorkehrungen getroffen werden, um Kondensation und Eisbildung auf der strahlungsempfindlichen Fläche zu vermeiden.

### 4. Behandlungshinweise

4.1 für ungekühlte Detektoren
Die strahlungsempfindliche Fläche ist ungeschützt und darf nicht berührt werden. Sie ist widerstandsfähig gegenüber der normalen Atmosphäre, darf aber keinen hochkonzentrierten Dämpfen organischer Lösungsmittel ausgesetzt werden.
Beim Aufbau auf einer Wärmeableitung sind Zug- und Druckbeanspruchungen zu vermeiden. Es wird empfohlen, beim Aufbau auf einer Wärmeableitung eine dafür geeignete Silikon-Paste zwischen den sich berührenden Flächen zu verwenden, um den Wärmewiderstand der Verbindungsstelle zu verringern.

4.2 für gekühlte Detektoren
Das Detektorelement darf nicht auf Raumtemperatur gebracht werden, solange eine Vorspannung anliegt.
Das Dewargefäß muß stets vollkommen trocken sein, bevor flüssiger Stickstoff eingefüllt wird. Bei hoher relativer Feuchte kann Wasserdampf auf dem Dewargefäß kondensieren. Tritt dieser Fall auf, kann bis zum Verbrauch der Füllung weitergearbeitet werden.
Das Beschlagen und Vereisen des Dewargefäßes kann durch Spülen mit trockener Luft oder trockenem Stickstoff vermiden werden.
Werden die Detektoren mit Dewargefäß durch einen Miniatur-Joule-Thomson-Kühler gekühlt, so ist sauberes und trockenes Gas zu verwenden (entsprechende Hinweise des Kühler-Herstellers sind zu beachten). Bei Betrieb mit Luft (79 K) werden die in den Datenblättern für Stickstoff (77 K) angegebenen Werte nicht ganz erreicht.

## IR-Detektoren (Ge:Cu)

Die Standardausführungen dieser kupferdotierten Germanium-Infrarot-Detektoren arbeiten in einem Stickstoff/Helium-Doppeldewar bei 4,2 K. Die spektrale Empfindlichkeit liegt im Bereich von 2...25 µm.

### 1. Zeitkonstante

Die Zeitkonstante des Detektorelements selbst ist vergleichsweise klein, jedoch wird in praktischen Anwendungen die Zeitkonstante durch das RC-Glied, gebildet aus der Kapazität des Detektors, der Zuleitungskapazität und dem Arbeitswiderstand, bestimmt. Es ist deshalb wichtig, Zuleitungskapazitäten so klein wie möglich zu halten.

### 2. Rauschspannung

Die in den Daten angegebene Rauschspannung gilt bei f = 1 kHz und bei einer Bandbreite von 1 Hz. Bei niedrigeren Frequenzen, besonders im Bereich um 500 Hz tritt verstärkt Rauschen auf und nimmt mit fallender Frequenz weiter zu. Oberhalb 1 kHz ergibt sich ein weißes Rauschspektrum.

## IR-Detektoren (PbS)

Als Meßbedingungen gelten sinngemäß die Angaben wie bei InSb-Detektoren.

### 1. Linearität

Bei IR-Detektoren mit strahlungsempfindlichem Element aus PbS wächst der Strom bei vorgegebener Bestrahlungsstärke innerhalb des Arbeitsbereiches nahezu linear mit der angelegten Spannung, d.h., für den Detektor gilt das Ohmsche Gesetz.
Bei schwacher Bestrahlung wächst der Strom proportional der Bestrahlungsstärke, bei sehr starker Bestrahlung proportional der Quadratwurzel aus der Bestrahlungsstärke.

### 2. Empfindlichkeit

2.1 Einfluß der Umgebungstemperatur
Die Empfindlichkeit ändert sich mit der Umgebungstemperatur $\vartheta_U$. Bei einem Schwarzen Strahler mit einer Farbtemperatur von 473 K gilt für Umgebungstem-

peraturen zwischen -10 °C und +50 °C

$$s(\vartheta_U) = s_{\vartheta_U=20°C} \cdot (1{,}4 - 0{,}4\,\frac{\vartheta_U}{20}),$$

d.h., die Empfindlichkeit ändert sich um -2 % des Wertes bei 20 °C bei 1 °C Temperaturerhöhung.

2.2 Einfluß der Impulsfolgefrequenz der modulierten Strahlung
Wegen der Zeitkonstanten des Detektors ändert sich die Empfindlichkeit mit der Impulsfolgefrequenz der Bestrahlung entsprechend der Gleichung

$$s(f) = s_{f=0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi f \tau)^2}}$$

Die Zeitkonstante $\tau$ ist die Zeit, in der die Spannung am Arbeitswiderstand nach Abblenden der Strahlungsquelle auf 1/e des Maximalwertes absinkt.

Die in den folgenden Datenblättern aufgeführten Infrarot-Detektoren sind Standardausführungen, die von uns serienmäßig gefertigt werden.
Darüberhinaus fertigen wir Sonderausführungen auf Kundenwunsch innerhalb des durch folgende Angaben abgesteckten Rahmens.

IR-Detektoren (InSb)

1. Detektoren zum Betrieb bei Raumtemperatur (295 K)

Abmessungen des Einzelelementes bis 10x10 $mm^2$

$D^*$ (6,0, 800, 1) bis $1{,}5 \cdot 10^8$ $cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$

Empfindlichkeit bis 5 $\mu V/\mu W$

2. Detektoren mit Dewargefäß zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff

2.1 Einzelelemente

Dewargefäße aus Glas, Glas-Metall, Metall

Vorratsdewargedäße oder Miniaturausführungen zur Kühlung durch Kühler nach dem Joule-Thomson-Prinzip oder durch Liquid-Transfer-Systeme

Fenster aus Saphir, Silizium, Germanium, Irtran

eingebaute, gekühlte Blende und/oder Filter

verschiedene Gesichtsfeldwinkel (FOV)

quadratische, rechteckige und kreisringförmige Elemente

Abmessungen des Einzelelementes zwischen 0,1x0,1 $mm^2$ und 8x8 $mm^2$

$D^*$ (5,3, 800, 1) bis $> 10^{11}$ $cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$

2.2 Reihenelemente (arrays)

Abmessungen des Einzelelements zwischen 0,1x0,1 $mm^2$ und 4x4 $mm^2$

Anzahl der Einzelelemente auf einem Träger bis zu 100

zweidimensionale Anordnung der Elemente

Anordnung auf Trägern mit gekrümmter Oberfläche

hohe Gleichförmigkeit der Kennwerte innerhalb der Einzelelemente einer Reihe

IR-Detektoren (Ge:Cu)

Standardkryostat (RPY 37/40) mit Abmessungen des Detektorelements zwischen 0,25x0,25 $mm^2$ und 5x5 $mm^2$

modifizierte Version des Standardkryostaten für Elementabmessungen bis 10x10 $mm^2$

Fenster aus Silizium und Germanium, vergütet

eingebaute, gekühlte Blende und/oder Filter

verschiedene Gesichtsfeldwinkel (FOV)

Reihenelemente mit bis zu 20 Einzelelementen

## Infrarot-Detektoren
### nach Kunden-Spezifikationen

IR-Detektoren ($Hg_{(1-x)}Cd_x$ Te)

VALVO IR-Detektoren ($Hg_{(1-x)}Cd_x$ Te) sind fotoelektrische Detektoren, deren Funktion das Prinzip der Intrinsic-Fotoleitung zugrunde liegt. Sie arbeiten im PC-Mode bei Kühlung durch flüssigen Stickstoff (77 K), das Maximum der spektralen Empfindlichkeit liegt zwischen 9,5 und 15 µm.

Z.Z. können wir als Standardausführungen Detektoren mit folgenden Abmessungen des strahlungsempfindlichen Elementes liefern:

0,08 x 0,08 $mm^2$, 0,23 x 0,23 $mm^2$, 0,62 x 0,62 $mm^2$

Diese Detektorelemente werden in verschiedene Dewargefäße eingebaut, so daß insgesamt sechs Typen zur Verfügung stehen:

| Spezifikation Nr. | Elementabmessungen | Dewar | Kühlung |
|---|---|---|---|
| RS 70.1605 | 0,08 x 0,08 $mm^2$ | GC 13 A | Vorratsdewar > 2 h |
| RS 70.1606 | 0,08 x 0,08 $mm^2$ | R 33 | Joule-Thomson-Verflüssiger |
| RS 70.1607 | 0,23 x 0,23 $mm^2$ | GC 13 A | Vorratsdewar > 2 h |
| RS 70.1608 | 0,23 x 0,23 $mm^2$ | R 33 | Joule-Thomson-Verflüssiger |
| RS 70.1609 | 0,23 x 0,23 $mm^2$ | R 55 | Leidenfrost-Transfer |
| RS 70.1610 | 0,62 x 0,62 $mm^2$ | R 60 | Vorratsdewar > 5 h |

Wie eingangs erwähnt, liegt das Maximum der spektralen Empfindlichkeit zwischen 9,5 und 15 µm. Durch Selektion sind wir in der Lage, Detektoren mit dem Maximum bei z.B. 10,6 µm bzw. 14 µm zu liefern. Allerdings können wir eine Nachlieferverpflichtung für diese selektierten Ausführungen nicht übernehmen.

Datenblätter stehen auf Anfrage zur Verfügung.

IR-Detektoren $Hg_{(1-x)}Cd_x$ Te mit eingebautem thermoelektrischen Kühler

VALVO IR-Detektoren ($Hg_{(1-x)}Cd_x$ Te) mit eingebautem thermoelektrischen Kühler für den Bereich bis 5,5 µm

Mit den IR-Detektoren nach Spezifikation RS 72.1621 und RS 72.1623 stehen von VALVO zwei weitere IR-Detektoren mit strahlungsempfindlichem Element aus Cadmium-Quecksilber-Tellurid ($Hg_{(1-x)}Cd_x$ Te) zur Verfügung. Im hermetisch verschlossenen MO-16 Gehäuse ist das Detektorelement direkt auf einem thermoelektrischen Kühler angebracht.

Ein ebenfalls eingebauter NTC-Widerstand schafft die Möglichkeit der Kontrolle oder der Regelung der Temperatur des Detektorelements bzw. der Verstärkung des nachfolgenden Verstärkers. Der Strahlungseinfall erfolgt frontal durch ein Saphirfenster.

Diese Detektoren bieten ohne Verwendung flüssigen Stickstoffs bzw. von Joule-Thomson-Kühlern ein typisches $D^*$ ($\lambda$, 5 kHz, 1) von $1{,}4 \cdot 10^{10}$ $cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$.

Das Maximum der spektralen Empfindlichkeit liegt zwischen 4,2 und 5,5 µm.

| Spezifikation Nr. | strahlungsempfindliche Fläche |
|---|---|
| RS 72.1621 | 0,23 x 0,23 $mm^2$ |
| RS 72.1623 | 0,075 x 0,075 $mm^2$ |

## IR-Detektoren (TGS)

### 1. Funktionsweise

Ferro-elektrische Materialien wie Triglyzinsulfat zeigen spontane elektrische Polarisation unterhalb ihrer Curie-Temperatur; wird die Temperatur des Materials geändert, ändert sich der Grad der Polarisation. Dieser pyroelektrische Effekt kann nachgewiesen werden, wenn man die einander gegenüberliegenden Oberflächen einer dünnen Scheibe aus TGS mit aufgedampften Metallelektroden versieht und den auf diese Weise entstandenen Kondensator erwärmt. Solange sich die Temperatur des TGS-Plättchens ändert, werden dann in den aufgedampften Elektroden Ladungen induziert, die je nach Abschluß als Spannung oder als Strom in einer Verstärkeranordnung ausgenutzt werden können.

### 2. Aufbau, Eigenschaften

VALVO IR-Detektoren mit strahlungsempfindlichem Element aus TGS bestehen aus einem TGS-Kristall und einem Vorverstärker, die gemeinsam in einem hermetisch verschlossenen Gehäuse untergebracht sind. Der Strahlungseinfall erfolgt über ein IR-durchlässiges Fenster.

Der TGS-Kristall ist so montiert, daß sich ein hoher Wärmewiderstand zwischen Kristall und Umgebung ergibt. Auf diese Weise entsteht ein Bolometer mit großer thermischer Zeitkonstante. Die Eigenschaften dieses IR-Detektors lassen sich aus den folgenden Überlegungen ableiten.

Der thermische Kreis, gebildet aus dem TGS-Kristall und dem Wärmewiderstand zur Umgebung, kann durch einen analogen elektrischen Kreis ersetzt werden, der aus einer Kapazität und einem parallel geschalteten, sehr großen Widerstand besteht. Würde man diesen Kreis mit einem konstanten Strom ($\hat{=}$ der einfallenden Strahlung) speisen, so kann die am Kondensator auftretende Spannung als Maß für die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen dem TGS-Element und seiner Umgebung betrachtet werden.

Erreicht die Frequenz der über einen Chopper einfallenden IR-Strahlung Werte, die größer als der Kehrwert der Zeitkonstanten dieses Schaltkreises sind, wird der thermische Scheinwiderstand fast ausschließlich durch die thermische Kapazität $C_{th}$ dargestellt. Aus dem elektrischen Ersatzschaltbild kann abgeleitet werden, daß die Temperatur-Differenz $\Delta\vartheta$ ($\hat{=}$ Spannung), die durch eine sinusförmige einfallende thermische Strahlung W ($\hat{=}$ Strom) hervorgerufen wird, der Frequenz umgekehrt proportional ist.

Elektrischer Kreis:

$$\text{Spannungsdifferenz} = \frac{\text{Strom}}{2\pi f \cdot \text{äquival. el. Kapazität}}$$

Thermischer Kreis:

$$\Delta\vartheta = \frac{W}{2\pi f \cdot C_{th}}$$

wobei f die Modulationsfrequenz ist.

Die elektrische Ladung Q auf den Detektorelektroden ist dem einfallenden IR-Signal proportional:

$$Q = p \cdot \Delta\vartheta$$

wobei p eine Konstante ist.

Darausfolgend ist die Spannung an den Elektroden der IR-Strahlung proportional:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{p \cdot \Delta\vartheta}{C}$$

wobei C die elektrische Kapazität des Detektors ist.

Dementsprechend ist die Spannung der Frequenz der einfallenden Strahlung umgekehrt proportional:

$$U = \frac{p \cdot \Delta\vartheta}{C} = \frac{p \cdot W}{2\pi f \cdot C_{th} \cdot C}$$

Der elektrische Scheinwiderstand des Detektors wird vorwiegend durch die Kapazität bestimmt. Bei geringer Ladung einer solchen kapazitiven Quelle ist der verfügbare Strom dieser Quelle der Frequenz direkt proportional:

$$I = 2\pi f \cdot U \cdot C$$

Daraus, daß die Spannung U der Frequenz umgekehrt proportional ist, folgt, daß der verfügbare Strom der Quelle frequenzunabhängig ist:

$$I = \frac{p \cdot W}{C_{th}}$$

2.1 Rauscheigenschaften
Das kapazitive Element ist grundsätzlich rauschfrei, und die große thermische Zeitkonstante der Anordnung führt zu niedrigem thermischen Rauschen. Aus diesem Grunde begrenzt das Rauschen des nachgeschalteten Verstärkers die Eigenschaften des gesamten Detektors.

Um günstigste Rauschergebnisse zu erzielen, wird den Detektoren ein Spannungsverstärker mit extrem hohem Eingangswiderstand nachgeschaltet.

Da das Element kapazitiv ist, sinkt die Rauschspannung mit zunehmender Frequenz im gleichen Verhältnis wie die Ausgangsspannung des Detektors. Demzufolge ist bis zu der Frequenz, die als Grenzfrequenz für den Vorverstärker gilt, die äquivalente Rauschleistung NEP konstant.

2.2 Frequenz-Kompensation
Bei Anwendungen, bei denen mit konstanter Modulationsfrequenz gearbeitet wird, ist die Frequenzabhängigkeit der Ausgangsspannung ohne Bedeutung.

Für Breitband-Anwendungen läßt sich durch einen Kompensationsverstärker eine Linearisierung der Ausgangsspannung durchführen.

2.3 Temperaturverhalten
Bei Temperaturen oberhalb des Curie-Punktes (49 °C) sind die pyroelektrischen Eigenschaften des Materials nicht mehr gegeben. Ein Überschreiten dieser Temperatur führt jedoch nicht zur Zerstörung des Detektorelementes. Es ist aber notwendig, nach Wiederherstellung der normalen Betriebstemperatur eine Rückpolung vorzunehmen. Ausführliche Hinweise für die Rückpolung sind jedem Detektor beigefügt.

3. Typenprogramm

Z.Z. stehen aus dem VALVO-Programm folgende Typen zur Verfügung:

| IR-Detektor (TGS) nach Spezifikation | Abmessungen des Detektorelementes (mm) |
|---|---|
| RS 70.1803 | 0,7 ⌀ |
| RS 70.1804 | 2,0 ⌀ |
| RS 70.1805 | 3 x 1 |
| RS 70.1806 | 6 x 2,5 |

Alle diese Detektoren sind in einem Ganzmetall-Gehäuse zusammen mit dem Vorverstärker untergebracht. Die Standardausführung ist mit einem Fenster aus KBr für den Betrieb im Bereich zwischen 2 µm und 35 µm ausgerüstet. Die kurzwellige Grenze ist durch die Absorptionseigenschaften von Triglyzinsulfat gegeben; die langwellige Grenze wird durch das Fenstermaterial bestimmt.

Außer den Standardtypen mit KBr-Fenster können auf Kundenwunsch Detektoren mit bis zu 4 mm Durchmesser oder 9 x 4 mm² Kantenlänge hergestellt werden. Außer dem Standardfenster können Fenster aus

Caesiumjodid
Silizium
Quarz
KRS-5
Polythene
T.P.X

eingebaut werden.

Datenblätter stehen auf Anfrage zur Verfügung.

Bestell-Unterlagen

Bei Anfragen betreffend Infrarot-Detektoren nach Kundenspezifikationen bitten wir Sie, möglichst folgende Einzelheiten anzugeben:

Art des Detektors (Einzel- oder Reihenelement mit n Einzelementen)
Material des Detektorelements
Betriebstemperatur
Abmessungen des strahlungsempfindlichen Elements
Abstand zwischen den Elementen einer Reihe
Ausführungsform des Gehäuses
Mindest-Detektivität $D^*$ ($\lambda_{max}$, 800, 1)
Mindest-Detektivität $D^*$ (500, 800, 1)
Maximale Zeitkonstante
Mindest-Empfindlichkeit
Widerstand
Gesichtsfeldwinkel (FOV)
Fenstermaterial
Filtermaterial

elektronische Bandbreite
Anwendung
Umgebungsbedingungen

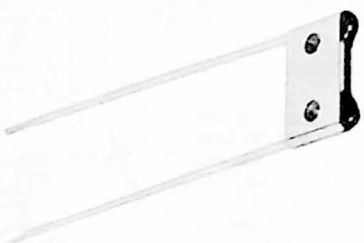
In Zusammenarbeit mit unseren Entwicklungs- und Fertigungsabteilungen erstellen wir aus diesen Angaben eine Kundenspezifikation, die Ihnen dann zusammen mit unserem Angebot übersandt wird.

Bitte beachten Sie, daß nicht alle in den Einzelbeschreibungen aufgeführten Parameter gleichzeitig in einem Detektor verwirklicht werden können.

# ORP 10
7632

InSb - INFRAROT-DETEKTOR
zum Betrieb bei 295 K

InSb-Fotowiderstand auf einer Wärmeableitung aus Kupfer,
für Anwendungen im IR-Gebiet bis 7,5 µm, $D^*$ (6,0, 800, 1) = $2.10^8$ cm.$Hz^{1/2}$.$W^{-1}$



Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 6,0 mm x 0,5 mm |
| Betriebstemperatur | 295 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 7,5 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 6,0 ... 6,3 µm |
| Widerstand | 30 ... 120 Ω |
| Zeitkonstante | ≈ 0,1 µs |

Kenndaten: (bei 295 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 6,0 µm | 1,0 ($\geq$ 0,4) µV/µW |
| $D^*$ (6,0, 800, 1) | $2,0.10^8$ ($\geq 8,5.10^7$) cm.$Hz^{1/2}$.$W^{-1}$ |
| NEP (6,0, 800, 1), Effektivwert | $8,6.10^{-10}$ ($\leq 2,0.10^{-9}$) W |
| Signal/Rausch-Verhältnis bei I = 50 mA | 130 ($\geq$ 45) |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 0,3 µV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $6,0.10^7$ cm.$Hz^{1/2}$.$W^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $2,5.10^{-9}$ W |

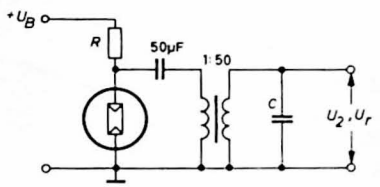
# ORP 10

Grenzdaten: (absolute Werte)

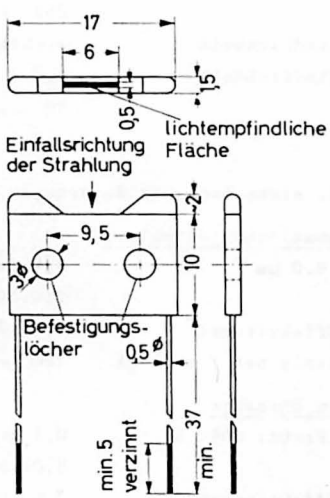
| | | |
|---|---|---|
| max. Strom durch den Detektor bei 295 K | I | = max. 100 mA |
| Umgebungstemperatur bei Betrieb | $\vartheta_U$ | = max. +70 °C |
| | $\vartheta_U$ | = min. -50 °C |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ | = max. +70 °C |
| | $\vartheta_S$ | = min. -50 °C |

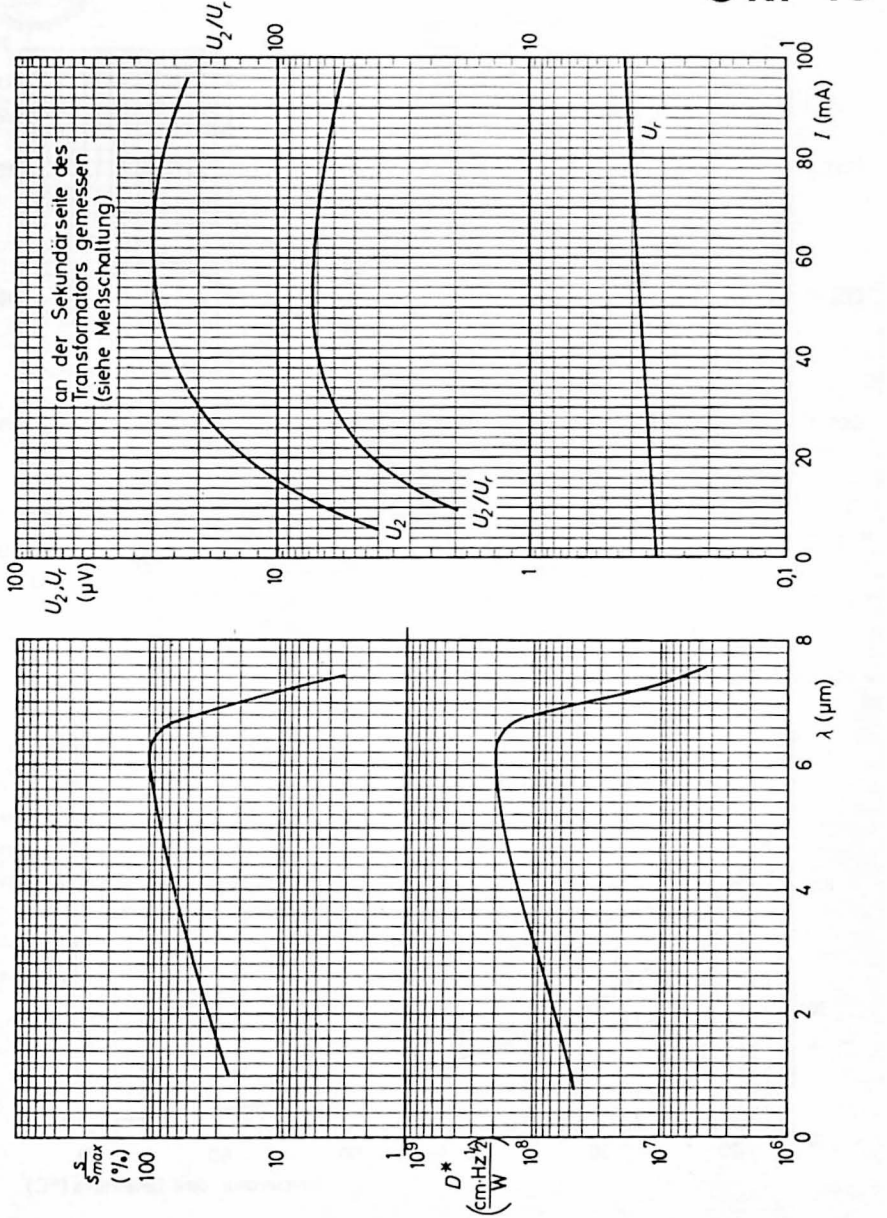
Meßschaltung:

Der Transformator soll gegen Streufelder ausreichend abgeschirmt sein. Der Widerstand R soll drahtgewickelt sein, um das Rauschen klein zu halten; er muß wesentlich größer sein als der Widerstand des ORP 10 und wird durch die Speisespannung und den durch den Fotowiderstand fließenden Gleichstrom bestimmt. Der Kondensator C soll die Sekundärwicklung des Transformators auf die Impulsfolgefrequenz abstimmen; infolge der großen Dämpfung des Kreises ist sein Wert relativ unkritisch.

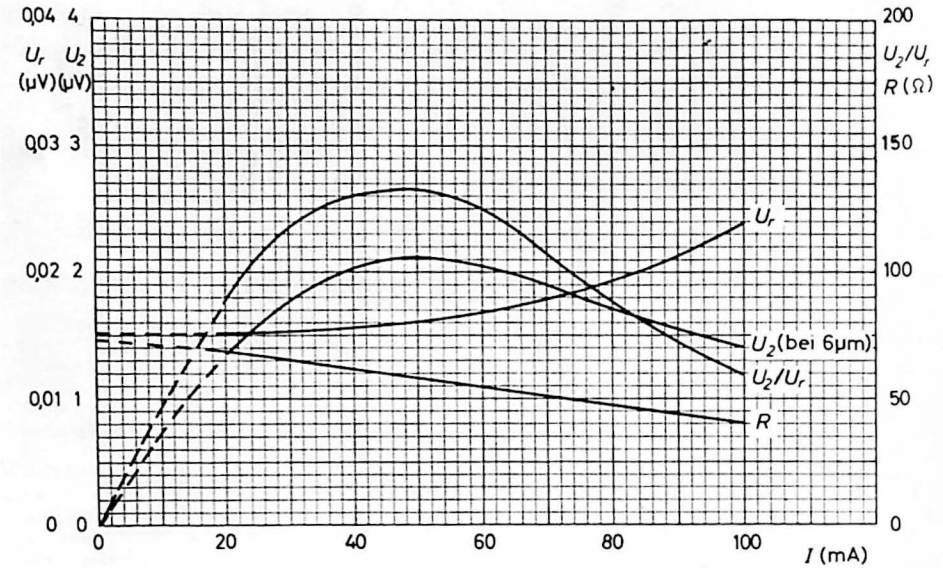


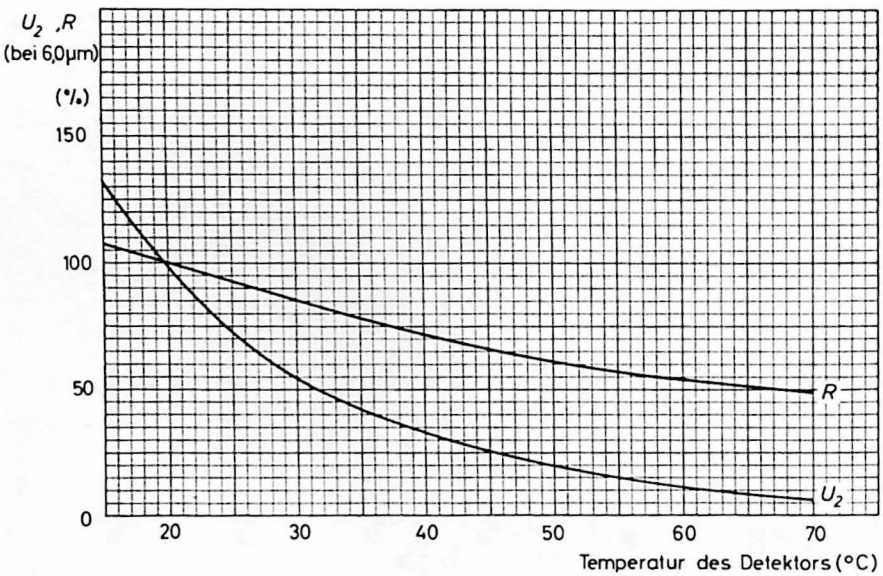

Abmessungen in mm:




$U_2, U_r$ (µV)
100
10
1
0,1
$U_2/U_r$
100
10
1
$U_2$
$U_2/U_r$
$U_r$
an der Sekundärseite des Transformators gemessen (siehe Meßschaltung)
0 20 40 60 80 100
$I$ (mA)
$\frac{S}{S_{max}}$ (%)
100
10
1
$D^*$ $\left(\frac{cm \cdot Hz^{\frac{1}{2}}}{W}\right)$
$10^9$
$10^8$
$10^7$
$10^6$
0 2 4 6 8
$\lambda$ (µm)

# ORP 10


0,04 4
$U_r$ $U_2$
(µV)(µV)
0,03 3
0,02 2
0,01 1
0 0
0
20
40
60
80
100
$I$ (mA)
200
$U_2/U_r$
$R$ (Ω)
150
100
50
0
$U_r$
$U_2$(bei 6µm)
$U_2/U_r$
$R$


$U_2$ ,$R$
(bei 6,0µm)
(%)
150
100
50
0
20
30
40
50
60
70
Temperatur des Detektors (°C)
$R$
$U_2$

# ORP 13

InSb - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 77 K

InSb-Fotowiderstand im Glas-Dewargefäß zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff, für Anwendungen im IR-Gebiet bis 5,6 µm, $D^*(5{,}3,\ 800,\ 1) = 5{,}5 \cdot 10^{10}\ cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 6,0 mm x 0,5 mm |
| Betriebstemperatur | 77 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 5,6 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,3 µm |
| Widerstand | 20 ... 60 kΩ |
| Zeitkonstante | ≈ 5 µs |

# ORP 13

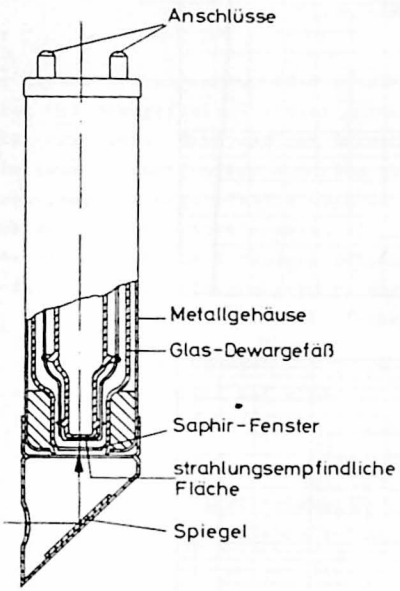
Kenndaten: (bei 77 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

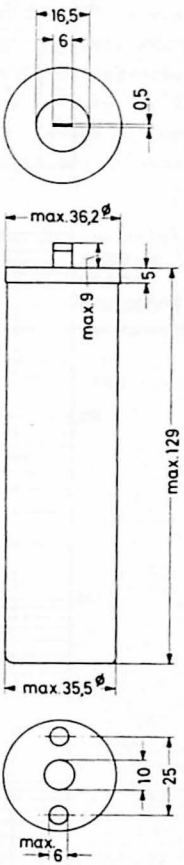
| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 5,3 µm | 35 mV/µW |
| $D^*$ (5,3, 800, 1) | $5{,}5 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (5,3, 800, 1), Effektivwert | $3{,}2 \cdot 10^{-12}$ W |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 7 ($\geq$ 4) mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $1{,}1 \cdot 10^{10}$ ($\geq 5 \cdot 10^{9}$) cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $1{,}6 \cdot 10^{-11}$ ($\leq 3{,}5 \cdot 10^{-11}$) W |
| **Dewargefäß** | |
| Betriebszeit mit einer Füllung des Dewargefäßes | 100 ($\geq$ 75) min |
| Strahlungseinfall | von unten, über Umlenkspiegel |

Grenzdaten: (absolute Werte

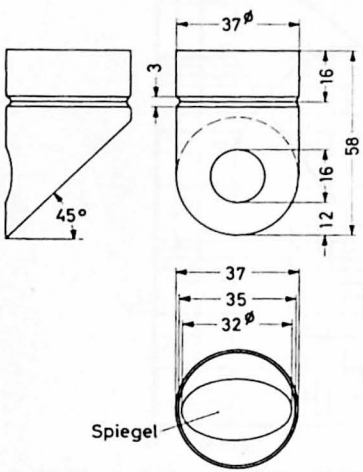
| | |
|---|---|
| max. Strom durch den Detektor bei 77 K | I = max. 30 mA |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. +55 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. -55 °C |

Abmessungen in mm:

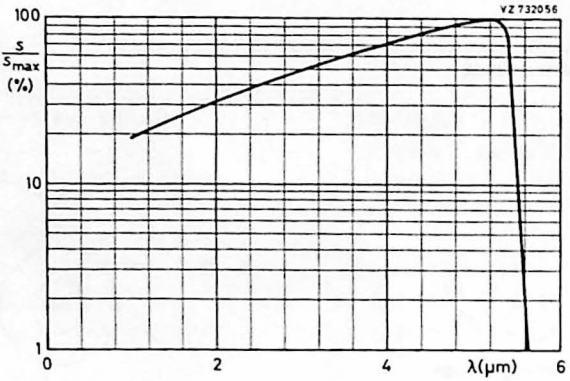


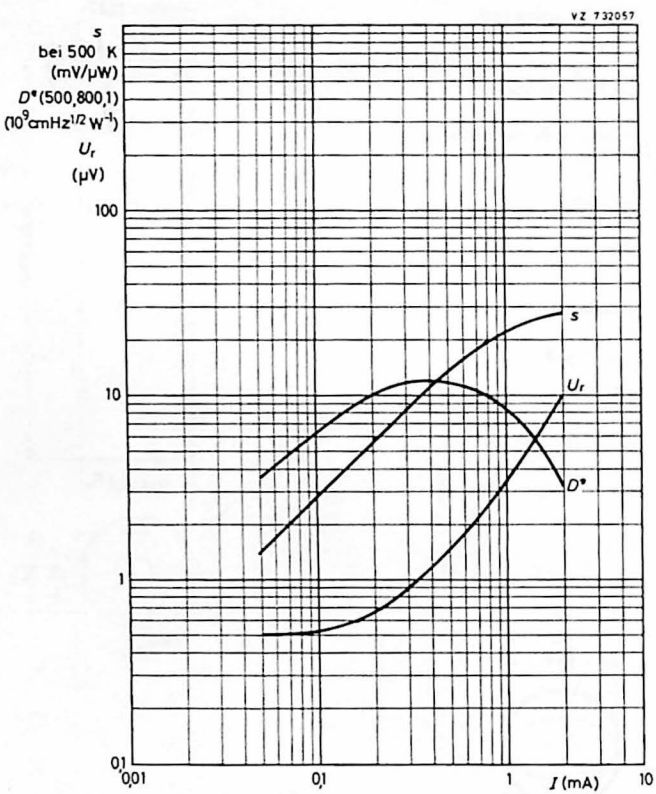




abnehmbare Kappe mit Spiegel



# ORP 13


VZ 732056
100
S / Smax (%)
10
1
0
2
4
λ(μm)
6


VZ 732057
S bei 500 K (mV/μW)
D*(500,800,1) (10⁹cmHz^1/2 W⁻¹)
Ur (μV)
100
10
1
0,1
0,01
0,1
1
10
I (mA)
S
Ur
D*

InSb - INFRAROT-DETEKTOR
zum Betrieb bei 1,5 K
im Wellenlängenbereich 0,1...8 mm

In diesem Indium-Antimonid-Fotowiderstand wird der Effekt ausgenutzt, daß sich die Beweglichkeit freier Ladungsträger durch einfallende Photonenenergie vergrößert. Dazu muß der Detektor in einem starken Magnetfeld von einigen kGauss arbeiten und außerdem auf etwa 1,5 K gekühlt werden. Für die Erzielung des Magnetfeldes wird der Effekt der Supraleitung ausgenutzt. Die Kühlung des Detektorelements erfolgt mittels eines Doppeldewars für flüssigen Stickstoff und flüssiges Helium. Zusätzlich muß das innere Helium-Dewargefäß auf einige Torr abgepumpt werden, um den Siedepunkt des Heliums von 4 K auf weniger als 2 K abzusenken.

Unter diesen Bedingungen ist der Detektor im Spektralbereich zwischen 0,1 bis 8 mm empfindlich mit einem Maximum bei etwa 1 mm.

Ausführliche Daten und Betriebshinweise
stehen auf Anfrage zur Verfügung.

# RPY 31

InSb - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 77 K

InSb-Fotowiderstand im Glas-Dewargefäß zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff, für Anwendungen im IR-Gebiet bis 5,6 µm, $D^*$ (5,3, 800, 1) = $4.10^{10}$ $cm.Hz^{1/2}.W^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 4,0 mm x 4,0 mm |
| Betriebstemperatur | 77 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 5,6 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,3 µm |
| Widerstand | 1 ... 5 kΩ |
| Zeitkonstante | ≈ 5 ($\lesssim$ 10) µs |

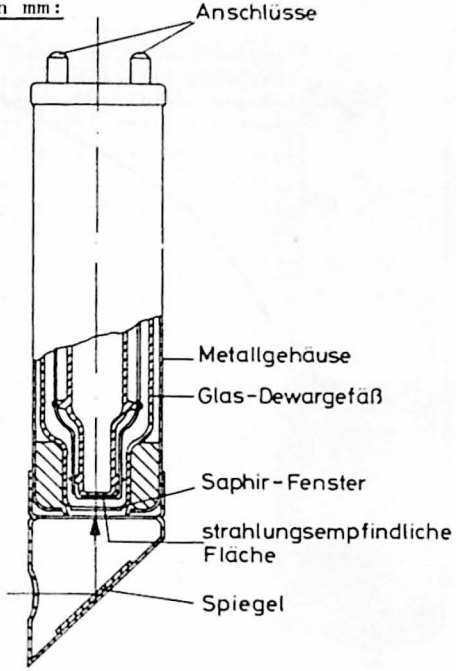
Kenndaten: (bei 77 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 5,3 µm | 3,8 ($\geqq$ 2,6) mV/µW |
| $D^*$ (5,3, 800, 1) | $4{,}0.10^{10}$ ($\geqq 3{,}6.10^{10}$) $cm.Hz^{1/2}.W^{-1}$ |
| NEP (5,3, 800, 1), Effektivwert | $1{,}0.10^{-11}$ ($\leqq 1{,}1.10^{-11}$) W |
| Signal/Rausch-Verhältnis bei I = 2 mA | 5800 ($\geqq$ 5500) |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 0,5 mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $7{,}2.10^{9}$ $cm.Hz^{1/2}.W^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $5{,}5.10^{-11}$ W |
| **Dewargefäß** | |
| Betriebszeit mit einer Füllung des Dewargefäßes | 100 ($\geqq$ 75) min |
| Strahlungseinfall | von unten, über Umlenkspiegel |

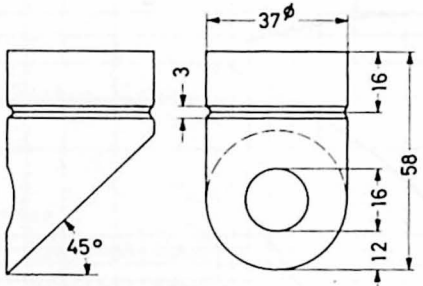
Grenzdaten: (absolute Werte)

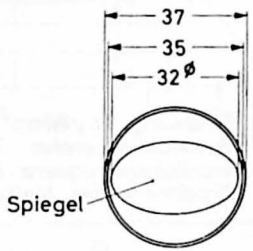
| | |
|---|---|
| max. Strom durch den Detektor bei 77 K | I = max. 10 mA |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. +55 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. -55 °C |

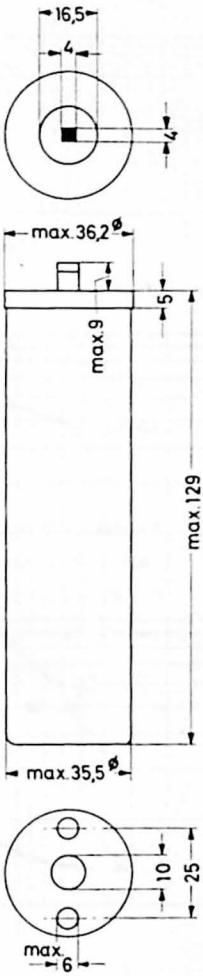
Abmessungen in mm:



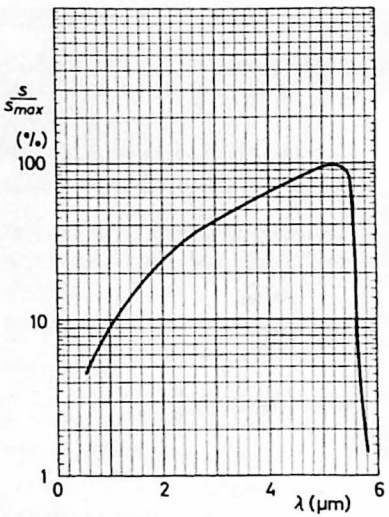

abnehmbare Kappe mit Spiegel

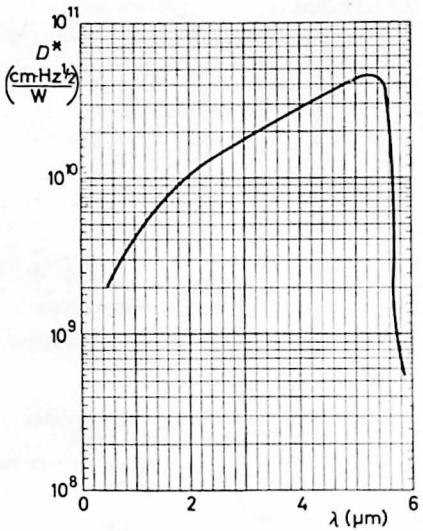


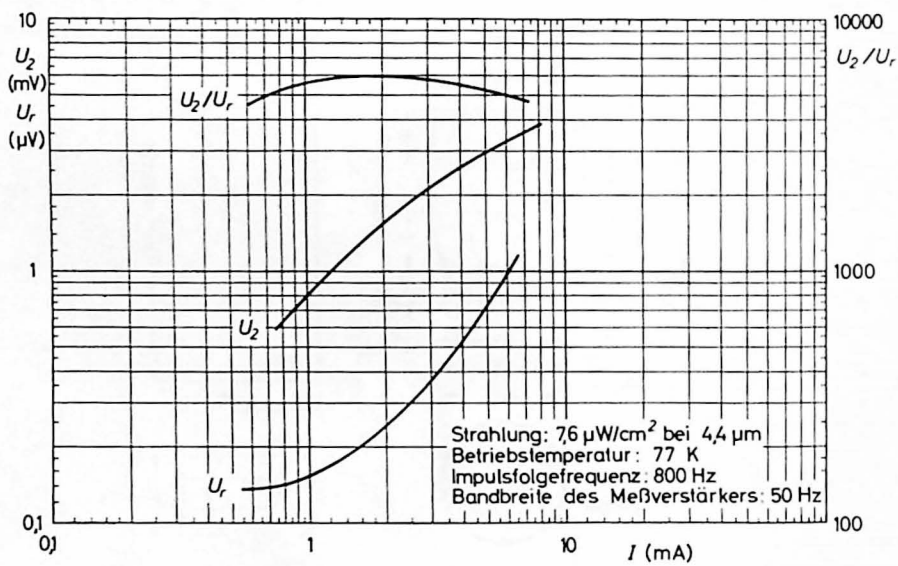



# RPY 31


$\frac{s}{s_{max}}$
(%)
100
10
1
0
2
4
6
λ (μm)


$10^{11}$
$D^*$
$\left(\frac{cm \cdot Hz^{1/2}}{W}\right)$
$10^{10}$
$10^9$
$10^8$
0
2
4
6
λ (μm)


10
$U_2$
(mV)
$U_r$
(μV)
1
0,1
$U_2/U_r$
$U_2$
$U_r$
Strahlung: 7,6 μW/cm² bei 4,4 μm
Betriebstemperatur: 77 K
Impulsfolgefrequenz: 800 Hz
Bandbreite des Meßverstärkers: 50 Hz
0,1
1
10
I (mA)
10000
$U_2/U_r$
1000
100

# RPY 35

InSb - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 77 K

InSb-Fotowiderstand im Glas-Dewargefäß zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff oder einen Miniatur-Joule-Thomson-Kühler, für Anwendungen im IR-Gebiet bis 5,6 µm, $D^*$ (5,3, 800, 1) = $4.10^{10}$ $cm.Hz^{1/2}.W^{-1}$

§Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 4,0 mm x 4,0 mm |
| Betriebstemperatur | 77 K oder 79 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 5,6 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,3 µm |
| Widerstand | 1 ... 5 kΩ |
| Zeitkonstante | ≈ 5 ($\lesssim$ 10) µs |

# RPY 35

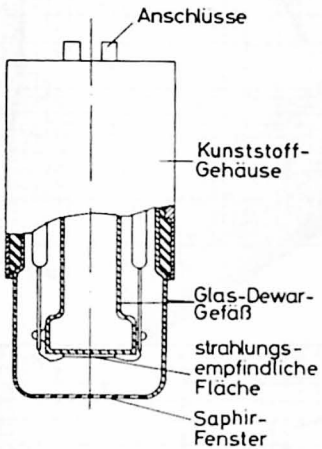
Kenndaten: (bei 77 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

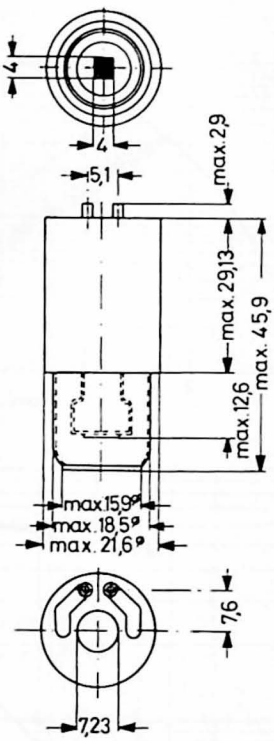
| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 5,3 µm | 3,8 ($\geqq$ 2,6) mV/µW |
| $D^*$ (5,3, 800, 1) | $4{,}0.10^{10}$ ($\geqq 3{,}6.10^{10}$) $cm.Hz^{1/2}.W^{-1}$ |
| NEP (5,3, 800, 1), Effektivwert | $1{,}0.10^{-11}$ ($\leqq 1{,}1.10^{-11}$) W |
| Signal/Rausch-Verhältnis bei I = 2 mA | 5800 ($\geqq$ 5500) |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 0,5 mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $7{,}2.10^{9}$ $cm.Hz^{1/2}.W^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $5{,}5.10^{-11}$ W |
| **Dewargefäß** | |
| Betriebszeit mit einer Füllung des Dewargefäßes | min. 10 min |
| Strahlungseinfall | von unten |
| **Miniatur-Joule-Thomson-Kühler** | |
| Betriebstemperatur bei Betrieb mit Stickstoff | 77 K |
| Betriebstemperatur bei Betrieb mit Luft | 79 K |
| Betriebsdruck | 125 ... 250 $kg/cm^2$ |

Grenzdaten: (absolute Werte)

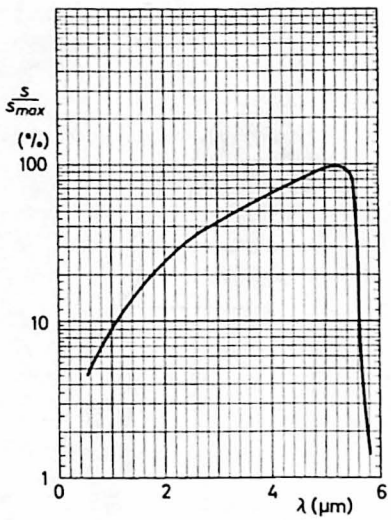
| | |
|---|---|
| max. Strom durch den Detektor bei 77 K | I = max. 10 mA |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. + 55 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. - 55 °C |

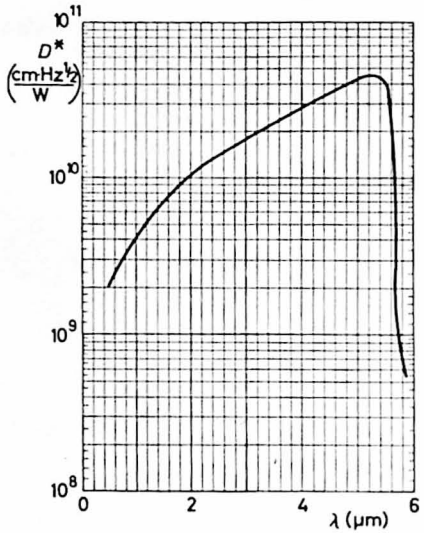
Abmessungen in mm:

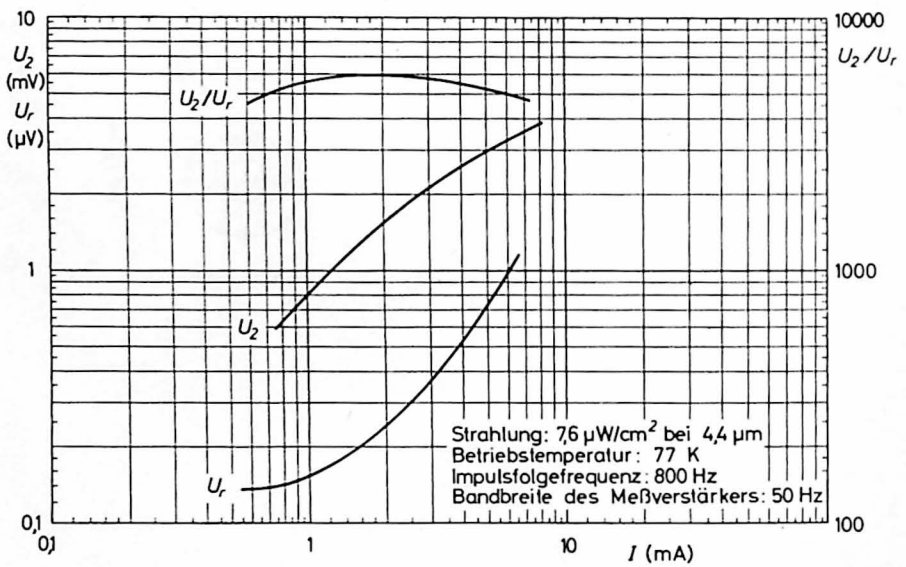


# RPY 35


S/Smax
(%)
100
10
1
0
2
4
6
λ (µm)

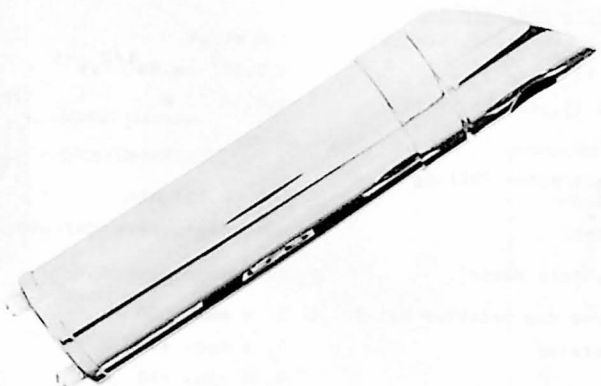

10^11
D*
(cm·Hz^1/2 / W)
10^10
10^9
10^8
0
2
4
6
λ (µm)


10
U2 (mV)
Ur (µV)
1
0,1
U2/Ur
U2
Ur
Strahlung: 7,6 µW/cm² bei 4,4 µm
Betriebstemperatur: 77 K
Impulsfolgefrequenz: 800 Hz
Bandbreite des Meßverstärkers: 50 Hz
0,1
1
10
I (mA)
10000
U2/Ur
1000
100

# RPY 36

InSb - INFRAROT-DETEKTOR
zum Betrieb bei 77 K

InSb-Fotowiderstand im Glas-Dewargefäß zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff, für Anwendungen im IR-Gebiet bis 5,6 µm, $D^*$ (5,3, 800, 1) = $2.10^{10}$ $cm.Hz^{1/2}.W^{-1}$



Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 6,0 mm x 0,5 mm |
| Betriebstemperatur | 77 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 5,6 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,3 µm |
| Widerstand | 8 ... 20 kΩ |
| Zeitkonstante | < 2,0 µs |

# RPY 36

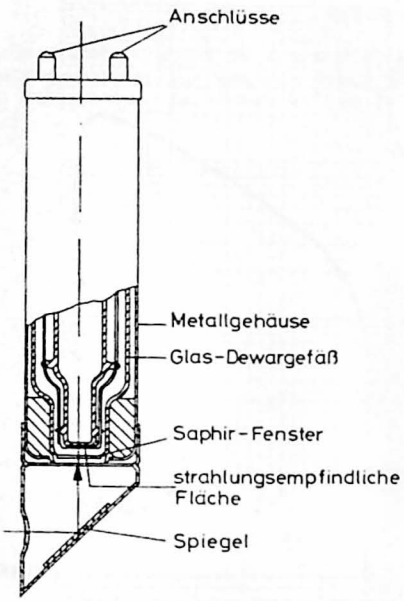
Kenndaten: (bei 77 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

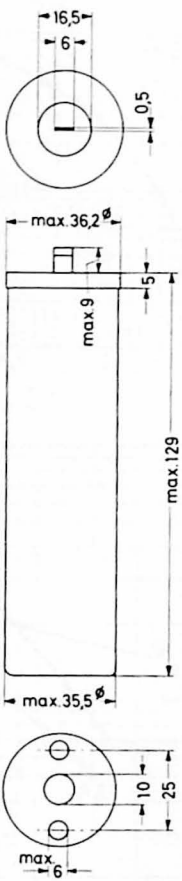
| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 5,3 µm | 5,0 ($\geq$ 2,5) mV/µW |
| $D^*$ (5,3, 800, 1) | $2{,}0.10^{10}$ ($\geq 1{,}3.10^{10}$) cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$ |
| NEP ( 5,3, 800, 1), Effektivwert | $8{,}5.10^{-12}$ ($\leq 13.10^{-12}$) W |
| Signal/Rausch-Verhältnis bei I = 1,5 mA | 1300 ($\geq$ 850) |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 1,0 mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $3{,}5.10^{9}$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $5{,}0.10^{-11}$ W |
| **Dewargefäß** | |
| Betriebszeit mit einer Füllung des Dewargefäßes | 100 ($\geq$ 75) min |
| Strahlungseinfall | von unten, über Umlenkspiegel |

Grenzdaten: (absolute Werte)

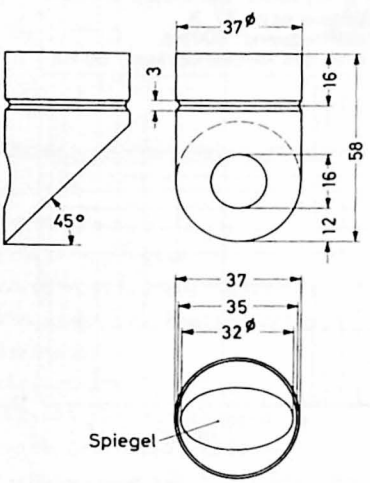
| | |
|---|---|
| max. Strom durch den Detektor bei 77 K | I = max. 30 mA |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. +55 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. -55 °C |

Abmessungen in mm:

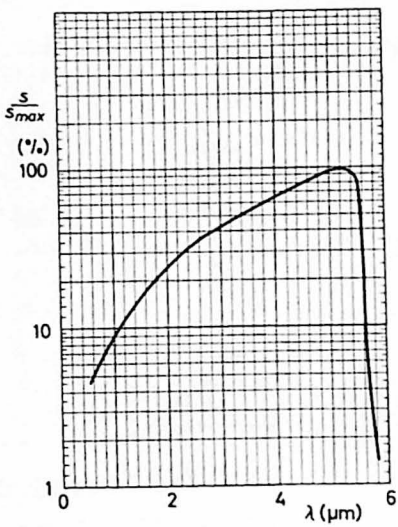


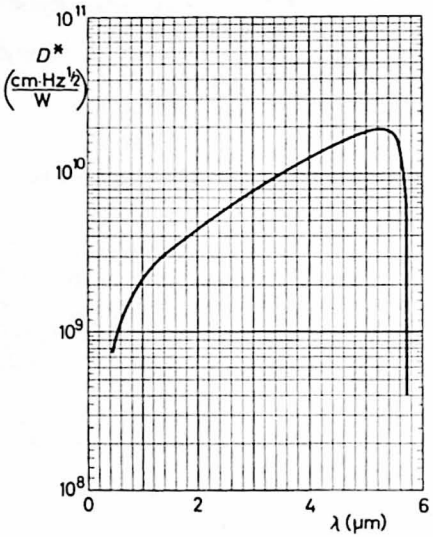



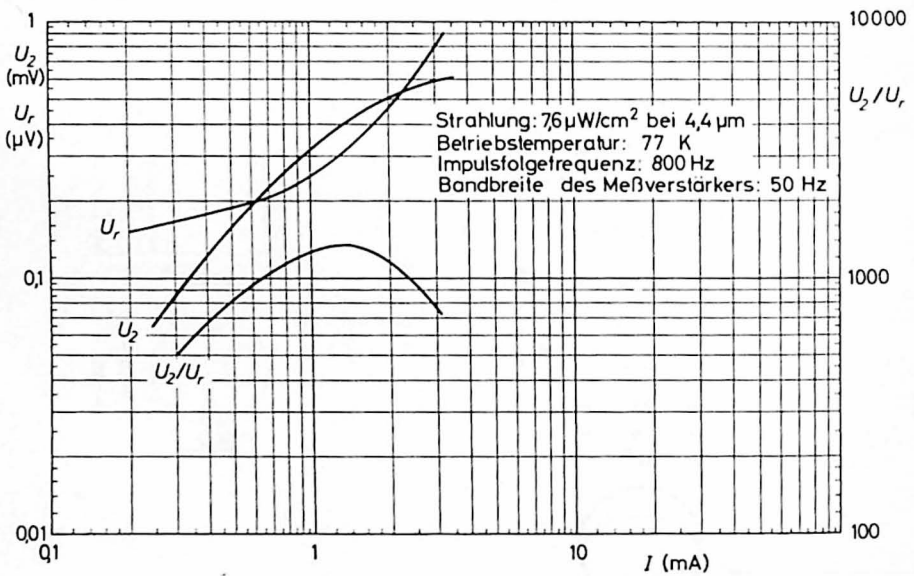

abnehmbare Kappe mit Spiegel



# RPY 36


$\frac{S}{S_{max}}$
(%)
100
10
1
0
2
4
6
λ (μm)


$10^{11}$
$D^*$
$\left(\frac{cm \cdot Hz^{1/2}}{W}\right)$
$10^{10}$
$10^9$
$10^8$
0
2
4
6
λ (μm)

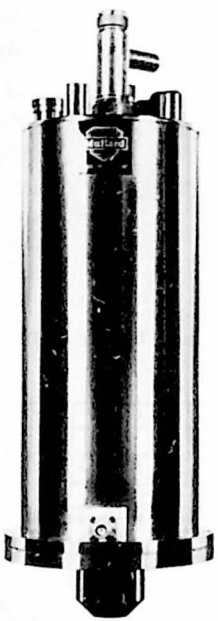

1
$U_2$ (mV)
$U_r$ (μV)
0,1
0,01
0,1
1
10
I (mA)
10000
$U_2/U_r$
1000
100
Strahlung: 7,6 μW/cm² bei 4,4 μm
Betriebstemperatur: 77 K
Impulsfolgefrequenz: 800 Hz
Bandbreite des Meßverstärkers: 50 Hz
$U_r$
$U_2$
$U_2/U_r$

# RPY 37

Ge:Cu - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 4,2 K

**Ge:Cu-Fotowiderstand in einem Stahlkryostat mit vergütetem Germaniumfenster und Doppeldewar zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff und flüssiges Helium, für Anwendungen im IR-Gebiet bis 25 µm, $D^*$ (15, 800, 1) $\geq 10^{10}$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$**



Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Kupferdotiertes Germanium |
| Abmessungen | 6,0 mm x 1,0 mm |
| Betriebstemperatur | 4,2 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | 2 ... 25 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 15 µm |
| Widerstand | 15 ... 240 kΩ |
| Zeitkonstante | $\leq$ 1 µs |
| Kapazität der Zuleitungen | < 10 pF |
| Bereich des Detektorstromes | 1 ... 5 mA |
| Rauschspannung bei f = 1 kHz, B = 1 Hz | $1.10^{-7}$ V/$\sqrt{\text{Hz}}$ |

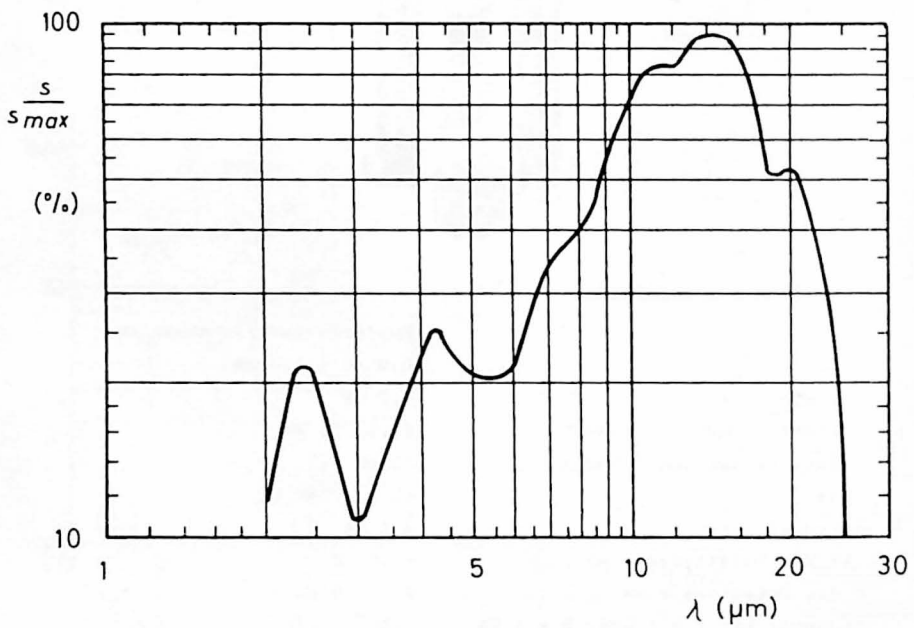
# RPY 37

Kenndaten: (bei 4,2 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| $D^*$ (15, 800, 1) | $\geq 1{,}0.10^{10}$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$ |
| NEP (15, 800, 1), Effektivwert | $\leq 2{,}4.10^{-11}$ W |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 0,75 mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $\geq 6{,}0.10^{9}$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $\leq 4{,}0.10^{-11}$ W |
| **Kryostat** | |
| Füllvolumen des Stickstoff-Dewars | 1000 cm$^3$ |
| Füllvolumen des Helium-Dewars | 700 cm$^3$ |
| Betriebszeit mit einer Füllung | min. 7 Stunden |
| Strahlungseinfall | von unten |
| Gesichtsfeldwinkel (FOV) | 60° |

Grenzdaten: (absolute Werte)

max. Strom durch den Detektor bei 4,2 K I = max. 50 mA



Gewicht:

leer 3,5 kg

gefüllt 4,5 kg

Zubehör:

Zusammen mit dem Detektor wird folgendes Zubehör geliefert:

ein Siphon-Adapter, bestehend aus einem T-Stück und einer Rohrverbindung zu einem evtl. einzusetzenden Helium-Auffanggefäß (max. Rohrdurchmesser 10 mm) mit den zugehörigen O-Ring-Dichtungen

zwei 1/4" Hoke-Übergangsstücke

ein BNC-Koaxialstecker mit 1 m Anschlußleitung

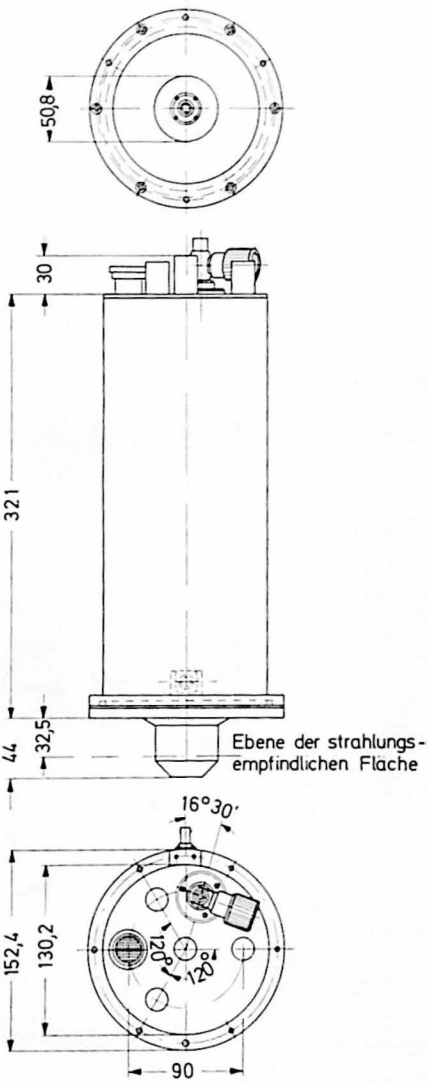
ein Edwards- 1/2" -Anschlußstück

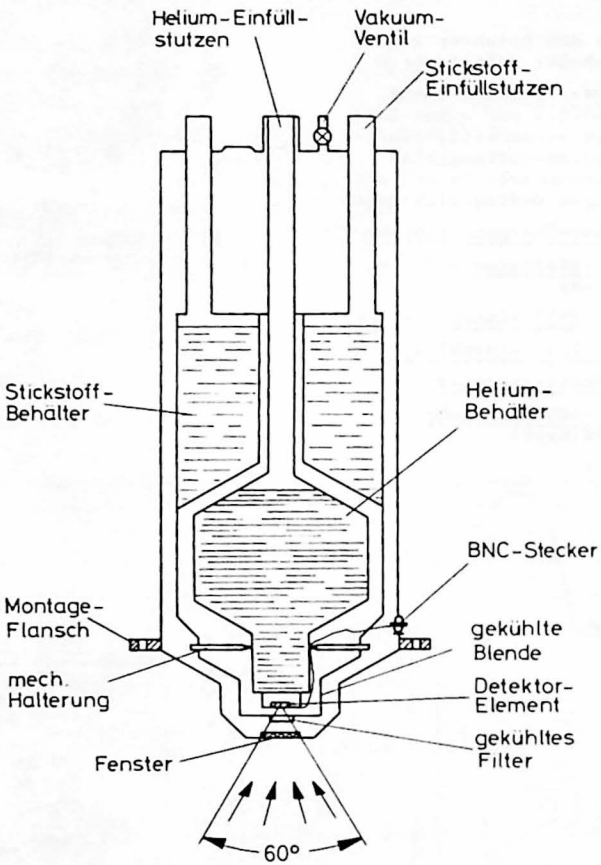
ein Edwards- 1/4" -Anschlußstück

zwei 1/4" Ventil-Anschlußstücke

sechs 2 B.A.-Imbusschrauben mit passendem Schlüssel

Abmessungen in mm:



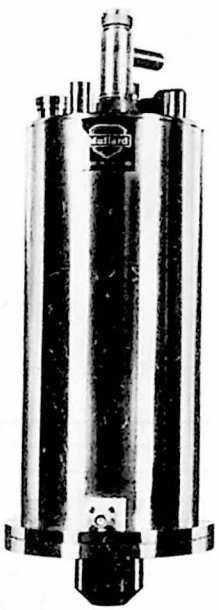

Helium-Einfüll-
stutzen
Vakuum-
Ventil
Stickstoff-
Einfüllstutzen
Stickstoff-
Behälter
Helium-
Behälter
BNC-Stecker
Montage-
Flansch
gekühlte
Blende
mech.
Halterung
Detektor-
Element
gekühltes
Filter
Fenster
60°

# RPY 40

Ge:Cu - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 4,2 K

**Ge:Cu-Fotowiderstand in einem Stahlkryostat mit vergütetem Germaniumfenster und Doppeldewar zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff und flüssiges Helium, für Anwendungen im IR-Gebiet bis 25 µm, $D^*$ (15, 800, 1) $\geq 10^{10}$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$**



Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Kupferdotiertes Germanium |
| Abmessungen | 4,0 mm x 4,0 mm |
| Betriebstemperatur | 4,2 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | 2 ... 25 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 15 µm |
| Widerstand | 2,5 ... 40 kΩ |
| Zeitkonstante | $\leq$ 1 µs |
| Kapazität der Zuleitungen | < 10 pF |
| Bereich des Detektorstroms | 1 ... 5 mA |
| Rauschspannung bei f = 1 kHz, B = 1 Hz | $1.10^{-7}$ V/$\sqrt{\text{Hz}}$ |

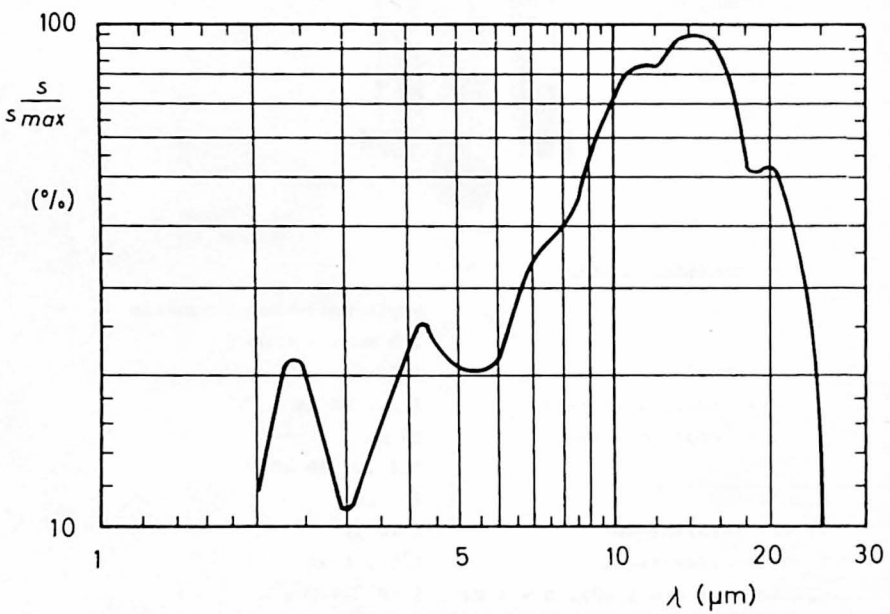
# RPY 40

Kenndaten: (bei 4,2 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| $D^*$ (15, 800, 1) | $\geq 1{,}0.10^{10}$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$ |
| NEP (15, 800, 1), Effektivwert | $\leq 4{,}0.10^{-11}$ W |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 0,5 mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $\geq 6{,}0.10^{9}$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $\leq 6{,}6.10^{-11}$ W |
| **Kryostat** | |
| Füllvolumen des Stickstoff-Dewars | 1000 cm$^3$ |
| Füllvolumen des Helium-Dewars | 700 cm$^3$ |
| Betriebszeit mit einer Füllung | min. 7 Stunden |
| Strahlungseinfall | von unten |
| Gesichtsfeldwinkel (FOV) | 60° |

Grenzdaten: (absolute Werte)

max. Strom durch den Detektor bei 4,2 K I = max. 50 mA



Gewicht:

leer 3,5 kg

gefüllt 4,5 kg

Zubehör:

Zusammen mit dem Detektor wird folgendes Zubehör geliefert:

ein Siphon-Adapter, bestehend aus einem T-Stück und einer Rohrverbindung zu einem evtl. einzusetzenden Helium-Auffanggefäß (max. Rohrdurchmesser 10 mm) mit den dazugehörigen O-Ring-Dichtungen

zwei 1/4" Hoke-Übergangsstücke

ein BNC-Koaxialstecker mit 1 m Anschlußleitung

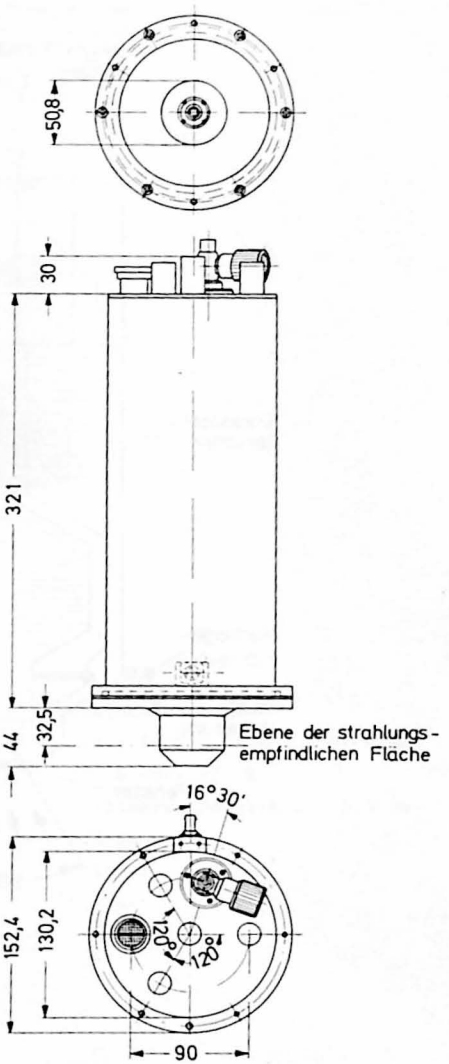
ein Edwards- 1/2" -Anschlußstück

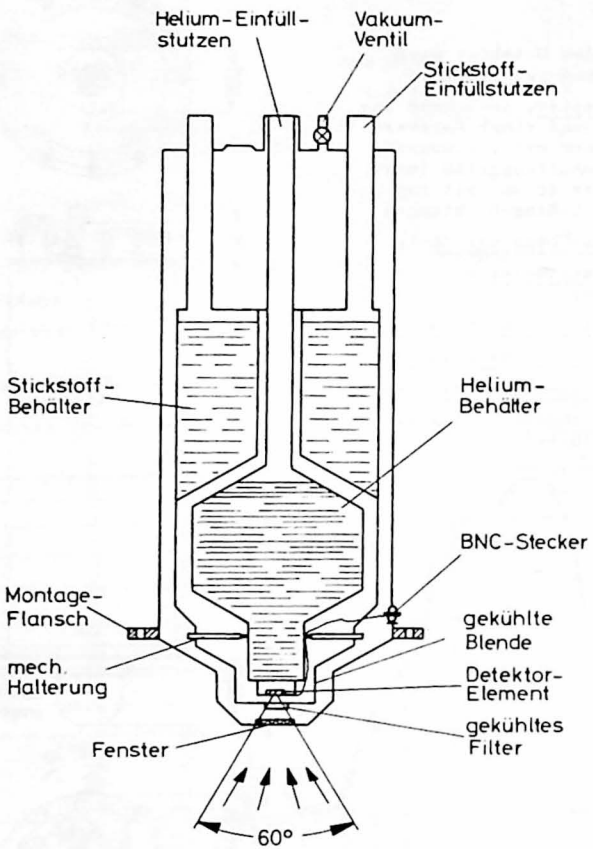
ein Edwards- 1/4" -Anschlußstück

zwei 1/4" Ventil-Anschlußstücke

sechs 2 B.A.-Imbusschrauben mit passendem Schlüssel

Abmessungen in mm:




Helium-Einfüll-
stutzen
Vakuum-
Ventil
Stickstoff-
Einfüllstutzen
Stickstoff-
Behälter
Helium-
Behälter
BNC-Stecker
Montage-
Flansch
gekühlte
Blende
mech.
Halterung
Detektor-
Element
gekühltes
Filter
Fenster
60°

# RPY 51

InSb - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 77 K

InSb-Fotowiderstand im Glas-Dewargefäß zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff oder einen Miniatur-Joule-Thomson-Kühler,
für Anwendungen im IR-Gebiet bis 5,6 µm, $D^*$ (5,3, 800, 1) = $9 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 0,5 ± 0,05 mm x 0,5 ± 0,05 mm |
| Betriebstemperatur | 77 K oder 79 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 5,6 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,3 µm |
| Widerstand | 1,2 ... 3,5 kΩ |
| Zeitkonstante | < 4 µs |

# RPY 51

Kenndaten: (bei 77 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

Betrieb mit monochromatischer Strahlung

| | |
|---|---|
| Empfindlichkeit bei 5,3 µm | 45 mV/µW |
| $D^*$ (5,3, 800, 1) | $9{,}0 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (5,3, 800, 1), Effektivwert | $6{,}0 \cdot 10^{-13}$ W |
| Signal/Rausch-Verhältnis | $\geqq$ 400 |

Betrieb mit Schwarzem Strahler

| | |
|---|---|
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 9 ($\geqq$ 5) mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $1{,}75 \cdot 10^{10}$ ($\geqq 1{,}25 \cdot 10^{10}$) cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $2{,}9 \cdot 10^{-12}$ ($\leqq 4{,}0 \cdot 10^{-12}$) W |

Dewargefäß

| | |
|---|---|
| Betriebszeit mit einer Füllung des Dewars | min. 8 min |
| Strahlungseinfall | von unten |
| Gesichtsfeldwinkel (FOV) | 80° |

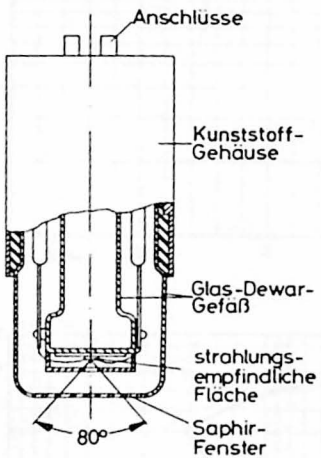
Miniatur-Joule-Thomson-Kühler

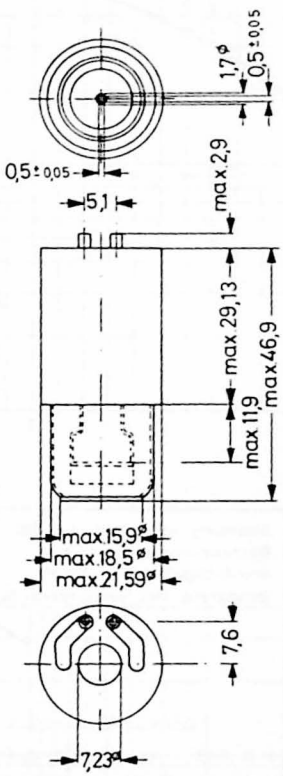
| | |
|---|---|
| Betriebstemperatur bei Betrieb mit Stickstoff | 77 K |
| Betriebstemperatur bei Betrieb mit Luft | 79 K |
| Betriebsdruck | 125...250 kg/cm$^2$ |

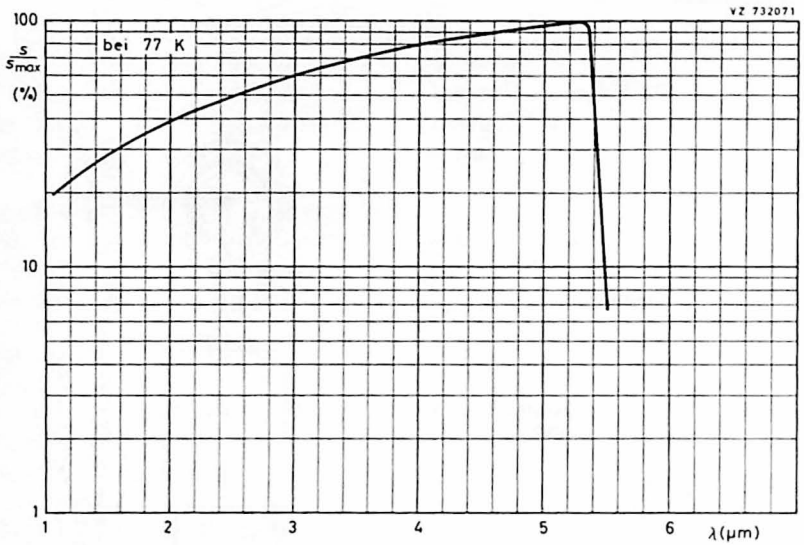
Grenzdaten: (absolute Werte)

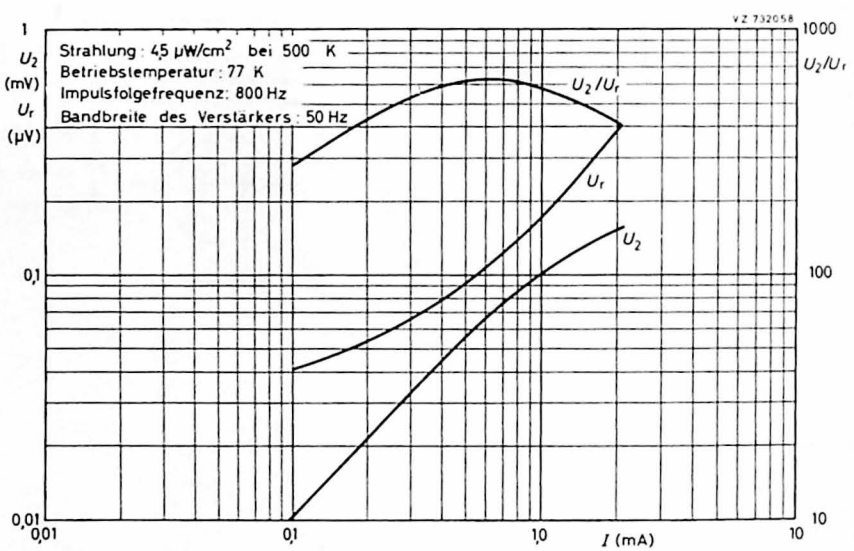
| | |
|---|---|
| Strom durch den Detektor bei 77 K | I = max. 5 mA |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. +55 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. -55 °C |

Abmessungen in mm:




VZ 732071
100
$\frac{S}{S_{max}}$
(%)
bei 77 K
10
1
1
2
3
4
5
6
λ(μm)


VZ 732058
1
$U_2$
(mV)
$U_r$
(μV)
Strahlung: 4,5 μW/cm² bei 500 K
Betriebstemperatur: 77 K
Impulsfolgefrequenz: 800 Hz
Bandbreite des Verstärkers: 50 Hz
$U_2/U_r$
$U_r$
$U_2$
0,1
0,01
0,01
0,1
1,0
10
I (mA)
1000
$U_2/U_r$
100
10

# RPY 52

InSb - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 77 K

InSb-Fotowiderstand im Glas-Dewargefäß zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff oder einen Miniatur-Joule-Thomson-Kühler, für Anwendungen im IR-Gebiet bis 5,6 µm, $D^*$ (5,3, 800, 1) = $5 \cdot 10^{10}$ $cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 0,5 ± 0,05 mm x 0,5 ± 0,05 mm |
| Betriebstemperatur | 77 K oder 79 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 5,6 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,3 µm |
| Widerstand | 1,2 ...3,5 kΩ |
| Zeitkonstante | < 4 µs |

# RPY 52

Kenndaten: (bei 77 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

Betrieb mit monochromatischer Strahlung

| | |
|---|---|
| Empfindlichkeit bei 5,3 µm | 45 mV/µW |
| $D^*$ (5,3, 800, 1) | $5 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (5,3, 800, 1), Effektivwert | $10 \cdot 10^{-13}$ W |
| Signal/Rausch-Verhältnis | $\geq$ 240 |

Betrieb mit Schwarzem Strahler

| | |
|---|---|
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 9 ($\geq$ 5) mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $1 \cdot 10^{10}$ ($\geq 7{,}5 \cdot 10^{9}$) cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $5{,}0 \cdot 10^{-12}$ ($\leq 6{,}7 \cdot 10^{-12}$) W |

Dewargefäß

| | |
|---|---|
| Betriebszeit mit einer Füllung des Dewars | min. 8 min |
| Strahlungseinfall | von unten |
| Gesichtsfeldwinkel (FOV) | 80° |

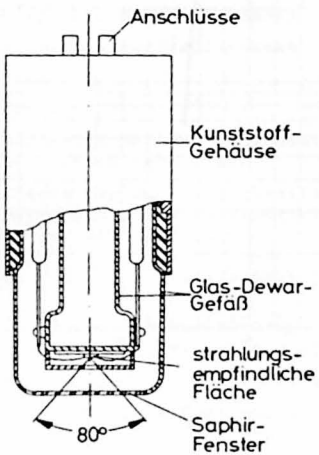
Miniatur-Joule-Thomson-Kühler

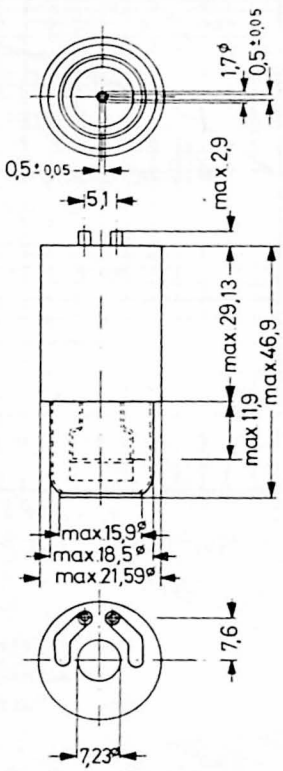
| | |
|---|---|
| Betriebstemperatur bei Betrieb mit Stickstoff | 77 K |
| Betriebstemperatur bei Betrieb mit Luft | 79 K |
| Betriebsdruck | 125...250 kg/cm$^2$ |

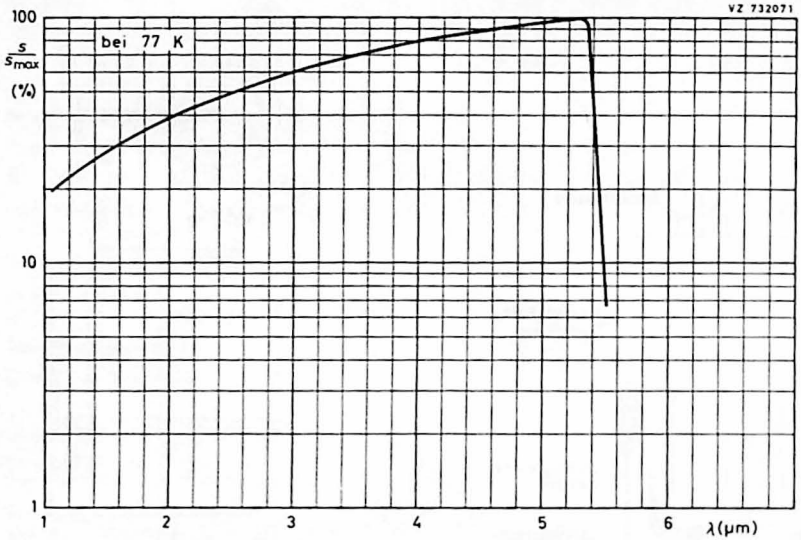
Grenzdaten: (absolute Werte)

| | |
|---|---|
| Strom durch den Detektor bei 77 K | I = max. 5 mA |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. +55 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. -55 °C |

Abmessungen in mm:




VZ 732071
bei 77 K
100
10
1
S/Smax (%)
1
2
3
4
5
6
λ(µm)

# RPY 56

InSb - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 77 K

InSb-Fotowiderstand mit einer kreisringförmigen strahlungsempfindlichen Fläche, mit einem Glasdewargefäß zur Kühlung durch flüssigen Stickstoff oder einen Miniatur-Joule-Thomson-Kühler,
für Anwendungen im IR-Gebiet bis 5,6 µm, $D^*$ (500, 800, 1) $\geq 4.10^9$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | Innen-Ø 5 mm, Außen-Ø 8 mm |
| Betriebstemperatur | 77 K oder 79 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 5,6 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,3 µm |
| Widerstand | 130 ... 350 Ω |
| Zeitkonstante | 4 ... 8 µs |
| Gleichmäßigkeit der Empfindlichkeit über die empfindliche Fläche | |
| Verhältnis der Empfindlichkeiten bei Beleuchtung der empfindlichen Fläche in zwei Hälften | < 1,3 : 1 |

Kenndaten: (bei 77 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

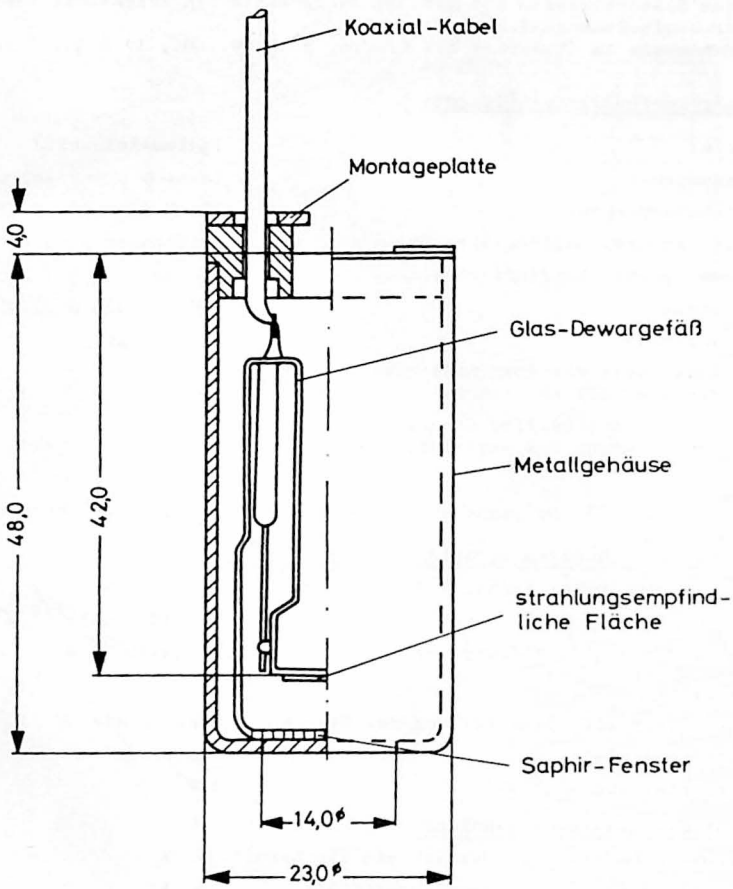
| | |
|---|---|
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | $\geq$ 60 µV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $\geq 4.10^9$ cm.Hz$^{1/2}$.W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $\leq 1{,}4.10^{-10}$ W |
| **Dewargefäß** | |
| Betriebszeit mit einer Füllung des Dewars | min. 10 min |
| Strahlungseinfall | von unten |
| Gesichtsfeldwinkel (FOV) | 130° |
| **Miniatur-Joule-Thomson-Kühler** | |
| Betriebstemperatur bei Betrieb mit Stickstoff | 77 K |
| Betriebstemperatur bei Betrieb mit Luft | 79 K |
| Betriebsdruck | 125 ... 250 kg/cm$^2$ |

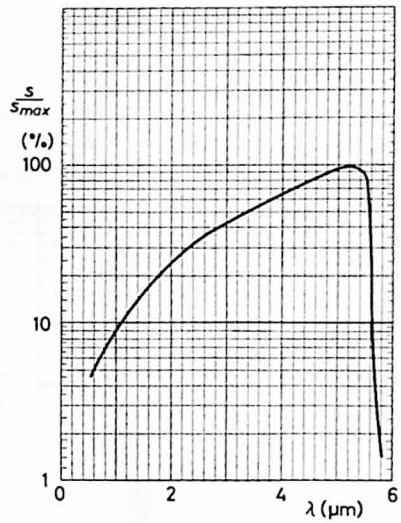
Grenzdaten: (absolute Werte)

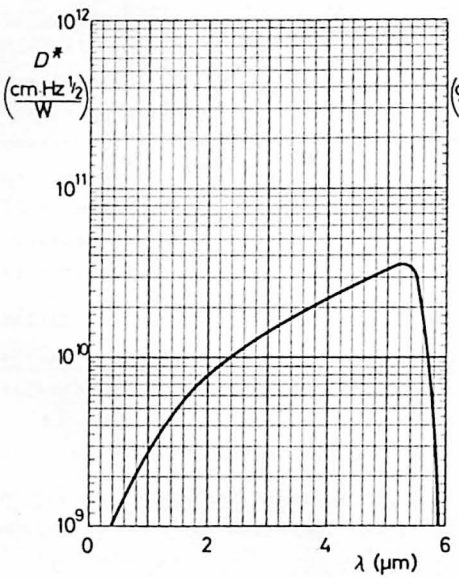
| | |
|---|---|
| max. Strom durch den Detektor bei 77 K | I = max. 10 mA |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. +55 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. -55 °C |

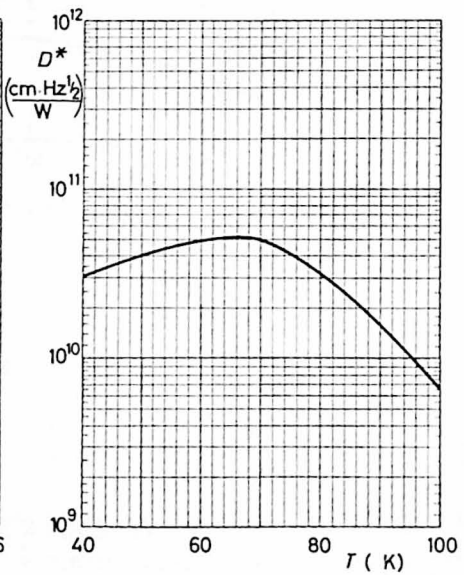
# RPY 56

Abmessungen in mm:

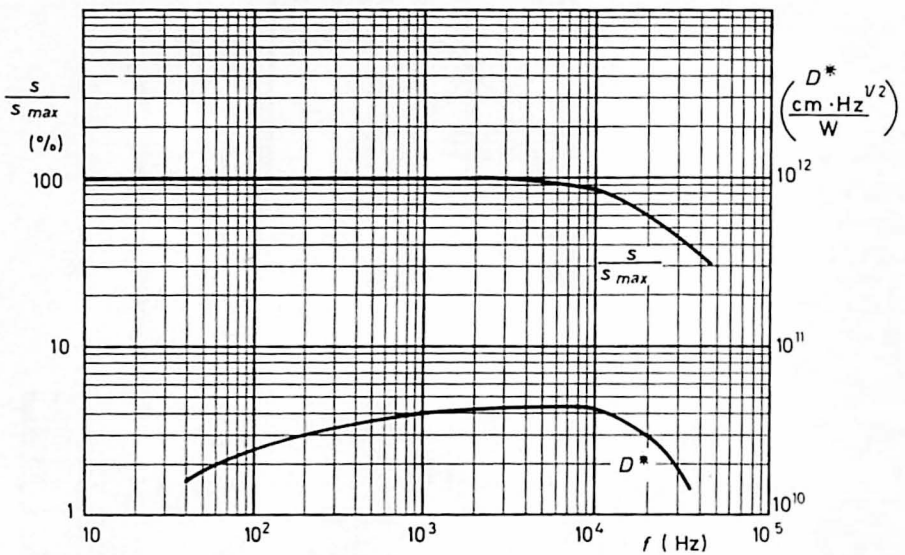



S/Smax
(%)
100
10
1
0
2
4
6
λ (μm)


10^12
D*
(cm·Hz^1/2 / W)
10^11
10^10
10^9
0
2
4
6
λ (μm)


10^12
D*
(cm·Hz^1/2 / W)
10^11
10^10
10^9
40
60
80
100
T ( K)

# RPY 56


S / S max (%)
100
10
1
10
10²
10³
10⁴
10⁵
f ( Hz)
S / S max
D*
(D* / cm·Hz^½/W)
10¹²
10¹¹
10¹⁰

# RPY 57

PbS-INFRAROT-DETEKTOR
zum Betrieb bei 295 K

PbS-Fotowiderstand mit einer kreisringförmigen strahlungsempfindlichen Fläche in einem Metallgehäuse mit Fenster aus Pyrexglas,
für Anwendungen im IR-Gebiet bis 3,5 µm, $D^*$ (2,0, 800, 1) = $5 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Bleisulfid, aufgedampft |
| Abmessungen | Innen-Ø 5 mm, Außen-Ø 8 mm |
| Betriebstemperatur | 295 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ... 3,5 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 2,0...2,3 µm |
| Widerstand | 200...800 kΩ |
| Zeitkonstante | ≈ 200 µs |
| Gesichtsfeldwinkel (FOV) | 120° |

Kenndaten: (bei 295 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

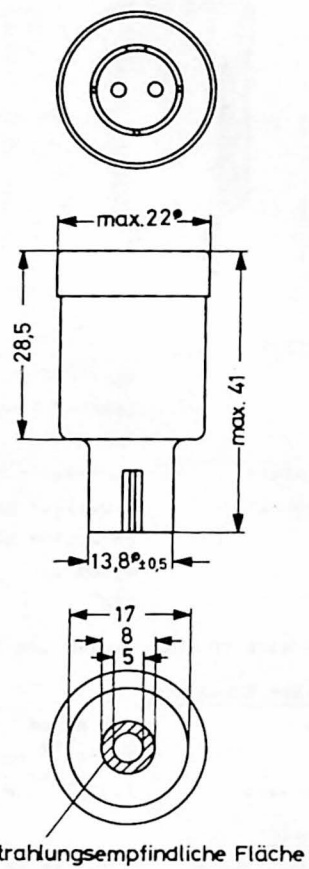
| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 2,0 µm | 100 mV/µW |
| $D^*$ (2,0, 800, 1) | $5{,}0 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (2,0, 800, 1), Effektivwert | $1{,}0 \cdot 10^{-11}$ W |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbtemp. 500 K | ≧ 0,5 mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | ≧ $2{,}0 \cdot 10^{8}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | ≦ $2{,}8 \cdot 10^{-9}$ W |

# RPY 57

Grenzdaten: (absolute Werte)

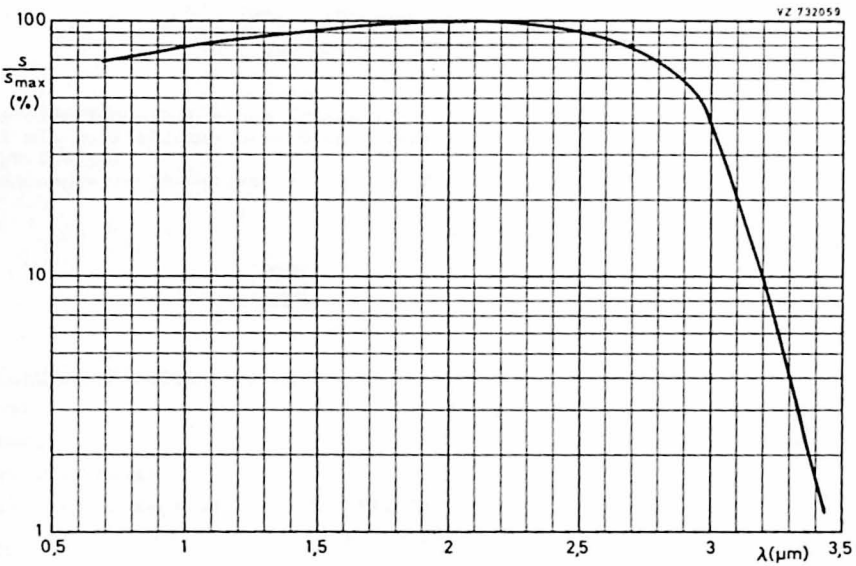
| | | |
|---|---|---|
| Betriebsspannung | $U_B$ | = max. 250 V |
| max. Strom durch den Detektor | I | = max. 500 µA |
| Lagerungs- und Betriebstemperatur | $\vartheta_U$, $\vartheta_S$ | = max. +60 °C |
| | $\vartheta_U$, $\vartheta_S$ | = min. -55 °C |

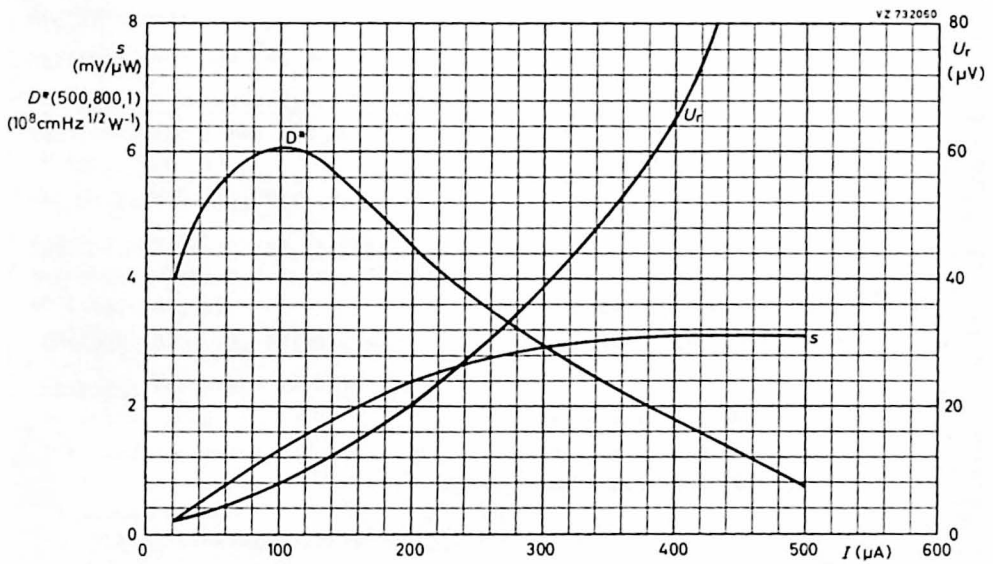
Abmessungen in mm:




Zubehör:

Fassung L 789/CS


VZ 732059
100
s / s max (%)
10
1
0,5
1
1,5
2
2,5
3
λ(μm)
3,5


VZ 732060
8
s (mV/μW)
D*(500,800,1) (10⁸cmHz^1/2W^-1)
6
4
2
0
D*
Ur
s
80
Ur (μV)
60
40
20
0
0
100
200
300
400
500
I (μA)
600

# RPY 75
# RPY 75 A

PbS - INFRAROT-DETEKTOREN

zum Betrieb bei 295 °K

PbS-Fotowiderstände auf einem Träger geschützt durch ein Fenster,
RPY 75 A mit zusätzlichem Germanium-Filter zur Absorption von Strahlung unterhalb 1,5 µm,
für Anwendungen im IR-Gebiet bis 2,8 µm, $D^*$ (2,0, 800, 1) = $2 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | | |
|---|---|---|
| Material | | Bleisulfid, chemisch gefällt |
| Abmessungen | | 1 mm x 1 mm |
| Betriebstemperatur | | 295 °K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | RPY 75: | sichtbarer Bereich ... 2,8 µm |
| | RPY 75 A: | 1,5 ... 2,8 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | | 1,5 ... 2,1 µm |
| Widerstand | | 200 ... 1000 kΩ |
| Zeitkonstante | | 250 ($\leqq$ 400) µs |

Kenndaten: (bei 295 °K, Ruhestrom 100 µA)

| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 2,0 µm | 500 mV/µW |
| $D^*$ (2,0, 800, 1) | $2{,}0 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (2,0, 800, 1), Effektivwert | $5{,}0 \cdot 10^{-12}$ W |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 °K | 5,0 ($\geqq$ 1,0) mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $2{,}0 \cdot 10^{8}$ ($\geqq 1{,}0 \cdot 10^{8}$) cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $5{,}0 \cdot 10^{-10}$ ($\leqq 1{,}0 \cdot 10^{-9}$) W |

Grenzdaten: (absolute Werte)

| | |
|---|---|
| Verlustleistung | P = max. 20 mW [1] |
| Umgebungstemperatur | $\vartheta_U$ = min. -20 °C [2] |
| | $\vartheta_U$ = max. +50 °C [2] |

[1]) bei Gleichspannungsbetrieb

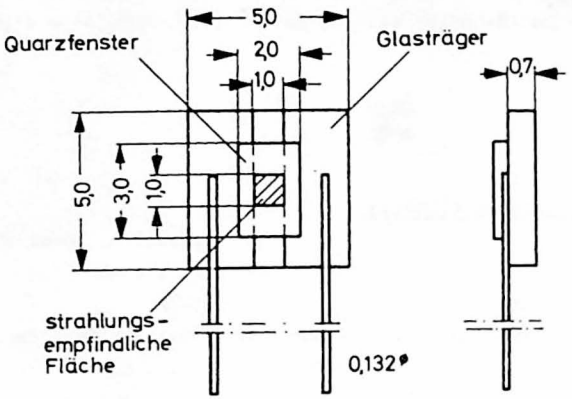
[2]) bei Lagerung und Betrieb

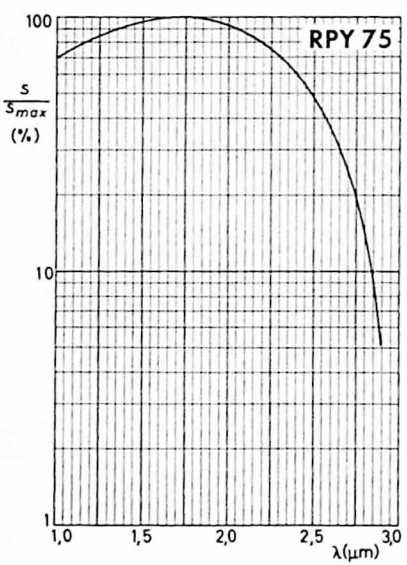
# RPY 75
# RPY 75A

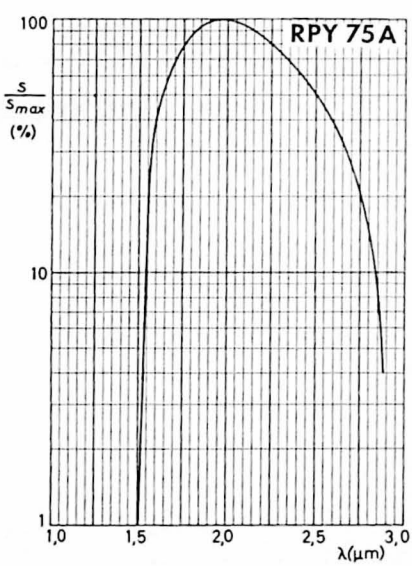
Abmessungen in mm:

Das Bauelement kann direkt in die Schaltung eingelötet werden; zur Vermeidung einer Überhitzung des Detektorelements wird die Verwendung einer Wärmeableitung empfohlen.

Biegestellen an den Anschlußdrähten müssen min. 1,5 mm vom Quarzträger entfernt sein.



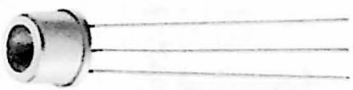



# RPY 76
# RPY 76A

PbS - INFRAROT-DETEKTOREN

zum Betrieb bei 295 K

PbS-Fotowiderstände in einem modifizierten TO-5-Gehäuse (mit Quarzfenster), RPY 76 A mit zusätzlichem Germanium-Filter zur Absorption von Strahlung unterhalb 1,5 µm,
für Anwendungen im IR-Gebiet bis 2,8 µm, $D^*$ (2,0, 800, 1) = $2 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$



Strahlungsempfindliches Element:

| | | |
|---|---|---|
| Material | | Bleisulfid, chemisch gefällt |
| Abmessungen | | 1 mm x 1 mm |
| Betriebstemperatur | | 295 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | RPY 76: | sichtbarer Bereich ... 2,8 µm |
| | RPY 76 A: | 1,5 ... 2,8 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | | 1,5 ... 2,1 µm |
| Widerstand | | 200 ... 1000 kΩ |
| Zeitkonstante | | 250 ($\leqq$ 400) µs |

Kenndaten: (bei 295 K, Ruhestrom 100 µA)

| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 2,0 µm | 500 mV/µW |
| $D^*$ (2,0, 800, 1) | $2{,}0 \cdot 10^{10}$ cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (2,0, 800, 1), Effektivwert | $5{,}0 \cdot 10^{-12}$ W |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 5,0 ($\geqq$ 1,0) mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $2{,}0 \cdot 10^{8}$ ($\geqq 1{,}0 \cdot 10^{8}$) cm·Hz$^{1/2}$·W$^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $5{,}0 \cdot 10^{-10}$ ($\leqq 1{,}0 \cdot 10^{-9}$) W |

Grenzdaten: (absolute Werte)

| | |
|---|---|
| Verlustleistung | P = max. 20 mW [1] |
| Umgebungstemperatur | $\vartheta_U$ = min. -20 °C [2] |
| | $\vartheta_U$ = max. +50 °C [2] |

[1]) bei Gleichspannungsbetrieb

[2]) bei Lagerung und Betrieb

# RPY 76
# RPY 76A

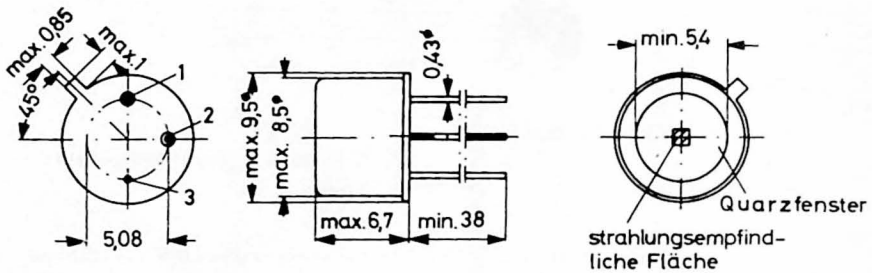
Abmessungen in mm:

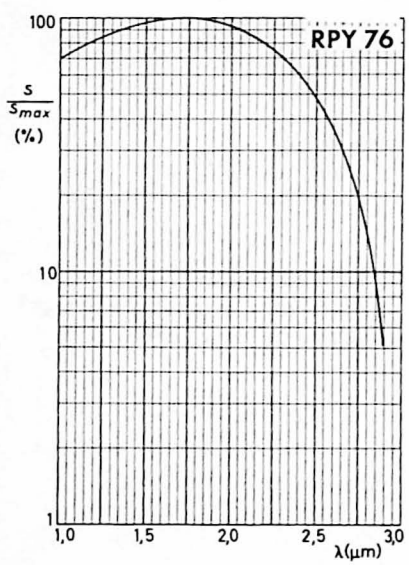
Das Bauelement kann direkt in die Schaltung eingelötet werden; zur Vermeidung einer Überhitzung des Detektorelements wird die Verwendung einer Wärmeableitung empfohlen.

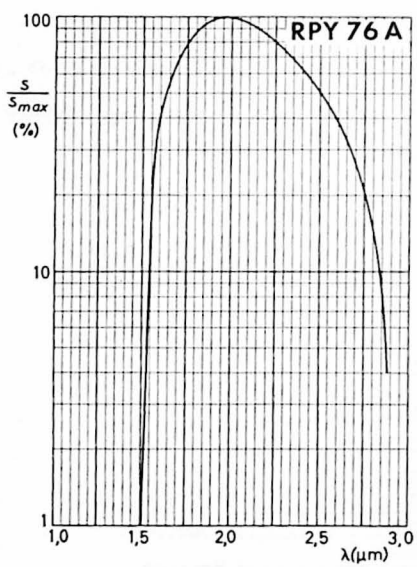
Biegestellen an den Anschlußdrähten müssen min. 1,5 mm vom Gehäuseboden entfernt sein.

Anschluß 1 und 2: Detektorzuleitungen

Anschluß 3: mit dem Metallgehäuse verbunden



# RPY 77
# RPY 78

InSb - INFRAROT-DETEKTOREN

zum Betrieb bei 295 K

InSb-Fotowiderstände mit strahlungsempfindlichem Element in Labyrinth-Struktur, RPY 77 ohne Fenster, RPY 78 mit Saphir-Fenster, für Anwendungen im IR-Gebiet bis 7,0 µm, $D^*$ (6,0, 800, 1) = $1{,}5 \cdot 10^8$ cm·$H^{1/2}$·$W^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 2 mm x 2 mm |
| Gesichtsfeldwinkel (FOV) | $120^\circ$ ($\geqq 100^\circ$) |
| Betriebstemperatur | 295 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | |
| RPY 77 | sichtbarer Bereich ...7,5 µm |
| RPY 78 | sichtbarer Bereich ...7,0 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,0...6,5 µm |
| Widerstand | 650 (500...1500) Ω |
| Zeitkonstante | $\leqq$ 0,1 µs |

Kenndaten: (bei 295 K)

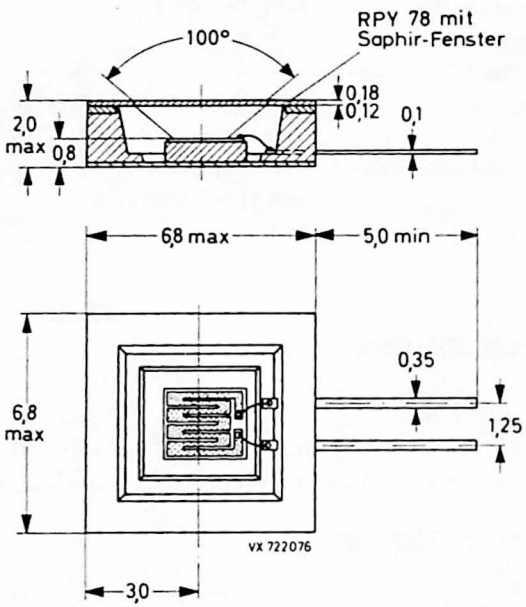
| | RPY 77 | RPY 78 | |
|---|---|---|---|
| Betrieb mit monochromatischer Strahlung | | | |
| Empfindlichkeit bei 6,0 µm | 5,0($\geqq$3,5) | 5,0($\geqq$3,3) | V/W |
| $D^*$ (6,0, 800, 1) | $1{,}5(\geqq 1{,}0)\cdot 10^8$ | $1{,}5(\geqq 0{,}95)\cdot 10^8$ | cm·$Hz^{1/2}$·$W^{-1}$ |
| NEP (6,0, 800, 1), Effektivwert | $1{,}3(\leqq 2{,}0)\cdot 10^{-9}$ | $1{,}3(\leqq 2{,}1)\cdot 10^{-9}$ | W |
| Betrieb mit Schwarzem Strahler | | | |
| Empfindlichkeit bei Farbtemp. 500 K | 1,7($\geqq$1,2) | 1,7($\geqq$1,1) | V/W |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $7{,}0(\geqq 3{,}2)\cdot 10^7$ | $7{,}0(\geqq 3{,}0)\cdot 10^7$ | cm·$Hz^{1/2}$·$W^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1) | $4{,}0(\leqq 7{,}0)\cdot 10^{-9}$ | $4{,}0(\leqq 7{,}0)\cdot 10^{-9}$ | W |

Grenzdaten: (absolute Werte)

| | |
|---|---|
| max. Strom durch den Detektor bei 295 K | I = max. 25 mA |
| Umgebungstemperatur bei Betrieb | $\vartheta_U$ = max. +70 °C |
| | $\vartheta_U$ = min. -55 °C |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. +70 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. -55 °C |

Abmessungen in mm:

Gehäuse SOT-15 modifiziert



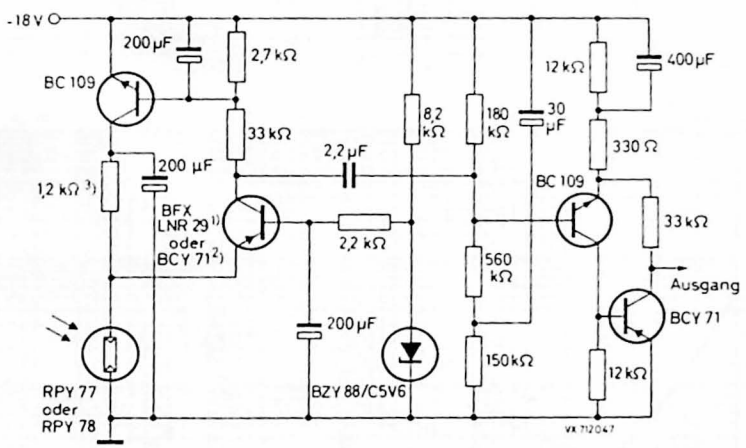
# RPY 77
# RPY 78

Diese Detektoren sind für einen Betrieb bei normalen Umgebungsbedingungen entwickelt worden. Es stehen je eine Ausführung mit und ohne Saphir-Fenster zur Verfügung. Die fensterlose Ausführung bietet ein etwas günstigeres Betriebsverhalten, dagegen eignet sich die Ausführung mit Saphir-Fenster für den Einsatz unter härteren Umgebungsbedingungen, z.B. hoher Luftfeuchtigkeit u.ä. Das sehr dünne Fenster verursacht dabei nur unwesentliche Abweichungen in der spektralen Empfindlichkeit.

Aufgrund der Labyrinth-Struktur des strahlungsempfindlichen Elementes haben diese Detektoren einen verhältnismäßig höheren Widerstand als entsprechend flächengleiche andere Detektoren. Sie können deshalb direkt an einen Transistorverstärker angepaßt werden und ermöglichen Breitbandbetrieb mit voller Ausnutzung der sehr kurzen Zeitkonstanten.

Zur Erzielung optimaler Empfindlichkeit empfiehlt es sich, die Detektoren bei möglichst hoher Verlustleistung zu betreiben. Dies kann durch Verwendung einer geeigneten Wärmeableitung erreicht werden.

Die folgende Abbildung zeigt eine empfohlene Verstärkerschaltung in Verbindung mit diesen Detektoren.

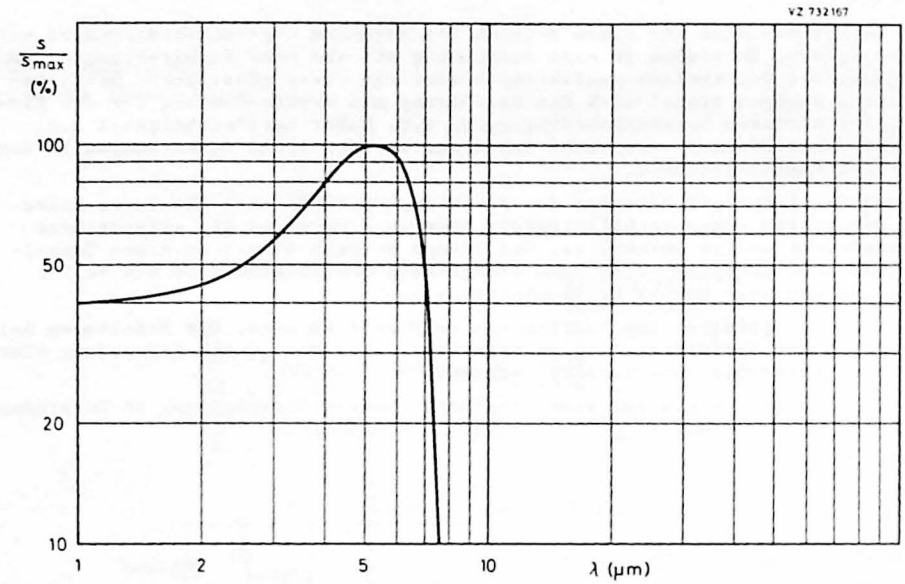


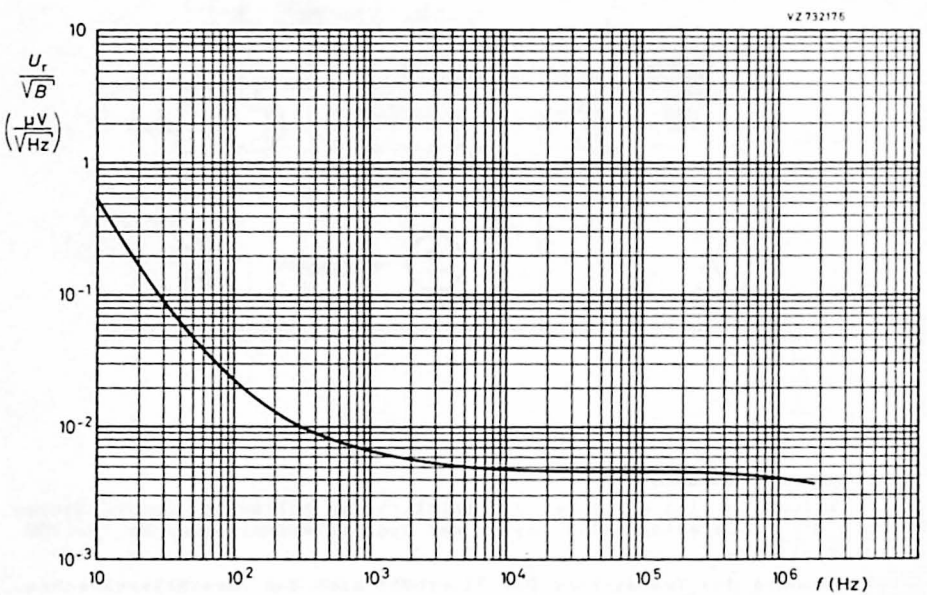

1) Dieser Transistor ist als Zubehör erhältlich und sollte bei Bedarf zusammen mit dem IR-Detektor unter Angabe der Spezifikationsnummer RS 70.1906 bestellt werden.

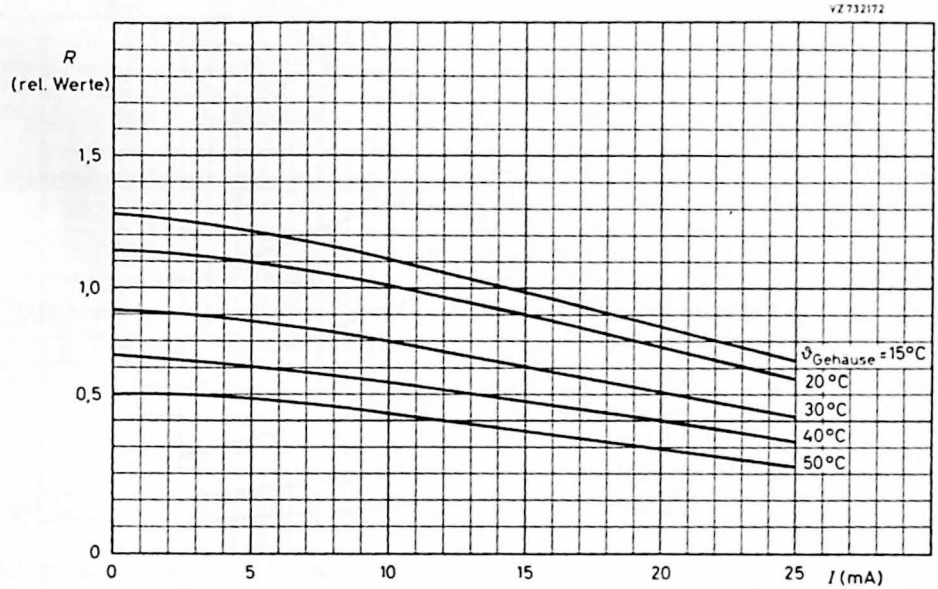
2) Bei Verwendung des Transistors BCY 71 erhöht sich das Verstärkerrauschen.

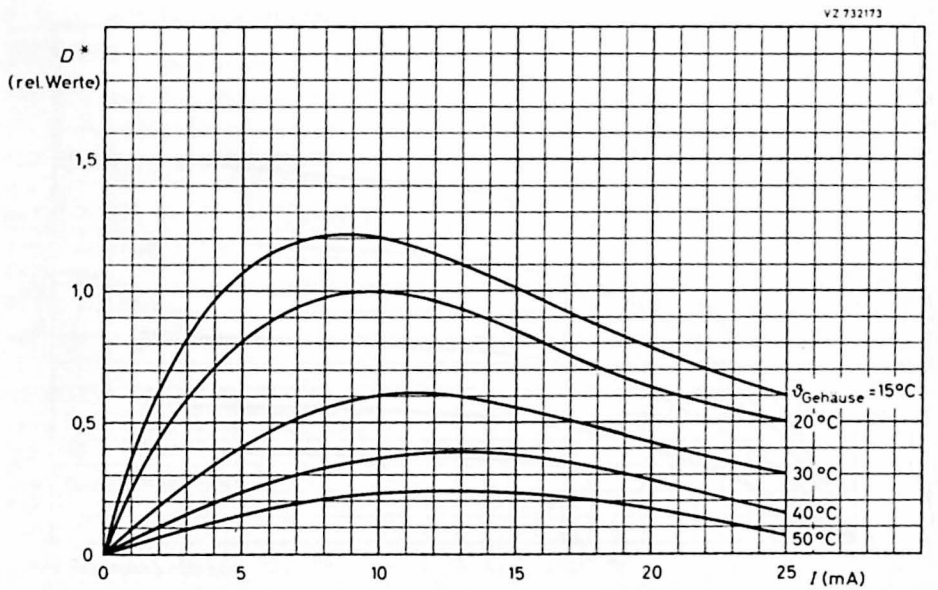
3) Drahtwiderstand

# RPY 77
# RPY 78

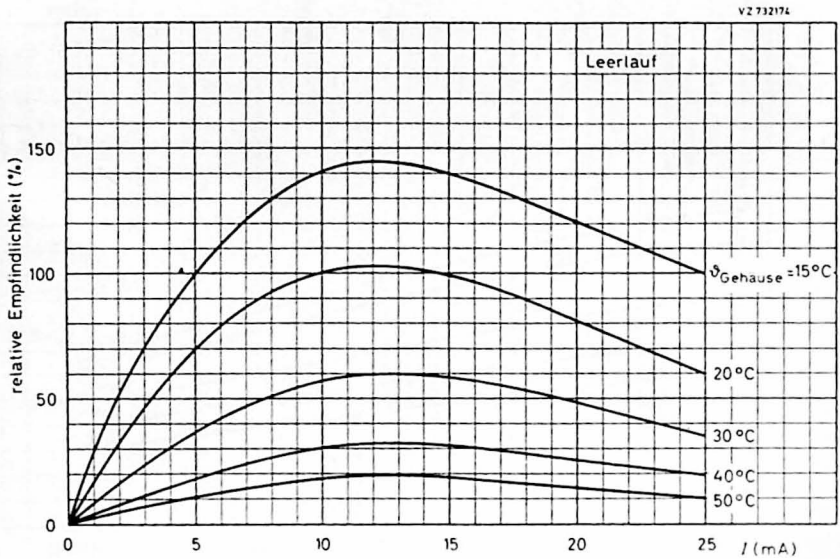

VZ 732167
S / Smax (%)
100
50
20
10
1
2
5
10
λ (μm)

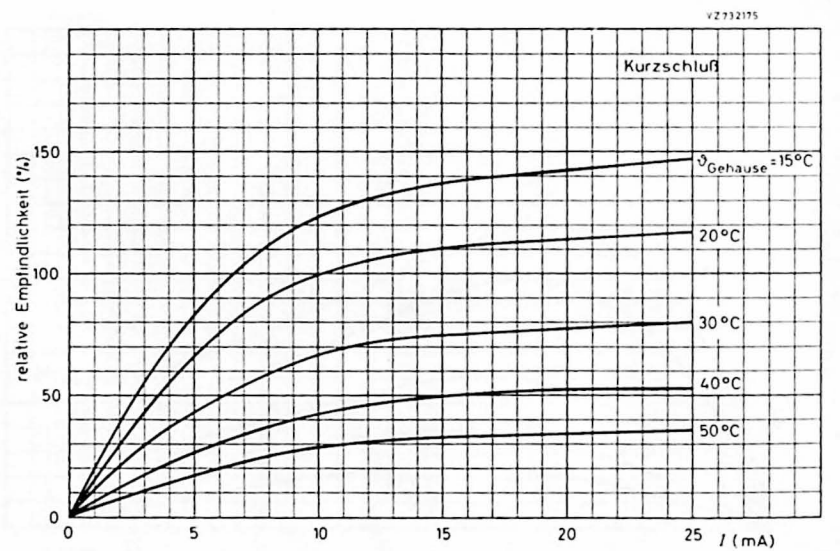

VZ 732175
Ur / √B (μV/√Hz)
10
1
10-1
10-2
10-3
10
10²
10³
10⁴
10⁵
10⁶
f (Hz)


VZ 732172
R
(rel. Werte)
1,5
1,0
0,5
0
0
5
10
15
20
25
I (mA)
ϑGehäuse = 15°C
20 °C
30 °C
40 °C
50 °C


VZ 732173
D*
(rel. Werte)
1,5
1,0
0,5
0
0
5
10
15
20
25
I (mA)
ϑGehäuse = 15°C
20 °C
30 °C
40 °C
50 °C

# RPY 77
# RPY 78


VZ 732174
Leerlauf
relative Empfindlichkeit (%)
150
100
50
0
0
5
10
15
20
25
I (mA)
ϑGehäuse =15°C
20°C
30°C
40°C
50°C


VZ 732175
Kurzschluß
relative Empfindlichkeit (%)
150
100
50
0
0
5
10
15
20
25
I (mA)
ϑGehäuse =15°C
20°C
30°C
40°C
50°C

# RPY 79
# RPY 80

InSb - INFRAROT-DETEKTOREN

zum Betrieb bei 295 K

InSb-Fotowiderstände mit strahlungsempfindlichem Element in Labyrinth-Struktur,
RPY 79 ohne Fenster, RPY 80 mit Saphir-Fenster,
für Anwendungen im IR-Gebiet bis 7,0 µm, $D^*$ (6,0, 800, 1) = $1{,}5 \cdot 10^8$ cm·$H^{1/2}$·$W^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element:

| | |
|---|---|
| Material | Indium-Antimonid |
| Abmessungen | 1 mm x 1 mm |
| Gesichtsfeldwinkel (FOV) | $120^\circ$ ($\geqq 100^\circ$) |
| Betriebstemperatur | 295 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | |
| RPY 79 | sichtbarer Bereich ...7,5 µm |
| RPY 80 | sichtbarer Bereich ...7,0 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 5,0...6,5 µm |
| Widerstand | 200 (100...300) Ω |
| Zeitkonstante | $\leqq$ 0,1 µs |

Kenndaten: (bei 295 K)

| | RPY 79 | RPY 80 | |
|---|---|---|---|
| Betrieb mit monochromatischer Strahlung | | | |
| Empfindlichkeit bei 6,0 µm | 5,0($\geqq$3,5) | 5,0($\geqq$3,3) | V/W |
| $D^*$ (6,0, 800, 1) | 1,5($\geqq$1,0)·$10^8$ | 1,5($\geqq$0,95)·$10^8$ | cm·$Hz^{1/2}$·$W^{-1}$ |
| NEP (6,0, 800, 1), Effektivwert | 0,7($\leqq$2,0)·$10^{-9}$ | 0,7($\leqq$2,1)·$10^{-9}$ | W |
| Betrieb mit Schwarzem Strahler | | | |
| Empfindlichkeit bei Farbtemp. 500 K | 1,7($\geqq$1,2) | 1,7($\geqq$1,1) | V/W |
| $D^*$ (500, 800, 1) | 7,0($\geqq$3,2)·$10^7$ | 7,0($\geqq$3,0)·$10^7$ | cm·$Hz^{1/2}$·$W^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1) | 4,0($\leqq$7,0)·$10^{-9}$ | 4,0($\leqq$7,0)·$10^{-9}$ | W |

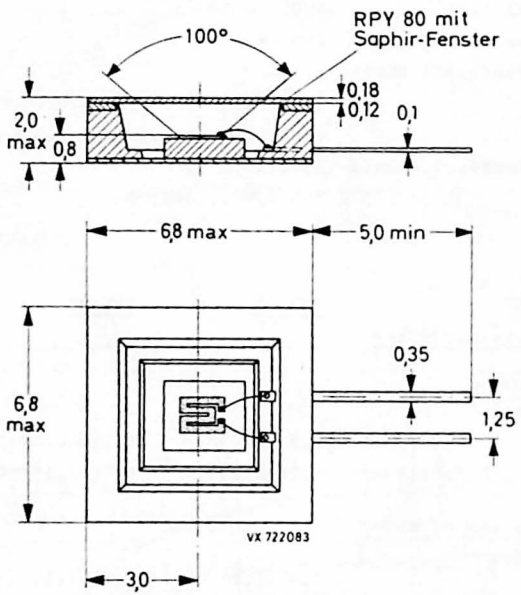
Grenzdaten: (absolute Werte)

| | |
|---|---|
| max. Strom durch den Detektor bei 295 K | I = max. 25 mA |
| Umgebungstemperatur bei Betrieb | $\vartheta_U$ = max. +70 °C |
| | $\vartheta_U$ = min. -55 °C |
| Lagerungstemperatur | $\vartheta_S$ = max. +70 °C |
| | $\vartheta_S$ = min. -55 °C |

# RPY 79
# RPY 80

Abmessungen in mm:

Gehäuse SOT-15 modifiziert



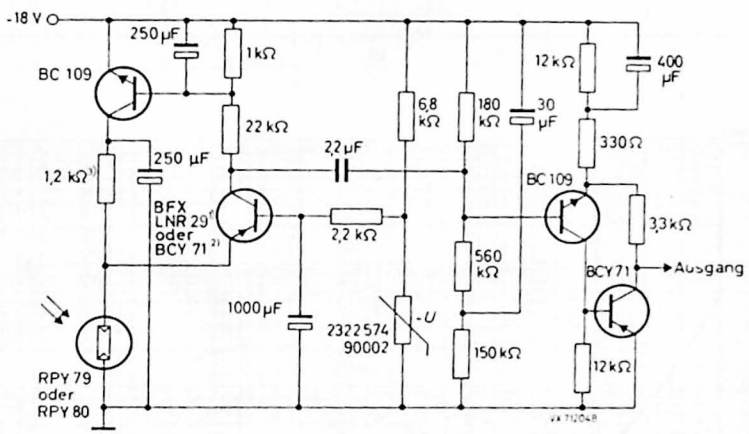
# RPY 79
# RPY 80

Diese Detektoren sind für einen Betrieb bei normalen Umgebungsbedingungen entwickelt worden. Es stehen je eine Ausführung mit und ohne Saphir-Fenster zur Verfügung. Die fensterlose Ausführung bietet ein etwas günstigeres Betriebsverhalten, dagegen eignet sich die Ausführung mit Saphir-Fenster für den Einsatz unter härteren Umgebungsbedingungen, z.B. hoher Luftfeuchtigkeit u.ä. Das sehr dünne Fenster verursacht dabei nur unwesentliche Abweichungen in der spektralen Empfindlichkeit.

Aufgrund der Labyrinth-Struktur des strahlungsempfindlichen Elementes haben diese Detektoren einen verhältnismäßig höheren Widerstand als entsprechend flächengleiche andere Detektoren. Sie können deshalb direkt an einen Transistorverstärker angepaßt werden und ermöglichen Breitbandbetrieb mit voller Ausnutzung der sehr kurzen Zeitkonstanten.

Zur Erzielung optimaler Empfindlichkeit empfiehlt es sich, die Detektoren bei möglichst hoher Verlustleistung zu betreiben. Dies kann durch Verwendung einer geeigneten Wärmeableitung erreicht werden.

Die folgende Abbildung zeigt eine empfohlene Verstärkerschaltung in Verbindung mit diesen Detektoren.

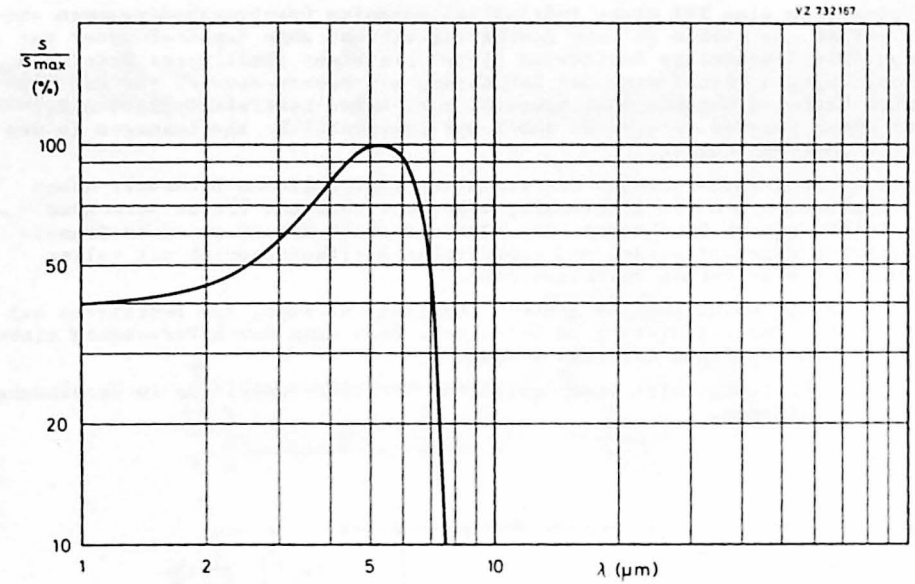


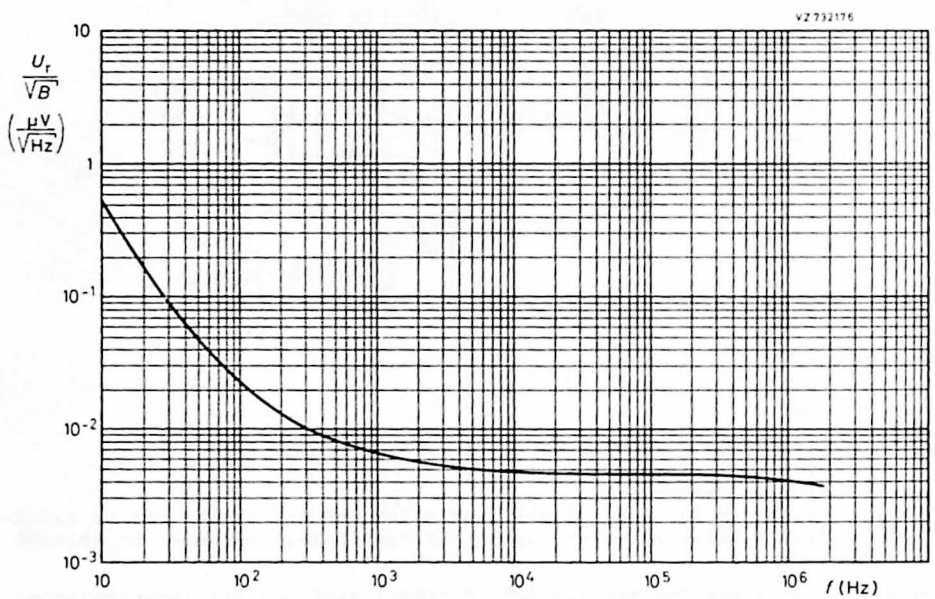

1) Dieser Transistor ist als Zubehör erhältlich und sollte bei Bedarf zusammen mit dem IR-Detektor unter Angabe der Spezifikationsnummer RS 70.1906 bestellt werden.

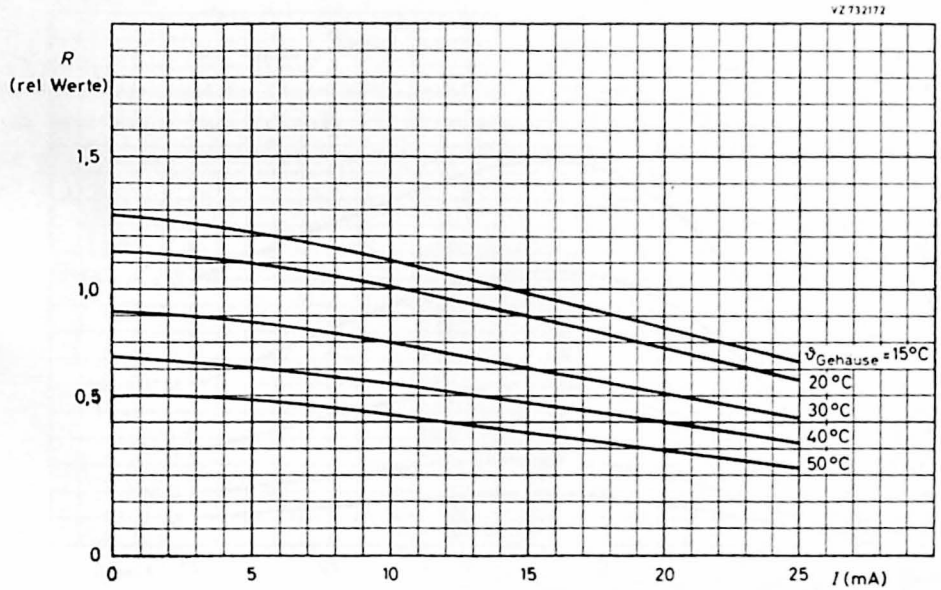
2) Bei Verwendung des Transistors BCY 71 erhöht sich das Verstärkerrauschen.

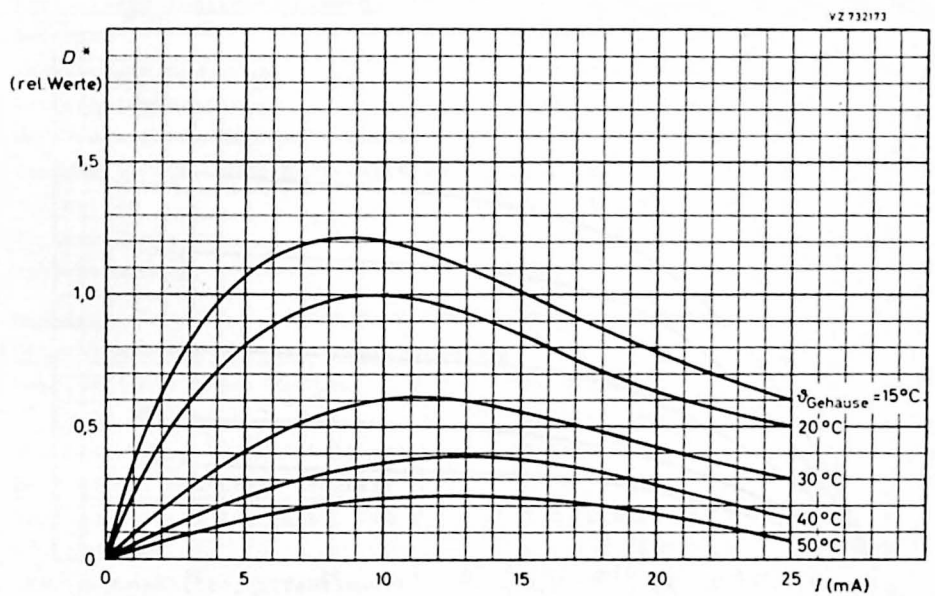
3) Drahtwiderstand

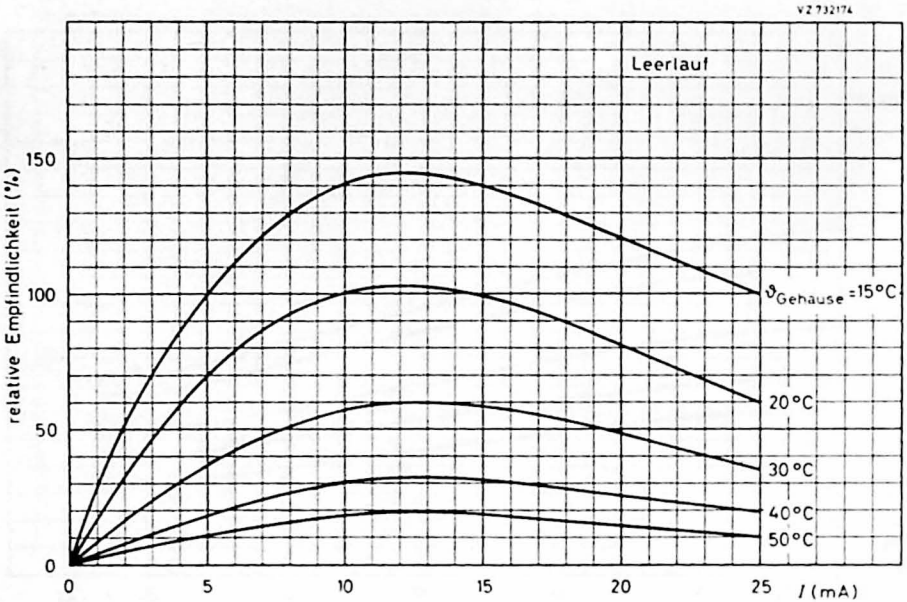
# RPY 79
# RPY 80

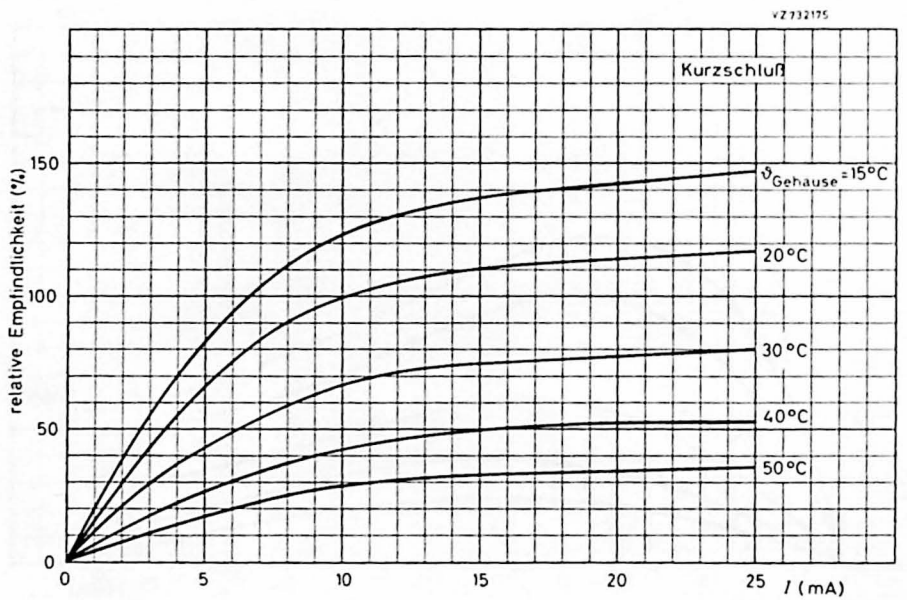

VZ 732167
S/Smax (%)
100
50
20
10
1
2
5
10
λ (μm)


VZ 732176
Ur/√B (μV/√Hz)
10
1
10-1
10-2
10-3
10
10²
10³
10⁴
10⁵
10⁶
f (Hz)


VZ 732172
R
(rel Werte)
1,5
1,0
0,5
0
0
5
10
15
20
25
I (mA)
ϑGehäuse = 15°C
20 °C
30 °C
40 °C
50 °C


VZ 732173
D*
(rel Werte)
1,5
1,0
0,5
0
0
5
10
15
20
25
I (mA)
ϑGehäuse = 15°C
20 °C
30 °C
40 °C
50 °C


VZ 732174
Leerlauf
relative Empfindlichkeit (%)
150
100
50
0
0
5
10
15
20
25
I (mA)
ϑGehäuse =15°C
20°C
30°C
40°C
50°C


VZ 732175
Kurzschluß
relative Empfindlichkeit (%)
150
100
50
0
0
5
10
15
20
25
I (mA)
ϑGehäuse =15°C
20°C
30°C
40°C
50°C

PbS - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 295 K
bzw. gekühlt bis 195 K

PbS-Fotowiderstand in einem Metallgehäuse mit Fenster aus Pyrexglas, eine Ausführung ohne Gehäuse als Glas-Dewargefäß ist lieferbar, für Anwendungen IR-Gebiet bis 3,5 µm, $D^*(2{,}0,\ 800,\ 1) = 4 \cdot 10^{10}\ cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element: (bei 295 K)

| | |
|---|---|
| Material | Bleisulfid, aufgedampft |
| Abmessungen | 6,0 mm x 6,0 mm |
| Betriebstemperatur | 295 K bzw. bis 195 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ...3,5 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit bei | 2,2 µm |
| Widerstand | 1,5 (1...4) MΩ |
| Zeitkonstante | ≈ 100 µs |
| Rauschspannung | 8,5 µV |

Kenndaten: (bei 295 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 2,0 µm | 80 mV/µW |
| $D^*$ (2,0, 800, 1) | $4{,}0 \cdot 10^{10}\ cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$ |
| NEP (2,0, 800, 1), Effektivwert | $1{,}5 \cdot 10^{-11}$ W |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 1,3 ($\geqq$ 0,2) mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $6{,}5 \cdot 10^{8}$ ($\geqq 2{,}0 \cdot 10^{8}$) $cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $9{,}2 \cdot 10^{-10}$ ($\leqq 3{,}0 \cdot 10^{-9}$) W |

# 61 SV

Grenzdaten: (absolute Werte)

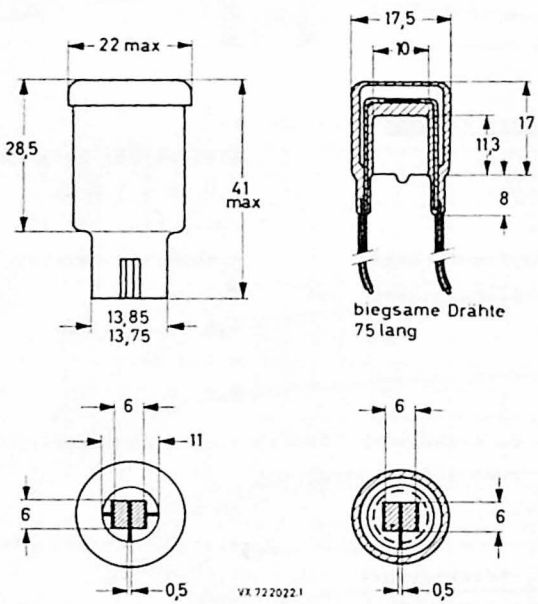
| | | | |
|---|---|---|---|
| Betriebsspannung | $U_B$ | = max. | 250 V |
| max. Strom durch den Detektor | I | = max. | 0,5 mA |
| Lagerungs- und Betriebstemperatur | $\vartheta_U$, $\vartheta_S$ | = max. | +60 °C |
| für ungekühlte Version | $\vartheta_U$, $\vartheta_S$ | = min. | -55 °C |
| für gekühlte Version | $\vartheta_U$, $\vartheta_S$ | = min. | -80 °C |

Abmessungen in mm:

ungekühlte Version
in Metallgehäuse

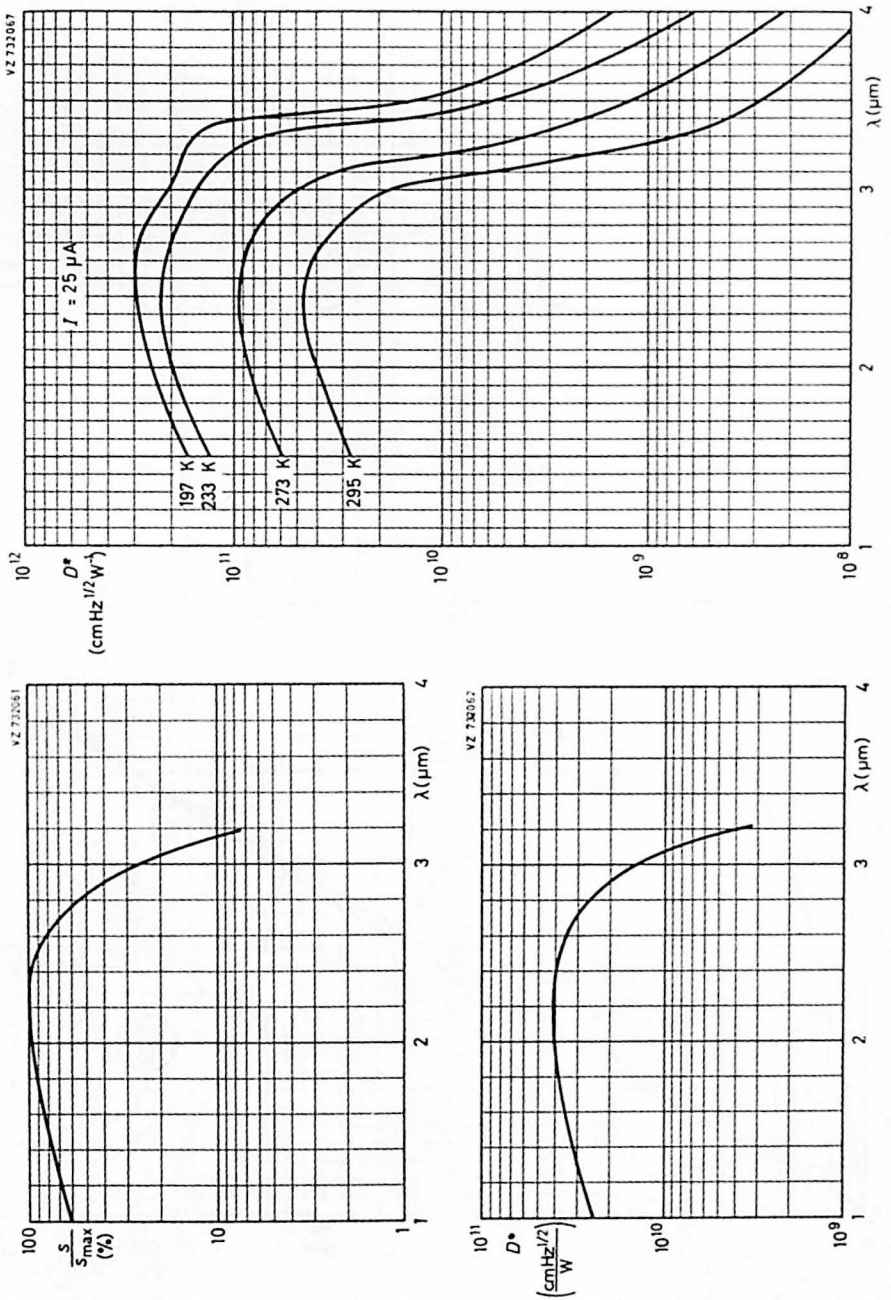
gekühlte Version
im Glas-Dewargefäß

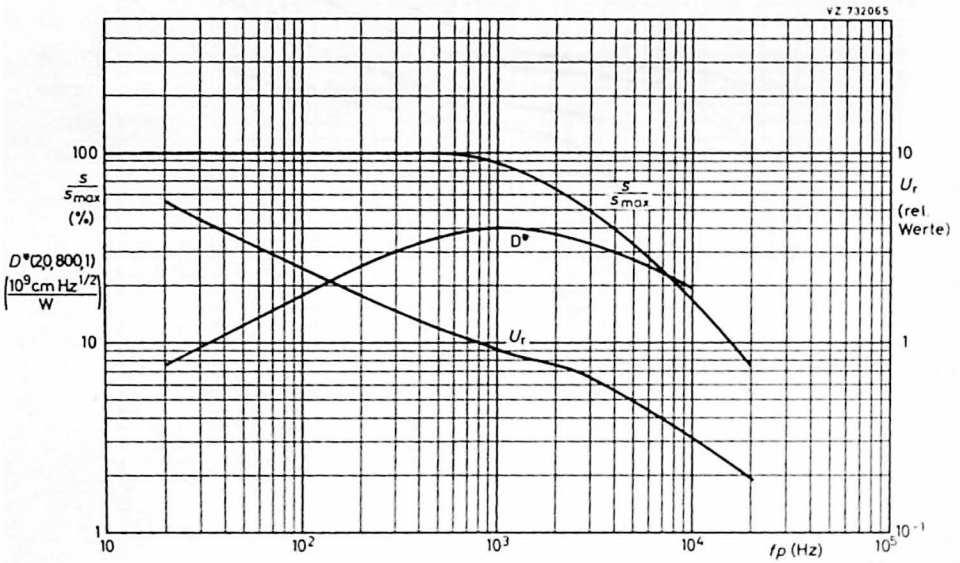
bei Bestellung bitte angeben:
IR-Detektor nach
Spezifikation RS 70.1001

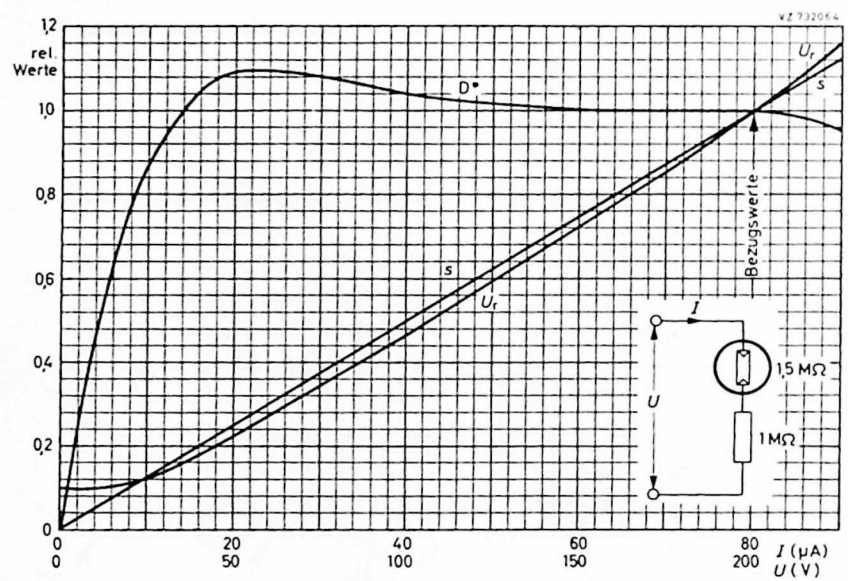


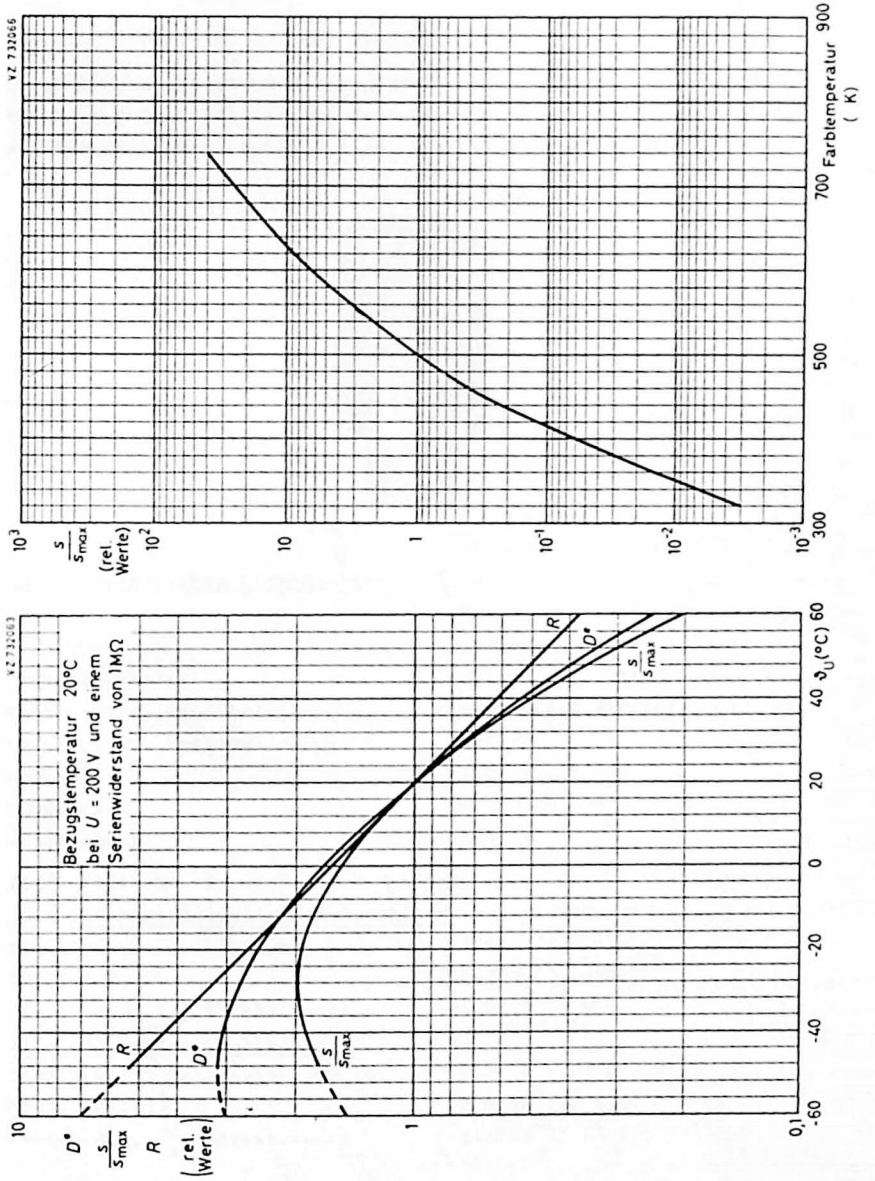

Zubehör:

Fassung L 789/CS für ungekühlte Version


VZ 732067
$10^{12}$
$10^{11}$
$10^{10}$
$10^{9}$
$10^{8}$
$D^*$ (cmHz$^{1/2}$W$^{-1}$)
$I$ = 25 µA
197 K
233 K
273 K
295 K
1
2
3
4
λ(µm)
VZ 732061
100
10
1
$\frac{S}{S_{max}}$ (%)
1
2
3
4
λ(µm)
VZ 732062
$10^{11}$
$10^{10}$
$10^{9}$
$D^*$ $\left(\frac{cmHz^{1/2}}{W}\right)$
1
2
3
4
λ(µm)


VZ 732065
100
$\frac{s}{s_{max}}$ (%)
$D^*(20,800,1)$ $\left(\frac{10^9 cm\,Hz^{1/2}}{W}\right)$
10
1
$10^{-1}$
$\frac{s}{s_{max}}$
D*
$U_r$
$U_r$ (rel. Werte)
$10^2$
$10^3$
$10^4$
$10^5$
fp (Hz)


VZ 732064
rel. Werte
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
D*
$U_r$
s
Bezugswerte
I
U
1,5 MΩ
1 MΩ
0
20
40
60
80
I (µA)
0
50
100
150
200
U (V)


VZ 732663
Bezugstemperatur 20°C
bei U = 200 V und einem
Serienwiderstand von 1MΩ
D*
s/smax
R
(rel. Werte)
R
D*
s/smax
10
1
0,1
-60
-40
-20
0
20
40
ϑU(°C) 60
VZ 732666
s/smax (rel. Werte)
10³
10²
10
1
10⁻¹
10⁻²
10⁻³
300
500
700
900
Farbtemperatur (K)

PbS - INFRAROT-DETEKTOR

zum Betrieb bei 295 K
bzw. gekühlt bis 195 K

PbS-Fotowiderstand in einem Metallgehäuse mit Fenster aus Pyrexglas, eine Ausführung ohne Gehäuse als Glas-Dewargefäß ist lieferbar, für Anwendungen IR-Gebiet bis 3,5 µm, $D^*(2{,}0,\ 800,\ 1) = 6 \cdot 10^{10}\ cm \cdot Hz^{1/2}\ W^{-1}$

Strahlungsempfindliches Element: (bei 295 K)

| | |
|---|---|
| Material | Bleisulfid, aufgedampft |
| Abmessungen | 6,0 mm x 6,0 mm |
| Betriebstemperatur | 295 K bzw. bis 195 K |
| Bereich spektr. Empfindlichkeit | sichtbarer Bereich ...3,5 µm |
| Maximum spektr. Empfindlichkeit | 2,5 µm |
| Widerstand | 1,5 (1...4) MΩ |
| Zeitkonstante | ≈ 175 µs |
| Rauschspannung | 8,5 µV |

Kenndaten: (bei 295 K, siehe auch "Erläuterungen und Betriebshinweise")

| | |
|---|---|
| **Betrieb mit monochromatischer Strahlung** | |
| Empfindlichkeit bei 2,0 µm | 120 mV/µW |
| $D^*$ (2,0, 800, 1) | $6{,}0 \cdot 10^{10}\ cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$ |
| NEP (2,0, 800, 1), Effektivwert | $1{,}0 \cdot 10^{-11}$ W |
| **Betrieb mit Schwarzem Strahler** | |
| Empfindlichkeit bei Farbt. 500 K | 2,0 ($\geq$ 1,0) mV/µW |
| $D^*$ (500, 800, 1) | $1{,}0 \cdot 10^{9}$ ($\geq 6{,}0 \cdot 10^{8}$) $cm \cdot Hz^{1/2} \cdot W^{-1}$ |
| NEP (500, 800, 1), Effektivwert | $6{,}0 \cdot 10^{-10}$ ($\leq 1{,}0 \cdot 10^{-9}$) W |

# 62 SV

Grenzdaten: (absolute Werte)

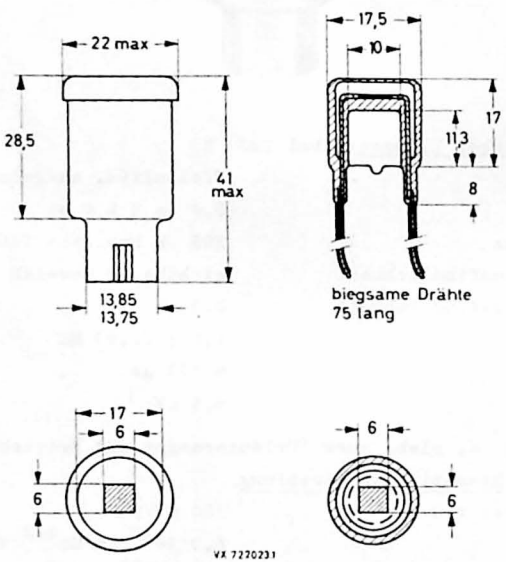
| | | | |
|---|---|---|---|
| Betriebsspannung | $U_B$ | = max. | 250 V |
| max. Strom durch den Detektor | I | = max. | 0,5 mA |
| Lagerungs- und Betriebstemperatur | $\vartheta_U$, $\vartheta_S$ | = max. | +60 °C |
| für ungekühlte Version | $\vartheta_U$, $\vartheta_S$ | = min. | -55 °C |
| für gekühlte Version | $\vartheta_U$, $\vartheta_S$ | = min. | -80 °C |

Abmessungen in mm:

ungekühlte Version
in Metallgehäuse

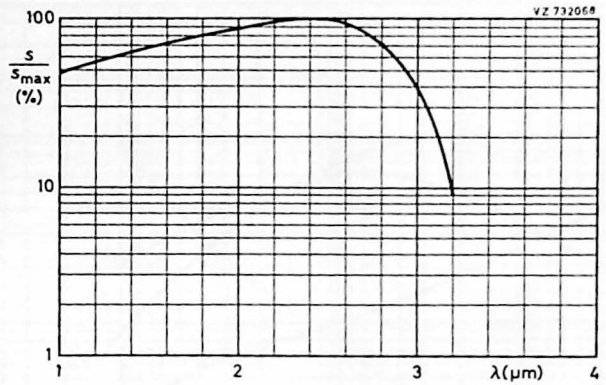
gekühlte Version
im Glas-Dewargefäß

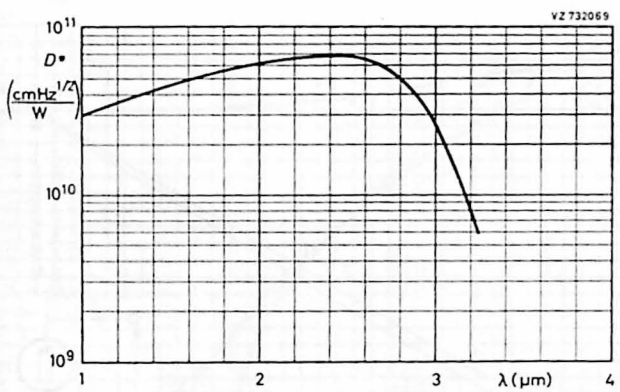
bei Bestellung bitte angeben:
IR-Detektor nach
Spezifikation RS 70.1002

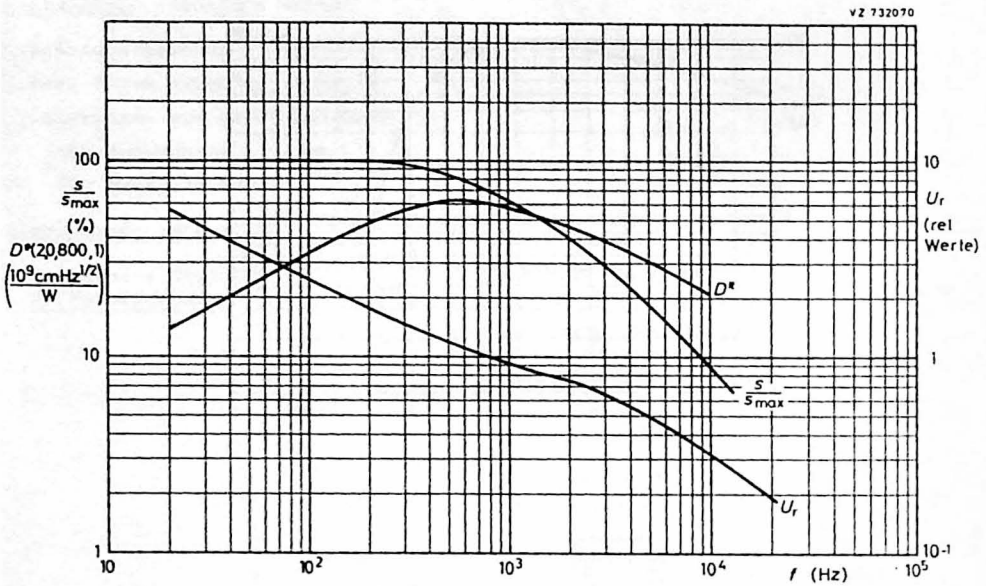


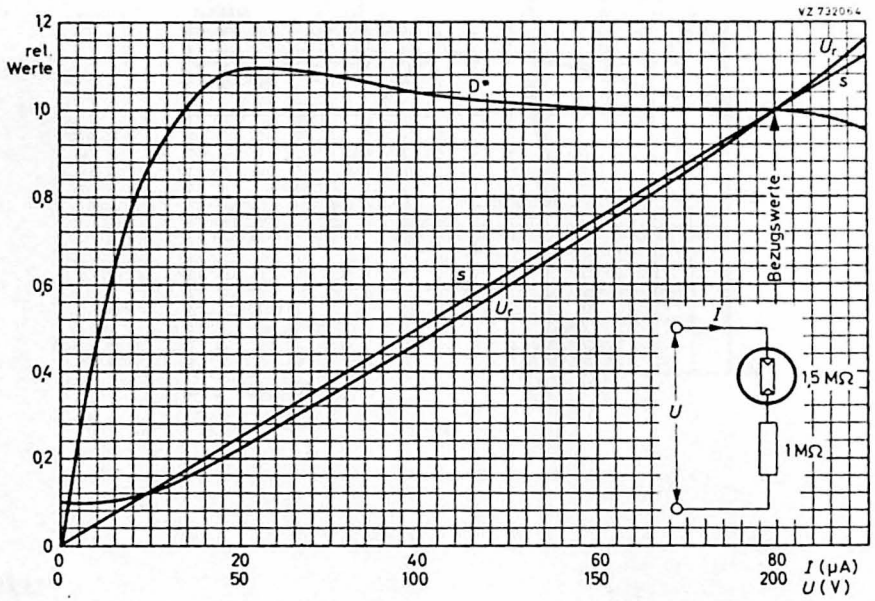

Zubehör:

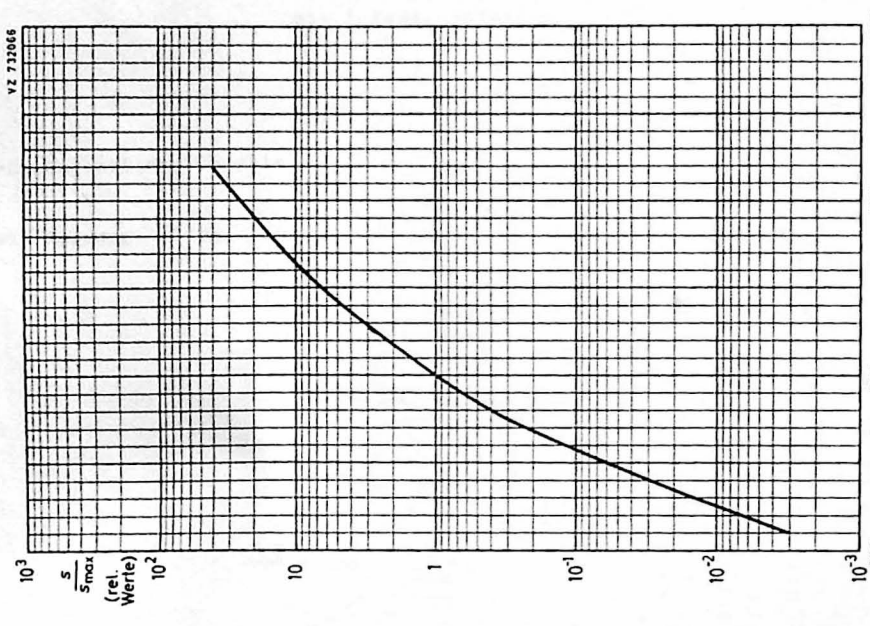
Fassung L 789/CS für ungekühlte Version

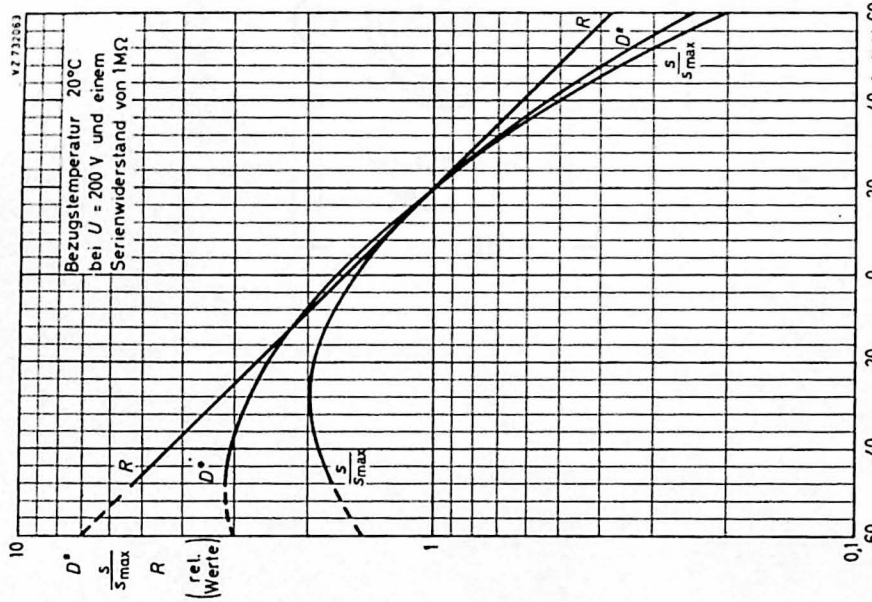

VZ 732068
100
S / Smax (%)
10
1
1
2
3
λ(μm)
4


VZ 732069
10^11
D*
(cmHz^1/2 / W)
10^10
10^9
1
2
3
λ(μm)
4


VZ 732070
100
10
1
$\frac{s}{s_{max}}$ (%)
$D^*(20,800,1)$ $\left(\frac{10^9 cmHz^{1/2}}{W}\right)$
10
1
$10^{-1}$
$U_r$ (rel Werte)
$D^*$
$\frac{s}{s_{max}}$
$U_r$
10
$10^2$
$10^3$
$10^4$
$10^5$
f (Hz)


VZ 732044
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
rel. Werte
$U_r$
s
$D^*$
Bezugswerte
s
$U_r$
I
U
1,5 MΩ
1 MΩ
0
0
20
50
40
100
60
150
80
200
I (µA)
U (V)

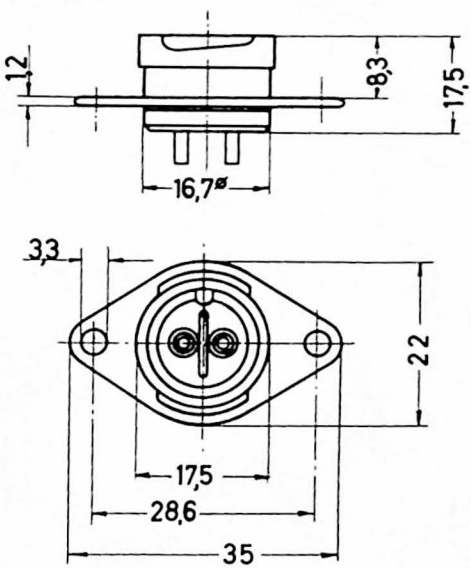

VZ 732066
$10^3$
$\frac{s}{s_{max}}$ (rel. Werte)
$10^2$
10
1
$10^{-1}$
$10^{-2}$
$10^{-3}$
300
500
700
900
Farbtemperatur (K)


VZ 732063
Bezugstemperatur 20°C
bei U = 200 V und einem
Serienwiderstand von 1MΩ
$D^*$
$\frac{s}{s_{max}}$
R
(rel. Werte)
10
1
0,1
R
$D^*$
$\frac{s}{s_{max}}$
-60
-40
-20
0
20
40
60
$\vartheta_U$(°C)

SPRITZGUSS-FASSUNG
mit 2 Federkontakten

Befestigung auf dem Chassis

Chassis-Bohrung: 19 mm



VALVO